エクセルでダイナミック・プログラミング

穂　刈　　　享*・飯　村　允　基†・大　沼　嘉　子‡

1　はじめに

大学院レベルのマクロ経済学および労働経済学の授業において動学モデルを分する際には必要不可欠なものとなっているダイナミック・プログラミングの手法は，学部レベルの授業ではあまり取り扱われることがないようですが，ダイナミック・プログラミングの基本的な考え方それ自体は非常に簡単なので，分析するモデルを限定すれば，学部レベルの学生にでも十分理解できると思われます.

期間が有限である場合には，動学的最適化問題にダイナミック・プログラミングの手法を適用するということは, いわゆる Bellman 方程式を backward に解くことを意味し，この作業はエクセルを用いることで容易に行うことができます.

本稿では，学部生向けのダイナミック・プログラミング入門として，McCall (1979) のモデルと Diamond (1982) のモデルを有限期間で考え，それぞれのモデルの Bellman 方程式をエクセルを使って解きます. [1]　この 2 つのモデルの大きな違いは, McCall (1979) は 1 人の個人の意思決定モデルであり, Diamond

*　筑波大学大学院人文社会科学研究科助教授
†　筑波大学大学院人文社会科学研究科博士課程在籍
‡　筑波大学大学院人文社会科学研究科博士課程在籍

[1]　本稿で使用しているエクセルファイルのサンプルは http://member.social.tsukuba.ac.jp/hokari/index-J.htm からダウンロードできます

(1982)は複数の個人がいて各人が将来の状態を予想しつつ意思決定を行った場合に全体としてどのような状態が実現するのかを分析する均衡モデルであるということです.

2　McCall (1970, QJE) のモデル

1期から50期までの50期間を考えます．花子さんは失業中で仕事を探しています．各期において，もし花子さんが仕事についていない場合はランダムに選ばれた企業の面接を受けます．面接では，まずある賃金が提示され「この賃金で50期までわが社で働いてください」といった内容のオファーを受けます.このとき，花子さんには次の2つの選択肢があります:

（ⅰ）このオファーをacceptして，決められた賃金で50期まで働き続ける;

（ⅱ）このオファーをrejectして，サーチのコストcを(今期に)支払って，次の期にまたランダムに選ばれた企業の面接を受ける.

花子さんが企業から提示される可能性のある賃金のオファーはw_1からw_{10}までの10種類で，$0 \leqq w_1 < w_2 < \cdots < w_{10}$であるとし，それぞれの賃金を提示される確率は$p_1, p_2, \ldots, p_{10}$であるとします.

花子さんのt期における利得X_tは確率的に決まる「確率変数」で,

$$X_t = \begin{cases} w_1 & \text{賃金 } w_1 \text{ の仕事についている場合,} \\ w_2 & \text{賃金 } w_2 \text{ の仕事についている場合,} \\ \vdots & \\ w_{10} & \text{賃金 } w_{10} \text{ の仕事についている場合,} \\ -c & \text{次の期にも面接を受ける場合} \end{cases}$$

となります.

花子さんは

$$X_1 + \beta X_2 + \beta^2 X_3 + \beta^3 X_4 + \cdots + \beta^{49} X_{50}$$

の期待値が最大となるように，各期におけるそれぞれの賃金のオファーをaccept するかどうかについての計画を立てるものとします．ここで，β は時間割引因子（discount factor）で $0<\beta<1$ とします．

t 期に w_i の賃金を提示された場合の

$$X_t+\beta X_{t+1}+\beta^2 X_{t+2}+\beta^3 X_{t+3}+\cdots+\beta^{50-t}X_{50}$$

の期待値の最大値を $V_t(w_i)$ と書くことにします．このとき $t=1$ から $t=49$ について次の式（**Bellman 方程式**）が成立します．

$$V_t(w_i) = \max\left\{\frac{(1-\beta^{51-t})w_i}{1-\beta}, -c+\beta\big[p_1V_{t+1}(w_1)+p_2V_{t+1}(w_2)+\cdots+p_{10}V_{t+1}(w_{10})\big]\right\}.$$

