学　位　論　文

角に関する学習上の困難点の特定とその解消の方法

－学校数学における角の学習指導の改善に向けて－

2011 年　2 月

増　田　有　紀

目　次

序章

第 1 節　問題の所在及び研究目的

第 2 節　研究課題及び研究課題設定の意義

第 3 節　研究方法

本章の目的は，問題の所在，研究目的，研究課題とその課題を設定する意義，及び研究方法について述べることである。

第 1 節では，学校数学で扱われる量の中でも特に，角の大きさに焦点をあてる理由を述べる。また，角に関する学習上の困難点とその要因を特定し，その困難点を解消する方法を提案する立場から，学校数学における角に関する学習指導を改善するための指針を得ることを目的として，本研究を展開することを述べる。次に，第 2 節では，上記の目的を達成するための三つの研究課題を設定し，その設定の意義を述べる。最後に，第 3 節では，三つの研究課題を解決するための方法を述べる。

第１節　問題の所在及び研究目的

日常生活で様々な事象を考察する場合，その事象の特徴を様々な観点から把握する。例えば，机を考察対象とする場合，その素材の色や固さ，脚の長さや太さ，あるいは机の重さや机上の広さをはじめとする複数の観点からその特徴を捉える。このような観点は，全て考察対象である机の特徴や特性であり，机の属性を表す。日常的には，このように複数存在するものの属性の中でも特に，長さ，重さ，広さをはじめとする量に着目することが多く，事象を数理的に把握し処理するためには，量への着目とその数値化が必要である。

このような量の概念を育成するために，小学校算数科における四つの内容領域の一つとして「量と測定」領域が設定されている。この領域の目標は，児童・生徒にとって身近な量である長さ，面積，体積，時間，重さ，角の大きさ，速さの概念を獲得することであり，この領域の学習を通して，量の単位と測定の意味について理解し，実際に測定できるようにするとともに，量についての感覚を豊かにすることを目指している[1)]。

ものの属性である量を観点として考察対象の特徴を捉える場合，同時に数を用いてその大きさを表現する。量を正しく捉え，他者に伝達するためには，数による表現が必須である。量を正しく認識することは，数の概念の拡張へも貢献する。実際，ものの属性の数量化を通して，児童・生徒が日常生活で出会う様々な事象を明瞭かつ的確に表現し，数理的に処理できるようになることは，学校数学に向けられる期待でもある。

小学校算数科の四つの内容領域には,「量と測定」領域のほか,「数と計算」領域がある。この領域では，具体的な量に関する学習場面が取り上げられることが多い。特に，算数科で扱われる量の多くは，実数の性質と類似した性質を持つ。「数と計算」領域に関する学習での単位による数量化や，量の保存性，加法性，大小関係，連続性などの量の性質と数を結び付けることを通して，数の概念形成が促される[2)]。

上述のような学習を経て獲得される様々な量の概念は，主に小学校算数科の内容領域を中心に，中学校，高等学校数学科における図形の計量を中心とした学習や，他教科の学習の基盤的な役割を果たす。

ところが，このような量の学習について，数学教育の研究・実践の領域で学習上の困難点が数多く指摘されながら，その解消の方法が十分に提供されていない現状がある。例え

---

1) 文部科学省（2008）『小学校学習指導要領解説 算数編』，東京：東洋館出版社.

2) 清水静海（1989）『小学校新教育課程の解説・算数』，東京：第一法規.

ば，筆者は，児童の重さに関する学習上の困難点を明らかにすることを目的として，小学校第 2 学年から第 6 学年の約 1,800 名を対象に質問紙調査を行った。その結果，学校での学習の有無と無関係に，視覚的情報による判断が難しいとされる重さを，ものの属性の一つとして抽出し，数値化することに対して困難を示す児童が存在することが明らかになった。さらに，学習時に誤った重さの概念が獲得された場合，後に改善される可能性が低い傾向がみられた[3)]。

上記のような困難点の存在は,「量と測定」領域で扱われる他の量においても予想される。例えば，四角形の広さを考察する場面で，辺の長さや周囲の長さと面積を混同する既習児童がいることはよく知られている[4)]。この要因は，考察対象である四角形の属性の一つとして広さを抽出できないことである。このような状況に対して,「量と測定」領域で扱われる他の量においても，その概念を獲得するために類似の困難性がみられ，その解消の方法を探究することは，学校数学における量とその測定に関わる学習指導を体系化することに貢献できるのではないかと考えた。

そこで，本研究では，学校数学で扱われる量の学習の中でも特に，角の大きさに焦点をあて，量とその測定に関する学習指導の体系化への第一歩を踏み出すこととした。上述のように，学校数学では様々な量を学習するが，その中でも，角の大きさに焦点を当てる理由を以下に述べる。

小学校から高等学校にかけて学習される角の大きさの概念は，学校数学で扱われる他の量とは異なる特徴を有する。例えば，図形としての角が 2 次元であるのに対し，量の次元からみると，長さの比で捉えられる角の大きさは次元を持たない特異な量といえる[5)]。それゆえ，学習指導においては，角の視覚化や数値化の工夫が必要である[6)]。

---

3) 増田有紀　(2006)「重さに関する児童の認識の実態調査－未習児童と既習児童の比較調査を中心に－」，日本数学教育学会誌・算数教育，第 88 巻，第 10 号，2-11.

4) 梶外志子（1983）「子どもの面積と周りの長さの認識について」，日本数学教育学会誌・数学教育学論究，第 39・40 巻，49-65.

子どもの周りの長さに関する認識については，以下の論文にも述べられており，任意単位による測定経験の不足が困難点の要因として指摘されている。

Strutchens, M.E., Martin, W.G., & Kenney, P.A.（2003）What students know about measurement: Perspectives from the National Assessment of Educational Progress. In D.H.Clements. & G. Bright . (Eds.), *Learning and Teaching Measurement, 2003 Yearbook* (pp.195-207), Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

5) 物理学からみた量の次元は，長さ，重さ，時間の積で捉えられる。この立場では，量としての角の次元は，長さの比（tan）で捉えられるため，次元をもたないといえる。例えば，高田誠二（1980）『単位と単位系』，東京：共立出版を参照。

6) 平面の次元からみると，図形としての角は 2 次元であり，視覚的に捉えることが可能で

さらに，いわゆる「測定指導の四段階」を踏みにくいことも指摘できる[7)]。実際，我々が日常生活で接する様々な具体物に含まれる身近な量の概念ではありながら，他の量と比較すると身の回りに存在する角の大きさの多くは 90°であり，様々な角の大きさに接する機会が少ない。さらに，定規やはかりと比べると，日常生活において分度器を用いる機会はめったにみられない。

このような角の大きさの特徴に由来するとみられる学習上の困難点が，先行研究の各種調査で指摘されてきている。ところが，それらの多くは，学習上の困難点を断片的に指摘するにとどまり，角の学習の系統性を前提とした困難点の特定，及び学校数学における角の学習指導全体のあり方が必ずしも十分に検討されてきたとはいえない。

例えば，Wilson（1990）は，小学校第 4 学年での角の大きさの数値化に関する学習において，既習事項である図形の構成要素としての角に関する静的な定義から回転の大きさを表す量としての動的な定義に拡張する場面では，児童に分度器の必要性を十分に認識させることが重要であることを指摘している[8)]。さらに，分度器による測定の有用性を認識させるための四段階からなる指導法を提案している。

ところが，Wilson（1990）をはじめとする角とその大きさに関する指導法に関する先行研究はいずれも，角を数量化するために直接比較や間接比較を行うことや，任意単位や普遍単位による測定を行うことを述べた上で，主に「量と測定」領域全般に関わる指導法を提案することにとどまっている。特に，角の大きさは，小学校から高等学校にかけて長期的な学習指導が展開されるにもかかわらず，児童・生徒は角とその大きさをどのように捉え，角の概念が拡張されつつ進む学習過程でどのように角に対する認識が変容するのか，さらには，複数の学校段階に渡って困難点を特定することや，角の学習に困難を示す学習者の立場から角の学習指導を提案することは十分になされてきているとはいえない。それゆえ，角に関する学習指導は，上述のような角の特徴に由来するとみられる困難性を内包したまま，長期にわたって展開されてきている。

先述の通り，角は，小学校から高等学校にかけて学習する過程で，小学校算数科の「量と測定」領域だけではなく，他の内容領域や学校段階の学習内容にも関連しながら拡張される重要な概念である。実際，学校数学では次のように指導される。はじめに，身の回り

ある。しかし，量としての角は，二辺の共有点におけるそれらの相対的位置関係の度合いを表し，辺の長さに無関係なことが角とその大きさを理解する難しさである。

[7)] 直接比較，間接比較，任意単位による測定，及び普遍単位による測定の四段階を指す。

[8)] Wilson, P.（1990）Understanding angles: Wedges to degrees. *Mathematics Teacher*, *83*, *April*, 294-300.

に実在する具体物を図形として抽象化し，その構成要素の一つである「かど」の形を量として捉える考察を通して，角の概念が導入される。この角は，続いて半直線の開き具合，またはその回転の軌跡としてその大きさが計量的に把握される。この動的に捉える後者の見方によって，連続的な値をとる変量としてみられるようになり，一般角へと考察の範囲が拡張される。さらに，弧度法を用いた表現によって，実数変数としての関数領域での考察が可能になる。

このような角に関する学習の系統性を考慮すると，角の学習上の困難点とその要因を複数の学校段階を視野に入れて究明し，学習指導の改善を図るためには，「測定指導の四段階」と角の有する特徴との関連を精査しながら，角の計量に関する学習の要件を明らかにし，学習者の実態を解明することが必要である。さらに，その要件の獲得に困難を示す学習者の立場から，角の学習指導全体のあり方を学校段階に応じて総合的に検討することが必要である。なぜなら，角に関する学習の根底には，角の特徴と学習の系統性が存在するがゆえの困難点が潜んでおり，複数の学校段階に渡った学習指導上の課題を浮き彫りにしなければ，各学校段階に相応しい解決策を講じることはできないからである。角の学習上の困難点は，各学校段階及び複数の学校段階における多くの学習者が困難を示す根底にある要因を学習者の立場から明らかにし，学校数学における角の学習指導全体を各学校段階に応じて総合的に検討することで解消され得るのである。

本研究は，このような問題意識に基づいて，角に関する学習上の困難点とその要因を特定し，困難点を解消する方法を提案する立場から，学校数学における角の学習指導を改善するための指針を得ることを目的としている。

第 2 節　研究課題及び研究課題設定の意義

前節で述べた問題意識に基づいて，角に関する学習上の困難点とその要因を特定し，困難点を解消する方法を提案する立場から，学校数学における角の学習指導を改善するための指針を得ることを目的として，本研究を展開することにした。この目的を達成するために，本研究では，以下のような三つの研究課題を設定し，その解決を試みることにした。

第一の研究課題は，角に関する学習指導上の課題を解決するために，角に関する学習上の困難点を特定し，その困難点を解消するための方法を提示することである。

第二の研究課題は，第一の研究課題で提示された方法に従って，角に関する学習上の困難点とその要因を実証的に究明することである。

第三の研究課題は，学習上の困難点を解消する立場から，角に関する指導内容の配列，望ましい教材，その教材を用いた指導法の諸側面について，学習指導を改善するための指針を示すことである。

本研究において設定した上記の三つの課題の解決を通して，角の学習指導に関する研究上及び実践上にもたらす貢献を，筆者は以下の二点のようにとらえている。

一点目は，角に関する学習上の困難点を特定し，困難点を解消する方法を解明することに関する研究上の課題への貢献である。角の学習に困難を示す学習者の存在は，質問紙調査や授業実践における学習者の反応に基づいて断片的に指摘されているものの，角の学習指導に関する理論的・実証的研究において，角の学習上の困難点とその要因は十分に解明されてきていない。従って，角に関する学習に困難を示す学習者に教師が講じる具体的な手立てについても十分提供されてきていない。本研究において，実証的考察を展開するための理論枠組みを提示し，複数の学校段階を視野に入れながら学習者の実態を実証的に考察することによって，困難を示す学習者が存在するにもかかわらず，従来の研究では十分に焦点が当てられてこなかった角の学習上の困難点とその要因が解明され得る。

角の概念は，図形的側面と計量的側面の両面において特徴を備え，複数の学校段階にわたって長期的に拡張されるがゆえに，その獲得に困難を示す学習者は多い。実際，角の概念が導入される小学校段階の学習者を対象としている先行研究では，学習上の困難点が指摘されてきた。また，一学級程度の比較的小規模な人数の児童を対象とした角に関する授業の分析によって，学習者が困難を示す箇所を指摘し，その実践に取り組んだ教師が具体的な指導法や教材を考案することが一般的な手法として取られてきた。

その一方で，わが国での全国学力・学習状況調査をはじめとする大規模な児童・生徒を対象とする質問紙調査では，国内外問わず小学校算数科での角に関する学習内容に該当する問題が出題されてきた。しかし，いずれも既習児童を対象とした，角度の測定に関わる一問一答形式の問題が多く，それらの結果から学習上の困難点とその要因を特定し，困難点を解消するための具体的な方策を探究することには限界があった。また，中学生，高校生については，国内外問わずほとんど実証的に究明されていない。角の学習の系統性を考慮すれば，複数の学校段階を対象に学習の実態を解明する必要がある。

このような現状に対し，本研究において学習上の困難点とその要因を特定する立場からその課題の解決に取り組むために，単に従来の研究方法を踏襲することには限界がある。実際，学習者が示す困難点の背後には，質問紙調査での正誤のみから掴むことのできない複雑な要因が絡んでおり，解答の背後にある認識の把握のためには，従来の研究方法に更なる工夫を重ねることが必要である。

本研究では，困難点を解消する方法を探究する立場から，角の学習指導の改善のための示唆を得る方法を探究する。すなわち，学校数学における角に関する指導内容の配列を基礎に，指導の意図と学習のプロセスの双方を視点とした角の大きさに関する学習を捉えるための独自の枠組みを理論的に設定し，その枠組みに従って実証的考察を展開する。この実証的考察においては，困難点を解消する方法を解明する立場から学習指導の改善の可能性を探るために，困難点の解消の方法を視野に入れた方法論を確立する必要がある。この研究方法は，角の学習指導のみならず，学校数学における他の数学的概念に対する困難性を解明するための手がかりとなり得るであろう。以上のように，本研究では，数学教育の研究に対する貢献が可能である。

二点目は，実践上の課題への貢献である。本研究における理論的及び実証的方法の考察を通して，複数の学校段階を視野に入れながら学習上の困難点とその要因を詳細に特定するとともに，これまで十分に考察されてこなかった角に関する学習指導の改善の指針を提示する。

まず，実証的考察によって得られた知見に基づいて，角に関する指導内容の配列を検討する。さらに，従来の教材の役割を考察するとともに，教材及び指導法の改善を試みる。学習者の実態に応じて角の学習で強化すべき内容が強調されるよう配列を再構成し，学習者の認識の深化に有効とみられる教授的介入の方法を手がかりに，具体的な教材や指導法を提案するのである。本研究では，角の学習指導を改善するための指針を困難点の解消の

ために望ましい指導内容の配列，教材，その教材を用いた指導法から捉える。

本研究の成果は，限られた調査対象者の反応から得られたものであり，その結果から学習指導を改善する方法を直接的に導くことには限界がある。しかし，ある制限下で得られた事項を教授への示唆として指摘することも，学校数学における角の学習指導を改善するための一助になると考えられる。

以上のように,本研究では,教授的介入の側面をもつ実証的考察の方法を事前に考察し，その方法による学習者の変容の解明に基づいて，教材及び指導法のあり方を検討するとともに，学習指導の改善への指針を示すことによって，数学教育の実践に対する貢献が可能である。

筆者は，本研究で取り組む研究課題の意義について，以上のように捉えている。

第 3 節　研究方法

本研究では，前節で設定した三つの研究課題を解決するために，角の学習上の困難点を特定する方法に関する文献解釈を中心とする理論的考察と，角に関する学習上の困難点とその要因を特定し，学習指導の改善の指針を得る実証的考察，この二つを主たる研究方法として展開する。

第一の研究課題を解決するために，以下の研究方法をとる。はじめに，学校数学における角とその大きさの扱いを把握するために，背後にある数学及び物理学からみた角とその大きさの特徴を確認し，角とその大きさを概念規定する。

次に，戦後から平成 10 年告示（高等学校は平成 11 年告示）の学習指導要領及び指導書を手がかりに，小学校から高等学校までの各学校段階における角の学習指導の歴史的変遷を把握し，角の学習の系統性を確認する。さらに，現行の学習指導要領，教科書，教師用指導書に基づいて，教材の配列の現状と課題を明らかにするとともに，先行研究の調査結果から学習者の実態を確認し，角に関する学習指導の現状と課題を指摘する。

最後に，角の学習指導に関する先行研究の展開と成果をまとめ，実証的な研究上の課題として学習者の実態の把握に関わる課題と従来の研究方法に関わる課題を指摘する。従来の研究では，学習の系統性を考慮に入れて中学校以降の学校段階も視野に入れながら，角に関する具体的な学習内容を捉える立場から角の学習上の困難点が十分に考察されていないため，角の学習上の困難点をより詳細に解明することが必要である。また，困難点の特定にとどまらず，それらを解消する学習指導のあり方を探る立場の研究方法を提唱する必要がある。そこで，量と測定に関する学習指導を学習者の観点と指導の意図の両面から特徴づけている先行研究の枠組みと「測定指導の四段階」を基盤として，角の大きさの学習を捉える枠組みを設定する。

本研究では，学習上の困難点と要因を特定するための実証的な研究方法論として，解答に至るまでの過程を記述する問題を質問紙調査に取り入れると同時に，質問紙調査の結果に基づいて調整されたインタビュー調査を併用する。インタビューの手法は，Goldin（2000）によって提唱された「課題準拠インタビュー」である[9]。その上で，教授的介入側面が十

[9] Goldin, G. A.（2000）A scientific perspective on structured: Task-based interviews in mathematics education research. In E. A. Kelly., & A. R. Lesh. (Eds.), *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education* (pp.517-545), Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
「課題準拠インタビュー（Task-based interview）」は，数学的な課題を事前に設定し，そ

分に考慮された方法によって得られる知見から，指導内容の配列，教材，指導法の三つに焦点を当てながら学習指導の改善の指針を導く方法を考察する。

次に，第二の研究課題を解決するために，上のような研究方法論によって質問紙調査とインタビュー調査を設計・実施する。質問紙調査では，学習者が示す困難点の全体の傾向を把握する。次に，質問紙調査の反応から抽出した児童・生徒に「課題準拠インタビュー」によるインタビュー調査を実施し，彼らの解答に至る過程を検証することを通して，質問紙調査の回答からはみえにくい学習上の困難点の要因，及びその背後にある彼らの認識を解明する。特に，実証的考察に依拠しながら困難点を解消する方法を探究する立場から学習指導の改善の指針を示すために，筆者による教授的介入を行い，その結果を分析する。

最後に，第三の研究課題を解決するために，以下の研究方法をとる。はじめに，調査結果の考察から得られた困難点の要因を手がかりに，角に関する指導内容の配列，教材，指導法上の課題を指摘し，改善のための視点を得る。すなわち，実証的考察によって明らかにされた困難点とその要因を，理論的考察によって構築された本研究の枠組みから捉え直し，学習者の現状と学習の要件を比較することを通して，獲得の強化を図るべき要件を抽出し，指導内容の配列を改善するための視点を得る。さらに，その視点に基づいて困難点を解消するために望ましい教材，その教材を用いた指導法を提案することによって，角の学習指導を改善するための指針を得る。その際，各学校段階で重点的に改善すべき点に加え，小学校から高等学校にかけて長期的に改善すべき視点を指摘し，具体的な教材，指導法の改善の指針を提案する。

最後に，本研究の総括として，本研究によって得られた成果を確認するとともに，角の学習指導の改善の可能性を探る。また，本研究の結果を量とその測定に関する学習指導全般へ展開する可能性を検討するとともに，今後の課題を述べる。

の課題に取り組む過程での学習内容に関連付けられる学習者の複雑な認識を深く掘り下げる可能性があり，ある特定の学習内容に関する認識を探究するための有効な手法である。

第１章　学校数学における角の学習指導の現状と課題

本章では，学校数学における角に関する学習指導の経緯と先行研究を概観し，それらの展開と成果を確認するとともに,角の学習指導に関する実証的研究の課題を明らかにする。

第 1 節では，数学及び物理学における角とその大きさの扱いを概観し，角の概念の特徴及び学校数学における角とその大きさの扱いを精査しながら角とその大きさを概念規定する。はじめに，角の概念に関する数学的な定義は唯一ではないことを確認し，学校数学では「一つの点から出ている二つの辺がつくる形」として角を定義するものの，その捉え方は複数存在することを述べる。また，角の概念とは独立して直角の概念が数学的に存在することを指摘する。次に，物理学からみた角とその大きさの特徴を明らかにし，数学及び物理学の側面からみたそれぞれの特徴と学校数学における角とその大きさの捉え方の両者を踏まえ，本研究における角とその大きさの捉え方を概念規定する。

第 2 節では，昭和 22 年（試案）から現行以前（平成 10 年または平成 11 年告示）の各学校段階の学習指導要領を手がかりに，学校数学における角の学習指導の歴史的変遷を把握し，各学校段階の学習指導要領において常に示されている指導内容，及びある時期区分で特徴的に示されている指導内容を考察する。

第 3 節では，現行（平成 20 年告示）の学習指導要領，教科書，教師用指導書に基づいて，各学校段階の角の計量的側面に関する指導内容の配列を確認し，角の学習指導の現状を把握する。

第 4 節では，これまでになされてきた角の学習指導に関する実証的研究の展開と成果をまとめ，残された課題を指摘する。はじめに，従来の研究で明らかにされている角の学習に関する学習者の実態から，角の学習の困難性は小学校段階にとどまらず，中学校以降もみられることを指摘し，複数の学校段階の学習者に関わる課題があることを述べる。次に，角の学習指導に関する研究上及び実践上に関わる課題を指摘する。

最後に，第 5 節では本章のまとめを行う。

第１節　角とその大きさ

学校数学における角とその大きさの扱いを考察するためには，数学及び物理学におけるそれらの扱いを確認する必要がある。そこで，本節では，はじめに，数学的側面及び物理学的側面から角の概念の特徴を確認する。次に，その特徴から学校数学における角とその大きさの扱いを考慮した上で，角とその大きさを概念規定する。

1.1.1　数学的側面からみた角とその大きさの特徴

1.1.1.1　角の定義

小学校算数科における角の概念の導入場面では，角は「一つの点から出ている二つの辺がつくるかたち」として定義される一方で，角の数学的な定義は唯一ではない。例えば，①点と直線の関係を規定する「直線公理」，②直線上の三点間の関係を規定する「順序公理」，③直線と平面の間の性質を規定する「平面公理」，④線分や角の合同についての「合同定理」，⑤二直線間の関係を規定する「平行線の公理」からなる平面幾何学の公理系では，角を以下のように定義する（図 1-1）[10]。

> 二つの異なる半平面 α，β の境界が点 O で交わるとき，図形 $\alpha \wedge \beta$ を，O を頂点とする角という。$\alpha \wedge \beta$ を $\angle(\alpha, \beta)$ により表す。また，半直線 $\sigma\alpha \wedge \beta$，$\sigma\beta \wedge \alpha$ を角 $\angle(\alpha, \beta)$ の辺といい，それぞれ $l\alpha$，$l\beta$ により表す。角 $\angle(\alpha, \beta)$ からその辺を除いた部分をその角の内部という。これは，α の内部と β の内部の共通部分である。

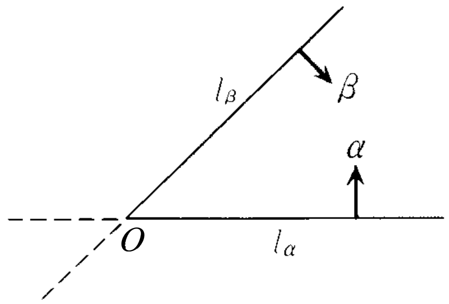


図 1-1 角の定義（砂田，2004，p.72）

これは，図形としての角の定義であり，角の計量とは異なる。このような定性的な幾何学の理論は元来実用性よりも思弁性を好んだ古代ギリシャ人の態度から発せられた。我々の空間には先験的に角の大きさを測定する基準が与えられておらず，彼らは恣意的に角の

10) 砂田利一（2004）『岩波講座 現代数学への入門 幾何入門 1』，東京：岩波書店.

大きさを考察することを避ける立場にあったといえる。以後，六十進法の記数法をもつシュメール人とそれを受け継いだバビロニア人により，円周を 360 等分した度数法による角の大きさの測定が習慣化された。

このような角の定義に対し，平面幾何学では，角の大きさの表現方法である度数法と弧度法について，平行線の公理，及び円周とその長さの定義に従って次のように定義されている。

角 θ に対して半径 1 の円周 C（但し，C の中心 O,半径 1 とする）の中心角∠AOB が θ に等しいような弧 AB を取り，θ の値を L(AB)と定める。特に直角の値は∠R であり，平角（角の辺が一直線の場合）の値は π である。この角の単位はラジアン（rad）と呼ばれ，このような角の大きさの表示方法を弧度法という。度数法との単位の関連は，a 度 $= \dfrac{2\pi}{360}a$ ラジアン，b ラジアン $= \dfrac{360b}{2\pi}$ 度である。

ユークリッド原論では，第 I 巻の定義 8 から定義 12 において，平面角や平角，鈍角，鋭角の概念は以下のように定義されているが，角の概念は定義されていない[11)]。

8. 平面角とは，平面上にあって互いに交わり、かつ 1 直線をなすことのない 2 つの線相互の傾きである。
9. 角を挟（はさ）む線が直線であるとき，その角は直線角と呼ばれる。
10. 直線が直線の上にたてられて接角を互いに等しくするとき，等しい角の双方は直角であり，上にたつ直線は、その下の直線に対して垂線と呼ばれる。
11. 鈍角とは，直角より大きい角である。
12. 鋭角とは，直角より小さい角である。

上のような平面角や直線角（平角）の定義について，「傾き」とは角の大きさを表しているようにみられる一方で，二つの線自体が角であるのか，あるいはそれらによって生じる別のものが角であるのかという点で曖昧な定義であることが指摘されている（寺坂，1976）[12)]。さらに，この平面角の定義に従って大きさを捉える場合，「傾き」から回転運動によって作られる 180°や 360°を超える範囲, 及び負の範囲に関する複数の角の大きさを区別することは学習者にとって容易ではないことが予想される。

実際，Keiser（2004）は，多くの教科書では「一点を共有する二つの半直線」として定義されているものの，学習者は半直線自体，傾き，回転の個々に焦点があてながら学習場

[11)] 中村幸四郎（1996）『ユークリッド原論』，東京：共立出版.

[12)] 寺坂（1976）では，1 点 O を頂点とする二つの半直線 OA と OB によって平面が二つの部分に分かれる，その各々を角と定義する一方で，その定義に従った場合に劣角，優角，平角の扱いが困難になることが指摘されている（pp.9-10）。
寺坂英孝（1976）『総合初等幾何学』，東京：共立出版.

面に応じて定義する実態を指摘している[13]。また，国内の研究においても，例えば，佐藤（1929）[14] は「一点を共有する二つの半直線」という捉え方は，学習者にとって理解しがたいものであることを次のように指摘している。

> 角の定義には様々なものがある，①角とは二直線間にある空間である，②角とは二つの方向の開きである，③角とは二直線間の傾きである，はその例である。論理的に言えば，いずれも定義として成功しているものとはいえない。最初に述べた定義，すなわち，「角とは，同一の点から出た二つの半直線のなす図形である。」は論理的には非難はないかもしれぬが，教育的にみれば抽象的で，理解に困難である。（生徒がこの定義の文句を覚え，この文句を復演することができたからといって，定義が理解されたと思ってはならない。）

以上のように，角の概念は学校数学においては「一つの点から出ている二つの辺がつくる形」と定められているものの，数学的な側面からみるとその定義は唯一ではないことが明らかになった。角の定義の獲得は学習者にとって容易ではない。

1.1.1.2 直角の概念の役割

角に関する概念の一つに直角の概念がある。平面幾何学では，合同定理による補角の定義に従って，直角を次のように定義している[15]。

> ［補角］二つの角が頂点と 1 辺を共有し，共通でない辺が 1 直線をなすとき，これらは互いに他の補角であるという。
> ［直角］ある角がその補角に合同であるとき，この角を直角という。

このように，直角は，平面角とは独立して数学的に定義されている[16]。学校数学では，身の回りにある具体物の多くは直角を有しており，児童にとって身近な概念であることから，角の概念の導入前に，特殊な図形の構成要素の大きさとして直角の概念が導入される。そして，測定活動の導入で行われる任意単位による測定場面では，角の代表的な任意単位として直角が用いられる。その大きさが 90°であることは度数法の導入後に確認される。

上のことから，角の概念の獲得における直角の概念の役割として，角の概念とは独立し

---

[13] Keiser, J.M.（2004）Struggles with developing the concept of angle: Comparing sixth-grade students' discourse to the history of the angle concept. *Mathematical Thinking and Learning, Vol.6, No.3,* 285-306.
[14] 佐藤良一郎（1929）『数学教育論』，東京・大阪：東洋図書.
[15] 前掲 10），pp.13-14.
[16] 杉山（2008）は，直角には平角の半分という数学的な存在があることを指摘し，作図によって数学的に作ることが可能であることから，角度と直角は独立した存在であることを述べている。
杉山吉茂（2008）『初等科数学科教育学序説 杉山吉茂教授講義筆記』，東京：東洋館出版社.

