

# VII – 1 . 非平衡統計物理

教授 有光 敏彦  
助教 吉田 恭  
博士後期課程大学院生 小松崎 慎人, 武智 公平,  
大日向 正志 (Salerno 大 (伊) 留学, 2010.10.1~2011.9.30)  
博士前期課程大学院生 阿部 朝彦, 程 コウ

## 【1】 間欠性を呈する流動系の非平衡統計物理

### (1) 充分発達した乱流のマルチフラクタル確率密度関数理論による解析

(武智 (院生), 有光直子 (横浜国大), 有光) 論文 [1, 2, 4], 解説・紀要 [1], 講演 [2, 5, 8, 12]

充分発達した乱流では, エネルギー散逸率や速度差などの PDF に裾を引くことが知られている。その裾野部分には, 乱流の間欠性に起因する「乱流のコヒーレントな運動」が反映する。中心部分には, このコヒーレントな運動に纏わり付く, 「乱流に特有な揺らぎ」の情報が含まれている。マルチフラクタル密度関数理論 (MPDFT) では, 裾引き PDF を解析する理論表式が導出され, これにより, 上記の情報を高精度で抽出することが可能となった。MPDFT (Multifractal Probability Density Function Theory) は, 『間欠性の本質は, Navier-Stokes 方程式のスケール不変性に起因する速度場の特異性が実空間にマルチフラクタル分布していることの現れである』との仮説に基づいて, 古典乱流および量子乱流などで得られる裾の広い各種確率密度関数 (PDF) の高精度解析を可能にした理論体系である。

充分発達した乱流の間欠性は, Navier-Stokes 方程式が有するスケール不変性に基づく自己相似性の顕れでもある。乱流のアンサンブル理論の基礎となるカスケード・モデルにおいては, 大きなスケールで注入されたエネルギーによってサイズ  $l_{in}$  の渦が生み出され, この渦は流れに沿って移動する過程でサイズ  $l_{in} \delta^{-1}$  の渦に分裂し, 次々に小さな渦 (サイズ  $l_n = l_{in} \delta^{-n}$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ ) が生み出されると考える。ただし,  $\delta (> 1)$  はズーム率を表す。大小様々なスケールの渦の存在は, Navier-Stokes 方程式の持つスケール不変性により, 速度場などの物理量に特異性をもたらす。MPDFT では, その特異性が, 乱流における間欠現象を司るとするのである。

その特性を抽出するためには, スケールを変えた一連の PDF の情報が必要である。一連のスケール  $l_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) は, 観測者が指定する拡大率  $\delta (> 1)$  で与えられるものであり,  $\delta$  の値が乱流系の観測量に影響を与えてはならない。この要請から, エントロピー指数  $q$  と間欠性を呈する物理量に付随した特異性指数  $\alpha$  を関連付けるスケーリング関係式は

$$\frac{1}{1-q} = \frac{\ln \delta}{\ln 2} \left( \frac{1}{\alpha_-} - \frac{1}{\alpha_+} \right) \quad (1)$$

の形に拡張すべきであることが明らかになった。ただし,  $\alpha_-$  と  $\alpha_+$  ( $\alpha_- < \alpha_+$ ) は, 注目している物理量のマルチフラクタル・スペクトル  $f(\alpha)$  のゼロ点である。この新しいスケーリング関係式により, 乱流の新しい解釈への可能性が見えてきた (それについては, 以下の項目 (2), (3) を参照のこと)。なお, ズーム率が  $\delta = 2$  の場合には, (1) は従来採用していた Lyra-Tsallis 型スケーリング関係式に還元する。

現時点で世界一のサイズ  $4096^3$  大規模乱流 DNS データを有する名古屋大学の金田・石原グループから DNS スナップショット速度場生データの提供を受け, それよりエネルギー散逸率 PDF とエネルギー輸送率 PDF を抽出した。それらの PDF を MPDFT で得られた理論的 PDF により解析し, 新