ここで

$$\begin{aligned}
V_{50}(w_i) &= \max\{w_i, -c\},\\
V_{49}(w_i) &= \max\left\{\frac{(1-\beta^2)w_i}{1-\beta}, -c+\beta\big[p_1V_{50}(w_1)+p_2V_{50}(w_2)+\cdots+p_{10}V_{50}(w_{10})\big]\right\},\\
V_{48}(w_i) &= \max\left\{\frac{(1-\beta^3)w_i}{1-\beta}, -c+\beta\big[p_1V_{49}(w_1)+p_2V_{49}(w_2)+\cdots+p_{10}V_{49}(w_{10})\big]\right\},\\
&\vdots\\
V_1(w_i) &= \max\left\{\frac{(1-\beta^{50})w_i}{1-\beta}, -c+\beta\big[p_1V_2(w_1)+p_2V_2(w_2)+\cdots+p_{10}V_2(w_{10})\big]\right\}
\end{aligned}$$

となるので，各パラメターの値を所与とすると，エクセルを用いて $V_t(w_i)$ を計算することができ，その結果として花子さんにとって**最適な計画**を求めることができます．（図 1 を参照．サンプルファイルは McCall70qje. xls で，accept と reject の表示については「条件付き書式」の機能を利用しています.）

3　Diamond（1982, JPE）のモデル

ある島の住民はやしの実を食べて生活しています．島のやしの木には背の高

い木と低い木の 2 種類があり，登る際のコストが異なります．各人はやしの木を探して島を歩き回り，見つけた場合にはその木に登って実を採るか別の木を探すかを選択します．やしの木が見つかるかどうか，背の高い木と低い木のどちらが見つかるかは確率的に決まります．また，島には**自分で採ったやしの実を食べてはいけない**という掟があり，やしの実を採った人は交換相手を探して島を歩き回ることになります．交換相手が見つかる確率はやしの実を持って歩き回っている人の数に比例します．

1 期から 50 期までの 50 期間を考え，以下の記号を使います．

- a_1 : 各期において, やしの木を探している人全体の中で実際にコスト c_1 の木を見つけることになる人の割合.
- a_2 : 各期において, やしの木を探している人全体の中で実際にコスト c_2 の木を見つけることになる人の割合，$0 < a_1 + a_2 < 1$．ここで $0 < c_1 < c_2$.
- y : やしの実を消費したときの効用(utility，満足度)．
- β ：時間割引因子(discount factor)，$0 < \beta < 1$.
- $\bar{n}$ ：島の人口.
- n_t : t 期の始めにやしの実を持っている人の数，$0 \leqq n_t \leqq \bar{n}$.
- t 期の始めにやしの実を持っている n_t 人の中で $\frac{n_t}{\bar{n}}$ だけの割合の人が実際にその期にやしの実の交換相手を見つけることができると仮定します.