て児童に身近な直角の概念が存在すること，さらに，角の大きさに関する任意単位は身の回りに多く存在せず，直角は数少ない角の大きさの任意単位の一つであることが明らかになった。

1.1.2　物理学的側面からみた角とその大きさの特徴

1.1.2.1　六十進法に基づく度数法

角の大きさの表示方法の一つに度数法がある。その単位である 1°の起源はバビロニア時代に遡り，天文学上作られた角の大きさである。度数法は，六十進法に基づいており，カジョリ（1997）は，その由来を以下のように述べている[17)]。

> バビロニア人ははじめ 1 年を 360 日と算定した。彼らは円周を 360 度に分け，この各々の 1 度は，地球の周囲の太陽が，1 回転して生ずる，想像の 1 年の 1 日分の大きさに対応するものとした。彼らはたぶん，半径に等しい弦を考え，その 6 倍がちょうど円周に等しいことを知っていたのだろう。そこでは各々の弧が 60 度を含むが，このようにして自然に 60 に分けることを考えだしたのだろう。さらに精密に必要とするときは，1 度をまた 60 に等分した。これがすなわち 1 分である。このような方法が 60 進法のはじめであろう。

さらに，太陽の視覚度に従った場合の 1 周分の大きさが 360°であることや 60 は約数を多くもつことから，1°が六十進法を用いて表されるようになったことが指摘されている[18)]。1°を太陽が地球の周囲を 1 回転する 1 年の 1 日分の大きさに相当するものと捉えた場合，半径に相当する 60°のほか 90°や 30°，45°などを容易に作ることが可能である。

このように，角の大きさは六十進法に基づいて表されるため，十進法に基づいて日常生活や数学学習を進める学習者にとっては，60 分や 360°を基準に大きさを捉えることが難しいことが予想できる。

1.1.2.2　弧度法とラジアン

弧度法は，半径の長さに等しい弧に対する中心角の大きさを単位とする表現方法である。日常生活では，弧度法を用いて角の大きさを表現する場面は度数法と比べると多くはないが，正負の数で表現される一般角へと角の概念を拡張し，それらに弧度法を適用することによって，長さを表す実数変数として角の大きさを捉えられるようになる。弧度法による表現を理解することは，学校数学の学習場面において角の大きさを考察するために必要で

---

17) カジョリ（1997）小倉金之助補訳『復刻版カジョリ初等数学史』，東京：共立出版．
18) 前掲 16)，17）．

ある。

弧度法とラジアンの歴史的背景には，天文学や物理学の存在がうかがえる。例えば，紀元前 2 世紀に作成された三角比の数表や，それに基づき 15 世紀にレギオモンタヌス（1436～1471）によって作成された正接の数表は全て度数法で示されている（カジョリ，1997；西條，2009)。弧度法の起源は明確ではないが，度数法に比べ新しく，天文学の発達に伴い 16 世紀頃から，従来弧の長さと関連付けて考察していた三角関数を，角の大きさと関連付けて考察するようになったことを契機に，主たる方法として用いられるようになった。例えば，ニュートン（1642～1727）は弧度法を用いて三角関数を扱っている。

さらに，弧度法の単位であるラジアンの起源はさらに新しく，半径の長さ（radius）を語源に 1871 年に英の工学者ジェームス・トムソンによって導入された（カジョリ，1997)。ラジアンは，1960 年に開催された国際度量衡総会において，国際単位系（SI 単位）の組立単位の一つとして制定され[19)]，「円周上でその半径に等しい長さの弧を切り取る 2 本の半径の間に含まれる平面角[20)]」と定義された（西條，2009)。

このように，角の大きさに関する普遍単位には度数法と弧度法があり，それぞれの起源は異なる。

1.1.2.3　角とその大きさの次元

角とその大きさの特性の一つに，図形としての角と量としての角は互いに異なる次元をもち，かつ後者は次元をもたないということがあげられる。すなわち，物理学からみると，図形としての角は一点を共有する二つの辺から構成される 2 次元の平面図形であるのに対し，その大きさは，物理学での基本単位である「長さ」の 0 乗と表現されることである。

このように，平面や空間の次元とは異なり，「長さ」，「重さ」，「時間」の三つの基本的

19) 物理学では，物理量の測定に関する国際単位系を定めている。国際単位系は，メートル法に基づいた単位系であり，七つの基本単位（長さ，質量，時間，電流，温度，物質量，光度)と,基本単位の累乗を含む代数的な乗除の関係で形成される組立単位から成り立つ。ラジアンは次元的独立性の観点から，組立単位とするのか，両者どちらにも含まれない特殊な補助単位とするのか歴史的に議論されてきたが，1995 年に，無次元の組立単位として分類することが決定された。以下の文献を参照。
山本格（2005)『物理学辞典』，東京：培風館.
鈴木信夫（2000)『物理学大辞典』，東京：丸善.

20) 物理学では，空間の幾何学的広がりを与える角を次元別に平面角と立体角に区分している。立体角の単位であるステラジアンは，国際単位系において，「球の中心を頂点としその球の半径を一辺とする正方形に等しい面積を，その球の表面上で切り取る立体角」と定義されている（西條，2009)。
西條敏美（2009)『単位の成り立ち』，東京：恒星社厚生閣.

な物理量[21]から捉えるのは，物理学における量の次元に関する考え方に基づいている。物理量は，基準の大きさである単位と比較して表現される。例えば，50mの塔の高さの場合，長さの基準である1mの長さと比べ，その50倍であることから50mと表す。すなわち，物理学で考察対象とされる物理量には，その量を測定するための基準の単位があり，「数値」と「単位」の積で表現される。従って，物理学における定量的な考察では単位の理解が不可欠である。

一般に，力学の単位系では長さ（m），質量（kg），時間（s）により，他の全ての物理量を表示することが可能である。このとき，初めに選択された次元的に独立な物理量を基本量と呼び，それに対する単位を基本単位と呼ぶ。一方，基本量以外の量を組立量と呼び，基本単位のその累乗も含む代数的な乗除の関係で組立単位は形成される。そして，基本単位と組立単位の体系を単位系と呼ぶ。計量単位を統一するために国際的に制定された国際単位系（SI）では，長さ（m），質量（kg），時間（s）の三つのほか，電流（A），温度（K），物質量（mol），光度（cd）を加えた七つの基本単位，及びその組み合わせによる組立単位（例えば面積，体積，速さ，密度など）から構成される。

組立単位のうち，幾何学単位である，平面角（ラジアン），立体角（ステラジアン）の二つの単位は，次元の独立性の観点から，基本単位とすべきか，あるいはそれらから導き出される組立単位とすべきかの解釈が分かれ，国際単位系ではSI補助単位として分類されてきた。立体角とは，空間において二つの平面またはそれ以上が交わってできる角である[22]。

1995年の国際度量総会を経て，現在では，ラジアンとステラジアンは次元のない組立単位に分類され，前者は，「(a) 半径rと長さが等しい円弧lを円周上で切り取る二つの半径が互いになす角 θ （単位rad)」と定義されている。また，後者は「(b) 球の中心を頂点とし，その球の半径rを一辺とする正方形の面積Sをその球の平面上で切り取る角（単位sr)」

---

[21] 広辞苑（新村，2006）によれば，物理量とは，「物理系の性質を表現し，その測定法，大きさの単位が規定された量」である。一方，物理学では，物理量は次のように定義されている（原，2006）。物理学は，視覚，触覚による現象の探求から始まった学問であり，これらの探求によって自然現象を理解する概念が発見されてきた。例えば，ニュートンは，質量と加速度と力が物体の運動を理解する概念であることを見出した。物理学における概念とは，個々の事物の特殊性ではなく，共通性のみに焦点をあてて抽象化したものである。質量，加速度，力をはじめとした物理学の概念は，単位を基準として測定可能な量であり，このような量は物理量と呼ばれる。
新村出（2006）『広辞苑第5版』，東京：岩波書店．
原康男（2006）『基礎物理学』，東京：学術図書出版社．
[22] 前掲12）．

と定義されている（図 1-2）[23]。

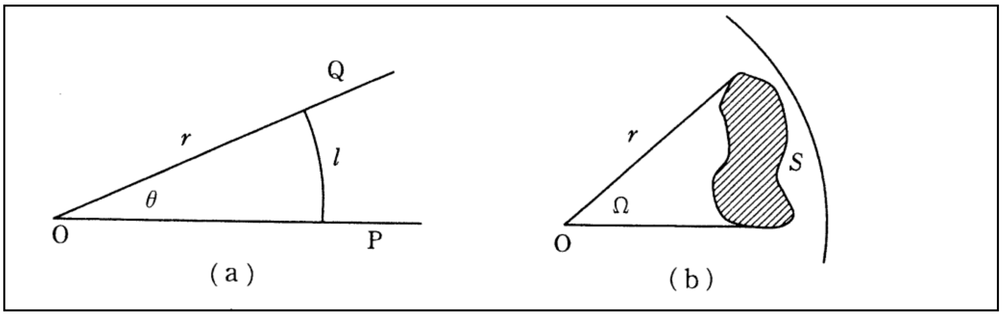


図 1-2 ラジアンとステラジアン

上記のように，物理学においては，角の大きさを水平距離と高さの比から捉える。角を長さの比で捉えた場合，長さの 0 乗の形で表現される。従って，物理学からみると角の大きさは次元をもたない量である。角の大きさの表現方法の一つである弧度法は，半径と弧の長さの比から角の大きさを捉えており，両者の長さの比が 1 のときを 1 ラジアンとしている。

1.1.3 本研究の角に関する概念規定

先に述べたように，学校数学では，「一つの辺から出ている二つの辺がつくる形」として定義される角の概念に関する数学的な定義は唯一ではない。従って，1.1.3 では，学校数学における角とその大きさの扱いに従って，角とその大きさを概念規定する。

学校数学では，角は，「一つの点から出ている二つの辺がつくる形」として説明される[24]。これは，図 1-3 に示した角を，一点を共有する二つの半直線がなす二次元の広がりという図形として捉えた場合に該当する。角の学習では，この捉え方を前提に角の大きさを計量的に捉える。

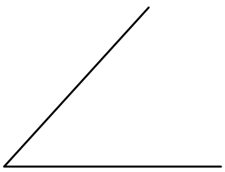


図 1-3　角

[23] 高木隆司（2003）『かたちの事典』，東京：丸善.

[24] 本稿では，以下の文部科学省検定済教科書 6 社を参照した。中原忠男ほか（2008）『小学算数』，大阪：大阪書籍，一松信ほか（2008）『みんなと学ぶ小学校算数』，東京：学校図書，澤田利夫ほか（2008）『小学算数』，東京：教育出版，清水静海ほか（2008）『わくわく算数』，東京：啓林館，橋本吉彦ほか（2008）『新版たのしい算数』，東京：大日本図書，杉山吉茂ほか（2008）『新編新しい算数』，東京：東京書籍.

一方，上記の図に対し，① 二平面の交わりによる交線同士の開き具合[25)]，② 対となる二本の直線，③ 一点を通る二本の半直線の一方による回転量，の三つの捉え方があることを指摘する先行研究がある[26)]。学校数学における角の捉え方の区分に従えば，①と②は図形としての捉え方，③は，角の大きさとしての捉え方とみることができる。

このように，複数の捉え方が存在する角の概念は，学校数学では，「測定指導の四段階」を経て学習される。すなわち，図形としての見方に基づく角の大きさの直接比較を経て，半直線の開き具合としての静的な見方が導入される。しかし，その操作を省いて大小関係を把握するためには，単位を用いた数値化の必要性が生じる。そのために，任意単位としての直角や，普遍単位を用いてその大きさが表される[27)]。さらに，取りうる値の範囲を負の数や 360° を超える範囲まで拡張するためには，半直線の回転の大きさとしての動的な捉え方が不可欠である。

以上の考察から, 学校数学における角の捉え方を表 1-1 のように分類する。この表では，角の大きさを捉える前提に図形としての角の捉え方があることを示している。本研究では，この区分に従って角とその大きさを捉える。また，角の大きさの学習指導を検討するために，その前提となる図形としての角の捉え方も考察対象とする。

表 1-1　角とその大きさの捉え方

捉 え 方	意　味
図形	一点を共有する二つの半直線が作る形
角の大きさ （角の数量化）	・ 二つの半直線の開き具合（静的） ・ 半直線の回転の大きさ（動的）

25) 平面幾何学の公理系の一つである直線と平面の間の性質を規定する平面公理では，角は，二つの異なる半平面の交わりによってできる領域の内部であることが定義されている。例えば，前掲 10)，p.72.を参照。

26) Mitchelmore, M.C.（1989）The development of children’s concepts of angle. In G. Vergnaud.(Ed.), *Proceedings of the 13th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol.2, pp. 304 -311), Paris, France: PME.

27) 現行の『小学校学習指導要領解説 算数編』（前掲 1）では，度数法の導入前に三角定規に含まれる大きさの角や直角を用いて角の大きさを表すことを「任意単位による測定」の段階に位置付けている。

第 2 節　学校数学における角の学習指導の歴史的変遷

本節の目的は，学校数学における角の学習指導の歴史的変遷を，教育課程の基準の改訂に着目して設定した時期区分に従って考察することである[28)]。清水（2003）は，教育課程の基準，とりわけ学習指導要領など教育課程の基準に基づく教育が全面実施された時期を六つに区分し教育課程の変遷をたどっている。

第Ⅰ次（1950 年代）: 経験の再構成としての生活の改善（昭和 22 年試案，昭和 26 年試案）

第Ⅱ次（1960 年代）: 教科の特性の強調と内容の系統化（昭和 33 年，高等学校は昭和 35 年）

第Ⅲ次（1970 年代）: 教育の現代化と数学教育現代化（昭和 43 年～昭和 45 年）

第Ⅳ次（1980 年代）: 数学教育現代化の軌道修正（昭和 52 年）

第Ⅴ次（1990 年代）: 教育における質的転換としての新しい学力観（平成元年）

第Ⅵ次（2000 年代）: 教育内容の厳選と個に応じたきめ細やかな対応

（小学校及び中学校平成 10 年，高等学校は平成 11 年）

また，この区分においては，次の三点が配慮されている。

・学習指導要領の性格が「試案」から「告示」に変わったこと

・現行学習指導要領の作成に見られる改訂の一連の手続きが確立したこと

・その手続きに基づく数次の改訂がなされたこと

本節では，上記の区分に従って，昭和 22 年に発行された学習指導要領（試案）から，平成 10 年発行までの小学校算数科, 中学校及び高等学校数学科の学習指導要領を手がかりに, 戦後学校数学における角の計量的側面に関する学習指導の変遷を概観し，時期区分に特徴的な指導内容を考察する。

[28)] 本節は，文部科学省（旧文部省）発行の各種文献のほか，清水静海（2003）『戦後学校数学の変遷　附　算数科・数学科学習指導要領』，筑波大学数学教育研究室.を参照した。

1.2.1　昭和 22 年及び 26 年発行の学習指導要領における角の学習指導

昭和 22 年 5 月に『学習指導要領算数科・数学編（試案)』が発行され[29)]，小学校算数科および中学校数学科の目標が設定された。昭和 23 年に発行された『算数数学科指導内容一覧表』[30)] では，角に関する具体的な学習内容が次のように示されている。小学校第 3 学年の図形に関する理解と技能に直角が取り上げられることから始まり，そのためには「直角を，時計の長針と短針の位置，及び教室のかどなどにみつけ，それを表すのに直角という言葉を使う」経験をさせる。次に，第 4 学年では，図形に関する理解と技能において，長方形や正方形と同時に角が挙げられている。また，測定に関する理解と技能に（回転の量を表すものとして）角が取り上げられ，第 3 学年で扱われた時計の針の回転やとびらの開閉を経験させることが述べられている。分度器を用いて角を測定する学習は，第 6 学年でなされる。そこでは，円グラフと関連付けた経験が示されており，円グラフで表されたものの中心角の大きさを測定することを通してその割合を調べ，1 直角＝90°，1 回転の角は 360° であることを学習することとされている。

次に，昭和 26 年発行の文部省（1951)『小学校学習指導要領算数科編（試案)』[31)] では角に関する内容に関して，角の概念が導入される前の第 1 学年から，具体物を使って，かどやへりなどの用語を使えるようにすることが述べられている。また，小学校第 3 学年では，直角の形を認めさせるとともに，角についての素地を豊かにすることが述べられ，直角の学習によって角についての素地が豊かになることを指摘している。さらには，小学校第 4 学年において回転の大きさとして角を扱うことはなされず，分度器を用いて角を測定・作図するなどの角概念に関する中心的な学習は，小学校第 6 学年でなされる。実際，四つのねらいとそれに関わる具体的な学習内容が次のように示されている。

（1）具体的な経験をとおして，角についての概念を伸ばす。
・角は，一点に集まっている二つの直線について考えられるものであることを理解する。
・正方形や長方形のかどのように，きっちりまがったかどの角は，直角であることを知る。
・角の大きさは，一回転のどれだけに当るかで表されることを理解する。
・一回転の四分の一を直角と呼ぶことを知る。
・「1 度」は，角をはかる単位で，直角の 1/90 であることを知る。
（2）次の用語や記号を知らせ，これを実際の場において，正しく使えるようにする。
角，角の頂点，角の辺，度，“°”
（3）実際の場において，分度器を用いる能力を伸ばす。
・角を分度器ではかるときには，その中心を角の頂点に合わせ，その 0 の目もりを角の一辺に合わせることを知る。

[29)] 文部省（1947)『学習指導要領 算数科 数学科編（試案)』，東京：日本書籍.
[30)] 文部省（1948)『算数数学科指導内容一覧表（算数数学科学習指導要領改訂)』，東京：日本書籍.
[31)] 文部省（1951)『小学校学習指導要領算数科編（試案)』，東京：大日本図書.

・分度器の目もりになれる。
・図形や模様をかくときなどに，分度器で角の大きさをはかったり，分度器を使って，きまった角をはかりとったりする。
（4）角の大きさを見積もる能力を伸ばす。

上述のように，既習の図形としての角に関する内容からその構成要素へ着目すること，分度器による角の測定や大きさの概測に至るまで，量としての角へ概念を拡張するための具体的な記載がある。さらに，分度器による測定は中学校第1学年においても繰り返し行うことになっている。例えば，『中学校・高等学校学習指導要領数学科編（試案)』[32] における第7学年（中学校第1学年）の指導内容一覧表（表1-2），解析Ⅰ，解析Ⅱ，幾何の各科目では，次のように角に関する指導内容は示された。

表1-2　第7学年における角に関する指導内容

生活経験	理解および能力	用語
自然や人工物について角を見いだしたり，特に垂直・平行などの関係にある直線や平面を見いだしたり，また，それらを利用したりする。	・鋭角・直角・鈍角を区別する。 ・分度器を用いる。 ・いろいろな大きさの角を測ったり，書いたりする。	・角 ・直角，鋭角，鈍角 ・分度器，度

解析Ⅰ
［指導内容］
Ⅲ．函数の概念を用いること
（B．内容）
4. 周期的な函数関係
b．角を一般角にまで拡張し，鋭角での三角比についての関係がそのまま保たれるように，一般角の三角函数をつくること。
（C．用語）一般角，余角，補角

解析Ⅱ
［指導内容］
Ⅶ．三角函数を用いること
（A．目標）
3. 角の単位を知り，弧度法のよさを知る。
（B．内容）
2. 三角形を解くこと
b．角の小さい単位としての分・秒を知ること。
3. 微小な角に対する三角函数
a. 角の単位としての弧度を知る。

幾何
［指導内容］

[32] 文部省（1951）『中学校高等学校学習指導要領 数学科編（試案)』，中部図書（現東京：日本出版）.

Ⅱ. 幾何に用いられる方法を理解すること
（C. 用語） 内角，外角，余角，補角

この時期区分では，解析Ⅱにおいて，度より小さい角の単位である分や秒が学習内容に含まれることが特徴的である。また，微小な角については，分，秒，さらには弧度法を用いて測量に関する問題を解決することが述べられている。

高等学校については，昭和 31 年 12 月に『高等学校学習指導要領数学科編』[33] が発行され，角に関する次のような内容が示された。

数学Ⅰ
幾何学的内容
a. 直線図形
（2） 三角形の辺と角の大小関係を扱う。
用語と記号　余角，補角，内角，外角
b. 円の性質
（5） 弧度法ならびに，これによって弧の長さや扇形の面積を表すことなどを扱う。

数学Ⅱ
数学的内容
c. 三角函数とその性質
三角函数を一般角にまで拡張し，周期函数としての特徴を扱うとともに，加法定理や，特殊な関係にある角の三角函数の間の関係に及ぶ。
（3）ある角の三角函数とその符号を変えた角・余角・補角の三角函数との関係や，半角・倍角の公式などを扱う。

この時期区分における解析Ⅰや幾何では，現行の指導内容には含まれない余角や補角が学習されていた。

1.2.2 昭和 33 年告示の学習指導要領における角の学習指導

昭和 33 年告示（高等学校は昭和 35 年）の学習指導要領から，角に関する学習内容を概観する。『小学校学習指導要領』[34] 及び『小学校算数指導書』[35] では，角に関する学習内容は次のように示されている。昭和 26 年では，八つの内容領域（A 数えたり，読んだり，書いたりする，B 計算，C 測定，D 表とグラフ，E 分数，F 実務，G 問題解決，H 物の形と図形）であったが，現行と同様に四つ（A 数と計算，B 量と測定，C 数量関係，D 図形）にまとめられ，以下のように各領域の内容が示された。

[33] 文部省（1955）『高等学校学習指導要領 数学科編 昭和 31 年度改訂版』，昭和 31 年 12 月. http://www.nicer.go.jp/ guideline/old/s31hm/（2010 年 12 月 14 日確認）
[34] 文部省（1958）『小学校学習指導要領』，昭和 33 年 10 月. http://www.nicer.go.jp/guideline/old/s33e/ （2010 年 12 月 14 日確認）
[35] 文部省（1959）『小学校算数指導書』，昭和 34 年 9 月，東京：大日本図書.

［第 3 学年］
D. 図形
（1） 直角三角形，正方形，長方形，円などの基本的な図形について理解させる。
ア 正方形，長方形について，辺および角の相等関係，対角線で分けてできる二つの直角三角形などについて知ること。
用語と記号　直角
［第 4 学年］
B. 量と測定
（6） 角の大きさを表す単位を知らせるとともに，分度器を用いて角を測ったり作ったりする能力を伸ばす。
ア 直角および半回転，1 回転などの角の大きさを知ること。
D. 図形
（2） 角についての理解を深め，図形を考察したりかき表したりする能力を伸ばす。
用語と記号　角，（角の）頂点，（角の）辺

小学校第 3 学年における直角の学習によって角の概念が導入されることに変化はみられないが，第 4 学年において，回転の大きさとして角の大きさを捉え，測定や図示がなされる。さらに，図形領域における内容として，図形としての角の表現を通して角の頂点や辺など，角の構成要素に対する理解を深めることが示されている。

次に，昭和 33 年 10 月告示の『中学校学習指導要領』[36) では，小学校での四つの領域に「計量」領域が加えられた五つの内容領域で構成されており,『中学校数学指導書』では「計量」領域及び「図形」領域において，角に関する次の内容が示された[37)。

［第 1 学年］
D. 計量
（3） 図形の計量についての能力を伸ばす。
イ 円における中心角と弧との関係およびおうぎ形における中心角と面積の関係を知り，これらを用いること。
E. 図形
（1） 基本的な作図についてくふうさせ, これらを通して平面図形の概念や性質を明らかにする。
オ 三角形や多角形の角についての性質。
用語と記号　鋭角，鈍角，余角，補角，頂角，底角，内角，外角

［第 2 学年］
D. 計量
（1） 適当な縮図を作って，直接測定の困難な量を測定することができるようにする。
用語と記号　仰角，ふ角

［第 3 学年］
D. 計量
（2） 三角比を用いて数量の間の関係を式に表し，これを用いることができるようにする。
ア 直角三角形の辺と角との関係
E. 図形
イ 円周角と中心角の関係およびその簡単な応用

36) 文部省（1958）『中学校学習指導要領』，昭和 33 年 10 月.http://www.nicer.go.jp/guideline/old/s33j/（2010 年 12 月 14 日確認）
37) 文部省（1959）『中学校数学指導書』，東京：明治図書.

また，昭和 35 年 10 月告示の『高等学校学習指導要領』[38] では，以下のように内容が改訂された。

数学 I
（3） 関数とそのグラフ
イ 三角関数
（ア） 一般角の三角関数
（ウ） 弧度法

中学校では，「計量」領域を中心に余角，補角，頂角，底角，さらには，仰角や俯角のように物体の置かれた水平面と，物体を観測する者の視線がなす角を扱うなど，身近な測量に関する内容が含まれている。その一方で，高等学校では，昭和 26 年発行の学習指導要領では取り上げられていた角の単位に関する分や秒の学習が，昭和 35 年発行の学習指導要領では削除された。また，弧度法を学習後に一般角と三角函数を学習していたが，この時期区分から全て同時に学習することとなった。

1.2.3 昭和 43 年告示の学習指導要領における角の学習指導

昭和 43 年 7 月告示の『小学校学習指導要領』[39] 及び『小学校指導書』[40] では，角に関して次の内容が示された。

［第 3 学年］
C. 図形
（1） 基本的な図形について理解させ，これを認めたり，用いたりすることができるようにする。
ア 基本的な図形と関連して角を知ること。

［第 4 学年］
B. 量と測定
（4） 角の概念について理解を深め，角の大きさを測る能力をのばす。
ア 角の大きさの単位の度（°）を知ること。
イ 半回転，一回転などの角について知ること。

また，昭和 44 年 4 月告示の『中学校学習指導要領』[41] 及び『中学校指導書数学編』[42] では，次のように示された。

---

38) 文部省（1961）『高等学校学習指導要領解説 数学編』，東京：大日本図書.
39) 文部省（1968）『小学校学習指導要領』，昭和 43 年 7 月． http://www.nicer.go.jp/guideline/old/s43e/（2010 年 12 月 14 日確認）
40) 文部省（1969）『小学校指導書 算数編』，大阪：大阪書籍.
41) 文部省（1969）『中学校学習指導要領』，昭和 44 年 4 月. http://www.nicer.go.jp/guideline/old/s44j/ （2010 年 12 月 14 日確認）
42) 文部省（1970）『中学校指導書 数学編』，大阪：大阪書籍.

［第 1 学年］
C. 図形
（4） 図形の計量についての能力を伸ばす。
ア おうぎ形の弧の長さと面積
（5） 次の用語及び記号を用いることができるようにする。
錯角，同位角，鋭角，鈍角，頂角，底角，内角，外角
［第 3 学年］
C. 図形
（2） 円の性質についての理解を深め，それを用いて図形の性質を考察することができるようにする。
イ 円における円周角と中心角との関係

さらに，昭和 45 年 10 月告示の『高等学校学習指導要領解説数学編・理数編』[43)]では，角に関する内容として次のように示された。

数学 I
B. 解析
（3） 三角関数
イ 三角形の辺と角との間の基本的な関係
エ 用語及び記号 一般角 ラジアン

上のように，昭和 43 年告示（中学校は昭和 44 年告示，高等学校は昭和 45 年告示）の学習指導要領から直角を第 2 学年で扱うようになった。また，角の大きさの具体的な単位として小学校第 4 学年では度（°）を学習するが，その前提として第 3 学年の「図形」領域に関する内容で図形としての角が導入される場面において，必要に応じて分度器を用いて角の大きさを比較することは差し支えがないことが書かれている。さらに，小学校で度（°）を学習することが明示されるようになったことに加え，解析 I においても，ラジアンを学習することが表記されるようになった。

また，中学校では「計量」領域が削除され，角は図形領域で扱われるようになった。それに伴い，余角，補角，仰角，俯角は学習内容から削除された。さらに，高等学校における弧度法及び一般角の学習は，関数領域に関わる内容として三角関数の学習内容の一部になった。測量の学習に関わって角の大きさが扱われる機会が減少しているとみられる。

[43)] 文部省（1972）『高等学校学習指導要領解説 数学編・理数編』，大阪：大阪書籍.

1.2.4　昭和 52 年告示の学習指導要領における角の学習指導

昭和 52 年 7 月告示の『小学校学習指導要領』[44] 及び『小学校指導書算数編』[45] に示されている角に関する学習内容は，次の通りである。

［第 2 学年］
C. 図形
（1）ものの形，位置などについて考察することができるようにするとともに，基本的な図形の概念を漸次理解させる。
［用語・記号］直角

［第 3 学年］
C. 図形
（1）　基本的な図形について理解させ，それをかいたり用いたりすることができるようにする。
イ 基本的な図形と関連して角を知ること。

［第 4 学年］
B. 量と測定
（2）　角の概念についての理解を深め，角の大きさを測定することができるようにする。
ア 角の大きさの単位の度（°）を知ること。
イ 半回転，1 回転などの意味について知ること。

また，昭和 52 年 7 月告示の『中学校学習指導要領』[46] 及び『中学校指導書数学編』[47] では，次のように示された。

［第 1 学年］
C. 図形
（3）　図形の計量についての能力を伸ばす。
ア 扇形の弧の長さと面積
［第 2 学年］
C. 図形
［用語と記号］　内角，外角
［第 3 学年］
C. 図形
（1）円の性質についての理解を深め，それを用いて図形の性質を考察することができるようにする。
イ 円周角と中心角との関係

さらに，昭和 53 年 8 月告示の『高等学校学習指導要領解説数学編・理数編』[48] では，角に関する次の内容が示されている。

---

44) 文部省（1977）『小学校学習指導要領』，昭和 52 年 7 月. http://www.nicer.go.jp/guideline/old/s52e/ （2010 年 12 月 14 日確認）
45) 文部省（1978）『小学校指導書　算数編』，大阪：大阪書籍.
46) 文部省（1977）『中学校学習指導要領』，昭和 52 年 7 月. http://www.nicer.go.jp/guideline/old/s52j/ （2010 年 12 月 14 日確認）
47) 文部省（1978）『中学校指導書　数学編』，東京：大日本図書.
48) 文部省（1979）『高等学校学習指導要領解説　数学編・理数編』，東京：実教出版.