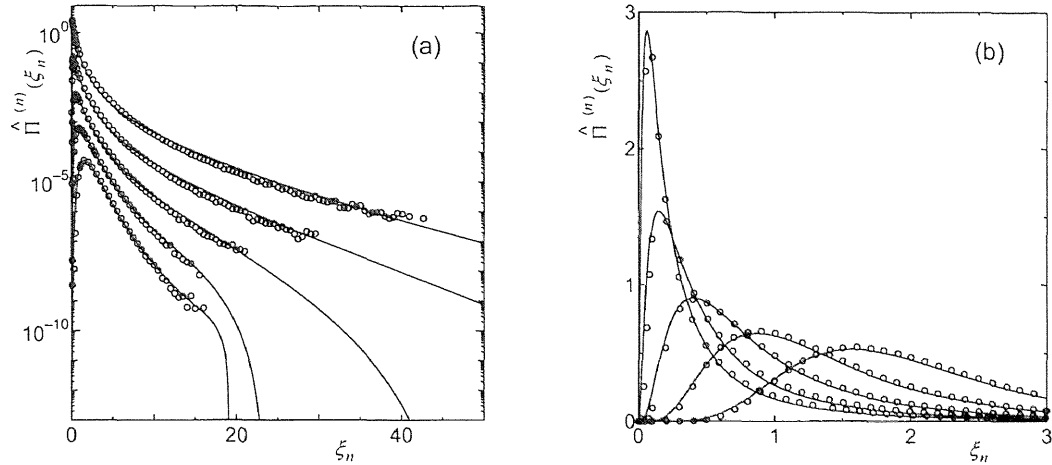


図 1: The PDFs of energy dissipation rates for  $\delta = 3$  on (a) log and (b) linear scale in the vertical axes. For better visibility, each PDF in (a) is shifted by  $-1$  unit along the vertical axis. Open circles are the experimental PDFs for  $r/\eta = 6.57, 21.9, 65.7, 197, 591$  from the smallest value (top) to the largest value (bottom) where  $r$  corresponds to  $\ell_n$ . Solid lines represent the curves given by the present theory with the intermittency exponent  $\mu = 0.260$ .

しいスケール関係式が上記の物理的要請を満たしていることの検証をすると共に、PDF の裾部分と中心部分の有する情報の抽出を行った [1, 2]。

気象研の毛利等による乱流風洞実験で測定された風速時系列生データの提供を受け、それから速度揺らぎ PDF とエネルギー散逸率 PDF を算出した。これらの PDF を利用して、物理量を抽出する際の距離の  $\delta^{-n}$  倍 ( $\delta$  は、正の実数) における一連の PDF が、如何なる  $\delta$  に対しても無矛盾かつ系統的に解析できることを示した [4]。また、PDF の裾部分と中心部分の有する情報を抽出し、4096<sup>3</sup> 大規模乱流 DNS で得られた情報との比較検討を進めた。図 1 に、 $\delta = 3$  の場合に得られた一連のエネルギー散逸率 PDF (黒点) と、それらを MPDFT で解析した PDF (実線) を載せた。 $\eta$  は、Kolmogorov 長である。図 (a) は縦軸を対数目盛でとっており、PDF の裾野を見やすくしてある。この部分は、間欠性の起源である特異性のマルチフラクタル分布を反映している。図 (b) は縦軸を線型目盛でとり、PDF の中心部分を見易くした。この部分は、スケール不変性を破る散逸項の寄与を反映する。この乱流 DNS 系の間欠性指数が  $\mu = 0.260$  であることが、何れの  $\delta$  での解析からも得られ、実際の風洞乱流実験データにおいても、新しいスケール関係式の検証に成功した。さらに、慣性領域より遙かに広い範囲のスケールまで、特異性がスケール則を満たしていることを見出した。例えば、 $\tilde{n} = -\ln(\ell_n/\eta) + \ln(\ell_{in}/\eta)$  はエネルギー・カスケードモデルにおけるステップ数に対応し、それが  $\delta$  に依存せず、また完成領域より広い領域でスケール則を満たしていることが分かった (図 2)。

以上の解析を進めるとともに、その解析結果を踏まえて、MPDFT による乱流可視化に関する情報収集を行い、可視化画像解析への準備も行った。

## (2) $\delta^\infty$ 超安定周期軌道のベキ的不安定性と特異性スペクトルの解析

(本池巧 (湘北短大)、有光) 解説・紀要 [2], 講演 [3, 6, 9, 13]