各個人の t 期における利得 X_t は確率的に決まる「確率変数」と考えられ，これは次のようになります：

$$X_t = \begin{cases} -c_1 & \text{コスト } c_1 \text{ のやしの木に登ってやしの実を採った場合,} \\ -c_2 & \text{コスト } c_2 \text{ のやしの木に登ってやしの実を採った場合,} \\ y & \text{交換相手を見つけてやしの実を消費した場合,} \\ 0 & \text{その他の場合.} \end{cases}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	McCall (1970, QJE) のモデル												
2													
3		β =	0.9										
4		c=	10										
5													
6		w1	w2	w3	w4	w5	w6	w7	w8	w9	w10		
7		10	20	30	40	50	60	70	80	90	100		
8													
9													
10													
11		p1	p2	p3	p4	p5	p6	p7	p8	p9	p10		
12		0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1		
13													
14													
15	t	V(w1)	V(w2)	V(w3)	V(w4)	V(w5)	V(w6)	V(w7)	V(w8)	V(w9)	V(w10)		
16	50	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100		reject
17	49	39.5	39.5	57	76	95	114	133	152	171	190		accept
18	48	86.03	86.03	86.03	108.4	135.5	162.6	189.7	216.8	243.9	271		
19	47	132.7391	132.7391	132.7391	137.56	171.95	206.34	240.73	275.12	309.51	343.9		
20	46	177.4995	177.4995	177.4995	177.4995	204.755	245.706	286.657	327.608	368.559	409.51		
21	45	219.7514	219.7514	219.7514	219.7514	234.2795	281.1354	327.9913	374.8472	421.7031	468.559		
22	44	258.8769	258.8769	258.8769	258.8769	260.8516	313.0219	365.1922	417.3625	469.5328	521.7031		
23	43	294.4854	294.4854	294.4854	294.4854	294.4854	341.7197	398.673	455.6262	512.5795	569.5328		
24	42	327.5502	327.5502	327.5502	327.5502	327.5502	367.5477	428.8057	490.0636	551.3216	612.5795		
25	41	357.9262	357.9262	357.9262	357.9262	357.9262	390.7929	455.9251	521.0572	586.1894	651.3216		
26	40	385.5426	385.5426	385.5426	385.5426	385.5426	411.7136	480.3326	548.9515	617.5705	686.1894		
27	39	410.5223	410.5223	410.5223	410.5223	410.5223	430.5423	502.2993	574.0564	645.8134	717.5705		
28	38	433.0604	433.0604	433.0604	433.0604	433.0604	447.4881	522.0694	596.6507	671.2321	745.8134		
29	37	453.37	453.37	453.37	453.37	453.37	462.7392	539.8625	616.9857	694.1089	771.2321		
30	36	471.6601	471.6601	471.6601	471.6601	471.6601	476.4653	555.8762	635.2871	714.698	794.1089		
31	35	488.1262	488.1262	488.1262	488.1262	488.1262	488.8188	570.2886	651.7584	733.2282	814.698		
32	34	502.9481	502.9481	502.9481	502.9481	502.9481	502.9481	583.2597	666.5825	749.9054	833.2282		
33	33	516.5598	516.5598	516.5598	516.5598	516.5598	516.5598	594.9338	679.9243	764.9148	849.9054		
34	32	529.0133	529.0133	529.0133	529.0133	529.0133	529.0133	605.4404	691.9319	778.4233	864.9148		
35	31	540.3311	540.3311	540.3311	540.3311	540.3311	540.3311	614.8963	702.7387	790.581	878.4233		
36	30	550.5764	550.5764	550.5764	550.5764	550.5764	550.5764	623.4067	712.4648	801.5229	890.581		
37	29	559.829	559.829	559.829	559.829	559.829	559.829	631.066	721.2183	811.3706	901.5229		
38	28	568.1737	568.1737	568.1737	568.1737	568.1737	568.1737	637.9594	729.0965	820.2336	911.3706		
39	27	575.6932	575.6932	575.6932	575.6932	575.6932	575.6932	644.1635	736.1868	828.2102	920.2336		
40	26	582.4658	582.4658	582.4658	582.4658	582.4658	582.4658	649.7471	742.5682	835.3892	928.2102		
41	25	588.5639	588.5639	588.5639	588.5639	588.5639	588.5639	654.7724	748.3113	841.8503	935.3892		
42	24	594.0536	594.0536	594.0536	594.0536	594.0536	594.0536	659.2952	753.4802	847.6652	941.8503		
43	23	598.9951	598.9951	598.9951	598.9951	598.9951	598.9951	663.3657	758.1322	852.8987	947.6652		
44	22	603.4429	603.4429	603.4429	603.4429	603.4429	603.4429	667.0291	762.319	857.6088	952.8987		
45	21	607.4462	607.4462	607.4462	607.4462	607.4462	607.4462	670.3262	766.0871	861.848	957.6088		
46	20	611.0492	611.0492	611.0492	611.0492	611.0492	611.0492	673.2936	769.4784	865.6632	961.848		
47	19	614.2921	614.2921	614.2921	614.2921	614.2921	614.2921	675.9642	772.5305	869.0968	965.6632		
48	18	617.2106	617.2106	617.2106	617.2106	617.2106	617.2106	678.3678	775.2775	872.1872	969.0968		
49	17	619.8374	619.8374	619.8374	619.8374	619.8374	619.8374	680.531	777.7497	874.9684	972.1872		
50	16	622.2015	622.2015	622.2015	622.2015	622.2015	622.2015	682.4779	779.9748	877.4716	974.9684		
51	15	624.3291	624.3291	624.3291	624.3291	624.3291	624.3291	684.2301	781.9773	879.7244	977.4716		
52	14	626.244	626.244	626.244	626.244	626.244	626.244	685.8071	783.7796	881.752	979.7244		
53	13	627.9675	627.9675	627.9675	627.9675	627.9675	627.9675	687.2264	785.4016	883.5768	981.752		
54	12	629.5185	629.5185	629.5185	629.5185	629.5185	629.5185	688.5038	786.8614	885.2191	983.5768		
55	11	630.9145	630.9145	630.9145	630.9145	630.9145	630.9145	689.6534	788.1753	886.6972	985.2191		
56	10	632.1709	632.1709	632.1709	632.1709	632.1709	632.1709	690.688	789.3578	888.0275	986.6972		
57	9	633.3016	633.3016	633.3016	633.3016	633.3016	633.3016	691.6192	790.422	889.2247	988.0275		
58	8	634.3193	634.3193	634.3193	634.3193	634.3193	634.3193	692.4573	791.3798	890.3023	989.2247		
59	7	635.2352	635.2352	635.2352	635.2352	635.2352	635.2352	693.2116	792.2418	891.272	990.3023		
60	6	636.0595	636.0595	636.0595	636.0595	636.0595	636.0595	693.8904	793.0176	892.1448	991.272		
61	5	636.8014	636.8014	636.8014	636.8014	636.8014	636.8014	694.5014	793.7159	892.9303	992.1448		
62	4	637.4691	637.4691	637.4691	637.4691	637.4691	637.4691	695.0512	794.3443	893.6373	992.9303		
63	3	638.07	638.07	638.07	638.07	638.07	638.07	695.5461	794.9099	894.2736	993.6373		
64	2	638.6108	638.6108	638.6108	638.6108	638.6108	638.6108	695.9915	795.4189	894.8462	994.2736		
65	1	639.0976	639.0976	639.0976	639.0976	639.0976	639.0976	696.3924	795.877	895.3616	994.8462		