数学Ⅱ
（5）いろいろな関数
ウ 三角関数
［用語・記号］一般角

基礎解析
（2）関数
ウ 三角関数
（ア）一般角と弧度法

このように，昭和 52 年告示（高等学校は昭和 53 年告示）の学習指導要領では昭和 43 年告示に引き続き，直角の学習を小学校第 2 学年で行っている。また，中学校の図形領域においては，錯角，同位角，鋭角，鈍角は学習する一方でそれらの用語は削除された。さらに，高等学校では，三角関数と一般角は数学Ⅲ，弧度法は基礎解析の内容に分けられた。

1.2.5 平成元年告示の学習指導要領における角の学習指導

平成元年 3 月告示の『小学校学習指導要領』[49)]及び『小学校指導書算数編』[50)]に示されている角に関する学習内容は次の通りである。

［第 2 学年］
C.図形
（1）ものの形について具体的な操作を通して考察し，基本的な図形の概念について漸次理解できるようにする。
［用語・記号］直角

［第 3 学年］
C.図形
（1）基本的な図形についての理解を深め，それを構成したり用いたりすることができるようにする。
イ 基本的な図形と関連して角について知ること。

［第 4 学年］
B.量と測定
（2）角の概念について理解を深め，角の大きさを測定することができるようにする。
ア 角の大きさの単位（度（°））について知ること。
イ 半回転，1 回転などの意味について理解すること。

また，平成元年 3 月告示の『中学校学習指導要領』[51)] 及び『中学校指導書数学編』[52)] では，次のように角に関する内容は示された。

49) 文部省（1989）『小学校学習指導要領』，大蔵省印刷局.
50) 文部省（1989）『小学校指導書 算数編』，東京：東洋館出版社.
51) 文部省（1989）『中学校学習指導要領』，大蔵省印刷局
52) 文部省（1989）『中学校指導書 数学編』，大阪：大阪書籍.

［第 2 学年］
B. 図形
［用語・記号］　内角，外角

［第 3 学年］
B. 図形
（1）円の性質についての理解を深め，それを用いて図形の性質を考察することができるようにする。
イ 中心角と円周角との関係
（2）　図形の計量に関する性質を理解し，それを用いることができるようにする。
イ 扇形の弧の長さと面積及び球の表面積と体積

さらに，平成元年 3 月告示の『高等学校学習指導要領解説』[53] では，一般角及び弧度法について次のように示されている。

数学Ⅱ
（1）　いろいろな関数
イ 三角関数
（ア）　角の拡張

数学Ⅲ
（2）　微分法
イ 導関数の応用
［用語・記号］ 弧度法

平成元年の学習指導要領では，扇形の弧の長さと面積の関係に関する学習が，中学校第 1 学年から第 3 学年に移行され, 円周角と中心角の関係と同時に学習されることとなった。また，高等学校では，弧度法が数学Ⅲでの学習内容となり，数学Ⅱでは，三角関数や一般角は度数法のみでの取り扱われることになった。

1.2.6 平成 10 年告示の学習指導要領における角の学習指導

文部省（1999）『小学校学習指導要領解説 算数編』[54] は，角に関する学習内容について次のように示している。

［第 3 学年］
C. 図形
C（1）基本的な図形
ア ものの形についての観察や構成などの活動を通して, 基本的な図形について理解できるようにする。
イ 図形を構成する要素に着目して，正方形，長方形，直角三角形について知り，それらをかいたり，作ったり，平面上で敷き詰めたりすること（p.99）。

[53] 文部省（1989）『高等学校学習指導要領解説 数学編・理数編』，東京：ぎょうせい.

[54] 文部省（1999）『小学校学習指導要領解説 算数編』東京：東洋館出版社.

このように，昭和 43 年告示の学習指導要領以降，小学校第 2 学年の学習内容であった直角が第 3 学年に移行された。直角の取り扱いについては解説において以下にように述べられている。

直角については，前学年での形作りで，直角三角形の形をした色板の二つのかどを合わせたり，正方形や長方形の形をした色板のかどを二つ合わせたりすると，真っすぐ（平角）になることなどを経験している。感覚的にも，直角については「きちんとした形」などのようにとらえられる。身の回りから，かどの形が直角であるものを見いだしたり，紙を折って直角を作ったりするなどの活動を通して，直角について理解できるようにする（p.100）。

さらに，角の大きさの扱いについては，第 4 学年の「量と測定」領域で以下にように示された。

B（2）　角の大きさ
角の大きさについて理解し，それを測定することができるようにする。
ア　角の大きさを回転の大きさとしてとらえ，その単位と測定の意味について理解すること。
イ　角の大きさの単位（度 °）について知ること。

この学年の「C 図形」の（1）のイに「基本的な図形と関連して角について知ること」とある。そこに示した角は，図形を構成する要素としての角であり，基本的な図形の考察にかかわって，角の相等や大小についても直接比較を中心に取り扱われる。また，第 3 学年では，角の特別なものとして，直角を学習してきている。

ここでは，回転の大きさを表す量としての角をとらえられるようにする。そうした大きさを測定する単位として「度 °」が用いられることを知らせる。そして，分度器を用いて角の大きさを測定したり，必要な角の大きさを作図したりすることができるようにする（p.119）。

次に，文部省（1999）『中学校学習指導要領解説（平成 10 年 12 月）　数学編』[55] では，角に関する学習内容について次のように示されている。この時期区分では，平成元年の学習指導要領では，第 3 学年の学習内容であった扇形の弧の長さと面積の関係が，第 1 学年に移行された。

［第 1 学年］
B.図形
（2）図形を観察，操作や実験を通して考察し，空間図形についての理解を深める。また，図形の計量についての能力を伸ばす。
ウ　扇形の弧の長さと面積及び基本的な柱体，錘体の表面積と体積を求めることができること。

また，円周角と中心角の関係についても，第 3 学年から第 2 学年に移行され，次のような記述がみられる。

---

[55] 文部省（1999）『中学校学習指導要領解説（平成 10 年 12 月）数学編』，大阪：大阪書籍.

（2） 平面図形の性質を三角形の合同条件などを基にして確かめ，論理的に考察する能力を養う。
ウ 円周角と中心角の関係を観察や実験などを通して見いだし，それが論理的に確かめられることを知ること（p.87）。

［第 2 学年］
B. 図形
（1）観察，操作や実験を通して，基本的な平面図形の性質を見いだし，平行線の性質を基にしてそれらを確かめることができるようにする。
ア 平行線や角の性質を理解し，それに基づいて図形の性質を確かめることができること。
イ 平行線や三角形の角についての性質を基にして，多角形の角についての性質を見いだせることを知ること。
［用語・記号］ 対頂角 内角 外角

さらに，「多角形の角について，三角形の角についての性質をもとに，内角及び外角の和などを扱う（p.87）。」と述べられ，多角形の角の性質に関する記述が増えたことにも特徴がある。多角形の角の和を理解するためには，三角形における図形としての角を把握する必要があるとみられる。

また，文部省（1999）『高等学校学習指導要領解説 数学編・理数編』[56] では，角に関する学習内容について次のように示された。

数学Ⅱ
（3） いろいろな関数
ア 三角関数
（ア） 角の拡張
［用語・記号］ 弧度法

「数学Ⅰ」では，0°から 180°までの角について正弦，余弦及び正接の意味を理解させ，それを図形の計量の考察に活用できるようにしている。
ここでは，角の概念を一般の角まで拡張して，三角関数の概念を導入する。また，従前の「数学Ⅲ」の「（2）微分法」で扱われていた弧度法を扱い，扇形の面積や周の長さを求めたり，三角関数のグラフをかいたりするのに弧度法が有用であることを理解させる（p.60）。

平成 10 年告示（高等学校は平成 11 年）の学習指導要領において，角は，小学校第 3 学年の図形領域で導入された後，第 4 学年では「量と測定」領域と「図形」領域で取り扱われている。さらに，中学校では，主に「図形」領域で扱われており，過去の学習指導要領に含まれていた補角や余角といった様々な概念は省かれている。

また，高等学校では，関数領域において，一般角の学習が行われ，弧度法を導入することで，角を初めて実数変数として取り扱うようになり，三角関数の学習へと進む。さらに，弧度法を学習以降は，度数法より弧度法が主に用いられるようになった。

---

[56] 文部省（1999）『高等学校学習指導要領解説 数学編・理数編』，東京：実教出版.

1.2.7 歴史的変遷からみた角の学習指導の特徴

1.2.1 から 1.2.6 の考察に基づいて，各学校段階の学習指導要領において常に示されている指導内容，及びある時期区分で特徴的に示されている指導内容を整理する。角の計量的側面に関わる学習がどのように導入されているのか，また，回転として角の大きさを捉える学習はどのように展開され概念が拡張されるのか，に焦点を当て，それぞれにみられる一貫性と時期区分における特殊性を考察する。

はじめに，角の計量的側面に関しては，その前提として直角及び図形としての角に関する内容が学習される。昭和 33 年では，小学校第 3 学年において，直角と図形としての角に関する記述が一つにまとめて示されているが，角の大きさの単位や測定を学習する前に，それらが導入される。次に，角の大きさを回転の大きさとして捉え，その大きさを表す単位として度があること，1 回転や半回転，直角を度で表すことや，分度器による測定がなされる。これが，これまでの学習指導要領の変遷からみた角の計量的側面に関する導入の方法である。

上のような方法は，昭和 26 年，昭和 33 年及び昭和 43 年の小学校学習指導要領においても示されているが，これらには，次のような特徴的な記述がみられる。例えば，昭和 26 年では，直角や図形としての角を導入する前に小学校第 1 学年において，かどという用語を実際の場で使えるようにすることが示されている。日常的に使用される「かど」の認識を明確にし，“きっちりまがったかど”を直角とみなす。さらに，図形としての角，回転の大きさとしての見方が導入される。このように,「かど」に着目している記述はその後の学習指導要領においては示されていないが，身の回りには直角の大きさをもつ「かど」が多いことから,「かど」の概念の導入は図形としての角の概念の基礎となることが考えられる。

また，上の学習指導要領では,「かど」の概念の導入に続いて，図形としての角の学習では，角の辺や角の頂点に着目することが強調されている。角は一点を共有する二辺が作る形であることを把握した上で，回転の大きさとして角の大きさが導入される。さらに，中学校第 2 学年では,「計量」領域に関わって，仰角や俯角が導入され，定性的ではない内容が含まれていることが特徴である。また，高等学校の解析Ⅱでは，角の大きさを弧度法あるいは度数法により表現することを通して，天文学に関する測量の問題が解決できることが述べられている。以上のように，昭和 26 年告示の学習指導要領では，測量場面において角の大きさの表現が有効であることが強調されている。

さらに，昭和 33 年の学習指導要領では，小学校第 3 学年で図形としての角を導入する一

方で，第 4 学年で計量的側面を学習すると同時に，角の頂点や角の辺に着目しながら図形としての角を表現することが示されていることが特徴といえる。昭和 43 年以降は，上述のような記述はみられないが，かどの概念，構成要素への着目，測量場面での扱いについて，特徴的に指導内容が配列されていたことがわかる。

次に，回転の大きさとして角を取り扱うことについては，昭和 26 年の小学校及び中学校学習指導要領に特徴的な表現がみられる。すなわち，小学校では角の大きさを二辺の開き具合としてではなく，回転の大きさとして動的に捉える立場のみをとり，動的な捉え方から分度器の目盛りや測定方法に慣れることが示されている。さらに，中学校第 1 学年において再度，自然や人工物に含まれる角を見出し，分度器を用いて測定することが行われる。また，第 3 学年においては，回転体が空間図形に関する指導内容とは別に独立して扱われており，そこでは，回転体の性質を具体的な製作を通して知ることが求められている。この時期区分の学習指導要領に回転概念に関する扱い方の特徴がみられる。

以上，角の学習指導に関する変遷を概観した結果，角の学習指導は計量的側面及び図形的側面の双方に関わって長期的に普遍的な方法で展開されてきている一方で，角概念の前段階としての「かど」概念の扱い，角の構成要素への着目，数値化後の図形に関する学習における回転概念の扱い，身近な測量場面での扱いに時期区分ごとの特徴がみられることが明らかになった。

第 3 節 学校数学における角の学習指導の現状と課題

本節では，わが国の学校数学における角の学習指導の現状と課題を考察する。はじめに，第 2 節と同様に，現行の学習指導要領に基づいて，小学校から高等学校における角の計量的側面に関する学習指導を学校段階別に把握する。次に，計量的側面に関わる角の概念が拡張される学校段階（小学校及び高等学校）の教科書及び教師用指導書に基づいて，具体的な教材と指導法の提案の現状を把握するとともに，角に関する教材の配列上の問題点を指摘する。

1.3.1 現行の学習指導要領からみた角の学習指導の現状と課題

現行の『小学校学習指導要領解説 算数編』[57]では，角に関する学習内容について，次のように示されている。

> ［第 2 学年］
> C. 図形
> C（1）三角形や四角形などの図形
> （1） ものの形についての観察や構成などの活動を通して，図形を構成する要素に着目し，図形について理解できるようにする。
> イ 正方形，長方形，直角三角形について知ること。

直角の学習は，平成 10 年発行の学習指導要領では第 2 学年から第 3 学年に移行されたが，この改訂によって，再び第 2 学年で扱われるようになった。なお，直角の取り扱いについては，正方形，長方形の特徴を捉えることを通して，その意味を押さえるようにすることが以下のように示されている。

> 第 2 学年では，正方形，長方形の意味や性質について指導する。また，正方形や長方形の特徴を調べるとともに，身の回りから，かどの形が直角であるものを見付けたり，紙を折って直角を作ったりするなどの活動を行い，直角の意味をとらえられるようにする（p.81）。

さらに，正方形，長方形，直角三角形をかいたり，作ったり，それらで平面を敷き詰めたりする活動も提示されている。具体的には，正方形，長方形，直角三角形を格子状に並んだ点を使ってかいたり，紙を折って作ったりする活動を通して，構成要素に着目して，正方形，長方形，直角三角形の特徴を捉えることや，身の回りの具体物の中から三角形や四角形の形を探すこと，それぞれを平面で敷き詰めることを通して平面の広がりや一定の

[57] 前掲 1）．

決まりに従って並べることによってできる模様の美しさを実感することが挙げられている。図形としての角の概念は，直角の概念を導入後，第 3 学年の「図形」領域において導入される。

［第 3 学年］
C. 図形
C（1）二等辺三角形，正三角形などの図形
（1）図形についての観察や構成などの活動を通して，図形を構成する要素に着目し，図形について理解できるようにする。
イ 角について知ること。

第 3 学年では，二等辺三角形や正三角形の特徴を捉えることを通して図形としての角の概念が導入される。角の大きさの数値化は行われないが，底角の大きさが等しいことを二つの角を重ね合わせることによって比べる活動を行うことが，次のように示されている。

第 2 学年では，直角について指導している。第 3 学年では，一つの頂点から出る 2 本の辺が作る形を角ということを指導する。二つの角を重ねることによって，角の大きさを比べることができるようにする。実際に紙を切り抜いて作った二等辺三角形や正三角形について，長さの等しい辺を重ねるように折ることによって，二つの角の大きさが同じであることを確かめることなどを指導する。なお，角の大きさの単位と測定については，第 4 学年で指導する（p.107）。

このように，第 3 学年では，二等辺三角形や正三角形などに関わって，角とその大きさの概念が導入されるが，その大きさは半直線の開き具合であり，角を構成する辺の長さに依らないことの学習にとどまり，数値化には至らない。任意単位及び普遍単位による数値化は第 4 学年でなされる。これについては，第 4 学年の「量と測定」領域に次のように示されている。

B（2） 角の大きさ
角の大きさについて単位と測定の意味を理解し，角の大きさの測定ができるようにする。
ア 角の大きさを回転の大きさとしてとらえること。
イ 角の大きさの単位（度 °）について知ること。

さらに，角の大きさを既習の半直線の開き具合としての静的な捉え方だけでなく，回転の大きさとして動的に捉えることが強調されている。

ア 回転の大きさ
一つの頂点から出る 2 本の辺が作る形を角という。頂点を中心にして 1 本の辺を回転させたとき，その回転の大きさを，角の大きさという。角の大きさは，辺の開き具合とみられる。このような角の大きさについて指導する。

また，第 3 学年で学習済みである角の大きさは直接重ねることを通して比較できること

や辺の長さに依存しないことも追記されている。さらに，角の大きさの単位（度（°））の扱いについては，回転の大きさと関連付けることが次のように示されている。

角の大きさの単位として，度（°）について指導する。直角の大きさが 90°であることや，1 回転した大きさが 360°であることなどを指導する。また，分度器を用いて角の大きさを測定したり，必要な大きさの角を作ったりすることができるようにする。さらに，直角を基にして，角の大きさが 90°より大きいかどうかを判断するなど，角の大きさについての感覚を身につけるようにする（p.121）。

また，第 4 学年の「図形」領域では，第 2 学年で学習した敷き詰めの活動を台形や平行四辺形を用いて行い，隣接する二つの角の和が 180°になる場合に一直線になることを確かめるなど，数値化された角の大きさと既習事項の関連性が図られている。小学校では，第 4 学年以降，角は，「図形」領域を中心に数値化された角度を図形の構成要素として処理する場面が主となる。

次に，『中学校学習指導要領解説 数学編』[58]では，角に関する学習内容について次のように示されている。はじめに，第 1 学年の「図形」領域における記述は以下の通りである。

［第 1 学年］
B.図形
（1）観察，操作や実験などの活動を通して，見通しをもって作図したり図形の関係について調べたりして平面図形についての理解を深めるとともに，論理的に考察し表現する能力を培う。
イ 平行移動，対称移動及び回転移動について理解し，二つの図形の関係について調べること。

また，上記のイについて次のような記述がみられる。

回転移動は，図形をある点を回転の中心として一定の角だけ回転する移動である。この移動は，回転の中心の位置及び回転角の大きさと回転の向きによって決まる。回転が 180°の場合が，点対称移動である（p.67）。

このように，点対称の学習では，点対称の関係にある図形を，形や大きさを変えない回転移動の見方から動的に捉えることをねらいとしている。さらに，図形の回転運動として捉える見方は，空間図形に関する学習内容にも以下のように示されている。

（2）観察，操作や実験などの活動を通して，空間図形についての理解を深めるとともに，図形の計量についての能力を伸ばす。
イ 空間図形を直線や平面図形の運動によって構成されるものととらえたり，空間図形を平面上に表現して平面上の表現から空間図形の性質を読み取ったりすること（p.68）。

---
[58] 文部科学省（2008）『中学校学習指導要領解説 数学編』，東京：教育出版.

上のように，イに関しては，「線分の運動によって空間における面が構成されるという見方を扱う（p.70）。」ことと，「平面図形の運動によって立体が構成されるという見方を扱う」ことが述べられ，立体図形を直線や多角形，円などの平面図形の運動によって構成されたものとみる視点を与えることの重要性が示されている。次に，第 2 学年の「図形」領域では，多角形の角の性質に関する記述がみられる。

［第 2 学年］
B. 図形
（1）観察，操作や実験などの活動を通して，基本的な平面図形の性質を見いだし，平行線の性質を基にしてそれらを確かめることができるようにする。
ア 平行線や角の性質を理解し，それに基づいて図形の性質を確かめ説明すること。
イ 平行線の性質や三角形の角についての性質を基にして，多角形の角についての性質を見いだせることを知ること。
［用語・記号］ 対頂角　内角　外角

特に，第 2 学年では，例えば既習の内角の和を用いて論理的に筋道を立てた推論を行いながら，三角形や四角形などの多角形の角の大きさについての性質を調べることができるようにすることがねらいの一つにある。実際，n 角形の内角の和と外角の和を求める数学的活動が具体的に示され，以下のような具体的な手順で n 角形の内角の和と外角の和を求めることが示されている。

はじめに，三角形の内角の和が 180° であることを根拠に，多角形を一つの頂点から引いた対角線で三角形に分割することで，n 角形の内角の和が 180° ×（n－2）であることを示す。次に，多角形を三角形に分割する他の方法を考え，多角形の内角と分割してできる三角形の内角の関係を帰納的に考えるようにする。さらに，考察の対象を内角から外角に変え，n 角形の外角の和に注目する。その際，様々な多角形の外角の和を帰納的に調べる。

上述のように多角形の外角の性質を理解することは，図形の性質を考察したり，証明したりする際に必要である。実際，平成 21 年度全国学力・学習状況調査（中学校問題 6－（2））では，多角形の外角の和が一定であることを理解しているかどうかをみる問題が出題されている[59)]。さらに，この問題を解決するに当たっては，多角形の外角の和を鉛筆が方向を変えた角度の合計として把握することや，平行線の性質を用いて外角を 1 箇所に集める活動が提案されており，いずれの活動においても角の大きさを正負の向きを持つ回転の大きさとして捉える動的な見方が求められている。

[59)] 国立教育政策研究所教育課程研究センター（2009）『平成 21 年度全国学力・学習状況調査解説資料 中学校数学』，平成 21 年 4 月.

最後に，文部省（2009）『高等学校学習指導要領 数学編・理数編』[60]では，角の概念の拡張について次のように示している。

> 数学Ⅱ
> （4）三角関数
> 角の概念を一般角まで拡張して，三角関数及び三角関数の加法定理について理解し，それらを事象の考察に活用できるようにする。
> ア 角の拡張
> 角の概念を一般角にまで拡張する意義や弧度法による角度の表し方について理解すること。
> ［内容の取扱い］
> （中略）「数学Ⅰ」での「三角比」は，あくまでも図形の計量を目的としたものであり，関数としての扱いではない。ここでは，角の範囲を一般角にまで拡張した上で，三角関数の意味を理解させ，それらのグラフをかくことを通して周期性などの三角関数の特徴について理解させる。
>
> ア 角の拡張
> 三角関数を扱うために，ここでは角の範囲を一般角にまで拡張する。また，角の大きさを表す方法として度数法とは異なる弧度法を扱う。さらに，弧度法を用いて扇形の面積や周の長さを求めるなどの活動を通して，弧度法に関する理解を深める（p.33）。

現行の学習指導要領において角は，小学校第 2 学年の「図形」領域で直角の概念が導入された後，第 3 学年における図形としての角の捉え方の学習を経て，第 4 学年での「量と測定」領域ではじめて角の大きさという量として扱われる。さらに，中学校では，主として「図形」領域で扱われており，過去の学習指導要領に含まれていた補角や余角といった概念は削除されている。また，高等学校の関数領域では，一般角と弧度法の導入を通して実数変数として取り扱うようになり，三角関数の学習へと進む。この学習以降は，度数法ではなく弧度法が主に用いられるようになる。

以上のように，現行の学習指導要領からみれば，角の概念は，小学校及び中学校での「図形」領域，小学校での「量と測定」領域，高等学校数学Ⅱでの関数に関わる学習内容などの複数の領域にまたがって長期的に学習されていることが明らかになった。

1.3.2 教科書及び教師用指導書からみた角の学習指導の現状と課題

次に，小学校，中学校，高等学校の各学校段階における，現行の算数科，数学科の教科書から，角の学習指導の現状と課題を考察する[61]。

1.3.2.1 小学校算数科教科書における指導内容とその配列

はじめに，小学校算数科教科書の角に関する指導内容とその配列を分析する。

---

[60] 文部科学省（2009）『高等学校学習指導要領 数学編・理数編』，東京：実教出版.

[61] ここでは，平成 17 年文部科学省検定済の教科書を中心に考察する。

上述のように，平成 10 年発行の学習指導要領と現行の学習指導要領では，指導される学年が異なる指導内容が一部含まれているが，その配列の順序に変化はみられない。つまり，「量と測定」領域において回転の大きさとして普遍単位である「度（°）」を用いてその量が捉えられ数値化される前に，「図形」領域において「一つの点から出ている二つの辺が作る形」として角を捉えた上でその辺の開き具合として大きさの直接比較や間接比較がなされる。二つの辺の開き具合の大きさを比較する活動は，図形としての角から回転の大きさという量としての概念の獲得につなげるための活動である。実際，小学校算数科の教師用指導書では，図形としての角の指導に関して次のように示されている[62)]。

> 一つの点から出ている二つの辺が作る形を「角」として定義し，角を作っている辺の開き具合を角の大きさとしておさえ，角の概念を指導していく。このように角は図形の一部であると同時に，量としての性質ももつ。角は量であるので当然大きさをもつ。したがって，直接比較に相当する重ね合わせによって二つの角の大小や相当関係を調べることができる。

さらに「量と測定」領域の学習では，量としての角の概念を一層深めるために半直線の回転の大きさとして角の大きさを捉え，辺の開き具合では捉えることの難しい 180°を超える大きさに範囲を拡張した測定活動を行う。平林（1987）は，数学的諸概念がとりわけ測定活動から生まれることから，その重要性を次のように指摘している[63)]。

> 量を測定することによって量概念ができる。測定の最も素朴な形態は比較である。多くの数学的概念が，この素朴な測定である比較という活動の結果として形成される。
> たとえば，量としての「角」の概念形成には，端を共有する二本の半直線をかいてみせることは，ほとんど役に立たない。紙で多くの角を切りとって，それらを相互に比べさせたり，一つをもとにして他のものを測らせたりすることによって，はじめて角の概念は形成される。

このように，量として角を捉える学習は図形としての角を比較する学習から始まり，「図形」領域と「量と測定」領域の二つの領域にわたってなされる。そこで，図形の開き具合として捉える場面と，開き具合から回転の大きさへと量としての角の概念を拡張し数値化する場面の二つの観点から現行の教科書の指導内容を考察する。

(1) 角に関する属性の抽出とその比較

図形の開き具合として角の大きさを捉える場面では，直接比較や間接比較の活動を通して，

---

62) 新しい算数編集委員会（2005）『新しい算数 教師用指導書研究編 4 年下巻』，東京：東京書籍，p.41.
63) 平林一栄（1987）『数学教育の活動主義的展開』，東京：東洋館出版社，p.138.