Logistic 写像等の 1 次元離散力学系では、カオス状態となる制御パラメータ領域には、 $\delta$  安定周期軌道が存在する  $\delta$  周期の窓がある。 $\delta$  周期の窓の中には、 $\delta^k$  周期の窓が無限に入れ子になっている。我々は、 $\delta$  周期の窓の中に存在する超安定周期軌道 (SSPO) を高精度で同定する数値計算プログラムの開発により、 $K \gg 1$  に対する  $\delta^K$  SSPO を正確に求めることに成功した。その結果、 $\delta^K$  SSPO

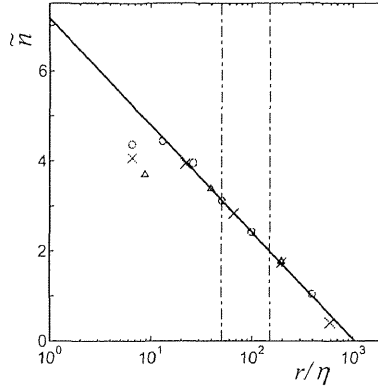


図 2: The relation between  $\tilde{n}$  and  $r/\eta$  which is extracted from the PDFs of energy dissipation rates for  $\delta = 2$  (open circles), for  $\delta = 3$  (crosses) and for  $\delta = 5$  (open triangles). The line is  $\tilde{n} = -2.37 \log_{10}(r/\eta) + 7.18$ . Here,  $r$  corresponds to  $\ell_n$ . Note that the inertial range is the region between the vertical dash-dotted lines.

は、その軌道点を適切に分類することで、 $\delta$ スケール・コントロール集合と同等な階層構造を持ち、時刻  $i = \delta^k$  に於ける累積軌道拡大率  $\Xi_i$  が、 $\Xi_i \sim i^{1/(1-q)}$  と冪的に増大することが明らかとなっている。

今年度は、 $\delta^K$ SSPO の軌道点  $z_i$  に於ける写像関数の傾き  $|L'(z_i, \mu)|$  の構造および軌道点の時刻と  $\delta$ スケール・コントロール集合の階層構造の関係の詳細解析を行った。その結果、 $\delta^K$ SSPO の各軌道点での写像関数の傾きは、ほぼ同じ値を持つ点列が  $(\delta - 1)$  本ずつグループを成し、各グループが (対数スケールで) 等間隔に並ぶ構造を持つことが明らかとなった (図 3(a))。更に、 $\delta$ スケール・コントロール集合の階層構造より間欠性が顕著となる軌道点を抽出した結果、この領域は冪指数  $1/(1-q)$  がスケーリング関係式

$$\frac{1}{1-q} = \frac{\ln \delta}{\ln(2-1/\delta)} \left( \frac{1}{\alpha_-} - \frac{1}{\alpha_+} \right) \quad (2)$$

に従うことが明らかとなった (図 3(b))。ただし、 $\alpha_{\pm}$  ( $\alpha_- < \alpha_+$ ) は  $\delta^K$ SSPO のマルチフラクタルスペクトル  $f(\alpha)$  の零点。

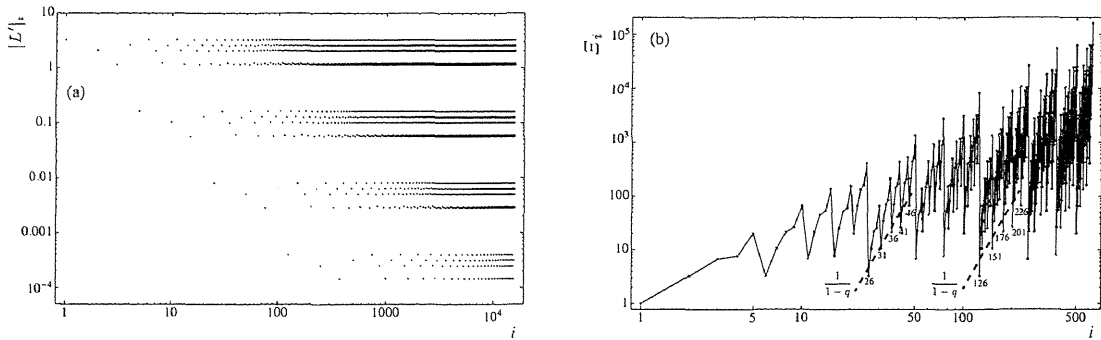


図 3:  $\mu = 1.6319266540998245643564591350247554367783851436151$  における  $5^4$ SSPO の各時刻の軌道点に於ける写像関数の傾きの絶対値  $|L'|_i$ 。四本の点列が等間隔に並ぶ。(b) 軌道間隔変化率  $\Xi_i$  に於ける間欠性が顕著に現れる軌道点が時刻で示されている。この領域の軌道点が冪的に増大することが点線で示されている。