図１　McCall (1970,　QJE) のモデル

各個人は各期における n_t の値についての予想 $n_1^e, n_2^e, n_3^e, ..., n_{50}^e$ を持っていて，この予想の下で

$$X_1 + \beta X_2 + \beta^2 X_3 + \beta^3 X_4 + \ldots, + \beta^{49} X_{50}$$

の期待値が最大となるように，$t = 1, 2, 3, \ldots, 50$ の各期における

（ｉ）もし t 期にコスト c_1 のやしの木を見つけた場合には, その木に登ってやしの実を採るかどうか,

（ⅱ）もし t 期にコスト c_2 のやしの木を見つけた場合には, その木に登ってやしの実を採るかどうか,

ということについての計画を立てるものとします.

t 期以降の予想 $n_t^e, n_{t+1}^e, n_{t+2}^e, ..., n_{50}^e$ を所与とした場合の t 期のはじめに手ぶらの人とやしの実を持っている人の

$$X_t + \beta X_{t+1} + \beta^2 X_{t+2} + \beta^3 X_{t+3} + \ldots + \beta^{50-t} X_{50}$$

の期待値の最大値をそれぞれ V_t(手ぶら) と V_t(やしの実) と書き，同様に，$t+1$ 期のはじめに手ぶらの人とやしの実を持っている人の

$$X_{t+1} + \beta X_{t+2} + \beta^2 X_{t+3} + \beta^3 X_{t+4} + \ldots + \beta^{50-t} X_{50}$$

の期待値の最大値をそれぞれ V_{t+1}(手ぶら) と V_{t+1}(やしの実) と書くことにします.