角を図形として捉えるとともに量としてその開き具合を捉えることが表 1-3 のように指導される。なお，表内のアルファベットは教科書会社を示している。

表内の「(図形)」,「(測定)」は,「図形」領域または「量と測定」領域のいずれかに含まれる単元で取り扱われていることを示す。図形として角を捉える学習と，量として捉え数値化する学習を同一の単元内で扱う教科書（B）では，その単元では間接比較に関する活動までを取り上げており，直接比較の活動は，二等辺三角形と正三角形の特徴を把握するために底角を折り重ねる活動として度数法を学習した後になされる。

表 1-3 小学校第 4 学年の教科書における角の直接比較と間接比較に関する指導内容

	間接比較に関する内容	直接比較に関する内容
A	（図形）角を定義後，一方の角を切り取り他方に重ねる（開き具合）。 →	（図形）二等辺三角形，正三角形の頂角，底角を折り重ねる。
B	（図形，測定）角を写し取り重ねる活動後，角を定義する（開き具合）。 →	（図形）分度器による測定活動後，二等辺三角形に関する学習において底角を重ねる。
C	（図形，測定）角を定義後，角を写し取り重ねる（開き具合）。 →	（図形，測定）分度器による測定後，三角定規を重ね加法，減法を用いて大きさを求める。
D	（図形）角を写し取り，もう一方に重ねる。 →	（図形）角を定義後，相似な三角形を用いて対応する角を重ねる（開き具合）。 二等辺三角形，正三角形の頂角，底角を重ねる。
E	（図形）角を写し取り，もう一方に重ねる。 ←	（図形）角を定義後，三角定規を重ねる（開き具合）。 二等辺三角形，正三角形の底角を重ねる。
F	（図形）角を定義後，三角定規の角を写し取り，重ねる。 →	（図形）三角定規を重ねる（開き具合）。 二等辺三角形，正三角形の頂角，底角を重ねる。

表内の矢印は教科書に示されている順序である。E を除き，二つの角の一方を紙に写し取り他方に重ねて大きさを比較する間接比較の活動を直接比較の前に位置づけている。そして，その前後に角を「一つの点から出ている二つの辺が作る形」として捉え，角の大きさが二つの辺の開き具合で決まることは，間接比較や直接比較による角を重ねる活動とともに示されている。

さらに，全ての教科書において，直接比較の活動においては相似な関係の三角定規や，角

の大きさの大小関係や他の図形の構成要素と角の関係が視覚的に捉えやすい二等辺三角形や正三角形などが用いられている。

(2) 任意単位及び普遍単位の適用

任意単位や普遍単位の導入によって，角の大きさが数値化され，開き具合から回転の大きさへと量としての角の概念が拡張される。このことに関して，教科書は次の順序で構成されている。まず，扇形の中心角や棒を用いた回転運動による角の大きさの変化が視覚的に捉えやすく示され，回転の大きさとしての角の大きさが強調される。その上で，回転の大きさを比較するために，既習の直角や三角定規に含まれる角を任意単位として用いた数値化がなされた上で，計器として分度器が導入され，普遍単位を用いた測定や図示がなされる。表 1-4 は，角の測定と図示の説明の例として扱われている数値である。なお，A から F は表 1-3 と対応する教科書会社である。

表 1-4 測定と図示場面で扱われている数値

	上向き，左回りの例	上向き，右回りの例	180° を超える角の例
測定	35°（E,F），50°（A）， 55°（F），70°（C）， 120°（B），130°（D）	76°（F），100°（A）	210°（B,E,F），220°（D）， 240°（A,C），300°（B）
図示	30°（D），35°（C,F） 50°（A,B,E）	いずれの教科書も 該当例なし	200°（A），210°（E）

表 1-4 の左から 2 列目と 3 列目は，角を構成する二つの半直線のうち水平な一方を基準とした場合に，もう一方が共有点から基準に比べて上または下，左回りまたは右回りの角であるかどうかを示している。分度器の目盛りは通常，左回りに付けられた目盛りに従って読むが，3 列目に示す角の場合，右回りに付けられた目盛りに従って読む。全ての教科書において，水平な半直線を基準とした場合に，もう一方が基準に比べて上に向き，左回りの目盛りに従って測定や作図をする例が挙げられていたが，右回りの目盛りに従う例は少ない。

このような普遍単位を用いた測定活動を経た後，測定誤差を防ぎ，実証された結果を測

定の手続きをせずに論理的に考える素地を育成するために，補角の関係や対頂角の相等が取り上げられている。さらに，180°を超える大きさの角を扱う際に 180°または 360°を基準にその方法を考えること，単元の最後に示されている三角定規の組み合わせによってできる角の大きさを加法，減法から導くことは，量の基本的な性質である加法性の考えを要するため，他の量と統合的に把握することへとつながる。

教科書ではほぼ上記の順序に従って示されているが，任意単位の扱いと，回転の大きさとして角の概念を拡張することに関して次のような特徴がみられた。

まず，任意単位として扱われている大きさが限定されていることである。全ての教科書で直角を用いているほか，一部の教科書で三角定規に含まれる 30°を取り上げることにとどまっている。これに対し，例えば，長さの学習では任意単位として指幅や文房具の長さなど様々な大きさを持つ幅の広い選択肢の中から，学習者が場面に応じて適切な大きさの任意単位を選択し，測定してきている。しかし，角の場合，学習者の身の回りに存在する角のほとんどが直角であるために，他の量に比べて適当な任意単位が少ない[64)]。また，それらの多くはもののかどであるため，図形に含まれる角として捉えることは可能であるが，回転の大きさとして任意単位の大きさを捉える機会が乏しいと考えられる。

次に，回転の大きさとして角の概念を拡張する学習場面では，同一の単元内において回転の大きさとして角の大きさを捉えるための工夫がなされているものの，学習者が回転の大きさとして捉えることが難しいとされる場面もみられることである。それは主に，以下の四つの場面である。

一点目は，角の大きさを量として意識させるために単元の導入部における回転に関する具体物の示し方である（表 1-5)。表内の A から F は表 1-3 及び 1-4 と同様の教科書を表している。B 社を除き，回転の大きさとして角の大きさを強調するための具体物を取り上げているが，角を開き具合や傾きとして捉えやすい具体物も同時に示され，開き具合に関する具体物は測定方法を問う問題が導入部や単元の終わりのページにみられる。また，傾きに関する具体物はその写真が示され，滑り台，てすり，スロープが具体物の測定活動の例として単元の最後にあげられている。

[64)] 前掲 16）.

表 1-5　教科書に示されている角に関する具体物

具体物による角の捉え方	具体物
回転	時計の針の動き（A,D,E,F），福引きで用いる回転式抽選機（F），風車（C,F）観覧車（C,F）
開き具合	扇子（C,D），はさみの刃（A,D），動物の開いた口（B,D）先の開いたコンパス（E）
傾き	ピサの斜塔（E），ケーブルカー（A），滑り台（A,B,D,F），てすり（A,B），スロープ（A,B,D,F）

二点目は，分度器による測定と作図の活動における回転の扱いである。例えば，回転の大きさを強調するために，角の大きさを表示する際，左回りの矢印が示されている。一方で，分度器を用いて 180°を超える角を測定する場面では，下向きの分度器の図ではなく全円分度器が示され，180°または 360°を基準として測定する方法とともに，両方向の回転の向きを表す矢印が示されている。高等学校における一般角の学習では回転の方向によって角の大きさに正負があることが学ばれるが，小学校の段階ではその素地として，角の大きさには向きがあることが暗黙的にではあるが，学ばれていることが考えられる。

三点目は，具体物に含まれる角を測定する活動における回転の扱いである。「量と測定」領域のねらいの一つに，量の大きさについての感覚を豊かにすることがある[65)]。そのために，全ての教科書において，直角や 180°などの身近なもののかどとしての角の大きさを測定するほか，坂道や階段などの勾配を測定する活動が示されている。しかし，180°を超える大きさの角の測定や，回転の大きさの測定を強調するための図は示されていない。

四点目は，360°を超える大きさの角の扱いである。B では，360°を超える大きさの角を捉えるために，時計の針や線分が右回りに 1 回転以上回転する図とともに 450°，540°，900°の大きさの角が示されている。半直線が 1 回転を超えて回転した場合，その半直線の回転の軌跡が描く角の大きさは 360°を超えることを学習することは，角の大きさが回転の大きさであるという認識を深めるとともに，一般角へと角の概念を拡張するための学習へつながることから，その素地を育成するために取り上げられていると考える。

以上，小学校算数科教科書を分析した結果，角の概念を回転の大きさに拡張する単元に

[65)] 前掲 1）．

おいては，回転の大きさとして捉えることを強調するための工夫がみられた一方で，開き具合や傾きなど角を多面的に捉えることを強調する場面や，学習者が回転の大きさとして捉えることが難しいとみられる場面が確認された。

1.3.2.2 中学校数学科教科書における指導内容とその配列

中学校では，角は，主に第 2 学年の図形領域において扱われる。そこで，第 2 学年の各教科書における配列の順序を以下に示す。

（A 社）
まず，対頂角，同位角と平行線の関係，錯角と平行線の関係を扱った後，三角形の内角の和を三つの角が一直線に並ぶことから求めることを通して内角や外角の性質を扱う。次に，鋭角や鈍角を分度器とともに示し，多角形の内角や外角の和を扱う。最後に，星型五角形の内角の和を示す。

（B 社）
まず，対頂角，同位角，錯角の順に示された後，三角形の内角と外角の性質を扱う。次に，鋭角や鈍角を導入し，多角形の内角の和を扱う。多角形の外角の和においては，外角に回転の向きを考慮することで 360°になることが示されている。また，凹四角形の角を求める問題や星型五角形の内角の和を求める問題を扱っている。

（C 社）
まず，内角及び内角の和と，外角及び外角の和を扱っている。次に，対頂角，同位角，錯角を導入し，三角形の内角や外角の性質を取り上げている。また，凹四角形の内角の和や星型五角形も取り扱われている。鋭角や鈍角については，別の単元である，直角三角形の合同条件において扱っている。

（D 社）
まず，多角形の内角の和の学習から始まり，外角及び外角の和を扱っている。次に，対頂角，同位角，錯角が扱われ，三角形の内角や外角の性質を取り上げている。また，凹四角形は多角形として扱わないことを示した上で，凹四角形の角の和や星型五角形の角の和も取り扱っている。鋭角や鈍角については取り扱っていない。

（E 社）
まず，対頂角，同位角，錯角の順に示された後，三角形の内角と外角の性質を扱う。次に，鋭角や鈍角が紹介され，多角形の内角の和，外角の和を取り上げる。凹四角形の角の和や星型五角形の角の和は扱われていない。

（F 社）
まず，対頂角，同位角，錯角の順に示した後，三角形の内角と外角の性質を扱う。次に，多角形の内角の和，外角の和を取り上げる。そして，証明の単元で，凹四角形の角の和を扱っている。鋭角や鈍角は，別の単元の学習内容に含まれている。

いずれの教科書も対頂角，同位角，錯角，内角，外角といった平行線や三角形などの図形と絡めた角の性質を第 2 学年では学習する。ここでは，図形としての角が中心に扱われ，量としての角は，計算によって図形の内角や外角の値を求める学習のみで扱われており，回転や向きを考慮する場面はほとんどみられない。また，多角形の内角の和の学習において，360°以上の値が角にはあることも学習することとなっている。さらに，現行の学習指

導要領の範囲外であるが，凹四角形の角が発展的な学習として扱われている。しかし，いずれの教科書においても向きを持つ回転の大きさとして捉える場面はみられない。

1.3.2.3 高等学校数学科教科書における指導内容とその配列

最後に，一般角と弧度法が導入される高等学校数学Ⅱの教科書を考察する。

（A 社）
まず，角に対して回転の大きさと向きを取り入れると，360°以上の角や負の角を考える必要性があることから，0°から 360°までの動径の回転には正や負の向きがあること，また，360°以上の角があることが示され，一般角を導入する。また，360°の回転によって元の位置に戻ることや角の象限について取り扱っている。次に，一般角の三角関数が示した後，弧度法を導入する。弧度法については，一つの円において弧の長さと中心角の大きさが比例していることを使った角の大きさを表す方法として取り上げ，弧度法を用いて扇形の弧の長さや面積を求める問題を挙げる。その後，弧度法を用いた三角関数のグラフを示す。

（B 社）
まず，時計の針の回転には，360°以上を超える回転があることや，針が 10 分進むことと 10 分戻ることは同じ回転の大きさであっても向きが逆であることから，一般角の必要性を示し，導入する。次に，動径が 360°回転すると元の位置に戻ることを取り上げる。そして，三角関数の導入の前に，弧度法を取り上げる。

（C 社）
まず，歯車の回転には，回転の向きや 360°以上の角があることから，回転には正や負の向きがあることを示し，一般角を導入している。次に，360°回転すると動径がもとの位置に戻ることを取り上げ，三角関数の学習へ進む。弧度法については取り上げず，三角関数のグラフも全て度数法で表している。

（D 社）
半直線が左回りに $\frac{2}{3}$ 回転する場合や，右回りに $\frac{7}{4}$ 回転する場合の角の大きさの表現方法を考える課題から，一般角を導入する。次に，30°回転の角と同じ大きさの角に，30°＋360°， 30°－360°， 30°＋720°，30°－360°など無数にあることを示し，三角関数の学習へと進む。弧度法は，三角関数の学習後に取り上げ，角の大きさを弧度法で表現しても，度数法での表現と同様に考察できることを扱う。

（E 社）
まず，図形で扱われる角度の範囲は 0°から 360°であるが，時計の針の回転のようにある点を中心とした回転量を考察する場合，360°以上を超える角度や向きを考慮する必要があることから，一般角を導入する。次に，動径の回転には正や負の向きがあることが示された後，360°の回転によって元の位置に戻ることや角の象限を取り扱っている。さらに，弧度法については，一つの円において弧の長さと中心角の大きさが比例していることを使った角の大きさを表す方法として取り上げ，弧度法を用いて扇形の弧の長さや面積を求める問題をあげる。その後の三角関数の学習では，全て弧度法を用いる。

このように，一般角の導入においては，時計や歯車などの身近な事象から負の向きや 360°以上の範囲を考える必要性が示されている教科書が多い。弧度法に関しては，教科書によって三角関数の前後で指導がなされることとされ，順序は統一されていない。また，三角関数を学習後に弧度法を扱う教科書も一部みられる。

第 4 節 角の学習上の困難点に関する実証的研究の課題

学校数学における角の学習上の困難点を指摘している実証的研究はこれまでにも存在する。本節では，先行研究の展開と成果を概観し，前節で指摘した教材の配列上の課題が学習者の実態としてどのように表出しているのかを確認するとともに，角の学習指導に関する研究上及び実践上の課題を指摘する。

1.4.1　角の学習指導に関する実証的研究の展開と成果

1.4.1.1 角の複数の捉え方に関する学習者の実態

本章の第 1 節で挙げたように，図形としての角及びその大きさとしての捉え方が複数存在することは，角とその大きさの特徴の一つである。実際，角に関する複数の捉え方は学習者の角の概念の獲得を妨げる可能性があることを指摘する先行研究が国内外に存在している。例えば，Mitchelmore（1989）[66] は，角の捉え方について，図形としての捉え方が一つ，角の大きさとしての捉え方が二つ存在し，それらを統合的に把握できないことによるとみられる学習上の困難点を以下のように挙げている。

・角の大きさを判断する際に辺の長さと混同すること
・回転の認識が弱いために，180° を超える角を捉えられないこと
・測定対象の大きさに応じて，開き具合または回転の大きさの捉え方を用いた角の測定ができないこと

また，Krainer（1991）[67] は，角を構成する二つの辺の距離から角の大きさを捉えてしまっている 13 歳児 1 名の反応を分析し，そのような児童は，角を構成する一方の辺は必ず水平に置かれ，角の大きさを表す矢印は常に上向きに示されると捉える一方で，180° 以上の角の存在も認めることを指摘することを明らかにしている。同時に，測定や図示場面では，180° を超えない大きさのみを認識できることを指摘するとともに，そのような困難点の要因として，角の大きさを二辺の距離で捉えているために，円の一部として捉えておらず，分度器の構造を理解していないことを挙げている。

このような実態に対し，角の概念が複雑であり，図形としての角（figure），二つの辺の

[66] 前掲 26）.
[67] Krainer, K.（1991）Consequences of a low level of acting and reflecting in geometry learning; Findings of interviews on the concept of angle. In F. Furinghetti.(Ed.), *Proceedings of the 15th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol.2, pp.254-261), Assisi, Italy: PME.

開き具合（space），傾き（inclination），回転（rotation）の四つが複数絡み合った状態で角を捉えている可能性があることを要因としている。その上で，図形としての角（angle）とその大きさ（angle measure）と単位による大きさの測定（angle measure in degree）の関連性を重要視することや，測定の意味を理解した上でその道具として分度器の存在を理解することを提案している。

上の先行研究のほか，小学校第 3 学年の初期から第 4 学年までの 2 年間に渡って，太陽光線に関する実測的な経験を通して長期的に角の概念形成を図ろうとした Douek（1998）[68] は，傾きに関する活動を連続 30 時間以上実施し，その分析の結果，傾き，向きという用語は頻繁に用いられるようになると同時に，傾きの概念は太陽の動きと関連させることによって，静的かつ動的に獲得できる一方で，角の概念との統合は困難であることを明らかにしている。

また，Keiser（2004）[69] は，角の定義が厳密になされていないことに着目し，第 7 学年の生徒に角の定義を議論させる授業実践を試みた。この研究では，角は二つの半直線や，回転の大きさなど，多面的に捉えた学習を通して角の定義が複雑であるため，学習者にとって難しい概念であることを指摘している。そして，以下の三点を考察の観点とし，第 6 学年二クラスにおいて 5 週間かけて収録された角に関する授業を分析している。

①角の大きさについて述べる際，測定されているものは何か？
②角は湾曲（カーブ）を含んでいるか？
③0°，180°，360°は難しいか？

米国の教科書の Connected Mathematics Project（CMP）では“Shapes and Design”という領域が設けられ，第 6 学年から第 8 学年に渡った図形に関する学習を提案している。第 6 学年のこの領域に関する内容の授業で以下のような角に関する学習上の困難点がみられたことが報告されている。なお，①から③は上記の三つと対応する。

①-1 多角形の辺の数が増え，隣り合う辺の開きが大きくなり尖り具合が減ると，角は大きさを失ってしまうと捉えている。
①-2 尖り具合から角を捉えており，六角形の頂角（120°）の方が八角形の頂角（135°）より尖っていることから,その大きさも大きいと判断している。
①-3 地図上の大きさと実測値の場面において，辺の長さに捉われる。
①-4 角の大きさを指す扇形の弧の長さ（回転の大きさを表す矢印の長さ）に捉われる。

[68] Douek, N.（1998）Analysis of a long term construction of the angle concept in the field of experience of sunshadows. In A. Olivier., & K. Newstead. (Eds.), *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol.2, pp.264-271), Stellenbosch, South Africa: PME.

[69] 前掲 13）．

①-5 角は二つの半直線からなり，その傾き具合（半直線間の幅）から大きさが決まると捉えている場合，180°を超える大きさの角は測定できないとしてしまう。
②カーブと直線の接点があることから R や P は角を持つ，S や O は角を持たないと判断する。
③-1　180°は 2 辺が共有する点や，2 辺が共有点から異なる向きで出ていることが捉えにくく，角とみなすことができない。
③-2 動的に捉えることができないため，360°は円であり，尖った先端の形をなさず辺を持たないことから，角とみなすことができない。

この論文の結論では，上記のような困難性をもつ生徒同士を議論させた結果，一つの点から出ている二つの半直線と角を定義することは,角の概念の拡張を妨げる可能性があり，そのような定義を理解するのに十分成長していない生徒に角の定義を教えることは，概念的な理解に制限をかける恐れがあることを指摘している。そして，そのような定義を導入する前に十分なその基盤となる概念イメージを形成しておくことが重要であると述べている。角の定義を学習する場面まで生徒が個人的に抱いていた定義を変えるあるいは拡張する必要性が生じたときに，生徒らによって定義が変えられることが述べられている。

最後に，Browning ら（2007）[70] は，かど，あるいは，一点と二つの半直線，回転，半直線間の広さなどの角に関する複数の捉え方，並びに度数法による表現の意味理解の重要性を指摘し，角に対する正確な数学的な定義や，角の測定対象の説明に困難を示す学習者の存在を解明している。

以上のように，特定の学年の児童を対象とする質問紙調査や授業実践を通して，角とその大きさに関する複数の捉え方に困難を示す実態が示されている。国内でも同様に，授業実践を通して困難性を議論する研究はみられるが，いずれも学習指導の改善に至るまでの議論はなされていない。

1.4.1.2　角度の測定や図示に関する学習者の実態

分度器による角度の測定や図示に困難を示す学習者の実態は，従来の複数の研究において示されてきている。例えば，鈍角や 180°を超える角に対し困難を示す児童・生徒が多くみられることを明らかにしている調査の一つに，National Assessment of Educational Progress（NAEP）が米国の生徒を対象に 1992 年に行った調査がある[71]。この調査では，二つの半直線が下向きに開く 120°の角を測定する問題を出題した結果，第 8 学年の正答率が約 35％であったことが報告されている。

---

[70] Browning, C.A. et al.（2007）What’s your angle on angles? *Teaching Children Mathematics, Vol.14, No.5,* 283-289.

[71] Mullis, I.et al.（1993）*NAEP 1992 Mathematics Report Card for the Nation and the States.* U.S. Department of Education.

同様の傾向は国内の調査でもみられる。例えば，東京都算数教育研究会が平成 16 年度に小学校第 4 学年を対象に行った角の概測に関する調査問題[72] では，180°を超える角の大きさの概測に困難を示す傾向にあることが明らかになった。さらに，180°を超える場合，角を図示する問題に測定で用いる考えを適用することに困難を示す傾向にあることも明らかにされている[73]。

このような実態は，他の実証的研究からも明らかにされており，Wilson（1990）[74] では，NCTM スタンダート（1989）を手がかりに，角と角の測定の意味を理解する必要性を指摘している。すなわち，図形の特性と関連性を生徒が理解し適用できるようになるという図形指導の目的を達成するために，角の測定の学習は，他の測定体系にも適用できるようなモデルを追ってなされるべきであることが述べられている。その上で，角の大きさの測定の手順を以下の四段階で示している。

1. 何が測定されているのかを理解すること
　角を測定する際，何が本当に測定されているのか。我々は「角」という言葉を様々に異なった考えを表すために用いる。例えば，二直線の開き具合，ある場所を始点とする回転などである。生徒は，このような捉え方を議論するための多くの例と機会を必要とする。
2. 比較する
　生徒は，測定の単位を使用せずに角を比較することができる。生徒はドアが多く開いているか少なく開いているかを判断することができる。このような比較は，何を測定しているかを強調するのに役立つ。このことは，上記 1 及び辺の長さとの混同や二直線の距離との混同を防ぐ。
3. 比較を補助するための任意単位による測定
　この実践は長さの測定では一般に知られていることである。角の測定のように複雑な測定体系へと移行する際にはこの段階をしばしば省略してしまう。角を測定するために楔形を用いて測定することは，角の測定に必要な種類の単位に焦点を当てることを助ける。単位を繰り返し用い，数えることによって，分度器の有用性を実感することができる。
4. 普遍単位による測定
　普遍単位の有用性を実感するためには上記 1～3 の段階を踏むことが必須である。角と楔形の空間的な感覚を理解すると，標準の分度器を理解しやすくなる。もし角の比較に関する議論の場を設けていない場合は，角とは何であり，角のどのような特性が測定されているのかを議論する場を設けること。

上記の四つの段階には，わが国の測定の指導で一般的に行われている「測定指導の四段階」と共通点がみられる。例えば，第二段階から第四段階の内容はそれぞれ，直接比較及び間接比較，任意単位による測定，普遍単位による測定に対応する。第一段階の測定対象の理解は，直接比較の段階を通してなされることとされているが，角の場合，複数の図形

---

72) 東京都算数教育研究会（2005）『平成 16 年度学力実態調査の集計と考察〈数と計算　量と測定〉』.

73) 宮崎県教育研修センター（2005）『宮崎県　平成 16 年度小学校・中学校基礎学力調査研究報告』http://mkkc.miyazakic.ed.jp/kiso16/index.html　（2010 年 12 月 14 日確認）.

74) 前掲 8）.

の構成要素から成るために，図形としての角からその大きさを抽出する際に，他の図形の構成要素に捉われる困難性が特性として考えられる。従って，角の大きさを比較する前提として，図形としての角からその大きさを抽出する視点を獲得することが必要である。

1.4.1.3 弧度法に関する学習者の実態

1.4.1.2 では度数法に関する学習上の困難点を指摘している先行研究を概観したが，角の学習の困難性は小学校段階に留まらず，高等学校で学習されている弧度法に関する学習上の困難点も存在することも指摘されている。

例えば，東京理科大学数学教育研究所が 2005 年と 2006 年に，数学Ⅲ及び数学 C を履修中の高等学校第 3 学年の理系生徒 3,365 名を対象に行った調査がある[75)]。この調査では，弧度法に関する問題として，三角関数のグラフを用いて sin1，sin2，sin3 の大小関係を調べる問題が出題された（図 1-4）。

問題 A−10　sin 1，sin 2，sin 3 の大小関係を調べ，小さい順に並べなさい．

図 1-4 弧度法で表された三角関数の値の大小関係を調べる問題

この問題の解法は主に 2 通り考えられる。一つは，図 1-5 のように三角関数（y=sinx）のグラフを用いて調べる方法である。もう一つは，図 1-6 のように単位円を用いる方法である。いずれも sin1，sin2，sin3 の 1，2，3 はそれぞれラジアンを単位とする数値であることを認識する必要がある。

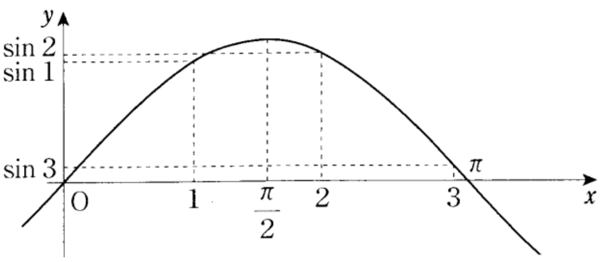


図 1-5

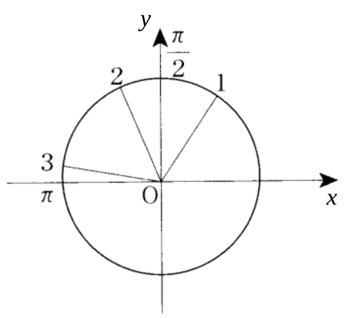


図 1-6

75) 東京理科大学数学教育研究所（2007）『高校生の数学力 NOWⅡ－2006 年基礎学力調査報告－』，東京：科学新興新社 フォーラム A.

この問題の正答率は，2005 年では 34.4%，2006 年では 24.2%であった。さらに，無答率が約 25%であり，2006 年における正答率を上回った。この結果に対し，角の大きさは度数法のみにより表示されるという誤った生徒の認識が根底にあることが推測されている。このような実態は，生徒の弧度法に対する理解の不十分さを示唆している。

弧度法の学習に関する困難性を指摘する先行研究は国外にも存在する。例えば，Thompson（2008）[76] は，米国の数学教育の課題として，（1）質の高い数学学習を試みる対策や現状に対する学生の意見から数学教育者が数学学習に貢献する価値を見出すことができること，（2）数学的に考えること，意味づけることに数学学習の重要性があること，（3）（2）の重要性を学生自らに経験させるために単元の導入部を重要視すること，の三点を指摘している。その上で，（2）の課題に関して，三つの事例（三角法，一次関数，指数関数）をもとに，現在の学習指導では意味づけることに重点が置かれていないことが学習上の困難点の要因であることを主張している。三角法（三角比と三角関数）の事例の中で弧度法を取り上げ，角の測定の考えと弧度法の取り扱いについて，度数法と関連付けた学習の必要性を主張している。

また，Eggleton（1999）[77] は，高等学校における弧度法に関する授業実践における生徒の反応を次のように述べている。

> 分数とπからなる任意に構成されたものを，角の単位として無理に覚えなければならない。なぜ度数法の代わりとなる単位が必要かどうかわからないまま，弧度法へ変換する能力だけ身につけている。

このような生徒の実態を把握した上で，円周の長さの測定と角の大きさの測定を関連付け，度数法と弧度法による測定結果を比較することを提案している。

以上のように，従来の先行研究において児童・生徒の角に関する学習の実態は示されているが，それらは特定の学年にみられる困難点の指摘にとどまり，角に関して複数の学校段階に渡ってみられる学習上の困難点や，学習指導の改善の指針は十分考察されていない。そこで，本研究では各学校段階に固有な学習上の困難点の特定を超えて，複数の学校段階でみられる困難点も視野に入れながら，角に関する学習上の困難点を総合的に特定するとともに，困難点の解消の方法を探究する。

---

[76] Thompson, P.W.（2008）Conceptual analysis of mathematical ideas: Some spadework at the foundation of mathematics education. InO. Figueras., J.L. Cortina., S. Alatorre., T. Rojano., & A. Sepulveda. (Eds.), *Proceedings of the 32nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol.1, pp.31-49), Morelia, Mexico: PME.

[77] Eggleton, P.（1999）Experiencing radians. *Mathematics Teacher, Vol.92, No.6*, 468-471.