### (3) $\delta^\infty$ 不安定周期軌道のベキ的不安定性と Ljapunov 指数

(小松崎 (院生), 本池巧 (湘北短大), 有光) 解説・紀要 [3], 講演 [4, 7, 10, 14]

新しいスケーリング関係式 (1) は、『十分発達した乱流は,  $\delta^\infty$  不安定周期軌道に基づく  $\delta$  スケール・カントール集合の集合体である』という新しい解釈が可能であることを示唆している。そこで, ロジスティック写像 (パラメータ  $\mu$ ) における,  $\delta^\infty$  不安定周期軌道 (USPO) の振る舞いを解析した。その結果, 充分発達したカオス状態での USPO は, 「吹き寄せ」のため, 超安定周期軌道 (SSPO) が持つ  $\delta$  スケール Cantor 集合とは見た目が異なるが, そのトポロジカルな構造は同一の階層構造を有することが分かった。Cantor 集合第  $k$  階層の最小島の長さ  $I_1^{(k)}$  は, 吹き寄せにより, 充分発達したカオス状態から SSPO の近傍までの広い範囲で激しい  $k$  依存性を呈する。 $I_1^{(k)}$  の詳しい解析の結果,  $\delta^\infty$  USPO の Ljapunov 指数  $\lambda$  の  $\mu$  依存性に対するコンパクトな表式を見出した。さらに, 超安定周期軌道から充分発達したカオス状態に到るパラメータ  $\mu$  の領域で, Ljapunov 指数  $\lambda$  が,

$$\lambda(\delta, \bar{\mu}) = \ln(1 + \bar{\mu}^{1/\delta}), \quad \bar{\mu} = \frac{\mu - \hat{\mu}_K^{(\delta)}}{\tilde{\mu}_K^{(\delta)} - \hat{\mu}_K^{(\delta)}} \quad (3)$$

で与えられることを見出した。ただし,  $\hat{\mu}_K^{(\delta)}$  は  $\delta^K$  超安定周期軌道を与えるパラメータであり,  $\tilde{\mu}_K^{(\delta)}$  は充分発達したカオス状態を与えるパラメータである (ロジスティック写像では,  $\tilde{\mu}_K^{(\delta)} = 2$  である)。なお, この解析を可能にしたのは, 記号力学を駆使して,  $\delta^K$  USPO ( $K \gg 1$ ) の軌道の高精度固定の実現に成功したからである。

### (4) 極性流体としての粉粒体流の構成方程式

(武智 (院生), 吉田, 有光) 論文 [3] 講演 [15]

砂や小麦粉といった多数の粒子からなる系を総称して粉粒体と呼ぶ。粉粒体を速度場の他に回転速度場の自由度を持つ極性流体と捉えたとき, その運動方程式を閉じるには, 応力・偶応力と場の量との間の関係, すなわち構成方程式, を決める必要がある。

本研究では, 粉粒体に特化したシミュレーション手法である離散要素法を用いて, 一様せん断率の速度場, 一様トルク外場下における 2 次元粉粒体の振る舞いを調べた。特に粉体のスピン場が渦度に従属しない場合の散逸関数や構成方程式を測定し, その関数形を決定した。粉粒体の体積分率  $\nu$  が小さい場合 ( $\nu = 0.1$ ), シミュレーション結果は Lun による運動論的理論と整合することが示された。また  $\nu = 0.7$  の高密度で応力への衝突による寄与が運動論的寄与を凌駕するようになってもお, 運動論的理論による構成方程式の見積もりが有効であることが示された。更に密度を上げてジャミング転移点に近い密度  $\nu = 0.8$  になると, シミュレーションと運動論的理論の結果に乖離が生じることが明らかになった。比較的密な粉粒体流においては, 金谷理論が有効であることが期待されたが, (i) 散逸関数の動摩擦係数依存性, (ii) 散逸関数から構成関係式への分解方法, の 2 点において,  $\nu = 0.8$  の本シミュレーション結果と金谷理論は整合しないことが示された。従って, 粉体流でジャミング転移に近い体積分率の場合には, 運動論における互いに独立な短時間衝突過程とも, 金谷理論における接触点での 2 粒子の表面速度差が維持される長時間接触過程とも異なる粒子間相互作用の描像が必要であることが, 示唆された。