このとき，次の 2 つの式(Bellman 方程式)が成り立ちます.

$$\begin{aligned} V_t(\text{手ぶら}) = {} & a_1 \max \{\beta V_{t+1}(\text{手ぶら}),\ -c_1 + \beta V_{t+1}(\text{やしの実})\} \\ & + a_2 \max \{\beta V_{t+1}(\text{手ぶら}),\ -c_2 + \beta V_{t+1}(\text{やしの実})\} \\ & + (1 - a_1 - a_2)\, \beta V_{t+1}(\text{手ぶら}), \end{aligned}$$

$$V_t(\text{やしの実}) = \frac{n_t^e}{\bar{n}} \left[y + \beta V_{t+1}(\text{手ぶら}) \right] + \left(1 - \frac{n_t^e}{\bar{n}}\right) \beta V_{t+1}(\text{やしの実}).$$

全員が「t 期にはコストが c_1 の木には登るがコストが c_2 の木には登らない」という計画を立てている場合の実際の n_t と n_t+1 の値の関係は

$$n_{t+1} = a_1(\bar{n} - n_t) + \left(1 - \frac{n_t^e}{\bar{n}}\right) n_t$$

となり，全員が「t 期にはコストが c_1 の木にも登るしコストが c_2 の木にも登る」という計画を立てている場合の実際の n_t と n_{t+1} の値の関係は

$$n_{t+1} = (a_1 + a_2)(\bar{n} - n_t) + \left(1 - \frac{n_t^e}{\bar{n}}\right) n_t$$

となります.

$n_1, n_2, n_3, ..., n_{50}$ の値について全員が同じように予想し，全員がその予想の下での最適な計画を実行した場合の実際の n_1, n_2, n_3, ..., n_{50} の値とその予想値が一致するような状態をこのモデルにおける均衡と呼ぶことにします.

次の 2 つの計画を考えます.

- [計画 A]　1 期から 49 期までのすべての期間において，見つけたやしの木のコストが c_1 であれば登ってやしの実を採るが, コストが c_2 であれば登らない.
- [計画 B]　1 期から 49 期までのすべての期間において，見つけたやしの木にはコストが c_1 であるか c_2 であるかに関わらず登ってやしの実を採る.

エクセルを使うと，所与の n_1，例えば $n_1 = 0$，からスタートして全員が同じ計画を実行すると仮定して $n_2, n_3, ..., n_{50}$ を計算し，その $n_2, n_3, ..., n_{50}$ を全員が予想した場合に全員が実行すると仮定した計画が各人にとって最適な計画となっているかどうかをチェックすることができます.

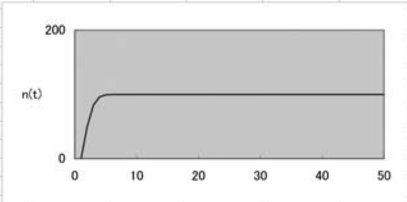
例えば，各パラメターの値が

$$a_1 = \frac{1}{6},$$
$$a_2 = \frac{1}{3},$$
$$y = 40,$$
$$\beta = 0.9,$$
$$\bar{n} = 300,$$
$$c_1 = 10,$$
$$c_2 = 25$$

である場合を考えると，全員が計画Aを実行する状態は均衡となり，全員が計画Bを実行する状態は均衡とはならないのですが，計画Bを若干修正した次の計画を全員が実行する状態は均衡となります.

- [計画 C]　1 期から 47 期までのすべての期間において，見つけたやしの木にはコストが c_1 であるか c_2 であるかに関わらず登ってやしの実を採る. 48 期と 49 期においては, 見つけたやしの木のコストが c_1 であれば登ってやしの実を採るが，コストが c_2 であれば登らない.