1.4.2　角の学習指導に関する研究上及び実践上の課題

1.4.2.1　学習上の困難点と要因の特定に関する課題

1.4.1 において，角の学習指導に関する先行研究の成果を概観した結果，各学校段階に固有な困難点を指摘する質問紙調査や授業実践が国内外に散在することが明らかになった。しかし，そのような成果が得られている一方で，それらの多くは質問紙調査での単発的な問題の出題による困難点の存在の指摘にとどまり，具体的な学習内容に依拠した困難点と要因が詳細に特定されていないこと，及び複数の学校段階でみられる困難点も視野に入れた総合的な特定と要因の検討がなされていないことが課題となっている。これは，角の学習指導に関する研究上の課題である。すなわち，課題の一点目は，学習者の実態の把握に関わる角の学習上の困難点とその要因の解明である。

上記の課題を解決するためには，角に関する児童・生徒の学習上の困難点を，各学校段階，及び複数の学校段階の観点から特定するとともに，解答に至るまでの過程を記述する問題とインタビュー調査を併用し，児童・生徒の解答の根底にある認識自体，及び認識と困難点の関連性を調べることを通して，困難点の要因を明らかにする必要がある。なぜなら，角に関する学習指導の根底には，このような系統性が存在するがゆえの困難性が潜んでおり，各学校段階及び複数の学校段階に渡ってみられる学習指導上の課題を浮き彫りにしなければ，各学校段階に相応しい解決策を講じることはできないからである。

1.4.2.2　学習上の困難点を解消する方法に関する課題

1.4.2.1 で述べた，学習者の実態の把握に関わる課題に加え，角の学習指導に関する従来の研究方法に関わる課題も存在する。従来の研究の多くは，主に小学生を対象とした質問紙調査による困難点の指摘にとどまり，学習の系統性を考慮しながら困難点を追究し，それらを解消する方法を提案する立場から学習指導の改善を図ることまでは十分に考察されていない。このことが課題の二点目である。本研究ではその達成までも視野に入れた独自の研究方法を提唱する。この課題を解決するためには，実証的に得られるデータにみられる困難性を示す学習者の立場から指導への示唆を得るための研究方法を理論的に吟味することが必要である。

すなわち，質的な研究方法における限られた調査対象者の反応から，学習指導を再構成する方法を直接的に導くことには限界があるが，教授的介入の側面が十分に考慮された実証的方法によって得られた学習者の変容に基づいて，学習指導を改善するための研究方法

の可能性を確証するのである。

上記の方法を解明することは，角に関わる学校数学全体の学習のあり方を見直す手がかりとなり得る。本研究の方法は，学校数学における特定の学習内容に依拠しながら，学習者の立場から学習指導を改善することを目的とする数学教育学に関わる一つの研究方法として，他の数学学習の内容に関わる研究における実証的な方法への適用を提供することが期待できる。さらに，本研究で得られた知見を手がかりに困難点の解消の方法を提示することは，困難性を内包したまま展開されている実践上の課題へも貢献され得る。

第 5 節　第 1 章のまとめ

第 1 章では，学校数学における角に関する学習指導の経緯と先行研究を概観し，それらの展開と成果を確認するとともに，角の学習指導に関する実証的研究上の課題を以下の手順で考察した。はじめに，角とその大きさの特徴を数学的側面と物理学的側面から検討し，学校数学における角とその大きさの捉え方を確認した。そして，本研究では，角とその大きさの特徴を考慮し，図形的側面と計量的側面の双方から角を捉えることを述べた。次に，角の学習の系統性と学習者の現状，先行研究の成果を概観した。その上で，角の学習上の困難点に関する実証的研究の課題を指摘し，角の学習指導の現状を改善するためには，従来の研究を超えて困難点とその要因の特定する必要があることを述べた。

第 1 節では，数学及び物理学における角とその大きさの扱いを概観し，角の概念の特徴及び学校数学における角とその大きさの扱いを精査しながら角とその大きさを概念規定した。はじめに，角の概念に関する数学的な定義は唯一ではないことを確認し，学校数学では「一つの点から出ている二つの辺がつくる形」として角を定義するものの，角の捉え方は複数存在することを考察した。また，角の概念とは独立して直角の概念が数学的に存在し，角の概念の獲得における直角の概念の役割を考察した。次に，物理学の立場から度数法と弧度法の相違を確認した。最後に，上述のような数学及び物理学の側面からみた特徴と学校数学における角とその大きさの捉え方の両者を踏まえ，本研究における角とその大きさの捉え方を概念規定した。

第 2 節では，戦後から平成 10 年告示（高等学校は平成 11 年告示）の学習指導要領を手がかりに，各学校段階における角の学習指導の歴史的変遷を把握することを通して，学校数学における角の学習の意義を考察した。その結果，角に関する指導内容の配列は従来から系統的に構成されてきており，小学校段階でなされる角の計量に関する学習が中学校及び高等学校数学科における図形の計量を中心とした学習に波及していることが明らかになった。

第 3 節では，現行の学習指導要領，教科書，教師用指導書に基づいて，角の学習指導の現状を把握した。例えば，「測定指導の四段階」を観点に，小学校第 4 学年の教科書における角の計量に関わる内容を分析すると，（1）図形の構成要素としての角及びその属性の一つとして角の大きさを抽出する学習では，間接比較，直接比較の順になされていること，（2）任意単位とする大きさが限定され，回転の大きさとして捉えやすい任意単位を用いる

測定場面が少ないこと，（3）角の概念を回転の大きさに拡張する単元では回転の大きさとして捉えるための工夫がなされているものの，複数の角の捉え方を強調する場面や，学習者が回転の大きさとして捉えることが難しいとみられる場面があること，の三点の特徴を指摘した。

第 4 節では，角の学習指導に関する実証的研究の展開と成果をまとめ，それらの課題を指摘した。1.4.1 では，これまでに明らかにされている角の学習に関する学習者の実態を概観した。具体的には，角に関する具体物を用いる場面を通して，回転の大きさとしての角概念の獲得を試みた先行研究を中心に取り上げた。この研究では，回転概念は児童にとって身近な概念であり，角概念の獲得に有効ではあるが，角に関する静的な場面での回転概念の適用が難しいことが指摘されている。このほか，特定の学年の児童を対象とする質問紙調査や授業実践を通して，学習上の困難点を実証的に解明している先行研究を概観し，角とその大きさに関する複数の捉え方に困難を示す学習者の存在が指摘されていることを述べた。また，弧度法に関する学習上の困難点も確認し，角の学習の困難性は小学校段階での度数法に関わるものにとどまらないことを指摘した。

次に，1.4.2 では，角の学習指導に関する実証的研究の課題には，1.4.1 で述べた学習者の実態の把握に関する課題に加え，従来の研究方法に関する課題も存在することを指摘した。すなわち，前者について，角の学習に困難を示す学習者が多い故に，学習内容に依拠した詳細な困難点の特定とその要因の解明が必要であることを指摘した。後者については，従来の研究の多くは，主に小学生を対象とした質問紙調査による困難点の指摘にとどまっていることから，学習の系統性に配慮した困難点を追究し，それらを解消する方法を提案する立場から学習指導の改善を図ることまでも視野に入れた方法を提示する必要があることを述べた。

以上のように，角の学習指導に関する実証的研究の課題には，学習者の実態の把握に関わる課題と従来の研究方法に関わる課題がある。そこで，第 2 章では，これらの課題を解決するために，角に関する学習上の困難点の特定とその解消の方法を理論的に探究する。

第 2 章　角に関する学習上の困難点の特定と解消の方法の探究

本章の目的は，角に関する学習上の困難点を特定し，その困難点を解消するための方法を理論的考察によって提示することである。第 1 章第 4 節で指摘した通り，角の学習指導に関する実証的研究には，研究上及び実践上の課題が存在する。これらの課題を解決するためには，従来から量とその測定に関する学習指導の基盤的役割を果たしてきた「測定指導の四段階」に加え，角の大きさの特徴及び複数の学校段階にわたって展開される角の計量的側面に関わる指導内容を考慮し，角の大きさの学習を学習者及び指導者の双方の立場から捉える必要がある。

この目的を達成するために，本章では次の手順で考察を進める。はじめに，量とその測定に関する学習指導を学習のプロセスと学習の要件から特徴づけ，複数の段階に区分している先行研究の枠組みに基づいて,「測定指導の四段階」と比較し，角に関する学習指導の現状と課題を指摘する。その上で，その課題を解決するための学習の要件を考察し，学校数学における角の大きさに関する学習を捉えるための独自の枠組みを設定する。

次に，その枠組みに従って，学習上の困難点とその要因を実証的に特定する方法，及び困難点の要因を分析する方法を述べる。本研究では，質問紙調査及びインタビュー調査を併用する手法をとる。それは，次の理由による。従来，量的研究方法の一つとしてとられてきた質問紙調査による考察のみからでは，詳細に困難点を特定し，その要因を解明することに限界がある。これまでに解明されてきている学習上の困難点を超えて探究するためには，解答に至るまでの過程を記述する問題とインタビュー調査を併用し，児童・生徒の解答の根底にある認識自体, 及びそのような認識と困難点の関連性を解明する必要がある。

そこで，上述のような研究方法を設計するために，はじめに，先行研究における角に関する各種調査の質問紙の問題とその結果を手がかりに，本研究の枠組みに従って調査問題を開発する。次に，インタビュー調査に関しては，学習者の認識を深く掘り下げる可能性があり，かつ教授的介入の側面を強く備えインタビューが被験者にとって一つの学習となるような課題変数を可能な限り事前に設定している「課題準拠インタビュー」（Goldin，2000）[78] の方法論を確認する。そして，構造化されたインタビュー[79] の一つの手法である「課題準拠インタビュー」を用いる意義と，本研究で具体的に展開する方法を考察する。

さらに，本研究では，実証的な考察から得られた学習上の困難点を解消する立場から，角の計量的側面に関わる指導内容の配列，教材，及びその教材を用いた指導法のあり方を検討することを通して，角の学習指導の改善の指針を示すことを目指している。そこで，本研究における実証的な考察から得られる結果の範囲で，学習指導の改善の指針を導くために，学習上の困難点に従って指導内容の配列の課題を特定し，その課題を解決するための配列のあり方の提案，及び教材及びその教材を用いる指導法の提案について考察する。最後に，本章のまとめを行う。

[78] 前掲 9）.

[79] 伊藤（1995）は，質的研究によるインタンビューは主に，「予め質問項目を決めておいて組織的に開いていく方法（構造化されたインタビュー）」と「より自由に参加者の裁量にまかせて話してもらう方法（構造化されないインタビュー）」の二つに大別している。

伊藤（日野）圭子（1995）「数学教育における質的研究について：その前提と方法」，日本数学教育学会誌・数学教育，第 77 巻，第 9 号，160-170.

第１節　角の大きさに関する学習を捉える枠組み

本節では，量とその測定に関する学習指導を学習のプロセスと指導の意図から複数の段階で特徴づけている先行研究に基づいて検討し，わが国の量の指導で経られる「測定指導の四段階」と比較する。次に，「測定指導の四段階」，第 1 章で考察した角とその大きさの特徴，及び学習指導の系統との関連を踏まえ，角の大きさに関する学習の要件を解明することを通して，学習者及び指導者の立場から特徴づけた学校数学における角の大きさに関する学習を捉える枠組みを設定する。

2.1.1 量と測定に関する指導の段階の検討

学校数学における量と測定の学習指導の過程は，様々な観点から特徴づけられている。例えば，Inskeep（1976）[80] は，測定指導の方法を知るためには，その前提として測定に関する学習のプロセスを把握することが不可欠であることを指摘し，量と測定に関する学習のプロセスとそのプロセスを経るための指導の意図を対応づけ,複数の段階で示している。上記のような意図の下で設定されている先行研究の枠組みを検討することは，学習者の立場から指導の改善の示唆を得るために，角の大きさの学習に関する枠組みを設定する本研究に適合していると考えられる。

Inskeep（1976）は，学習過程の把握を前提に指導のあり方を提案する立場から，量概念の導入から普遍単位による測定に至るまでの測定指導のプロセスを次の三段階で示している。その三つの段階とは，考察対象の属性の一つとして量を抽出する「知覚」の段階，抽出された量の基本的な性質である保存性や加法性，及び推移律を用いて比較する「比較」の段階，比較の活動を通して，任意単位及び普遍単位の必要性を実感し，量を数値化する「単位の適用」の段階，である。さらに，次のように，各段階でなされるべき学習の要件を説明し，学習のプロセスから段階の名称を設定している。

第一段階の「知覚」は，測定対象となるものの属性のある一つの量に着目し,「何を測るのか」，測定対象である量を把握する段階である。例えば，ある人間の身長を測定する場

[80] Inskeep（1976）では，学習者の測定に関する学習指導過程の分析の視点として，幾何や算術に関する認知的側面と知覚スキルの融合が重要であることを述べた上で，指導の三段階を提案している。

Inskeep, J.E.（1976）Teaching measurement to elementary school children. In D. Nelson., & R.E. Reys. (Eds.), *Measurement in School Mathematics Thirty-eighth Yearbook* (pp.60-86), Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

合，測定対象である人間の属性の一つである身長に着目し，その長さを測定することを把握することがこの段階である。

図形としての角は「一つの点から出ている二つの辺が作るかたち」と小学校算数科の教科書で定義されているように[81)]，複数の構成要素からなる。それゆえ，図形から角の大きさを把握する際には，他の量を把握する場合に比べ，どの構成要素とその大きさに着目するかということを認識する必要がある。すなわち，学習のプロセスの第一段階である「知覚」の段階は，角の大きさを比較する前提として，一点を共有する二つの辺が作る形及びそれらに含まれる角の大きさに着目するための段階と位置づけられる。

次に，第二段階の「比較」は，同一の属性を持つ複数の物を比べる段階である。第一段階で着目した数値化前の属性を繰り返し比較することを通して，属性を表すための基準の必要性を実感することを意図している。すなわち，角の大きさを測定する場合，二辺の開き具合または一辺の回転の大きさとして捉えた複数の角の大きさを直接的あるいは媒介物を用いて間接的に比較する。その際には，角の大きさは辺の長さに依らないことを実感するのがこの段階である。

さらに，第三段階の「単位の適用」は，二つに大別される。前半は，推移律を必要とする複数の大きさの比較を通して基準となる単位の必要性を実感し，任意単位による測定に至ることである。後半は，任意単位による測定活動を通して普遍単位の必要性を実感し，普遍単位による測定に至ることである。角の大きさの場合，任意の扇形の中心角による測定や分度器による測定，さらには弧度法を用いて角の大きさを数値化することである。

このような Inskeep による三段階の提示に対し，学校数学で扱われる量とその測定の学習指導の中でも，特に普遍単位による数値化前に着目し，それらが次の三段階から捉えられることを指摘している先行研究も存在する[82)]。例えば，Outhred ら（2003）が提唱する枠組みは次のような三段階から構成されている。第一段階は，量の直接比較と分割による保存性の認識から，測定対象となる属性を確認する段階である。第二段階は，量の比較から与えられた量の大きさを抽象し，測定の意味を知る段階である。そして，第三段階は，与えられた量の構成の表現として，単位を用いた視覚化をする段階である。この研究では，

---

81) 例えば，杉山吉茂他（2005）『新編 新しい算数 4 年上巻』，東京：東京書籍.

82) Outhred, L., Mitchelmore, M.C., McPhail, D., & Gould, P.（2003）Count me into measurement : A program for the early elementary school. In D.H. Clements., & G. Bright.(Eds.), *Learning and Teaching Measurement 2003 Yearbook* (pp.81-99). Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics.

長さ，面積，体積を例とした三段階を提示するとともに，この段階に従った測定の概念の体系的な育成を言及している。上述の Inskeep（1976）による三段階からみると，Outhred（2003）の第二段階は「比較」の段階に，第三段階は「単位を導入するための探究」の前半に相当すると考えられる。

このような量とその測定に関する学習指導の段階の従来の提案に対し，わが国ではいわゆる「測定指導の四段階」が知られている。実際，算数科の「量と測定」領域における量の学習指導は，一般的にこの四段階を経ることが望ましいと古くから指摘されてきた。すなわち，量の比較と測ることの意味指導を中心とするこの四段階は，原則として学校数学で学ばれる量の測定の指導に適用すべきであることが指摘されており[83)]，直接比較，間接比較，任意単位による測定，普遍単位による測定の全ての段階を経て，量の概念の形成が図られる[84)]。はじめに，量の直接比較及び間接比較の段階では，具体的な活動を通して，量の基本的な性質を理解するとともに，測定対象となる属性を把握することがねらいとされている。次に，間接比較の段階における推移律の適用を経て，単位の必要性を実感し，任意単位及び普遍単位による量の数値化の段階へと至る。

実際，図形及び量として複数の捉え方が存在する角の概念は，学校数学では，測定の指導の四段階を経てその学習がなされている。すなわち，図形としての見方に基づく角の大きさの直接比較を経て，半直線の開き具合としての見方が導入される。しかし，その操作を省いて大小関係を把握するためには，単位を用いた数値化の必要性が生じる。そのために，任意単位としての直角や，普遍単位の一つである度を用いてその大きさの表現がなされる[85)]。さらに，数値化された角の大きさは，その取りうる値の範囲を負の数や 360° を超える範囲にまで拡張し，一般角や新たな普遍単位である弧度法を用いて角の大きさを数値化する学習がなされる。

2.1.2 角の大きさに関する学習を捉える枠組みの設定

上で述べた先行研究及び量とその測定に関する学習指導の構成は，学校数学で扱われる量の学習指導全般に適用されることが想定され，設定されている。しかし，冒頭でも述べ

---

83) 前掲 1）.

84) 算数科教育学研究会（2006）『新編算数科教育研究』，東京：学芸図書，pp.77-98.

85) 現行の『小学校学習指導要領解説 算数編（前掲 1)』では，度数法の導入前に三角定規に含まれる大きさの角や直角を用いて角の大きさを表すことを任意単位による測定として位置付けている。

たように，図形としての角とその大きさは，他の量とは異なる特徴をもつ。従って，「測定指導の四段階」を基礎とした角の大きさに関する学習指導を捉えるためには，その特徴が考慮された独自の枠組みが設定されるべきである[86)]。

例えば，第 1 章でも述べたように，量としての角，すなわち角の大きさは，物理的次元を持たない特異な量である。それゆえ，2 次元の図形としての角への着目を前提に，長さの比で表された異なる物理的次元の量を測定対象として抽出することには，角の大きさの認識に固有な困難性が内在するといえる。さらに，抽出した角の大きさを数値化し考察の範囲を拡張してゆく過程にみられる学習の系統性を考慮すると，図形としての角からその大きさに着目し，抽出する学習指導は必要である。このような角の大きさのもつ特質を考慮した上で「測定指導の四段階」を捉え直すと，角の学習指導においては，数量化される前の図形としての角とその属性としての大きさに着目する「属性の知覚」の段階，及び角の大きさを測定対象として抽出する「属性の比較」の段階を中心に継続的になされるべきである。すなわち，本研究では，「測定指導の四段階」に限定し角の学習指導を特徴づけるのではなく，学習者の観点から指導の段階を特徴づけている Inskeep（1976）の主張に依拠し，直接比較の前段階として，測定対象となるものの属性へ着目し「何を測るのか」を把握するための「属性の知覚」の段階を設定する。ここで段階の名称を「知覚」ではなく「属性の知覚」とする理由は，角の場合，図形としての角にはその属性として辺の長さなどの量が複数存在するが，その中でも特に角の大きさという属性に着目することを角の大きさの学習の第一段階として学習者が経験すべきだからである。

さらに，「属性の知覚」の段階に関する学習の要件として，「平面図形としての角への着目」と「角の大きさへの着目」を設定する。それは次の理由による。測定の学習の最終的なねらいは，属性の測定に相応しい単位を用いて属性に一つの数値を割り当てる測定のプロセスを理解し，数値化された属性を測定対象の特徴の一つとして理解することである（NCTM，2000）[87)]。そのためには，単位による数値化の前提として，測定対象を注視し，測定可能な属性を把握することが必須である。わが国の「測定指導の四段階」では，属性の把握のために直接比較の段階が設けられているが，角の場合，複数の図形の構成要素か

---

86) 小学校算数科では「測定」という用語が用いられているが，本稿では，小学校算数科の「量と測定」領域で取り上げられている図形の計量に関する内容と中学校，高等学校で用いられている「計量」を統合的に捉える。例えば，清水静海他（1994）『CRECER 中学校数学科教育実践講座　第 7 巻　図形と計量』，東京：ニチブン.を参照。

87) National Council of Teachers of Mathematics.（2000）*Principles and Standards for School Mathematics.* Reston, VA: NCTM.

らなる図形としての側面と，複数の捉え方と単位による数値化が可能な計量としての側面の両面を備える。それゆえ，「図形としての角への着目」を前提に，「測定対象として長さの比で表される角の大きさに着目すること」に対し，特有の困難性が内在することが予想される。従って，定量的な議論に関わる要件とその前提となる定性的な議論に関わる要件を設定した。

上述の「属性の知覚」の段階を経てはじめて属性の性質を把握する学習へと至る。これは,「測定指導の四段階」の前半の二つである直接比較及び間接比較の段階に相当する。長さ，かさ，重さといった量の学習指導では，四つの各段階を順に経て最終的に普遍単位による数値化へと至ること，また，新たな量の学習場面で既習の量に関する学習経験を生かすことがねらいにある。従って，直接比較と間接比較に関する活動をこの順に経験する。

ところが，角の大きさの場合，直角や三角定規の内角等，身近に存在する角の大きさの種類が他の量に比べて非常に少ない。従って，媒介物を用いて大きさを比較する「間接比較」の場面を設けにくい。さらに，角の大きさには複数の捉え方が存在することを考慮すると，直接比較及び間接比較の双方の段階を通して，複数の捉え方から測定対象をより明確に把握することが望まれる。上述のような特徴を考慮すると，直接比較と間接比較の段階を一つの段階として体系化し，数値化前の角の大きさを把握するための段階として設けるべきである。従って，本研究では，普遍単位の導入に至るまでの測定の概念の体系的な育成を言及し，任意単位による測定の学習までを三段階に分け特徴づけている Outhred（2003）を手がかりに「属性の比較」の段階を設け，この段階に関する学習の要件を次のように設定する。

一般に，直接比較及び間接比較の段階では，数値化前の比較に関する複数の方法を獲得することを通して，量の基本的な性質を理解することや推移律による単位の必要性を実感することが期待される。従って，「属性の比較」の段階においても同様に，「角の大きさの基本的な性質の理解」や，「推移律による角の測定の理解」が図られるべきである。特に，推移律の適用によって基準の必要性を実感すること，任意単位の測定を経て普遍単位の導入へと至るために必須であるが，角の場合，他の量に比べて任意単位が少ないことから，このことは，一層強調されるべきである。

さらに，角の大きさの場合，直接比較と間接比較の活動を経て比較するための複数の方法を獲得することに加えて，複数の捉え方によって角の大きさを抽出，比較し，測定対象をより明確に把握することが必要である。角の大きさを比較する活動以降，単位を導入し

数値化する段階に至るまで，複数の捉え方による角の大きさの理解が不可欠であることから，「角の大きさの基本的な性質の理解」や「推移律を用いた角の測定の理解」に加え，この段階で獲得すべき主たる要件として「複数の捉え方による角の大きさの抽出すること」，「複数の捉え方による角の大きさの比較すること」を設定する。

上述のように，量とその測定の学習では，数値化前の角の大きさを考察対象とする「属性の知覚」及び「属性の比較」の段階を経てはじめて，単位による角の大きさの数値化に関する学習へと至る。測定対象を単位により数値化し大きさを把握することは，「測定指導の四段階」における任意単位による測定及び普遍単位による測定に相当する。ところが，角の大きさには任意単位が少数であることに加えて，異なる基準による複雑な普遍単位が複数存在するため，任意単位及び普遍単位による数値化においては一貫して角の大きさを測定することの意味を理解することが図られるべきである。従って，本研究では，Inskeep（1976）の提唱する枠組みの第三段階に依拠し，単位により数値化された角の大きさを考察対象とする段階として「単位の適用」の段階を設け，この段階における学習の要件を次のように設定する。

はじめに，数値化前の角の大きさを考察対象とする二つの段階から継続して，この段階においても数値化された角の大きさを複数の捉え方によって把握することである。その中でも特に，回転の大きさとしての動的な捉え方は，180°を超える大きさへの拡張を可能にするための本質的な捉え方である。しかし，2 次元の平面図形の構成要素としての角を数量化する学習場面では，半直線の開き具合として角の大きさを静的に捉える。さらに，その大きさは 180°を超えない場合が多い。この特徴から「測定指導の四段階」を検討すると，角の場合，「属性の比較」の段階，及び「単位の適用」による数値化の段階において，回転の大きさとしての捉え方が長期的な視野から意図的に強調されるべきである。

さらに，単位により数値化されるこの段階では，「複数の捉え方による角の大きさの把握」に加え，単位及び単位による測定の意味の理解が図られる。度数法による測定の意味を理解するためには，測定器具である分度器の複雑な構造を把握することも必須である。なぜなら，分度器は他の測定器具と異なり，六十進法を基盤とした二方向の円目盛りによって複雑に構成されているからである（Lehrer，2003）[88)]。

従って，分度器を用いた活動では，度数法による測定の意味を理解するために，分度器

[88)] Lehrer, R.（2003）Developing understanding of measurement. In J. Kilpatrick., G. Martin.,& D. Schifter. (Eds.), *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics* (pp.179-191), Reston, VA.: National Council of Teachers of Mathematics.

の構造に倣い，1°を基準に数値化された角の大きさを複数の捉え方によって把握する。特に，二次元の平面図形の構成要素として角の大きさを捉える段階では，二つの半直線の開き具合として静的に捉える場面が多いのに対し，180°あるいは 360°を超える範囲への拡張が伴うこの段階では，回転の大きさとしての動的な捉え方の役割が十分に発揮される。すなわち，「範囲の拡張に向けた回転の大きさとしての把握」は学習の要件の一つである。さらに，角の特徴を考慮する立場から，普遍単位による数値化を弧度法による計量を含めたより広い立場から捉えると，単位及び単位による測定の意味を理解するためには，弧度法による表現の理解も必要である。なぜなら，角の大きさを半直線の相対的位置関係の度合いで表す弧度法は，実数変数として関数領域での考察を可能にするために必須な捉え方であり，弧度法を導入以降は，弧度法の有用性を利用して，角の大きさが表現されるからである。

弧度法では，半径と弧の長さの比で角の大きさを捉え，数値化においては度数法とは異なる単位が適用されるが，度数法，弧度法ともに角の大きさの表現方法として統合的に捉え，度数法に関する既習事項を弧度法の立場から捉え直すことによって，角の大きさに対する認識が深化すると考えられる。この点から「測定指導の四段階」を吟味すると，角の場合，普遍単位を用いて数値化する学習指導において，他の量の比を異なる基準による単位で表現することをより一層強調するべきであるといえる。すなわち，度数法と同様に「長さの比による角の大きさの表現を理解すること」，及び「度数法と異なる基準を単位とする弧度法による表現を区別し適用すること」も要件として設定されるべきである。

以上の考察に基づいて，本研究では「測定指導の四段階」に，角の大きさのもつ特徴を考慮し，角の大きさの学習を捉える枠組みを表 2-1 のように設計する。

表 2-1 角の大きさに関する学習を捉える枠組み

段　階	学 習 の 要 件
属性の知覚	・平面図形としての角への着目 ・角の大きさへの着目
属性の比較	・複数の捉え方による角の大きさの抽出 ・複数の捉え方による角の大きさの比較 ・角の大きさの基本的な性質の理解 ・推移律を用いた角の測定の理解
単位の適用	・単位により数値化された角の大きさの複数の捉え方による把握 ・範囲の拡張に向けた回転の大きさとしての把握 ・他の量（長さ）の比による表現の理解 ・異なる基準による単位の区別とその適用

この枠組みでは，(1) 量の抽出・比較の前提に，相異なる次元をもつ図形及びその属性としての量へ着目する「属性の知覚」の段階があること，(2) 量の直接的または間接的な比較以後，複数の捉え方による量の理解が不可欠であること，(3) 他の量の比と捉え，異なる基準をもつ二種類の普遍単位を区別・適用すること，の三点が特徴的である。角の学習に特有の困難性を追究するための枠組みにおいては，角の計量的側面に関わる上記のような特徴が考慮されるべきである。

第 2 節　角に関する学習上の困難点の特定とその要因の分析

本節では，学習上の困難点とその要因を特定するための方法を理論的に考察する。本研究の後半部では，質問紙調査及びインタビュー調査を併用した実態調査を実施する。前節で設定した本研究の枠組みに基づいて設計する質問紙調査の実施によって，複数の学校段階における学習上の困難点を特定するとともに，インタビュー調査を通して困難点の詳細な分析及び困難点の要因となる学習者の認識上の課題を明らかにする。

上記のような実証的考察を展開するために，本節では質問紙調査及びインタビュー調査の双方に関する方法論を考察する。はじめに，これまでに国内外で行われた角に関する質問紙調査の問題と結果に基づいて，本研究の枠組みから困難点を特定するための調査問題の設計の方法を検討する。次に，インタビュー調査を実施するために，「課題準拠インタビュー」の特徴と本研究でその方法を用いる意義を考察し，具体的な実態調査の方法を提示する。

2.2.1　本研究の枠組みからみた先行研究の調査問題の検討

本項では，本研究で用いる調査問題の設定に向けて，本研究の枠組みの観点から先行研究で行われてきた各種調査の調査問題を吟味する。前節で設定した本研究の枠組みを再度，表 2-2 に示す。

表 2-2 角の大きさに関する学習を捉える枠組み（表 2-1 再掲）

段　階	学 習 の 要 件
属性の知覚	・平面図形としての角への着目 ・角の大きさへの着目
属性の比較	・複数の捉え方による角の大きさの抽出 ・複数の捉え方による角の大きさの比較 ・角の大きさの基本的な性質の理解 ・推移律を用いた角の測定の理解
単位の適用	・単位により数値化された角の大きさの複数の捉え方による把握 ・範囲の拡張に向けた回転の大きさとしての把握 ・他の量（長さ）の比による表現の理解 ・異なる基準による単位の区別とその適用

2.2.1.1「属性の知覚」及び「属性の比較」の段階に関する調査問題

先行研究における角に関する調査問題とその結果を本研究の枠組みから考察する。本研究の枠組みの段階は，単位による数値化の有無によって二つに大別される。数値化前の「属性の知覚」及び「属性の比較」の段階と，数値化後の「単位の適用」の段階である。

はじめに，数値化されていない角の大きさに関する調査問題を考察する。角を構成する他の図形の構成要素に捉われずに，角とその大きさに着目し抽出できるかどうかをみるための調査は，従来の先行研究でも多く実施されてきている。

例えば，図 2-1 は，Stavy＆Tirosh（2000）が，小学校第 2 学年，第 4 学年，第 6 学年を対象に行った調査問題である[89)]。この問題は，同じ長さの二つの半直線がそれぞれの中点 M で交わって作られる対頂角 α と β の大きさを比べる問題である。調査対象の児童は，対頂角の関係にある角の大きさは等しいことを未習であるが，半直線の開き具合あるいは回転の大きさとして捉えた場合，両者の角の大きさは同じであることを判断できる。しかし，正答率は，第 2 学年が 11％であったほか，角の学習を終えた第 4 学年が 60％，第 6 学年でも 69％に留まり，第 4 学年と第 6 学年にほとんど差がなかった。角の大きさを判断する際に，角の大きさを表す扇形の弧の長さや面積に捉われてしまう児童が多いことが浮き彫りになった調査問題である。

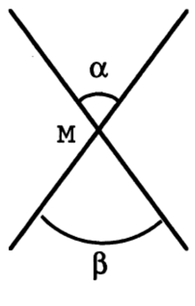


図 2-1 扇形の弧の長さや面積との混同をみる問題

また，Stavy＆Tirosh（2000）では，中学校第 3 学年を対象に，角の大きさを判断する際に，角の大きさを表す扇形の弧の長さや面積に捉われてしまっているかどうかも同時に調査している（図 2-2）。その結果，以下の調査問題において，中学校第 3 学年の 85％が「角 β の方が弧の長さが長いので大きい」と回答していることが報告されている。

[89)] Stavy, R., & Tirosh, D.（2000）*How students (mis-) understand science and mathematics: Intuitive rules.* NY: Teachers College Press.