### (5) 量子流体乱流の統計解析

(吉田) 講演 [11]

液体ヘリウムの超流動状態や Bose-Einstein 凝縮体の流動などの量子流体の運動は, 適切な近似のもと Gross-Pitaevskii (GP) 方程式により支配される。量子流体は, 循環が量子化された渦糸が存在するなど, Navier-Stokes (NS) 方程式に従う古典流体とは異なる性質を有する。昨年度までの

我々の研究で、GP 方程式の数値シミュレーションを行い、相互作用エネルギースペクトルについて  $k^{-3/2}$  ( $k$  は波数) の巾則が観測されている。

本年度の研究では、GP 方程式に完結近似の解析手法を適用した。完結近似の手法、特に Lagrange 変数に基づくその方法は、古典流体において実験とも整合する Kolmogorov のエネルギースペクトルを導くことが知られており、我々の研究でも、既に一様剪断平均流を持つ乱流、電磁流体乱流などに完結近似を適用しスペクトルを求めてきた。GP 方程式は NS 方程式と基本的な場の変数や非線形相互作用の形が異なり、完結近似の手法は自明ではないが、本研究ではオーダーパラメタ場の 2 点相関関数、2 点応答関数で閉じた式が導けた。この式が数値シミュレーションでの  $k^{-3/2}$  の巾則と整合するかどうかの精査は今後の課題である。

## 【2】 散逸場の量子論、量子情報物理

### (1) NETFD における Bloch 表現と量子ゲート

(有光直子 (横浜国大), 有光) 講演 [1]

Non-Equilibrium Thermo Field Dynamics (NETFD) の体系 (1984) では非平衡量子散逸系が正準演算子形式 (量子力学や場の量子論と同じ形式) で扱え、散逸過程にある物理量を真空期待値として求められる。この体系は、量子系確率微分方程式 (量子確率 Liouville 方程式, 量子 Langevin 方程式) も取り入れる形で、一貫した正準演算子形式の体系として拡張定式化された (1990)。

NETFD の体系を駆使して、量子情報物理に関わる問題 (主に、量子コヒーレンスと散逸の関わるダイナミカルな問題) への応用を進めている。量子通信や量子計算を実現するためには量子もつれ状態 (量子エンタングル状態) を駆使するが、それが散逸の影響で時間と共に如何に壊されるかを考慮に入れて、これまで量子力学のレベルで開発された手法や概念を検討し直す必要がある。

その一環として、NETFD における NETFD の Bloch 表現を導入し、その Bloch ベクトルとの関連を明らかにすると共に、各種量子ゲートに対応するユニタリー演算子を書き下した。

### (2) 連続量量子テレポーテーション

(大日向 (院生), 北島佐知子 (お茶大), 有光, 吉田) 論文 [5]

量子テレポーテーションでは、Alice と Bob はそれぞれスクイーズド真空を生成し、これらをハーフ・ビーム・スプリッター (HBS) を通過させることによりエンタングル状態を生成して利用する。Victor が準備した入力状態 (量子情報) の伝送に当たって、Alice がホモダイン測定 (Bell 測定) を実施し、得られて測定値を古典通信手段で Bob に知らせる。それに基づいて、Bob は適切なユニタリー変換を施し、Victor からの量子情報を出力状態として手に入れる。Victor の入力状態と Bob が得た出力状態の正確さは、フィデリティーにより評価される。