したがって，上記のパラメターの下では，全員が計画Aを実行する均衡と全員が計画Cを実行する均衡が存在することになります.（図 2 から図 4 を参照. サンプルファイルは Diamond82jpe. xls）



	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	全員がコストがc1の木だけ登る場合								
2									
3		a1=	0.1666667						
4		a2=	0.3333333						
5		y=	40						
6		β =	0.9						
7		nbar=	300						
8		c1=	10						
9		c2=	25						
10		n(1)=	0						
11									
12									
13		t	n(t)	V(手)	V(や)	c1の木	c2の木		
14		50	100	0	13.33333				
15		49	100	0.333333	21.33333	−2	13		登る
16		48	100	1.783333	26.23333	−8.9	6.1		登らない
17		47	100	3.605833	29.60833	−12.005	2.995		
18		46	100	5.478958	32.18008	−13.4023	1.59775		
19		45	100	7.269565	34.28507	−14.031	0.968988		
20		44	100	8.928267	36.08525	−14.314	0.686044		
21		43	100	10.44232	37.66296	−14.4413	0.55872		
22		42	100	11.81452	39.06381	−14.4986	0.501424		
23		41	100	13.05379	40.31597	−14.5244	0.475641		
24		40	100	14.17107	41.43905	−14.536	0.464038		
25		39	100	15.1775	42.44809	−14.5412	0.458817		
26		38	100	16.08367	43.35544	−14.5435	0.456468		
27		37	100	16.8994	44.1717	−14.5446	0.45541		
28		36	100	17.63364	44.90617	−14.5451	0.454935		
29		35	100	18.29449	45.56713	−14.5453	0.454721		
30		34	100	18.88927	46.16196	−14.5454	0.454624		
31		33	100	19.42458	46.69729	−14.5454	0.454581		
32		32	100	19.90636	47.17908	−14.5454	0.454561		
33		31	100	20.33996	47.61269	−14.5454	0.454553		
34		30	100	20.73021	48.00294	−14.5455	0.454549		
35		29	100	21.08143	48.35416	−14.5455	0.454547		
36		28	100	21.39753	48.67026	−14.5455	0.454546		
37		27	100	21.68202	48.95475	−14.5455	0.454546		
38		26	100	21.93806	49.21079	−14.5455	0.454546		
39		25	100	22.1685	49.44122	−14.5455	0.454546		
40		24	100	22.37589	49.64862	−14.5455	0.454545		
41		23	100	22.56254	49.83527	−14.5455	0.454545		
42		22	100	22.73053	50.00326	−14.5455	0.454545		
43		21	100	22.88172	50.15445	−14.5455	0.454545		
44		20	100	23.01779	50.29052	−14.5455	0.454545		
45		19	100	23.14025	50.41298	−14.5455	0.454545		
46		18	100	23.25047	50.5232	−14.5455	0.454545		
47		17	100	23.34967	50.62239	−14.5455	0.454545		
48		16	100	23.43894	50.71167	−14.5455	0.454545		
49		15	100	23.51929	50.79202	−14.5455	0.454545		
50		14	100	23.5916	50.86433	−14.5455	0.454545		
51		13	100	23.65669	50.92941	−14.5455	0.454545		
52		12	99.999998	23.71526	50.98799	−14.5455	0.454545		
53		11	99.999986	23.76798	51.0407	−14.5455	0.454546		
54		10	99.999913	23.81542	51.08814	−14.5455	0.454546		
55		9	99.99948	23.85812	51.13082	−14.5455	0.45455		
56		8	99.996882	23.89655	51.1691	−14.5454	0.454572		
57		7	99.981297	23.93111	51.20279	−14.5453	0.454702		
58		6	99.888033	23.96208	51.22857	−14.5445	0.455483		
59		5	99.336991	23.98918	51.22494	−14.5398	0.460159		
60		4	96.296296	24.00896	51.07384	−14.5122	0.487822		
61		3	83.333333	24.00113	50.31135	−14.3584	0.641607		
62		2	50	23.88088	48.00035	−13.6792	1.320803		
63		1	0	23.44405	43.20031	−11.7075	3.292482		