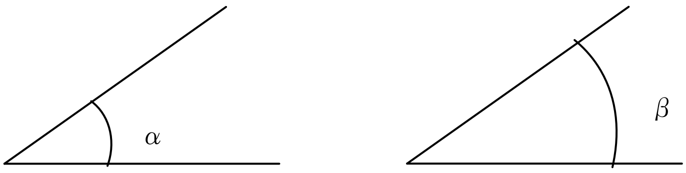


図 2-2 扇形の弧の長さや面積との混同をみる問題

さらに，彼らは，第 5 学年を対象に，角を構成する二つの半直線の長さが異なる同じ大きさの角 α と角 β も比較している（図 2-3）。この問題では上記二つの調査問題と異なり，方眼紙上に角が描かれているため，構成要素の大きさを視覚的に把握し比較することは容易である。ところが，調査の結果，第 5 学年の児童の約 33%が「角 α の方が大きい」と解答しているのである。この調査結果と図 2-1 の結果を比較すると，角を構成する二つの半直線の一方のみ長さが異なる場合でも，大きさの判断の際，その長さに捉われる傾向にあることがわかる。また，これら三つの調査結果は，角の大きさを判断する際に，辺の長さ，扇形の弧の長さや面積など角を構成する他の図形の構成要素に捉われてしまう傾向は，複数の学校段階にわたってみられることを示唆している。

$\alpha > \beta$ である	33%
$\alpha < \beta$ である	4%
$\alpha = \beta$ である	52%
わからない	4%
無解答	6%

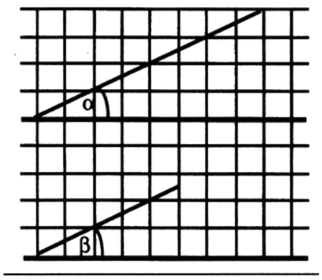


図 2-3　角の大きさとの辺の長さの混同

また，図 2-4 に示す五つの角から最も大きい角を選択する調査問題（Dickson，Brown & Gibson，1984）[90] では，角 B を選択した誤答が最も多くみられ，角を構成する辺の長さや角の大きさを指す扇形に捉われることが原因であることが報告されている。この問題は，半直線の開き具合を回転の向きも含んだ矢印で示している。角の大きさを，矢印が示す通

[90] Dickson, L., Brown, M., &Gibson, O.（1984）*Children Learning Mathematics: A Teacher's Guide to Recent Research.*Great Britain: Cassell for the Schools Council.

り半直線が回転した大きさとして捉えることができれば，角 C が最も多く回転していることは明瞭である。しかし，角 B が最も大きいと回答した児童が多い原因として，回転の大きさとしては捉えずに，矢印の長さは角 B が最も長いことから判断した可能性がある。

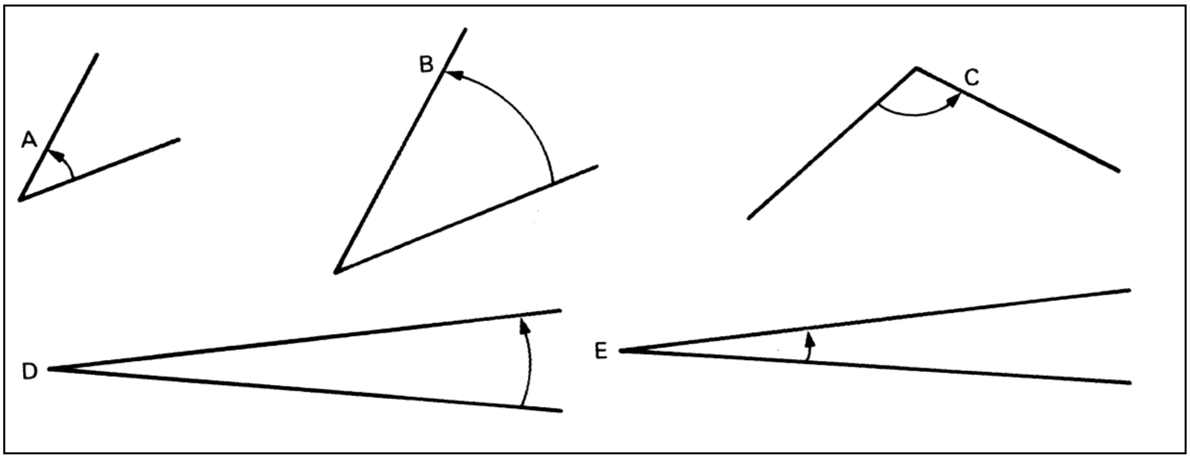


図 2-4　A～E の中で最も大きい角を選択する問題

上記のような調査問題を用いることは，複数の学校段階にわたる数値化されていない角の大きさの比較に関する困難性をみるために有効な手法である。また，比較する際に学習者が着目する構成要素を特定するためにも，構成要素の大きさを一部のみ変化させ，方眼紙上に示す場合と示さない場合の両者を比較させることも有効であるとみられる。さらに，角の大きさを静的または動的に捉えているかどうかをみる必要がある。

2.2.1.2「単位の適用」の段階に関する調査問題

「単位の適用」の段階に該当するとみられる調査問題は，主に度数法に関するものがあげられる。例えば，National Assessment of Educational Progress（NAEP）が米国の生徒を対象に 1992 年に行った調査がある[91)]。二つの半直線が下向きに開く 120° の角を測定する問題を出題した結果，第 8 学年の正答率が約 35％であったことが報告されている（図 2-5）。

91) Kenny, P.A., & Kouba, V.L.（1997）What do students know about measurement? In P.A. Kenny., & E.A. Silver. (Eds.), *Results from the Sixth Mathematics Assessment of the National Assessment of Educational Progress* (pp.141-164), Reston, VA: National Council of teachers of mathematics.

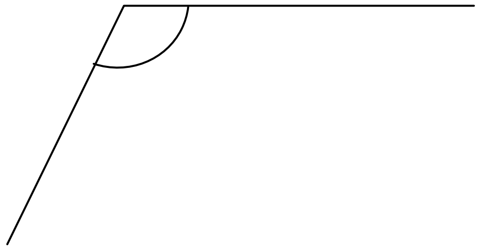


図 2-5　2 辺が下向きに開く角を測定する問題

さらに，高校生においても，180°を超える角の扱いに困難を示すとみられる調査結果が，NAEP が 1996 年に第 12 学年（高等学校第 3 学年）を対象に行った調査（問題番号 1996-12M3）から明らかにされている（図 2-6）[92)]。

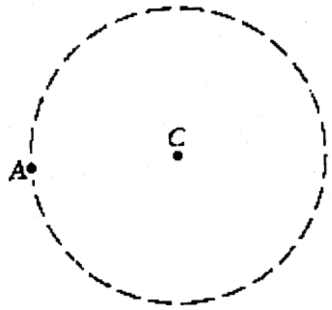


図 2-6 中心角が 235°の扇形を示す問題

この問題は，円をもとに中心角が 235°の扇形を図示する問題である。図 2-6 のように，中心 C の円において，扇形 ACB の中心角が 235°となるような角の大きさを分度器を用いて図示する。この問題の正答率は 26%であった。このように，度数法を用いて表示された角の大きさの測定および図示の中でも，特に鈍角や 180°を超える角の扱いに困難を示す傾向がみられる。

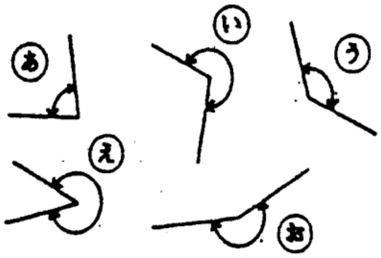
同様の傾向は国内の調査でもみられ，例えば，宮崎県が平成 16 年度に実施した小・中学校基礎学力調査では，分度器を用いて 330°を図示できるかどうかをみる問題が出題され，小学校第 5 学年の正答率が 59.5%であった[93)]。その一方で，同調査では，分度器を用

[92)] Martin, W.G.（1998）Geometry and measurement, In P.A. Kenny., & E.A. Silver.（Eds.）, *Results from the Seventh Mathematics Assessment of the National Assessment of Educational Progress* (pp.193-234), Reston,VA.: National Council of teachers of mathematics.
[93)] 前掲 73）．

いて 180°を超える大きさを測定する問題の正答率は 83.4%であった。このことから，180°を超える大きさの角の場合，測定で用いる考えを，角を図示する問題に適用することに困難を示す傾向にあることがわかる。

さらに，度数法で表示された角の大きさに対する児童の量感をみる問題として，東京都算数教育研究会が平成 16 年度に小学校第 4 学年を対象に行った五つの角の大きさを概測する問題がある（図 2-7）[94]。

つぎの図のような角があります。(1)，(2）にあてはまるものをすべてえらんで，記号で答えましょう。(分度器を使わないで答えましょう。)



（1）90°より小さい角（正解：あ）

（2）180°より大きく
270°より小さい角
（正解：い・お）

（正答率）（1）68%

（2）44%（昭和 62 年：56%，平成 14 年：45%）

図 2-7　角の概測

この問題の鋭角（角あ）の概測の正答率は 68%であり，度数法を用いて表現された数値と角の大きさを関連付けることに困難を示す傾向がうかがえる。さらに，角の大きさが 180°より大きく 270°より小さい角（角い，角お）の概測の正答率は 44%であり，過去の結果に比べ低下している傾向にある。このことから，180°を超える角の大きさの概測に困難を示す傾向にあることがうかがえる。また，数値化前の調査問題にみられた困難性を加味すると，この問題の正答率が低かった原因には，回転の大きさとして捉えられないこと，辺が多様な向きに開いていることが考えられる。

上記の調査結果から，度数法に関する困難性を特定するためには，180°を超える大きさの角や，辺の開く向きが多様な角に対する捉え方をみるための調査問題を設定する必要があると考えられる。

弧度法に関する調査はこれまでほとんどなされてきていない現状があるが，第 1 章で述べたように，東京理科大学数学教育研究所が 2005 年と 2006 年に，数学Ⅲ及び数学 C を履

[94] 前掲 72）.

修中の高等学校第 3 学年の理系生徒 3,375 名を対象に行った，弧度法を三角関数に適用した場合に関する調査問題がある[95)]。この調査では，弧度法で表された角の大きさを変数とする三角関数のグラフを用いて sin1，sin2，sin3 の大小関係を調べる問題が出題された。調査の結果，正答率は 2005 年が 34.4%，2006 年が 24.2%であった。この調査結果から，1，2，3 は単位がラジアンであり，単位円上で，それぞれ弧の長さが 1，2，3 となる扇形を用いて，π/2 やπとの大小比較をすることができない生徒が多いことが明らかにされた。この問題では，三角関数の実数変数としての弧度法に対する認識を調べているが，生徒の弧度法やラジアンに対する認識を調べるための調査問題は先行研究にはみられない。そこで，本研究では，弧度法による角の大きさの計量に関する困難点を明らかにするための調査問題を独自に開発する。

2.2.2　困難点を特定するための調査問題の設定

2.2.1 では先行研究で用いられた調査問題を本研究の各段階に位置づけて考察した。本項では，その考察に基づき，本研究で用いる調査問題を設定するための視点を明らかにする。

2.2.2.1「属性の知覚」及び「属性の比較」の段階に関する調査問題の設定

先行研究では，主に図形の構成要素の大きさに捉われず図形としての角とその大きさに着目，抽出できるかを調べるための問題が設定されている。本研究の枠組みでは，角とその大きさへ着目する段階として「属性の知覚」の段階を設定しているが，「測定指導の四段階」をみると，わが国の角に関する学習指導では，「属性の知覚」の段階及び「属性の比較」の段階が統合的になされている。また，質問紙調査のみでは着目する過程を明らかにすることは難しいと考える。従って，その過程を明らかにすることはインタビュー調査による解答の様相を把握し検討することで可能になると考える。

そこで，調査問題では，角を構成する他の図形の構成要素によらず，角の大きさを捉えることができるかをみるために，比較するための角の大きさを抽出する場面を設定する。そして，角の大きさをどのように捉えているかについては，質問紙の反応から予想した上で，インタビュー調査を通して明らかにする。

[95)] 前掲 75）．

2.2.2.2「単位の適用」の段階に関する調査問題の設定

本研究では，複数の学校段階に渡ってみられる普遍単位により表現された角の大きさに関する困難点を，度数法及び弧度法の両者から捉えることで特徴づけることを試みる。そこで，度数法に加え，弧度法により表された角の大きさに関する学習上の困難点にも焦点を当てた調査問題を設定する必要がある。はじめに，度数法に関する調査問題では，様々な向きを持つ角度に対する認識や，180°を超える角度に対する認識を調べるために，分度器を用いて，様々な大きさの角の測定や図示ができるかどうかをみる問題を設定し，それぞれの捉え方を静的および動的な捉え方の観点から考察する。さらに，中学生以上を対象としていることから，360°を超える範囲や負の範囲に拡張する場面を設け，そのような場面における角度に対する捉え方の変容や困難性がみられるかどうかを考察する。

また，本研究では，高校生も調査対象に含めることによって，普遍単位により角の大きさを数値化する学習を，弧度法を含めたより広い立場から捉えることに特徴づけている。そこで，従来の先行研究で調査されてきていない弧度法に関する調査問題を設定し，弧度法の定義と有用性を理解しているかを考察する。

2.2.3 困難点の要因を分析するためのインタビュー調査の方法

本研究は，角に関する学習上の困難点とその要因を特定し，困難点を解消するための角に関する学習指導を提唱することを通して，学校数学における角の学習指導の改善を図ることを目的としている。そのために,質問紙調査を実施し困難点の傾向を把握するともに，困難点とその要因を検討するためのインタビュー調査を実施する。

本節では，インタビュー調査の手法として用いる，Goldin（2000）[96]による「課題準拠インタビュー」を取り上げる。「課題準拠インタビュー」は，質的研究方法に属する構造化されたインタビューの一種であり，学習者が課題に取り組む過程に焦点をあて，その背後にある角に関する学習者の認識を明らかにする可能性を備えている手法の一つである。

本節では，はじめに,「課題準拠インタビュー」の概要と質的研究方法における位置づけを，その基盤となっている教授実験と比較しながら考察する。次に,「課題準拠インタビュー」を本研究で用いる意義を検討する。

[96] 前掲 9）.

2.2.3.1 「課題準拠インタビュー」の手続き：課題と台本の設定及び調整

Goldin（2000）の見解によれば,「課題準拠インタビュー」は，学習者の認識を深く掘り下げる可能性があり，かつ教育的視点から，インタビューが被験者にとって一つの学習となるような課題が事前に設定された「構造化されたインタビュー」の一種[97] である。上記の論文の中では,“Task-Based interview”と表現されている。本研究で，この表現を「課題準拠インタビュー」としたのは以下の理由による。

“Based”とは,「…を基にした，あるいは…に基礎を置いた」という意味であり[98]，“containing something as an important part or feature”と説明される[99]。すなわち，Task-Basedという表現は,「Task（課題）を基にした（基礎をおいた)，あるいは，重要な一部分である課題を含んだと捉えることができ,「よりどころまたは標準としてそれに従うこと」[100]を意味する“準拠”とほぼ同義であると考えられる。

実際，Goldin の提唱する“Task-Based interview”は，被験者（問題解決者）とインタビュア（臨床実験者）を必要とし，事前に計画された方法で，事前に設定された一つ，または一連の関連する課題を被験者に次々に与えながら，インタビューを進めることで，生徒の理解の実態を浮き彫りにすることに，その特徴がある。そこで，本研究では,「予め設定された課題（問題，質問，インタビューで起こる偶発的な出来事）が示された台本[101] に従って行うインタビュー」という意味で,「課題準拠インタビュー」という表現を用いる。

上述のように,「課題準拠インタビュー」は構造化されたインタビューの一つである[102]。

---

[97] 日野（2010）は，質的研究におけるインタビューについて以下のように述べている。
「質的研究におけるインタビューは，参与観察と併用して用いられる場合と，主要なデータ収集の方法として用いられる場合がある。また，あらかじめ質問項目を決めておいて組織的に聞いていく方法（構造化されたインタビュー）と，より自由に参与者の裁量に任せて話してもらう方法（構造化されていないインタビュー）を区別することができる。また，個別に聞く場合もあるし，グループインタビューをする場合もある。どの方法がとられるかは研究の目的にもよるし，同じ研究であっても，研究の進み具合によって違う方法を取り入れていくことも少なくない（pp.51-52)。」
日野圭子（2010)「数学教育における質的研究について」，清水美憲（編著），『授業を科学する－数学の授業への新しいアプローチ－』，東京：学文社，45-66.

[98] 小西友七（2001)『ジーニアス英和辞典第 3 版』，東京：大修館書店.

[99] ホーンビー.A.S.（2000)『OXFORD 現代英英辞典』，東京：増進会出版社.

[100] 前掲 21）.

[101] 前掲 9）では，スクリプト（script）と表現されている。

[102] 伊藤（1995）によれば，質的研究におけるインタビューは,「予め質問項目を決めておいて組織的に聞いていく方法（構造化されたインタビュー)」と,「より自由に参加者の裁量にまかせて話してもらう方法（構造化されないインタビュー)」の二つに分けられる。また，S.B.メリアム（2004）では，インタビューの構造化の程度に応じて,「高度に構造化されたインタビュー」,「半構造化インタビュー」,「非構造化インタビュー」の三つに分類し

一般に，構造化されたインタビューの環境では，質問し，それに応えるやり方においては柔軟性というものはほとんどない（デンゼン＆リンカン，2006）[103]。むしろ，予め決定されているという特徴を有するがゆえに，構造化されたインタビューにおける回答の質に対するインタビュアの影響は少ないという利点がある。すなわち，インタビューの文脈は，インタビュアに中立的な役割を果たすよう要求するため，インタビュアが自立した判断をその場で工夫したり実施したりする余地はほとんどないのである。

これに対し，「課題準拠インタビュー」では，柔軟性が備わった手続きが踏まれる。当然，予期せぬ出来事を入念に想定した上で，インタビューの課題や台本は設計される一方で，実際のインタビューではそのプロセスを被験者に押し付けないのである。そして，被験者自身の自由な思考に委ねた観察から得られた予期せぬ出来事を新たな可能性に，最善のインタビューが設計されていくのである（Goldin，2000，p.544）。それゆえ，被験者の行動は，インタビュアや与えられる課題に依存する。従って，インタビューを設計する段階では，その過程で起こる偶発的な出来事に対して，樹形図のような連続的で発見的な問いやヒント，関係する問題，振り返りの問いなどが台本として注意深く設計される。さらに，用意された台本に基づいて予め事前調査を実施することを通して，被験者による偶発的な出来事が顕在化され，それに応じて課題の表現，内容，設定，順序，構造が調整され，台本が精緻化されていくのである。

このような台本に従って実施される「課題準拠インタビュー」は，質問紙調査に比べ，被験者による正解・不正解の解答の型よりもむしろ，被験者の数学的な課題に取り組む過程にいっそう直接的に研究の焦点を絞ることを可能にする（清水，2006）[104]。従って，上述の通り，予め台本に設定した事柄を押し付けるのではなく，インタビューでおこる全ての結果を受け入れる必要がある。被験者は正しくない反応を示す可能性もあるという事実を前提に，「間違った」反応は，その時間内では「正しい」反応と同様に扱われる。台本で

ている。前者は，質問のワーディング，順序が事前に決定されていること，中者は，より構造化された質問とゆるやかに構造化された質問が混合していること，後者は，オープンエンドな質問であり，柔軟性がある会話的なものであることを特徴に挙げている。

前掲 79）及びメリアム. S.B.（2004）『質的調査法入門 教育における調査法とケーススタディ』（堀薫夫，久保真人，成島美弥訳），京都：ミネルヴァ書房.

[103] デンゼン＆リンカン（2006）（平山満義監訳，大谷尚・伊藤勇編訳）『質的研究ハンドブック第 3 巻：質的研究資料の収集と解釈』，京都：北大路書房，p.46.

[104] 清水美憲・久下谷明・関亜希子・諸星雄大・小林廉・佐藤亮太・外山康平（2006）「平方根の理解に関する調査研究－課題準拠型インタビューを用いて－」，学芸大数学教育研究，第 18 号，39-52.

示される構造化された問いは，どんな偶発的な出来事に対しても，自ら修正する機会を被験者に与えるよう，その構成が調整される必要がある。

さらに，質の高い「課題準拠インタビュー」を設計するための原理として，以下の 10 項目が挙げられている。台本と課題の設計の際にはこれらに留意する必要がある。

・進んだ研究の問いに焦点を当てるための「課題準拠インタビュー」を設計せよ。

・被験者にとって取り組みやすい課題を選択せよ。

・豊かな表象構造を具現化するような課題を選択せよ。

・明示的に記述されたインタビューを開発し，主だった偶発的出来事の基準を決めよ。

・自由な問題解決を奨励せよ。

・外的な学習環境との相互作用を最大限に活用せよ。

・何を記録するかを決め，それを出来る限り記録せよ。

・インタビュアを訓練し，インタビューの予備テストをせよ。

・新しい，あるいは予期せぬ可能性に対し，用心深く設計せよ。

・必要ならば妥協せよ。

2.2.3.2 質的研究方法における「課題準拠インタビュー」の位置づけ：再生可能性と一般化可能性に着目して

（1）教授実験における再生可能性および一般化可能性

学習者側の理解を探究するための実証的な研究方法の代表例として，「教授実験（Teaching Experiment）」がある。関口（2009）では，数学教育研究において，「教授実験」を研究方法として用いる研究は広まっていることを述べた上で，他の質的研究方法との相違として，実験者による介入があること，またその必然性を以下のように指摘している[105)]。

> 伝統的な民族誌的研究（エスノグラフィ）がフィールドで起こっていることに介入しないのに対して，「教授実験」では，研究者が教育活動に直接的に介入するのである。教育研究者が教育改革などに関わるようになれば，研究者が教育活動に積極的に介入し，現状を変えていくことが当然求められる。その意味で，教授実験は，新しい教育を作り上げるために，重要な知見を提供

105) 関口靖広(2009)「教授実験およびデザイン実験」,『教育研究のための質的研究法講座　各論編　第 4 章』http://web.cc.yamaguchi-u.ac.jp/~ysekigch/qualmtd.html（2010 年 12 月 14 日確認）

できると期待できる（p.18）。

さらに，Thompson（1979）[106]は，教授実験の特徴として以下の 5 点を挙げている（pp.1-2）。

①児童・生徒たちが学校の教科内容を学習する過程を解明することを目指す

②研究は，長期的な性格を持つ

③児童・生徒の学習過程に研究者が介入する

④研究の途上に集められた観察結果と，次の研究活動の立案の間を絶えず行き来する

⑤量的データよりも質的なデータを活用する

また，関口（2009）では，上記五つの特徴が教授実験の起源とされているソビエト心理学者らによる教育研究と大きく異なるとし，次のように説明している。

第 1 の特徴は，特定の教科内容について研究者が予め考察した教授が効果的か否かというようなことに関心をおくのではなく，児童・生徒たちがどのように教科内容を学ぶのか，その心的プロセスを理解することに大きな関心をおいているということである。

第 2 と第 5 の特徴は，この心的プロセスの理解への関心に深く関わっている。心的プロセスへの理解は，テストの点数に代表されるような，量的データだけでは深まらない，子どもの反応を数量化してしまうのではなく，子どもの活動を観察して解釈することが不可欠なのである。研究が長期的になるのは，学校の教科内容の学習は短時間で完結することは不自然なこと，および，質的データを利用する場合は，長期的に観察することによって妥当性のある結論ができることから当然であろう。

第 3 の特徴は，ピアジェらに代表される臨床インタビュー研究との相違を示している。子どもの心的過程の探究では，ピアジェらに代表される臨床インタビュー研究と共通している。しかし，ロシアの研究が臨床インタビューと大きく異なる点は，「教授」介入が中心的な位置を占めている点である。臨床インタビューでは，インタビュアから課題や質問が被験者に出されるが，被験者への積極的な教授活動は行われない。それに対して，教授実験では，被験者への教授活動が積極

[106] Thompson, P. W. （1979, March） *The constructivist teaching experiment in mathematics education research.* Paper presented at the Research Reporting Session, Annual Meeting of the National Council of Teachers of Mathematics, Boston. Retrieved December 14, 2010, from http://pat-thompson.net/PDF versions/1979ConstTchgExp.pdf

的に計画され，それを担う「教師」がいる。さらに，第 4 の特徴で指摘されているように，教授介入の仕方は児童・生徒の反応に応じて柔軟に変えられる。

上記のような特徴を備えた教授実験は，構成主義を理論的な前提とする研究者らに，子どもの意味構成活動を探究するための研究方法として広く認知されるようになる。関口（2009）では，構成主義における教授実験の普及に関して，「今日，教育研究一般に広く認知されている質的研究方法とあいまって，数学教育における重要な研究法となっている。」と指摘している。実際，教授実験の手続きにおいても，上記の特徴を浮き彫りにできるような配慮がうかがえる。Steffe&Thompson（2000）[107] では，その手続きを次のように説明している。

①探究的な教授活動

構成主義は，子どもの意味構成を理解することを目標にしている。そのためには，教授場面における子どもの意味構成の実際について，研究者は，教授場面における相互行為に直接的に関わっておくことが重要になる。研究者本人あるいは研究者チームのメンバーが，教授活動に従事することが求められる。

②仮説の生成

何かを理解する営みは，それについての妥当性の高い仮設を生成することである。しかし，いきなり妥当性の高い仮説を生成することはできない。探究的教授や研究文献や以前の教授実験の経験から，研究者は暫定的な仮説を作ってみる。これは教授活動の前後や最中のいろいろな機会に生み出される。

③仮説の検証

研究者が生成した暫定的仮説は，教授活動の中での子どもとのやりとりの中で，チェックされる。すなわち，仮説から予想される子どもの反応とは矛盾するような様子が観察されるかどうか，に注意するのである。

④教授活動の振り返りと次の教授活動の計画

教授活動の記録（授業者による観察，オブザーバによる観察，ビデオテープやフィールドノーツの記録等）を手がかりにして，研究チームにおいて，子どもの意味構成について検討し，仮説

[107] Steffe, L.P., & Thompson, P.W.（2000）Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements(pp.267-306), In E. A. Kelly., & A. R. Lesh. (Eds.), *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education*, Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

を修正したり，新たな仮説を生成したりする。そして，それをもとに次の教授活動の計画を検討する。

⑤子どもの意味構成に関する発達的モデルの生成

教授活動に従事し子どもの発達の促進を目指しながら，①から④の過程を何度も繰り返していく。そうして，最終的には，子どもの意味構成過程についての発達的モデルを，それまで得られたデータに基づいて作成する。

上記の手続きからもうかがえるように，教授実験では，教師（インタビュア）は単に課題を課してインタビューをするのではなく，指導的介入を積極的に行い，子どもの反応に応じて，その介入の方法も適宜変化させていくことにその特徴がある。

また，Steffe＆Thompson（2000）では，このような実験を繰り返し行うことを通して，子どもに与える課題や介入の方法を徐々に精緻化することで，再生可能性と，そこから得られた結論の妥当性である一般化可能性の側面を追究できることを指摘している。但し，教授実験における再生可能性とは，ピアジェらに代表される臨床インタビュー研究とは異なる意味であり，子どもの反応に応じた働きかけがあることで生じる概念であるとしており，再生可能性を議論する背景を次の三つの側面から議論している。

・教授実験を試みる研究者は，最低でも，関連性のある社会集団内で適用可能である主張をしている模範を示すことを強いられること。

・少なくとも同じ発言や行動をとっているようにみられる 3 名の子どもに教授実験を行うことでその事例に再現可能性の側面を埋め込むことができる。

・現在ある模範をより精緻化するという意味で，研究者は自分自身や他の研究者による教授実験を再生できることを主張する。

さらに，模範を精緻化していくことは，一般化可能性までも追究していると述べられている。ここでの一般化可能性とは，あるランダムなサンプルで主張できる事柄が，サンプル抽出した集団全体にも全て通ずるということではない。他の概念よりも有用性を備えた特定の概念がサンプルデータから得られることを意味する。実際，中村（1998）では小学校第 3 学年における除法の導入場面での教授実験を試みており，その方法の特徴と意義を以下のように指摘している。

> 教授実験において，このような考察の結果生じた推測や仮設，理解の過程の特徴，活動の系列，は次の場面で検証され，修正される[108]。
>
> このように仮設を設定し，それを検証・修正することの繰り返しが教授実験の特徴でもある。（中略）局所的にも，仮設が出され修正されている。（中略）全体的なデータの客観性という側面ではどうかという疑問も生ずるが，新しい仮設を検証している，またはさらに修正するという意味では生産的な側面をもっている（p.103）。

上記の指摘では，データの客観性を語らない反面，新しい仮設を設定し，常時生産的であるという特徴は，教授実験における再生可能性と一般化可能性を表していると考えられる。

（2）「課題準拠インタビュー」の再生可能性と一般可能性の更なる追究

質的研究は，変化し得る現象を研究の対象とする。従って，唯一の客観的な実態が存在するという前提から，その現象を普遍的概念を使って説明したり，現象の測定のための方法論的な厳密性，環境の実験的・相関的な操作を強調したりする実証主義とは違ったアプローチがとられることになる（日野，2010，p.46）[109]。

従って，質的研究によって記述された事柄の一般性，普遍性を問う際には特有の困難性がある。無籐（2004）[110] では，質的研究における公的な意味を議論する際の困難さを 2 点，以下のように説明している。第一に，現象を記述する意味である。実証的に得られたデータの記述内容が，そこで記述された事象や対象を超えてどこまで一般化可能なのかということについて，常に厳しく問われているということである（無籐，2004，p.25）。第二に，現象を説明する意味である。質的な研究においてなされる説明モデルは，多くの場合，きわめて限定された範囲の諸現象に適用されるものである。これは，記述のレベルの一般化が，多くの質的研究では簡単ではないということにも起因している（無籐，2004，p.26）。

Goldin（2000）が提唱する「課題準拠インタビュー」も質的研究の一つの手法である。従って，上記のような再生可能性と一般化可能性の議論は容易ではないと考える。実際，

[108] 中村光一（1998）「3 年生除法の導入に関する教授実験における授業計画のための示唆」，筑波数学教育研究，第 17 号，95-104.
[109] 前掲 97).
[110] 無籐隆（2004）『質的心理学：創造的に活用するコツ』，無籐隆，やまだようこ，南博文，麻生武，サトウタツヤ編，東京：新曜社.