連続量量子情報の伝送では、エンタングル状態がスクイーズド状態を利用して作られているが、実験室で生成されるスクイーズド真空では、そのスクイーズドの度をあまり大きくできないため (スクイージング・パラメータ  $r$  が有限), Alice と Bob が共有するエンタングル状態は不完全である。Alice が実施するホモダイン測定状態も、スクイーズド状態を利用して作られたものと仮定すると、やはりスクイーズド状態が不完全であるため (スクイージング・パラメータ  $r'$  が有限), 測定量演算子 (位置の差および運動量の和) の固有状態にならない。従って、Alice の得る測定値に量子的不確定さが入り込む。これらの不完全性 (スクイージング・パラメータ  $r$  と  $r'$  の値が有限であること) が Bob が手にする出力状態に与える影響を、NETFD の演算子代数計算を駆使して調べた。その結果、「Alice と Bob 間のエンタングル状態の不完全さの程度  $r$  とホモダイン測定の不完全さの程度  $r'$  の値の間に  $r' > r$  が成立するときに、フィデリティー  $F(r, r'; \kappa = 0, \kappa' = 0)$  が最も良い値を与える」ことが分かった。さらに、エンタングル状態や測定状態に外界の影響 (それぞれ、散逸による緩和率

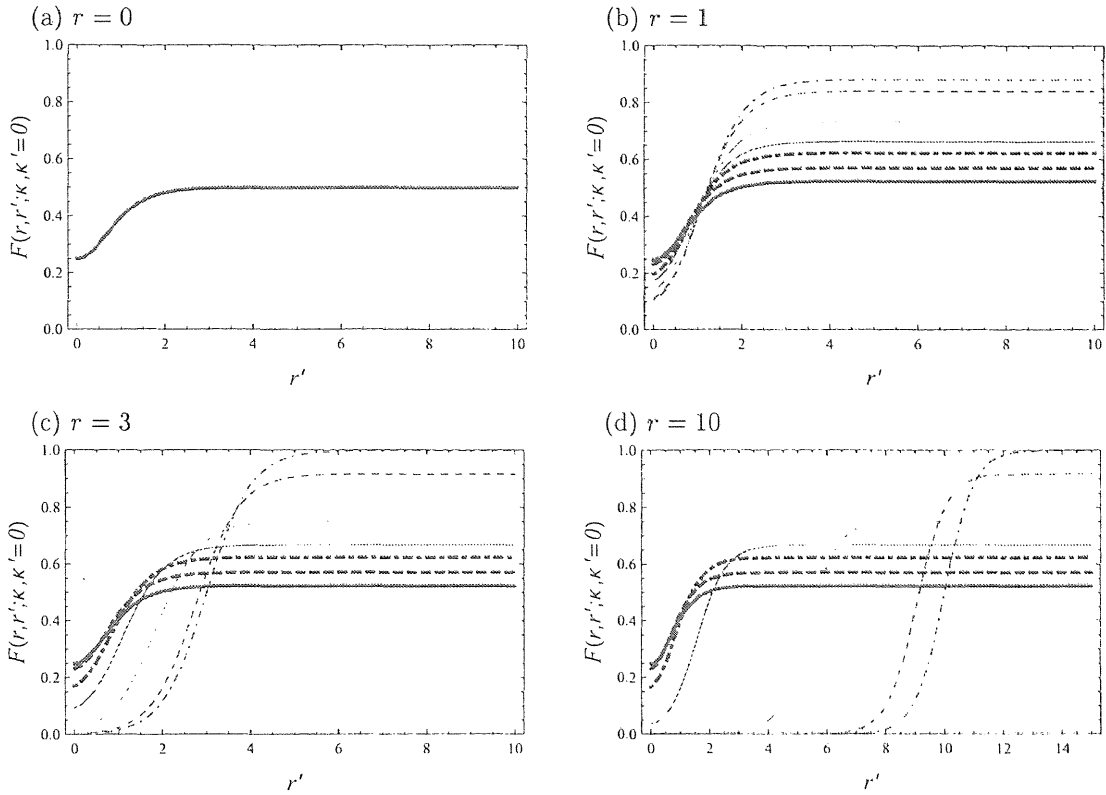


図 4: The  $r'$ -dependence of the fidelity  $F(r, r'; \kappa, \kappa' = 0)$  for the cases (a)  $r = 0$ , (b)  $r = 1$ , (c)  $r = 3$  and (d)  $r = 10$ . In each figure, the lines are for  $\kappa/\chi = 0$  (a dashed-dotted line),  $\kappa/\chi = 0.1$  (a dashed line),  $\kappa/\chi = 0.5$  (a thin solid line),  $\kappa/\chi = 1$  (a solid line),  $\kappa/\chi = 1.5$  (a thick dashed-dotted line),  $\kappa/\chi = 3$  (a thick dashed line) and  $\kappa/\chi = 10$  (a thick solid line). Here,  $r = \chi t_0$ ,  $r' = \chi' t_0$ .  $\chi$  ( $\chi'$ ) and  $\kappa$  ( $\kappa'$ ) are, respectively, the squeezing parameter and the dissipation rate related to the entangled state (the observing state).