図２　Diamond（1982，JPE）のモデルで全員が計画Ａを実行している場合

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	全員がコストがc1の木でもc2の木でも登る場合								
2									
3		a1=	0.1666667						
4		a2=	0.3333333						
5		y=	40						
6		β =	0.9						
7		nbar=	300						
8		c1=	10						
9		c2=	25						
10		n(1)=	0						
11									
12									
13		t	n(t)	V(手)	V(や)	c1の木	c2の木		
14		50	150	0	20				
15		49	150	1.333333	29	−8	7		登る
16		48	150	3.683333	33.65	−14.9	0.1		登らない
17		47	150	6.8	36.8	−16.97	−1.97		
18		46	150	9.62	39.62	−17	−2		
19		45	150	12.158	42.158	−17	−2		
20		44	150	14.4422	44.4422	−17	−2		
21		43	150	16.49798	46.49798	−17	−2		
22		42	150	18.34818	48.34818	−17	−2		
23		41	150	20.01336	50.01336	−17	−2		
24		40	150	21.51203	51.51203	−17	−2		
25		39	150	22.86082	52.86082	−17	−2		
26		38	150	24.07474	54.07474	−17	−2		
27		37	150	25.16727	55.16727	−17	−2		
28		36	150	26.15054	56.15054	−17	−2		
29		35	150	27.03549	57.03549	−17	−2		
30		34	150	27.83194	57.83194	−17	−2		
31		33	150	28.54874	58.54874	−17	−2		
32		32	150	29.19387	59.19387	−17	−2		
33		31	150	29.77448	59.77448	−17	−2		
34		30	150	30.29703	60.29703	−17	−2		
35		29	150	30.76733	60.76733	−17	−2		
36		28	150	31.1906	61.1906	−17	−2		
37		27	150	31.57154	61.57154	−17	−2		
38		26	150	31.91438	61.91438	−17	−2		
39		25	150	32.22295	62.22295	−17	−2		
40		24	150	32.50065	62.50065	−17	−2		
41		23	150	32.75059	62.75059	−17	−2		
42		22	150	32.97553	62.97553	−17	−2		
43		21	150	33.17797	63.17797	−17	−2		
44		20	150	33.36018	63.36018	−17	−2		
45		19	150	33.52416	63.52416	−17	−2		
46		18	150	33.67174	63.67174	−17	−2		
47		17	150	33.80457	63.80457	−17	−2		
48		16	150	33.92411	63.92411	−17	−2		
49		15	150	34.0317	64.0317	−17	−2		
50		14	150	34.12853	64.12853	−17	−2		
51		13	150	34.21568	64.21568	−17	−2		
52		12	150	34.29411	64.29411	−17	−2		
53		11	150	34.3647	64.3647	−17	−2		
54		10	150	34.42823	64.42823	−17	−2		
55		9	150	34.48541	64.48541	−17	−2		
56		8	150	34.53687	64.53687	−17	−2		
57		7	150	34.58318	64.58318	−17	−2		
58		6	150	34.62486	64.62486	−17	−2		
59		5	150	34.66238	64.66238	−17	−2		
60		4	150	34.69614	64.69614	−17	−2		
61		3	150	34.72652	64.72652	−17	−2		
62		2	150	34.75387	64.75387	−17	−2		
63		1	0	34.77848	58.27848	−17	−2		