氏は，質的な観察を意図としている「課題準拠インタビュー」は，最低でも被験者，インタビュア，課題実施の文脈といった変数は制御されうるものではないことから，量的な一般化には簡単には役立たないことを指摘している（Goldin，2000，p.528）。

その一方で，Goldin は，「課題準拠インタビュー」から得られた知見の一般化可能性を目指している。「制御あるいは部分的に制御された条件下でなされた調査研究を依り所に，ある文脈である課題を用いている学習者の集団に関して，妥当な方法で予測できる能力があること（Goldin，2000， p.532）」を意味する一般化可能性に向けて，Goldin は，インタビューの方法と結果を記述することによる再現化可能性をその特徴に持たせることを主張している。そして，再現化可能性を持たせるためには，「課題準拠インタビュー」において，その方法と結果を詳細に記述し，研究者のコミュニティーが，同様の方法を使用し，結果を比較し，お互いに確証し反論しあうことを可能にする必要がある（Goldin, 2000， p.530）。

ここで氏が主張する一般化可能性とは，普遍性あるいは一般性といった全てのものに通ずる性質（General）を見出すためではなく，制限下で収集された調査のデータに基づいて，General の一部である特定の集団内に共通し且つ数学教育上価値のある性質（Generic）[111] を見出すための特徴と捉えられる。換言すれば，「課題準拠インタビュー」は，課題とそれを展開する台本を設計することで，教授実験を超えた再生可能性と一般化可能性を追究しているのである。

さらに，「課題準拠インタビュー」は，得られた知見に比較可能性があることもその特徴に持つ。そのために，観察の条件，観察された事柄，推論といった諸変数を記述する必要がある。換言すれば，異なる条件下で他の観察者が実施した場合においても，そこで得られた知見がいくつかの定められた諸変数に関する比較可能性を前提に，被験者の集団，課題実施の文脈にどのように依存しているかが問われる（Goldin，2000，p.531）。この比較可能性の特徴に対し，清水（2006）では，データ収集・分析の際には，観察されたことを可能な限り正確に記述し，観察されたこととその観察から推論・推定されたことを区別することが重要であることが指摘されている。

[111] Mason & Pimm（1984）は，日常生活では頻繁に，固有の名称とそれが属する集団の総称を混同して用いていることが，数学学習（例えば，図形の包接関係の学習場面）に少なからず影響を与えていることを指摘した上で，General と Generic をこのように規定している。

Mason, J., & Pimm, D.（1984）Generic examples: Seeing the general in the particular. *Educational Studies in Mathematics, Vol.15*, 277-289.

2.2.3.3 「課題準拠インタビュー」を用いる意義

Goldin（2000）は,「課題準拠インタビュー」の主たる目的を二つ挙げている。一つは,数学の学習と問題解決における真理の体系的な観察をするための研究の道具としての存在である。もう一つは,被験者の知識を表現し,数学教育の実践を改善することである（p.520）。「課題準拠インタビュー」における構造化され制御された数学的な環境を設定するという事実に，この二つの目的に対する価値が位置づけられる。さらに，氏は,「課題準拠インタビュー」を用いる価値を次のように述べている。

> 質問紙形式の調査に比べ，被験者の数学的な課題に取り組む過程を直接的に研究対象とすることができる。それゆえ，他の実験に基づく手法によるものより，多様性に富む重要な主題，即ち，数学の学習に関係づけられる複雑な認識，数学的な探求と問題解決のメカニズム，問題解決と学習の関係，感情と認識の関係などを深く掘り下げる可能性がある（p.520）。

筆者は，角に関する学習上の困難点とその要因を特定し，困難点を解消するための角に関する学習指導を提唱することを通して，学校数学における角の学習指導の改善を図ることを目指しており，上述の「課題準拠インタビュー」の価値は，本研究の目的の達成に適っていると考える。また，課題に取り組む過程に焦点をあて，その背後にある角に関する学習者の認識を明らかにする可能性を「課題準拠インタビュー」が備えていることは，単発的な困難点の指摘に留まっている従来の研究を超えて，困難点に至る過程と学習者の根底にある認識までも解明されうることを示唆しており，まさに「課題準拠インタビュー」の価値を示すのである。

以上の理由から，本研究では実証的考察のための方法として,「課題準拠インタビュー」を用いることとする。

2.2.3.4 量的手法と質的手法を併用した実態調査の方法

（1）量的手法と質的手法を併用した調査とその設計の方法

本研究の実証的考察では，質的な手法と量的な手法を組み合わせる。すなわち,「課題準拠インタビュー」に先だって複数の学校段階を対象とした質問紙調査を実施する。その理由は，多くの学習者が示す困難点に焦点をあてたインタビュー調査を実施するためには，十分な調査対象者数が確保された質問紙調査の結果を数量化し，従来の研究で指摘されて

きている各学校段階に固有な学習上の困難点の全体の傾向を確認すると同時に，複数の学校段階でみられる困難点の傾向をも系統的に把握することが不可欠だからである。

研究における質と量に関して，例えば無籐（2004）[112] は，質的研究は量的視点を排除しているのではなく，また，量的研究も量を通して質に迫ろうとしていることを指摘している（p.3)。さらに，両者は問いかけのタイプが異なるだけであり，両者が相まって，対象のより十全な理解が可能となること，すなわち，質は量を例示し，量は質を展開させることを述べている（p.7)。また，日野（2010）[113] は，量的な手法の長所として，数量化することで結果が簡潔明瞭に述べられること，信頼性を高めることができること，研究結果を記述するうえでの枠を示せることなどを挙げ，異なる指標である両者を活用する必要があることを述べている（p.48)。

両者の併用に関する指摘を手がかりに，本研究では，質的な手法として「課題準拠インタビュー」を用いると同時に，それに先だって，はじめに量的な手法による質問紙調査を実施する。次に，その質問紙の結果に基づいて,「課題準拠インタビュー」の事前に実施する質問紙調査で同様の反応を示している学習者をインタビュー対象者として抽出する。量的な手法によって質問紙調査を実施することは，角の学習に対する学習者の反応の一般的な傾向を把握できるだけでなく,「課題準拠インタビュー」で使用する課題と台本を質問紙調査での全体の傾向と抽出した学習者の解答に応じて精緻化できることからも有効である。

質問紙調査の実施に先だって作成されるインタビュー調査の台本は，質問紙調査の出題の意図および筆者が予想した学習者の反応に基づき想定されたものである。従って，インタビューを実施する際には，実際の質問紙調査の結果，焦点をあてる困難点，抽出した生徒の回答状況に応じて，インタビューで用いる課題や質問を被験者が取り組みやすいものにすること，インタビュー中に起こる偶発的な出来事を推定することを繰り返し行うインタビューを通して行い，徐々に台本を精緻化していく必要がある。

（2）調査結果の分析と記述の方法

質的研究で得られたデータの分析と記述に関して，日野（2010）[114] は次のように述べている。

---

[112] 前掲 110）．
[113] 前掲 97）．
[114] 前掲 97）．

> 結果や考察を書く際には，データの引用ばかりを長々と行うのではなく，そのデータをどう解釈したか，どのような概念的カテゴリーを導出し，使ったか，概念的カテゴリー間の関連からどのような仮説に至ったかといったように，データから理論に向かって抽象度が高められていった過程を示すことが大切である。その際，特定の解釈を行った理由や妥当性を，具体的なデータを引用しながら述べたい。（中略）さらに，考察においては，データの分析を通して導かれた概念や仮説，理論が，先行研究とどのように関係するかについて書くことも必要になる。この抽象化の作業過程がうまく示せると，もともとの研究目的に照らしてみたときに，得られた知見のもつ意義や示唆が明瞭になる（p.58，下線は筆者）。

上記の指摘に基づいて，本研究では，調査結果から特定される困難点の分析の観点を，本研究の枠組みの設計に至った角とその大きさの持つ特性から導出する。すなわち，（1）相異なる次元をもつ図形としての角とその属性としての角の大きさへ着目する必要があること，（2）静的または動的な複数の捉え方があること，（3）異なる定義に基づく普遍単位が複数存在すること，の三つを分析の観点とし，先行研究での調査結果と関連付けて考察する。

さらに，Goldin（2000）[115] に従って，事前の推測を基礎に観察された事柄を可能な限り正確に記述するとともに，その際には，観察された事柄とそこから推測された事柄を明確に区別する。これによって，「課題準拠インタビュー」の特徴が本研究に生かされる。すなわち，観察されるであろうと予期した事柄や推測を予め設定していくことによって，実際に生じた出来事を単に観察し分析することを超えることができる（Goldin，2000， p.544）。

[115] 前掲 9）．

第 3 節「課題準拠インタビュー」による教授的介入と学習上の困難点の解消

前節では，実証的方法によって得られたデータを手がかりに，角の学習上の困難点とその要因を分析する方法を述べた。第 3 章及び第 4 章では，その方法を用いて角の学習上の困難点を実証的に考察する。第 5 章では，実証的な考察から得られる範囲で角の学習指導を改善するための指針を提示するために，困難点を解消する立場から，角の大きさに関する指導内容の配列上の課題，及び課題の解決のために獲得の強化を図るべき学習の要件を指摘し，それらを具体化した望ましい教材及びその教材を用いる指導法を提案する。

上述のように議論を展開するために，本節では，第 1 節で設定した本研究の枠組みに従って，特定された学習上の困難点を解消する立場から，学習指導の改善の指針を導く方法を考察する。

はじめに，本研究の枠組みにおける学習の要件に従って，角の大きさに関する現行の指導内容の配列を考察する。現行の配列上に課題が存在することが角とその大きさの特徴から予想され，かつ実証的にその課題に関わる困難性が示された場合，指導内容の配列上の課題を指摘することによって，困難点を解消する立場から学習指導の改善が図られる可能性があると考えるからである。さらに，学習者の実態を手がかりに教材や指導法を提案するためには，その前提として，指導者と学習者を媒介する指導内容上の課題を把握し，学習指導の改善の視点を導くことが必要である[116) 117)]。具体的には以下のように議論を展開する。

2.3.1 では，学習上の困難点を解消するために指導内容の配列上の課題を指摘する方法を考察する。すなわち，調査で特定された困難点に従って，複数の学校段階を視野に入れながら配列を考察し，枠組みから獲得の強化を図るべき学習の要件を抽出する方法を探る。

次に，2.3.2 では，2.3.1 で導かれた配列上の課題を指摘する方法によって，課題が実証的に示された場合に，それらを解決するために獲得の強化を図るべき学習の要件を教材及び指導法として具体化するための方法を提示する。すなわち，2.2 で考察したように，本

116) 本研究における指導内容とは，「学校数学で達成しようとする理解，技能，態度などの対象となる数学的内容」を意味する。以下の文献を参照。
川口延（1972）『算数科教材研究の標準化－教材化と指導法の原理－』，東京：明治図書，
117) 教材選択の視点については，例えば，以下の文献を参照。
山口満（2008）「教材学②教材とは」，『日本教材学会設立 20 周年記念論文集「教材学」現状と展望上巻』，東京：協同出版，22-26
福沢周亮（2008）「教材学④教材と心理」，『日本教材学会設立 20 周年記念論文集「教材学」現状と展望上巻』，東京：協同出版，42-50.

研究で用いる「課題準拠インタビュー」は，教授的介入の側面を強く備えていることから，その方法により設計された調査問題及びインタビュー調査の介入場面で使用する具体物，それらの提示方法，介入による学習者の認識の変容を学習指導の改善の手がかりにすることを述べる。次に，調査データから得られる範囲で困難点を解消する立場から，獲得の強化を図るべき学習の要件を具体化するための教材，及びその教材を用いた指導法を提案することを述べる。

2.3.1 学習上の困難点の解消からみた指導内容の配列上の課題の特定

学習指導の改善の視点に基づいて具体的な教材及び指導法を提案するためには，指導内容の意図に基づいて教育内容を経年的に示している指導内容の配列を考察することが必要である[118)]。そこで，2.3.1 では，本研究の枠組みに従って，学習上の困難点から角の大きさに関する現行の指導内容の配列上[119)] の課題を特定する方法を述べる。

表 2-3 が示すように，角の計量的側面に関わる学習指導は，小学校及び高等学校を中心に展開されている。中学校では，角の定性的な議論に関わる図形学習が中心に展開され，例えば，多角形の角の性質に関する学習では，角の大きさの取り得る範囲が拡張されるという点で定量的な議論ではあるが，図形学習の一部に位置づけられている。

表 2-3 角の大きさに関する現行の指導内容の配列

学 年	指 導 内 容
小 3	・半直線が作る形としての角の定義 ・半直線の開き具合の直接比較，及び間接比較
小 4	・半直線の開き具合及び回転の大きさとしての角の大きさ ・度数法 ［ 0°， 360° ］
中 2	多角形の角の性質 ［ 0°， ∞ ］
高等学校	・一般角の定義 （－ ∞，∞ ） ・弧度法

ところが，角とその大きさの特徴が考慮された本研究の枠組みから上記の配列を考察すると，数値化前の角の大きさを考察対象とする「属性の知覚」の段階，及び「属性の比較」

118) 長谷川栄（2008）『教育方法学』，東京：協同出版.
119) 前掲 1)，58)，60）.

の段階から数値化後の角の大きさを考察対象とする「単位の適用」に至るまでに配列上の課題の存在がうかがえる。すなわち，学習上の困難点を枠組みから捉え直すことによって配列上の課題を指摘する方法として，次のような手順が考えられる。

例えば，現行の指導内容の配列（表 2-3）に従って学習指導が行われた場合，図形としての角及び数値化される前の角の大きさに着目し，抽出するための学習指導が十分になされない可能性がある。例えば，学校数学で扱われる他の量と同様に，角の大きさについても「測定指導の四段階」に従って行われると，直接比較と間接比較に関する活動を通して測定対象である角の大きさが把握される。

ところが，前節でも述べたように，角とその大きさは特徴を備えている。例えば，図形としての角は，「一つの点から出ている二つの辺がつくる形」と説明されるように，複数の図形の構成要素から成るがゆえに，図形としての角からその大きさへ着眼点を移動するためには，どの構成要素に着目するかという他の量の学習にはない障壁を乗り越えることが必要である。上記に関わる困難点が実証的に特定された場合，その困難点を本研究の枠組み（表 2-4）から捉え直すと，「属性の知覚」の段階の要件である「平面図形としての角への着目」，及び「角の大きさへの着目」の獲得を強化すべきであることが指摘できる。さらに，それらを改善の視点とした上で，調査でみられた学習者の反応を手がかりに具体的な改善の方法を導出することが可能になる。

同様に，表 2-3 と表 2-4 を比較すると，次の二点の配列上の課題が学習者の実態として調査で表出することも予想される。

一点目は，角の大きさの回転の大きさとしての捉え方に関わる課題である。現行の配列では，角の大きさの回転の大きさとしての捉え方は，小学校第 4 学年の「量と測定」領域の内容で導入され，考察の範囲を 180°を超える範囲に拡張するための学習指導が，分度器による測定活動を通してなされる。ところが，算数科の「量と測定」領域は，中学校では「図形」領域，高等学校では主に図形と計量に関連する学習内容に統合される[120)]。

従って，平面図形の構成要素としての角を考察対象とする学習の機会はある一方で，その大きさを回転の大きさとして捉える機会が長期的に展開されやすいよう配列されてないのである。しかし，「一つの点から出ている二つの辺がつくる形」を考察する場面で劣

---

120) 例えば，文部省（1999）『中学校学習指導要領（平成 10 年 12 月）解説 数学編』では，における図形と計量の内容の取り扱いでは，角の大きさなどを用いた計量の考えの有用性を認識させ，図形の計量についての理解を一層深めることが述べられている。
前掲 55），p.49.

角ではなく優角を抽出すること，及び取り得る範囲を 360°以上に拡張するためには回転の大きさとしての動的な捉え方の獲得が不可欠であり，そのような困難点が学習者の実態として特定されることが予想される。そのような場合,「属性の比較」，及び「単位の適用」の段階における角の大きさの複数の捉え方に関する学習の要件を強化することが改善の視点となり，学習者の反応に応じた具体策を講じるべきであると言える。

第二の予想される課題は，弧度法に関する課題である。現行の弧度法に関する学習指導では，弧度法の有用性を理解することを主たるねらいとして，扇形の弧の長さと広さの弧度法を用いた表示を度数法と対応させる学習がなされている。ところが，学習の要件と現行の配列を比較すると，弧度法の導入においてその定義及び角の大きさの表現方法として度数法と関連を図ることが十分に強調される指導がなされるよう，配列上にその配慮がなされていない。弧度法の導入に至るまで，生徒は度数法を長期的に使用してきている。従って，両者の定義を区別するとともに，その異同を確認するための学習指導は不可欠である。このような課題に関わる学習者の存在が確認された場合,「単位の適用」の段階における「他の量（長さ）の比による表現の理解」や「異なる基準による単位の区別と適用」を改善の視点として，学習者の反応を手がかりとした具体的な方策が提案できる。

次に，第 3 章以降において，上記の課題が学習者の実態として表出していることが確認された場合，課題を解決するために配列を改善する方法を探る。そのために，教材研究の基本的要因の一つとして，教育内容を挙げている先行研究（長谷川，2008）[121] を手がかりに，学習者の立場から角に関する指導内容の配列のあり方を提案する方法を考察する。

それは次の理由による。第一は，上述のように，教材は「教育内容」,「教育内容を具体化した材料」,「教具を含めた教材」の三つの意味で使われることを指摘した上で，教育内容，教材，学習活動の三点を教材研究の基本的要因として挙げていることである（p.167)。すなわち，本研究では，角の学習指導を改善するための指針を示すために，困難点を解消する立場から，指導内容の配列，教材，指導法に改良の余地があるかどうかを検討するが，この三つはそれぞれ上記の基本的要因に該当すると考えられるからである。第二に，教育内容を正当化する根拠の一つとして学習指導要領を挙げ，教育内容の系統性を検討する場合には，教育的行動を方向付ける教育的意図がその中核的役割を担うことを指摘していることである（p.161)。すなわち，教育内容の系統性を議論するためには，指導の意図を明確にし，その上で学習する内容の論理性と子どもの能力の両面を検討し，教育内容の配列

[121] 前掲 118)，pp.149-179.

を決めることが必要であるという主張である。指導者の意図と学習者のプロセスを観点に複数の学校段階を対象とした角の計量的側面に関わる学習指導の現状と測定指導の 4 段階に従って枠組みを設定していること，さらには，その枠組みに基づいて学習者の実態を解明し，長期的な改善策を追究する本研究を支持する主張と考えられるからである。

氏は，上述の第一の理由に関わって，教材研究の基本的要因の一つである教育内容を教育意図のもとに吟味し確認することが重要な作業であるとし，そのための観点を三つ挙げている（p.171）。

・正当化－教育内容が子どもの学習内容として本当に妥当なのか，子どもの発達のために適切なのか，学年段階にふさわしく，学級の子どもたちに適切なのか，こういう問いを立てて教育内容の正当化を図り，教師がそれを納得することである。

・構造化－教育内容は指導意図との関係に基づいて固有の構造を成している。指導意図に基づく中心となる内容と周辺に位置する諸内容が構造的に結びあっている。そうした構造を明確にすることである。

・重点化－明らかにした教育内容の構造を考慮して，指導意図と結びつけてどこに重点を置いて指導するか，教育内容の重点化が必要である。例えば，知識の理解，技能の習熟，方法の獲得，能力の伸長のうちで何に重点を置くか，ということである。実践的な内容のどこにポイントを置くか，育成したい能力のどの面に重点を置くか，などはっきりさせることである。（p.171）

上述の指摘に従って，本研究では以下の事項に留意しながら，困難を示す学習者の立場から角に関する指導内容の配列のあり方を提案する。それは，特定された学習上の困難点を解消するために，児童・生徒が困難を示す角の計量に関する既習内容の学習の要件を角の図形的側面も視野に入れながら把握し，それら及び彼らの未習内容に関わる学習の要件に基づいて角の学習の系統性を考慮しながら各学校段階で重点を置くべき角の計量的側面に関わる教育内容を明らかにすることである。

例えば，先に述べたように，指導内容の配列上の課題の一つとして，回転の大きさとしての本質的な角の大きさの捉え方に関わった指導内容が十分に長期に渡って配列されていないことがある。実際，回転の大きさとして捉えることに困難を示す学習者の存在が調査結果から指摘された場合，インタビューでの反応を前提に，学習者の反応を手がかりとし

ながら，回転の大きさに関する認識の強化を目指して配列の構造を検討する。すなわち，既習内容である回転の大きさとしての本質的な捉え方が必要とされる 180°を超える範囲への拡張に関する学習指導が分度器による測定活動を通してなされること，及び未習内容である高等学校において，負の範囲や 360°を超える範囲へと角の概念を拡張するために，回転の大きさとして捉えることは共に，回転の大きさとしての捉え方の獲得を意図していると考えられる。このことを考慮しながら，回転の大きさとして捉える内容と角に関する内容が長期的に関連付けられた構造が示されているかどうかを検討する。

このように意図されたカリキュラムの視点から導出された本研究の配列に関する改善策は，繰り返しの検証によって徐々に精緻化されることが期待できる。

2.3.2 教授的介入による困難点の解消からみた教材及び指導法の提案

2.3.1 では，学習上の困難点を解消する立場から，本研究の枠組みに従って指導内容の配列上の課題を指摘し，課題を解決するための配列のあり方を提案する方法を述べた。その一方で，指導内容の配列上の課題が実際に学習者の実態に表出している場合，教材や指導法の改善にも反映されるべきである。本研究の枠組みが角とその大きさの特徴を考慮し設定した指導内容で構成されていることを考慮すれば，困難点を解消する立場から教材や指導法を提案するためには，指導内容から教材や指導法の要件を導く方法，及び要件を教材及び指導法として具体化する方法を明示する必要がある。

そこで，2.3.2 では，本研究で用いる「課題準拠インタビュー」の特徴である教授的介入を生かし，学習上の困難点が解消され得ることを実証的に示すことを通して，困難点を解消するための具体的な教材及び指導法を導く方法を考察する。

前節では，Goldin（2000）[122)] により提唱された「課題準拠インタビュー」の方法論に基づいて，本研究で用いるインタビュー調査の方法を検討した。その結果，「課題準拠インタビュー」の特徴として，次の二点が挙げられた。第一は，「課題準拠インタビュー」と称されるように，インタビューの結果を左右する課題環境を可能な限り事前に台本として設定することである。すなわち，学習者に与える課題，その課題の与え方，教授的介入の側面が取り入れられた学習者への対応の方法，インタビューが行われる条件等を偶発的な事象への対応を含みながら事前に制御可能な課題変数を観察者が設定することに特徴がある。「課題準拠インタビュー」は，このような課題環境の下で，学習者の数学的問題解決の過

[122)] 前掲 9）．

程を焦点化することによって，その背後にある学習者の認識と教授的介入によるその変容を，課題環境や与えた課題の数学的内容に即して記述することを目指している。

第二の特徴は，「課題準拠インタビュー」は，教授的介入の側面を強く備えていることである。第一の特徴に関わるが，課題環境の一つである教授的介入は，短いスパンでの連続的な介入も含めて台本として事前に設定される。介入による学習者の認識の改善を追究することを通して，規範的な意味合いで達成してほしい学習者の理解をより緻密に記述することが可能となる。

このような特徴は，構成主義における教授実験[123)]や，ピアジェらに代表される臨床的インタビュー[124)]との比較からも浮き彫りになる。例えば，これらと「課題準拠インタビュー」には，次のような違いがある。教授実験では，教授そのものを主たる目的としておらず，インタビューで観察されたことを手がかりに，研究者の主観的な判断や推測に基づいて，学習者の数学的知識の構成過程のモデルを生成，精緻化することを目指している。これに対し，「課題準拠インタビュー」は，偶発的な事象までも予想しながら事前の準備も含めた事実を詳細に記述し，その過程では学習者の理解の深化や認識の改善のための教授的介入に重点を置くのである。すなわち，両者には規範的な意味合いの強さに違いがあり，教授的介入の位置づけ，及び最終的に目指す事柄が異なると言える。

本研究では，上記の「課題準拠インタビュー」の特徴の一点目を生かし，数学的な概念の一つである角に関する学習上の困難点を特定し，その背後にある要因を解明する。さらに，困難点を解消する立場から強化すべき学習の要件を抽出し，指導内容の配列の改善策を導くとともに，「課題準拠インタビュー」の特徴の二点目を生かし，インタビュー調査における教授的介入のための課題や教具の事前設定，具体的な介入や教材の提示の方法，及び介入による学習者の認識の変容を直接的な根拠として，教材や指導法を提案する。

例えば，2.3.1 で指摘した課題の一つに関わって，半直線の開き具合として角の大きさを捉えることに困難を示す学習者の実態が解明され，そのような学習者に角に関する具体物を使用しながら調査問題の場面を提示し，角とその大きさへの着目及び抽出に関する教授的介入によって，角の大きさの捉え方に変容がみられた場合，その具体物及び具体物による介入とその方法は困難性の解消に有効な可能性を十分に備えているといえる。さらに，

[123)] 前掲 107）.

[124)] 例えば，J.ピアジェ ＆ B.インヘルダー（1965/1992）（滝沢武久・銀林浩訳）『量の発達心理学』東京：国土社.を参照。

変容が一時的にみられる一方で完全に改善されない場合であっても，長期的な介入を視野に入れて課題環境を設定することで，教材や介入による認識の変容の可能性を更に追究できる。教材を具体化するにあたっては,インタビューで用いた具体物に依拠するとともに，教材選択の原理的観点[125]にも考慮しながら提案する。

以上のように，本研究では,「課題準拠インタビュー」において学習者の誤った認識の変容がみられたことを根拠に，インタビューで用いた教材や介入の方法を有効な改善策として示すことによって，教室での改善事項を，実証的考察の成果の根拠として提案する。

---

[125] 例えば，以下の文献を参照。教材研究の方法論，教材選択の視点とその意味を考察している。

太田伸也（2008）「数学教育における教材開発の役割」,『日本教材学会設立 20 周年記念論文集「教材学」現状と展望 下巻』，東京：協同出版，84-94.

小笠原喜康・柴山英樹（2008）「教材学⑤教材研究の方法論－知識観と学習観の問い直しから－」,『日本教材学会設立 20 周年記念論文集「教材学」現状と展望上巻』，東京：協同出版，51-63.