$\kappa$  や  $\kappa'$  として記述される) が加わった場合についても、フィデリティ  $F(r, r'; \kappa, \kappa')$  の振る舞いを詳細に調べた。例として、 $F(r, r'; \kappa, \kappa' = 0)$  の  $r'$  依存性が図 4 に掲げている。

### 【3】 研究・教育成果の社会への還元・奉仕活動

#### (1) 雑誌編集委員 (有光) 社会還元等 [1, 2]

1. 日本応用物理学会欧文誌 (JJAP) の編集委員 (Ei) を務めた。
2. ウクライナ国科学アカデミー凝縮系物理学研究所出版の学術雑誌「Condensed Matter Physics」の編集委員を務めた。

#### (2) 研究集会代表者 (吉田) 社会還元等 [3]

九州大学応用力学研究所共同利用研究集会「乱流現象および非平衡系の多様性と普遍性」研究代表者を務めた。

#### (3) 原発事故をうけて乱流拡散についての解説 (吉田) 解説・紀要 [4]

3月の福島第一原子力発電所事故に関連して、汚染物質の乱流拡散についての解説をウェブページに公開した。

## <論文>

- [1] T. Arimitsu and N. Arimitsu: “Analysis of PDFs for energy transfer rates from 4096<sup>3</sup> DNS — Verification of the scaling relation within MPDFT —”, J. of Turbulence **12** (2011) 1–25.
- [2] N. Arimitsu and T. Arimitsu: “Verification of the scaling relation within MPDFT by analyzing PDFs for energy dissipation rates of 4096<sup>3</sup> DNS”, Physica A **390** (2011) 161–176.
- [3] K. Takechi, K. Yoshida and T. Arimitsu: “Constitutive equations for granular with uniform mean shear and spin fields”, Cond. Mat. Phys. **14** (2011) 13401:1–22.
- [4] N. Arimitsu, T. Arimitsu and H. Mouri: “Experimental test of multifractal PDF theory with the help of turbulence in a wind tunnel”, (2011) in preparation to submit.
- [5] S. Kitajima, M. Obinata, T. Arimitsu and K. Yoshida: “Quantum teleportation for continuous variables via an imperfect entangled state and an imperfect measurement with environment effects”, (2011) in preparation to submit.

## <解説・紀要>

- [1] 有光直子, 有光敏彦:「マルチフラクタル確率密度関数 (PDF) 理論による乱流 PDF の解析」, 数理解析研究所講究録 (2011) submitted.
- [2] 本池巧, 有光敏彦:「力学系における  $n^\infty$  周期軌道と乱流のマルチフラクタル構造」, 数理解析研究所講究録 (2011) submitted.
- [3] 小松崎慎人, 本池巧, 有光敏彦:「 $n^\infty$  不安定周期軌道の階層構造の解析」, 数理解析研究所講究録 (2011) submitted.
- [4] 吉田 恭:「汚染物質の乱流拡散について」, [http://www.px.tsukuba.ac.jp/home/tcm/kyoshida/turb\\_diff\\_110330.pdf](http://www.px.tsukuba.ac.jp/home/tcm/kyoshida/turb_diff_110330.pdf) (2011).

## <講演>

- [1] T. Arimitsu and N. Arimitsu: “Non-equilibrium Thermo Field Dynamics and its Application to Quantum Information”, Workshop on Quantum Algorithms, Computational Models and Foundations of Quantum Mechanics, 2010年7月23日–25日, University of British Columbia, Vancouver, Canada
- [2] 有光直子, 有光敏彦:「風洞乱流のマルチフラクタル PDF 理論による解析 II」, 日本物理学会 2010 年秋季大会, 2010 年 9 月, 大阪府立大学, 大阪
- [3] 本池巧, 有光敏彦:「力学系における  $n^\infty$  周期軌道と乱流のマルチフラクタル構造 III」, 日本物理学会 2010 年秋季大会, 2010 年 9 月, 大阪府立大学, 大阪
- [4] 小松崎慎人, 本池巧, 有光敏彦:「十分発達したカオス領域に於ける不安定周期軌道の階層構造と不安定性の解析」, 日本物理学会 2010 年秋季大会, 2010 年 9 月, 大阪府立大学, 大阪
- [5] 有光直子, 有光敏彦, 毛利英明:「MPDFT による風洞乱流 PDF の解析」, 研究会集「乱流現象及び非平衡系の多様性と普遍性」, 2010 年 11 月 11 日–13 日, 九州大学応用力学研究所, 福岡