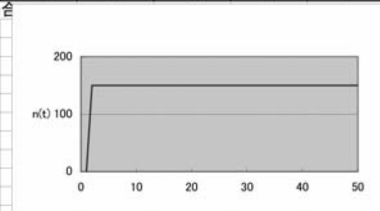


図３　Diamond (1982, JPE) のモデルで全員が計画Ｂを実行している場合

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	47期まで全員がコストがc1でもc2でも登る場合								
2									
3		a1=	0.1666667						
4		a2=	0.3333333						
5		y=	40						
6		β =	0.9						
7		nbar=	300						
8		c1=	10						
9		c2=	25						
10		n(1)=	0						
11									
12									
13		t	n(t)	V(手)	V(や)	c1の木	c2の木		
14		50	100	0	13.33333				
15		49	100	0.333333	21.33333	-2	13		登る
16		48	150	1.783333	29.75	-8.9	6.1		登らない
17		47	150	4.19	34.19	-15.17	-0.17		
18		46	150	7.271	37.271	-17	-2		
19		45	150	10.0439	40.0439	-17	-2		
20		44	150	12.53951	42.53951	-17	-2		
21		43	150	14.78556	44.78556	-17	-2		
22		42	150	16.807	46.807	-17	-2		
23		41	150	18.6263	48.6263	-17	-2		
24		40	150	20.26367	50.26367	-17	-2		
25		39	150	21.73731	51.73731	-17	-2		
26		38	150	23.06357	53.06357	-17	-2		
27		37	150	24.25722	54.25722	-17	-2		
28		36	150	25.3315	55.3315	-17	-2		
29		35	150	26.29835	56.29835	-17	-2		
30		34	150	27.16851	57.16851	-17	-2		
31		33	150	27.95166	57.95166	-17	-2		
32		32	150	28.65649	58.65649	-17	-2		
33		31	150	29.29084	59.29084	-17	-2		
34		30	150	29.86176	59.86176	-17	-2		
35		29	150	30.37558	60.37558	-17	-2		
36		28	150	30.83803	60.83803	-17	-2		
37		27	150	31.25422	61.25422	-17	-2		
38		26	150	31.6288	61.6288	-17	-2		
39		25	150	31.96592	61.96592	-17	-2		
40		24	150	32.26933	62.26933	-17	-2		
41		23	150	32.5424	62.5424	-17	-2		
42		22	150	32.78816	62.78816	-17	-2		
43		21	150	33.00934	63.00934	-17	-2		
44		20	150	33.20841	63.20841	-17	-2		
45		19	150	33.38757	63.38757	-17	-2		
46		18	150	33.54881	63.54881	-17	-2		
47		17	150	33.69393	63.69393	-17	-2		
48		16	150	33.82454	63.82454	-17	-2		
49		15	150	33.94208	63.94208	-17	-2		
50		14	150	34.04787	64.04787	-17	-2		
51		13	150	34.14309	64.14309	-17	-2		
52		12	150	34.22878	64.22878	-17	-2		
53		11	150	34.3059	64.3059	-17	-2		
54		10	150	34.37531	64.37531	-17	-2		
55		9	150	34.43778	64.43778	-17	-2		
56		8	150	34.494	64.494	-17	-2		
57		7	150	34.5446	64.5446	-17	-2		
58		6	150	34.59014	64.59014	-17	-2		
59		5	150	34.63113	64.63113	-17	-2		
60		4	150	34.66801	64.66801	-17	-2		
61		3	150	34.70121	64.70121	-17	-2		
62		2	150	34.73109	64.73109	-17	-2		
63		1	0	34.75798	58.25798	-17	-2		

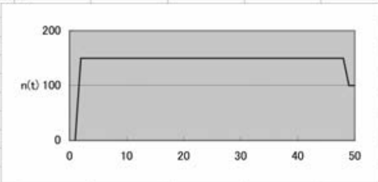


図４　Diamond (1982, JPE) のモデルで全員が計画Ｃを実行している場合

４　その他のモデル

本稿で示したのと同様の手法で分析できる動学モデルの中で特に重要なものとしては，Jovanovic（1979）の job matching のモデル（Ljungqvist and Sargent（2004）の Section 6.A.2 を参照）と Gomes, Greenwood, and Rebelo（2001）の景気循環とサーチのモデル（Ljungqvist and Sargent（2004）の Exercise 26.2 と 26.3 を参照）の 2 つが挙げられます.

参考文献

[1] Peter A. Diamond. ”Aggregate demand management in search equilibrium.” Journal of Political Economy, 90 (5): 881-894, 1982.

[2] Joao Gomes, Jeremy Greenwood, and Sergio Rebelo. “Equilibrium unemployment.” Journal of Monetary Economics, 48 (1): 109-152, 2001.

[3] Boyan Jovanovic. “Job matching and the theory of turnover.” Journal of Political Economy, 87 (5): 972-990, 1979.

[4] Lars Ljungqvist and Thomas J. Sargent. Recursive Macroeconomic Theory, 2nd edition, MIT Press, 2004.

[5] John J. McCall. “Economics of information and job search.” Quarterly Journal of Economics, 84 (1): 113-126, 1970.