- [6] 本池巧, 有光敏彦:「力学系における  $n^\infty$  周期軌道のマルチフラクタル構造と間欠性」, 研究集会「乱流現象及び非平衡系の多様性と普遍性」, 2010年11月11日-13日, 九州大学応用力学研究所, 福岡
- [7] 小松崎慎人, 本池巧, 有光敏彦:「十分発達したカオス領域における不安定周期軌道の階層構造と不安定性の解析」, 研究集会「乱流現象及び非平衡系の多様性と普遍性」, 2010年11月11日-13日, 九州大学応用力学研究所, 福岡
- [8] 有光直子, 有光敏彦:「マルチフラクタル確率密度関数 (PDF) 理論による乱流 PDF の解析」, 共同研究集会「乱流研究 次の10年:乱流の動的構造の理解へ向けて」, 2011年1月12日-14日, 京都大学 数理解析研究所, 京都
- [9] 本池巧, 有光敏彦:「力学系における  $n^\infty$  周期軌道と乱流のマルチフラクタル構造」, 共同研究集会「乱流研究 次の10年:乱流の動的構造の理解へ向けて」, 2011年1月12日-14日, 京都大学 数理解析研究所, 京都
- [10] 小松崎慎人, 本池巧, 有光敏彦:「 $n^\infty$  不安定周期軌道の階層構造の解析」, 共同研究集会「乱流研究 次の10年:乱流の動的構造の理解へ向けて」, 2011年1月12日-14日, 京都大学 数理解析研究所, 京都
- [11] (招待講演) Kyo Yoshida: 「Anisotropic spectrum of homogeneous turbulent shear flow」, State Key Laboratory of Nonlinear Mechanics Seminar, 2011年3月, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Science, Beijing, China.
- [12] 有光直子, 武智公平, 有光敏彦, 金田行雄, 石原卓:「4096<sup>3</sup> 乱流のマルチフラクタル密度関数理論による解析」, 日本物理学会 第66回年次大会, 2011年3月25日-28日, 新潟大学, 新潟 (東関東大震災のため中止となったが, 概要集原稿を投稿しているものについて, 公式に講演発表した扱いとなった。)
- [13] 本池巧, 小松崎慎人, 有光敏彦:「力学系における  $n^\infty$  周期軌道と乱流のマルチフラクタル構造 IV」, 日本物理学会 第66回年次大会, 2011年3月25日-28日, 新潟大学, 新潟 (東関東大震災のため中止となったが, 概要集原稿を投稿しているものについて, 公式に講演発表した扱いとなった。)
- [14] 小松崎慎人, 本池巧, 有光敏彦:「十分発達したカオス領域における不安定周期軌道の階層構造と不安定性の解析 II」, 日本物理学会 第66回年次大会, 2011年3月25日-28日, 新潟大学, 新潟 (東関東大震災のため中止となったが, 概要集原稿を投稿しているものについて, 公式に講演発表した扱いとなった。)
- [15] 武智公平, 吉田恭, 有光敏彦:「一様平均シア・スピン場の下での粉粒体の構成方程式」, 日本物理学会 第66回年次大会, 2011年3月25日-28日, 新潟大学, 新潟 (東関東大震災のため中止となったが, 概要集原稿を投稿しているものについて, 公式に講演発表した扱いとなった。)

## < 社会還元等 >

- [1] 有光敏彦: Japanese Journal of Applied Physics, 編集委員
- [2] 有光敏彦: Condensed Matter Physics (The Institute for Condensed Matter Physics on the National Academy of Science of Ukraine), 編集委員
- [3] 吉田恭: 九州大学応用力学研究所共同利用研究集会「乱流現象および非平衡系の多様性と普遍性」研究代表者, 2009年1月-