半田進（2008）「算数・数学科の教材とは－算数・数学科の教材の特質と教材開発の必要性－」,『日本教材学会設立 20 周年記念論文集「教材学」現状と展望上巻』，東京：協同出版，215-227

第 4 節　第 2 章のまとめ

本章の目的は，角に関する学習上の困難点の特定とその解消の方法を提示することであった。この目的を達成するために，以下の手順で考察を進めた。

はじめに，国内外における量とその測定に関する学習指導の段階を先行研究に基づいて検討した。これは，わが国の量と測定に関する学習指導で一般にその段階を踏むことが望まれる「測定指導の四段階」を基礎に，角に関する学習指導の現状と課題を指摘するためである。その上で，その課題を解決するために獲得されるべき学習の要件を考慮し，学校数学における角の大きさに関する学習を捉える独自の枠組みを設定した。

次に，その枠組みに従って，第 3 章以降の実証的考察を展開する方法，すなわち，学習上の困難点とその要因を特定する方法を考察した。まず，質問紙調査およびインタビュー調査の側面から理論的に考察した。すなわち，国内外でなされてきている角に関する質問紙調査の問題と結果に基づいて，本研究の枠組みから困難点を特定するために望ましい調査問題を考察した。次に，本研究でのインタビュー調査で用いる「課題準拠インタビュー」の特徴を教授実験の方法論と比較しながら考察し，質的研究方法における「課題準拠インタビュー」の位置づけを述べた。さらに，本研究で「課題準拠インタビュー」を実証的方法として用いる意義として，「課題準拠インタビュー」が教授的介入の側面を強く備えていることを確認するとともに，学習者が課題に取り組む過程に焦点化することによって，背後にある学習者の認識とその変容を課題の数学的内容に即して記述する可能性を備えることを指摘した。

最後に，第 1 節で設定した本研究の枠組みに従って，特定された学習上の困難点を解消する立場から，学習指導を改善するための示唆を得る方法を考察した。はじめに，本研究の枠組みにおける学習の要件に従って，角の大きさに関する現行の指導内容の配列を考察した。なぜなら，現行の配列上に課題が存在することが角とその大きさの特徴から理論的に指摘され，かつ実証的にその課題に関わる困難性が示された場合，指導内容の配列上に工夫を施すことによって，困難点を解消する立場から学習指導の改善が図られる可能性があるからである。そこで，学習上の困難点を解消するための配列上の課題を指摘する方法を考察するために，調査で特定された困難点に従って，複数の学校段階を視野に入れながら，どのように配列を構成し，枠組みから獲得の強化を図るべき学習の要件を抽出するのか，その方法を探究した。

次に，2.3.1 で導かれた配列上の課題を指摘する方法によって，課題が実証された場合に，それらを解決するために獲得の強化を図るべき学習の要件を望ましい教材とその教材を用いた指導法として具体化するための方法を提示した。そのために，本研究で用いる「課題準拠インタビュー」は，教授的介入の側面を強く備えていることから，その方法により設計された調査問題及びインタビュー調査の介入場面で使用する具体物，それらの提示方法，介入による学習者の認識の変容が学習指導を改善するための手がかりとすることを述べた。また，調査データから得られる範囲で困難点を解消する方法を探究する立場から，獲得の強化を図るべき学習の要件を具体化した教材，及びその教材を用いた指導法を提案することを指摘した。

本章の考察で得られた実証的な考察の方法の手順に従って，第 3 章及び第 4 章では，角の学習上の困難点とその要因を実証的に考察し，その結果を分析する。第 3 章では，本研究の枠組みの第一段階及び第二段階について，単位による数値化前の角の大きさを対象とした困難点とその要因を解明する。第 4 章では，枠組みの第三段階について，単位による数値化後の角の大きさを対象とした困難点とその要因を解明する。

第 3 章 角に関する学習上の困難点の特定とその要因の分析: 数値化前の角を対象として

本章の目的は，数値化前の角に関する学習上の困難点とその要因を特定することである。はじめに，質問紙調査を実施し，学習上の困難点の傾向を把握する。次に，質問紙調査の反応から抽出された児童を対象にインタビュー調査を実施し，困難点とその要因の抽出を試みる。

具体的には，以下のように展開する。第 1 節では，第 2 章で設定した本研究の枠組みの段階の中でも数値化前の角を考察対象とする第 1 段階「属性の知覚」の段階，及び第 2 段階「属性の比較」の段階に関する質問紙調査を設計・実施する。調査では，角を構成する辺の長さをはじめとする他の図形の構成要素によらず，角とその大きさを様々な平面図形から抽出し，大きさを比較することができるかどうかを中心とした問題を扱う。

第 2 節では，質問紙調査の出題の意図に応じて調査結果とその分析を述べるとともに，数値化前の角に関する学習上の困難点の傾向を把握する。さらに，困難を示す学習者が多い問題を中心に，インタビュー調査によって要因を突き止める困難点を抽出する。

第 3 節では，困難点とその要因を特定することを目的としたインタビュー調査を実施するために，インタビュー調査の対象者の抽出方法を述べる。本研究では，小学校の既習児童を対象に数値化前の角に関する調査を実施した。2009 年 5 月から 6 月に予備調査，2009 年 10 月から 11 月に本調査を行った。そこで，それぞれの調査からインタビュー調査の対象児童の抽出方法を述べる。第 4 節では，インタビュー調査での反応を分析し，数値化前の角に関する学習上の困難点とその要因を特定する。最後に，本章のまとめを行う。

第１節　質問紙調査の設計

本節では，数値化前の角に関する学習上の困難点の傾向を把握するために実施した質問紙調査の目的，方法，及び調査問題の構成を述べる。

3.1.1　調査の目的及び方法

角に関する児童・生徒の捉え方をみるための質問紙調査はこれまでにも実施されているが，主に小学校段階の学習者を対象に角の計量に関する学習内容の一部に関する問題の結果の分析にとどまっている。従って，特定された困難点は学習内容に依拠する一時的なものであるのか，あるいは時間の経過とともに改善されないものであるのか明確ではない。この研究方法では，学校数学における角に関する学習上の困難点を網羅し，学校数学における角の学習指導全体を見直すことに限界があると考えられる。

そこで，筆者は，角に関する児童・生徒の学習上の困難点を，各学校段階，及び複数の学校段階の観点から特定することを目的とする質問紙調査を実施することにした。調査対象は，小学校第 5 学年，中学校第 1 学年，第 3 学年，高等学校数学Ⅱ履修者（第 2 学年）の計 1,271 名である。その内訳を表 3-1 に示す。

表 3-1　調査対象者の内訳

小学校第 5 学年	285 名
中学校第 1 学年	406 名
中学校第 3 学年	378 名
数学Ⅱ履修者	202 名
合計	1,271 名

この四つの学年を選択した理由は次の通りである。まず，小学校算数科では角の大きさの概念自体は第 3 学年で導入されるが，実際にそれらの基礎的な概念の獲得がねらいとされる学習は第 4 学年を中心になされる。そこで，それらを学習済みの第 5 学年を選択した。

また，算数科の「量と測定」領域は，中学校では「図形」領域，高等学校では主に図形と計量に関連する学習内容に統合されるため，小学校第 4 学年の学習以降，特に中学校では，平面図形の構成要素としての角を考察対象とする学習の機会はある一方で，その大きさを回転の大きさとして捉える機会は乏しい。それゆえ，年月の経過とともに角の大きさ

に対する捉え方が学習直後の第 5 学年と異なる可能性が考えられる。また，高等学校で新たに一般角へと角の概念が拡張され，弧度法が導入されることを考慮すれば，その学習を導入する直前の生徒の角の大きさに対する捉え方を把握することは有効であると考える。そこで，中学校第 1 学年および第 3 学年を選択した。

さらに，学校数学の角に関する学習指導では度数法だけでなく，弧度法による表現も扱われるため，弧度法を学習済みの生徒（数学Ⅱ履修者の高等学校 2 年生）を選択した。角の大きさの表現方法である弧度法に対する困難点を特定することを通して，角の大きさに対する学習者の捉え方を長期的に把握できると考えた。

調査の実施時期は，小・中学校は 2007 年 6 月から 9 月，高等学校は 2007 年 12 月から 2008 年 2 月であり，東京都，埼玉県，茨城県内の公立小学校 5 校，茨城県，長野県内の公立中学校 3 校，東京都，徳島県の国公立高等学校，及び私立高等学校 4 校で実施した。

調査方法は，質問紙を用いた筆記形式の調査であり，学級担任や授業担当教員により実施してもらった。解答時間は特に指定せず，授業時間内を利用して解答に必要な時間を十分にとってもらった。

調査用紙は各学校段階とも合計 2 枚であり，分度器と定規を使用する問題，及びそれらを使用しない問題に分けて構成された。調査は，1 枚目を配布，実施，回収後に，2 枚目を配布，実施，回収する手順で実施した。

3.1.2　調査問題の設定

以下では，本研究の枠組みに基づいて，数値化前の角に関する調査問題の設定方法を，各問題の出題の意図の観点から述べる。

調査問題は，各学校段階における角に関する児童・生徒の学習の実態に加え，複数の学校段階における学習の実態も捉え，学校数学における角に関する学習上の困難点を網羅することを目的として設定される必要がある。

そこで，数値化の有無によって三段階から構成される本研究の枠組みを「属性の知覚」及び「属性の比較」の段階と，「単位の適用」の段階に大別した。本章の考察対象である数値化前に関する困難点の分析の視点を以下のように設定し，調査問題を構成した。その視点とは，図形としての角から角の大きさを抽出・比較することができるかどうかである。

「測定指導の四段階」では，角の大きさを比較する活動を通して，「属性の知覚」の段階，及び「属性の比較」の段階が統合的に行われる。そこで，調査問題では，角の大きさ

を比較するためにそれらを抽出する場面を設定した。角を構成する他の図形の構成要素に捉われる反応が先行研究の調査で報告されていることを考慮した上で，比較するために留意すべき構成要素が異なる問題を計 2 題設定した。表 3-2 に，数値化前に関する調査問題の出題の意図及び調査対象者の関連を示す。

表 3-2　数値化前に関する調査問題の出題の意図

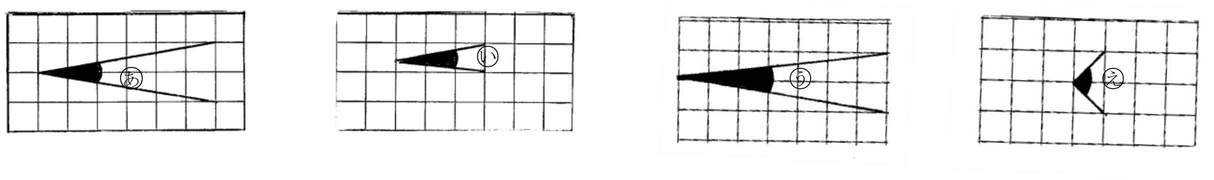
段階	視点	問題	出題の意図	対象
属性の知覚 属性の比較	数値化前の角の捉え方	1・2	角を構成する他の図形の構成要素によらず，角の大きさを捉えることができるか。	（問 1） 小・中 （問 2） 小

3.1.3　調査問題の概要

［問題 1］（対象：小・中）

角を構成する半直線の長さや角を指す扇形の広さに捉われず角の大きさの大小比較ができるかどうかをみる問題である。(1) では角を構成する半直線の長さが異なる同じ大きさの角の比較ができるか，下記に示す角あと角いの大きさの比較をさせた。

次に，(2) では，「角を構成する二つの半直線が長く，角の大きさを指す扇形も広いが，角の大きさは一方より小さい角う」と，「二つの半直線は短く，扇形も狭いが，角の大きさは一方より大きい角え」の大きさを比較させた。但し，角の大きさを表す扇形の弧の長さは，二つとも同じである。(1)，(2) ともに三つの選択肢を設定した。



(1)　あといは
①あの方が大きい
②いの方が大きい
③大きさは同じ

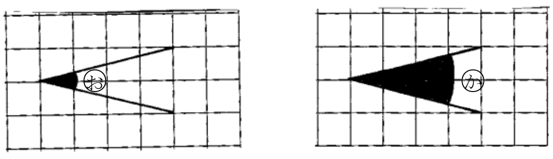
（2）㋒と㋓は
①㋒の方が大きい
②㋓の方が大きい
③大きさは同じ

図 3-1 半直線の長さ，扇形の広さと角の大きさとの混同

［問題 2］（対象：小）

小学生のみを対象に，角を指す扇形の広さによらず角の大きさを判断できるかどうかをみる問題を出題した（図 3-2）。

㋔と㋕の角の大きさを比べます。



花子さん

私は，㋔より㋕のほうが，角が大きいと思います。
なぜなら，㋕のほうが黒くぬった面積が広いからです。

あなたは花子さんの意見に賛成ですか，それとも反対ですか？
どちらかに〇をつけ，その理由を書いてください。

図 3-2　角の大きさと扇形の広さの混同

この問題では，角の大きさと角を指す扇形の広さを混同している意見を提示し，判断の正誤（意見に賛成または反対の選択）とその根拠を記述させた。

第 2 節　角の大きさの抽出と比較に関する質問紙調査

本節では，前節で設定した角の大きさの抽出と比較に関する質問紙調査の調査問題の結果を示し，学習上の困難点の傾向を把握する。

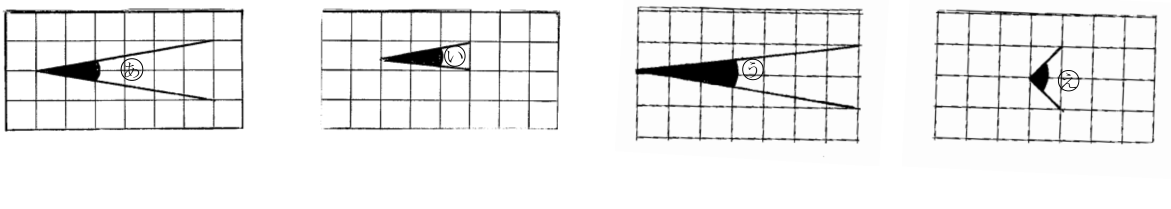
はじめに，角の大きさの抽出と比較に関する二つの調査問題の結果を述べる。次に，それぞれの結果を手がかりに，各学校段階及び複数の学校段階を視野に入れながら，角の大きさの抽出と比較に関する困難点を考察する。

質問紙調査で特定された困難点は次の二点である。角の大きさには半直線の開き具合として捉える静的な捉え方と，半直線の回転の大きさとして捉える動的な捉え方の二つがある。第一は，そのような複数の捉え方に基づいて角の大きさを抽出することに関する困難点である。第二は，複数の図形の構成要素からなる角とその大きさの抽出に関する困難点である。例えば，辺の長さをはじめとする図形の構成要素の量に関する属性と角の大きさを区別して抽出することに困難を示すことである。

3.2.1　角の大きさの抽出と比較に関する質問紙調査の結果

図形としての角を量として捉える場面に焦点を当てた数値化前の角とその大きさの捉え方に関する困難点を特定することを目的として，二つの調査問題を設定した。

問題 1 では，角を構成する半直線の長さや角を指す扇形の広さに捉われず角の大きさの大小比較ができるかどうかをみるために，角あと角い，角うと角えの大きさをそれぞれ比較させた（図 3-3，再掲）。



（1）　あといは
①あの方が大きい
②いの方が大きい
③大きさは同じ

（2）うとえは
①うの方が大きい
②えの方が大きい
③大きさは同じ

図 3-3　角の大きさと扇形の広さの混同（図 3-1 再掲）

角㋐と角㋑は，角の大きさを表す扇形の半径，弧の長さ，広さは同じであり，角の大きさも等しい。ところが，両者を構成する半直線の長さのみが異なっているため，両者の大小比較においては，半直線の長さによらず角の大きさを抽出する必要がある。

この問題の正答率は，小 5 は 50.0%，中 1 は 70.1%，中 3 は 75.2%であり，「(半直線の長さの長い）㋐の方が大きい」を選択した割合は，小 5 で 45.2%，中 1 で 26.6%，中 3 で 22.8%であった。角度の測定，図示を学習済みの小学生の半数が辺の長さに捉われて角の大きさを判断しており，その傾向は中学校第 3 学年に至るまで複数の学年でみられた。

また，角㋒と角㋓は，角の大きさを表す弧の長さのみ同じであり，扇形の弧の長さ，半径,半直線の長さは全て角の大きさの小さい角㋒の方が大きく設定されている。角㋐と角㋑の大小比較に比べると両者の構成要素の大きさに違いがあることは顕著であるが，両者の大小比較においては角の大きさが半直線の開き具合，または回転の大きさとして捉え，抽出する必要がある。

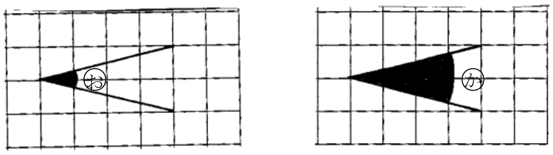
この問題の正答率は，小 5 は 73.7%，中 1 は 76.3%，中 3 は 85.4%であり，前者の問題に比べると正答率は上がっているが，小 5 と中 1 の正答率にほとんど差がみられず，2 割から 3 割の児童・生徒が「(構成要素の大きさの大きい）㋒の方が大きい」を選択している。そのような児童・生徒は，角の大きさを視覚的に捉えやすい図形の構成要素の大きさから判断してしまっているとみられる。

この問題の結果から，小学生，中学生ともに，角の大きさの判断において，角を構成する図形の構成要素に捉われる傾向がみられ，その傾向は学校段階が上がるにつれて解消される可能性は低いことが予想できる。

次に，問題 2 では，小学生のみを対象に，角を指す扇形の広さによらず角の大きさを判断できるかどうかをみる問題を出題した（図 3-4，再掲)。

問題 1 は，互いに構成要素の大きさの異なる角の大きさの大小比較に関する選択式の問題を設定したが，問題 2 では半直線の長さは同じである一方で，扇形の広さ，半径，弧の長さの異なる場面を設定し，角の大きさと角を指す扇形の広さを混同している意見に賛成または反対の選択後にその根拠を記述させた。この問題では，角の大きさは角の大きさを表す扇形の構成要素の大きさにはよらず半直線の開き具合または回転の大きさとして捉える必要がある。

おとかの角の大きさを比べます。



私は，およりかのほうが，角が大きいと思います。
なぜなら，かのほうが黒くぬった面積が広いからです。

花子さん

あなたは花子さんの意見に賛成（さんせい）ですか，それとも反対ですか？
どちらかに○をつけ，その理由を書いてください。

図 3-4　角の大きさと扇形の広さの混同（図 3-2 再掲）

その結果,「登場人物の意見に賛成する」と解答した児童が 30.2%であり，反対する（正答）と解答した児童が 69.8%であった。「登場人物の意見に賛成する」と誤答した児童の多くは図を角おや角かを含む三角形として捉え，角の大きさを線や升目の位置から判断している児童が約 20%みられた。また，解答の正誤によらず，扇形の広さを幅から捉えているとみられる記述の解答もみられた。

この結果と問題 1 の結果を比較すると,小学生は,角の大きさの大小関係を判断する際,角を指す扇形の広さや弧の長さに比べ，角を構成する半直線や半直線間の長さ（距離）に捉われてしまう傾向が強いことがわかる。これに対し，中学生になると，角を指す扇形の弧の長さに捉われてしまう傾向がみられた。

3.2.2　角の大きさの抽出と比較に関する学習上の困難点の把握

上記の結果を手がかりに，角の大きさの抽出と比較に関する学習上の困難点を考察する。二つの半直線の開き具合として捉える見方に加え，新たに回転の大きさとしての動的な見方が不可欠とされる場面において，複数の捉え方からそれぞれの角の大きさを抽出した上で，大小を比較することに関する困難点に対する考察である。

3.2.2.1 他の図形の構成要素との区別による角の大きさへの着目

本研究では，角の大きさの学習の第一段階として「属性の知覚」の段階を，第二段階として「属性の比較」の段階を位置づけた。すなわち，第一段階とは，角の大きさを抽出し，それを比較するための前提の段階であり，2 次元の平面図形からその属性であり次元の異なる角の大きさへ着目することが必要とされる。

ところが，調査結果からは，属性の一つとしての数値化前の角の大きさを比較する前堤である，角の大きさに着目することそのものに困難を示す児童・生徒の存在が窺えた。例えば，問題 1 の 2 問目において，角の大きさを表す弧の長さのみ両者とも同じであり，扇形の弧の長さ，半径，半直線の長さは全て角の大きさの小さい方を大きく設定した上で両者を比較させた。この問題は，他の問題に比べると両者の構成要素の大きさに違いがあることは視覚的に顕著であり，比較の前提としてそれぞれの半直線の開き具合または回転の大きさへの着目することを構成要素が阻害する可能性は低いと考えられる。

しかし，調査結果では，中学生でさえもおよそ 2 割の生徒が角の大きさへ着目する段階で角の大きさを表す扇形をはじめとする他の構成要素から判断している傾向がみられた。

3.2.2.2 静的及び動的な捉え方による角の大きさの抽出

調査の結果，上で述べた属性の一つとしての数値化前の角の大きさへの着目に関する困難性のみならず，「属性の比較」の段階における角の大きさの抽出と比較に対する困難性がみられた。

例えば，小学生には，角の大きさを指す扇形の広さから数値化前の角の大きさを判断する傾向がみられた。そのような児童は，弧の長さや方眼紙上で塗色された升目の数を角の大きさを捉える根拠としていた。彼らは，扇形の弧の長さや広さと角の大きさを混同していると考えられる。

また，問題 1 では，角の大きさと角を構成する他の構成要素を混同する学習者が複数の学校段階を通してみられたが，角の大きさと混同する図形の構成要素の種類は，各学校段階で異なっていた。例えば，小学生は，角の構成要素の中でも特に，辺の長さと角の大きさを混同する傾向が強くみられたことに対し，中学生では，特に，角の大きさを指す扇形の弧の長さが異なる場合，数値化前の角の大きさに正しく着目し，その大きさを比較することに困難を示す生徒がみられた。

上記二つの調査結果から，度数法で表現された角の大きさを学習済みの児童・生徒が，

数値化前の角の大きさへの着目と比較に困難を示すことが明らかになった。彼らは，図形としての角と角の大きさに着目した上でそれぞれを抽出することと，大きさを比較するための着眼点を混同しているようにみえる。

その背景には，角の大きさに対する学習者の認識について以下のような複数の状態が考えられる。すなわち，（1）角の大きさの捉え方を認識していない状態，（2）捉え方の一つとして半直線の開き具合としての静的な見方は把握している一方で，半直線の回転の大きさとしての動的な見方をも加え，その両面から角の大きさを十分捉えられていない状態，（3）角の大きさに対する静的及び動的な捉え方を把握しているものの，それらに従って大きさを抽出できない状態である。

第 3 節　困難点とその要因を特定するためのインタビュー調査の設計

本節では，数値化前の学習上の困難点と要因を特定するために実施したインタビュー調査の目的，方法，結果を述べる。小学生を対象に予備調査と本調査を実施した。はじめに，前節で述べた質問紙調査の結果に基づいて，インタビュー調査の対象児童を選抜するための調査問題の改良の経緯を述べる。次に，新たに設計した質問紙調査の結果から，インタビュー調査の対象児童を抽出する。

3.3.1　予備調査の設計と実施

インタビュー調査の目的は，選択式および記述式の質問紙調査の解答からは捉えにくい学習者の解答に至るまでの根底にある認識を把握し,困難点の要因を考察することである。複数の学校段階における困難点とその要因を解明することによって，角に関する具体的な学習内容に依拠した学習指導の改善の指針を得る。

そのために，インタビュー調査の対象者を抽出するための質問紙調査を実施する。前節では，困難点の全体の傾向を把握した。これに対し，本節で実施する質問紙調査は，前節で得られた結論と同様あるいは類似の傾向がみられる学習者の認識をインタビュー調査で調べるために，その対象者を抽出することを目的とする。

3.3.1.1 予備調査における調査問題の設定

インタビュー調査では，前節で実施した質問紙調査の結果を手がかりに，学習者が困難を示す傾向の強かった問題に焦点を当てる。質問紙調査及びインタビュー調査の結果から困難点の背後にある認識を解明するために，調査問題を一部改良する。

小学生を対象とする予備調査のための調査問題の設定では，「属性としての角の大きさに着目・抽出する場面」に関する調査問題に関して，次の二点を変更した。

一点目は，新たに学習者が図形としての角に着目する過程を調べるために，本研究の枠組みにおける「属性の知覚」の段階の指導の意図に関わる問題を追加したことである。前節で実施した質問紙調査では，わが国の「測定指導の四段階」では「属性の比較」の段階に含まれる学習指導を通して「属性の知覚」の段階を獲得することがねらいとされていることを考慮し，調査問題を開発した。

ところが，調査の結果，中学生でさえも「属性の比較」の段階に困難を示す傾向がみら

れた。さらに，その背後には角の大きさ自体に着目する「属性の知覚」の段階に該当する困難性がみられた。インタビュー調査でその各段階の困難点と要因を特定するために，各段階に応じた調査問題を設定する必要がある。

そこで，図形としての角を判断する観点を明らかにするために，図 3-5 に示す，八つの図の中から角を含むものを選択する問題を設定した。

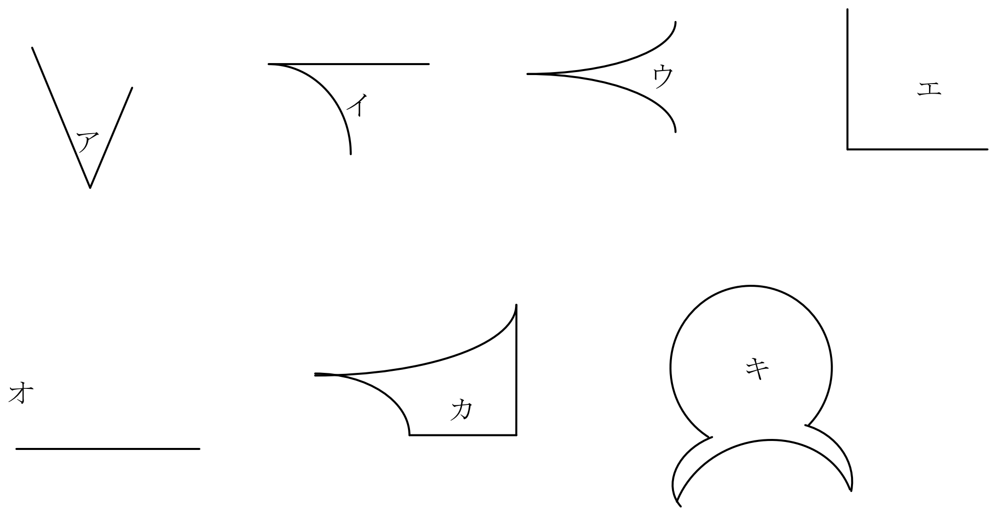


図 3-5 角を含むものを選択する問題

二点目は，「属性の比較」に関する調査問題である。角の構成要素の大きさが異なる二つの角を比較する問題場面は，図 3-6 に示す通り前節で出題した二つの調査問題と同じであるが，それらの調査結果を考慮し，比較する二つの角の相違点，共通点となる構成要素を変更した。

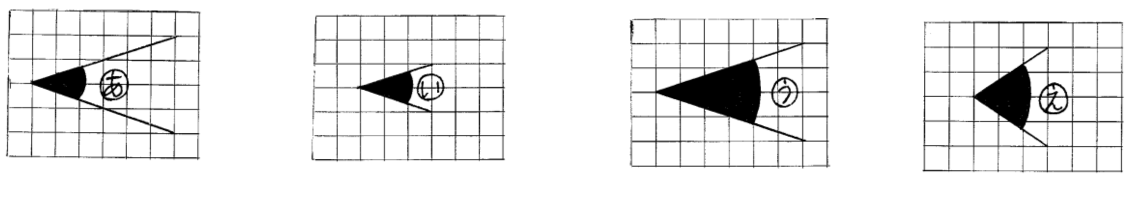


図 3-6　角の大きさを比較する問題

上記四つの角の大きさに関して，㋐と㋑の角の大きさ，㋐と㋒の角の大きさ，㋒と㋓の角の大きさの順に，大小関係を尋ね，選択式によって解答させた。

3.3.1.2 予備調査における質問紙調査の方法と結果

3.3.1.1 で設計した質問紙調査を 2009 年 5 月から 6 月に実施した。対象は，埼玉県及び茨城県の公立小学校第 5 学年 79 名（計 3 クラス）である。第 5 学年を対象とした理由は，一般に，第 4 学年の 2 学期後半に角の学習指導はなされることになっているからである。

調査方法は，3.2 で実施した質問紙調査と同様に，学級担任により実施してもらった。解答時間は特に指定せず，授業時間内を利用して解答に必要な時間を十分に確保してもらったが，ほとんどの児童が 30 分以内に回答を終えた。なお，調査用紙は 2 枚であり，分度器と定規を使用する問題，及びそれらを使用しない問題に分けて構成され，それぞれの問題を配布，回答，回収の順序で実施した。以下に各問題の調査結果を述べる。

まず，問題 1 では直線や曲線からなる八つの図から角を含むと思うものを選択させた。それぞれの図の選択率は，アは 93.7%（正解），イが 69.6%，ウが 68.4%，エが 98.7%であった。また，オは「角を持たない」と回答した割合が 79.7%であったのに対し，「1 か所（線分の端）」を指摘した解答が 13.9%みられた。さらに，カは直角を 1 か所含んであるが，角を持つことを指摘した解答は 65.8%にとどまった。また，キは「角を持たない」と回答した割合は 67.1%であり，図の下部にある凸部 2 か所を角として認めている解答が 15.2%みられた。

このような結果から，児童には開いた図形（エ）に関しては直角を角として認める一方で，曲線と直線からなる閉じた図形に直角が含まれる場合，直角を角として認めることが難しいことが明らかになった。さらに，開いた図形に関しては，曲線が含まれる場合（イ，ウ）でも角として認める児童が 7 割近く存在することがわかった。

次に，問題 2 では，角を構成する図形の構成要素の異なる二つの角を比較させた。次の角の中から，㋐と㋑，㋐と㋒，㋒と㋓の順序でそれぞれ大小比較させた（図 3-7，再掲）。

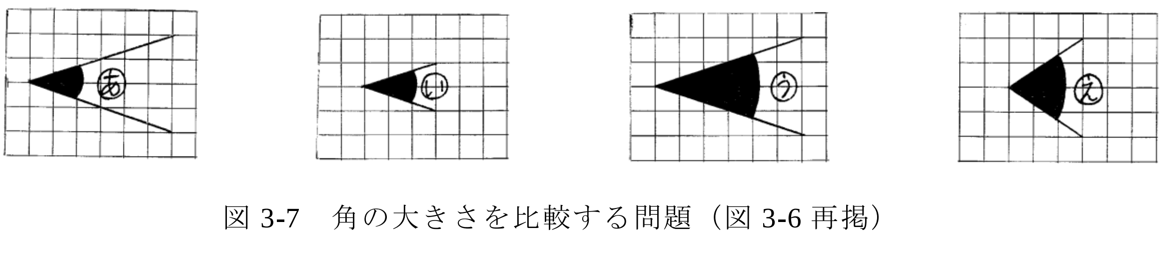


図 3-7　角の大きさを比較する問題（図 3-6 再掲）

はじめに，㋐と㋑の大小比較では，角を構成する半直線の長さのみが異なる大きさの等しい二つの角を比較させた。次に，㋐と㋒の大小比較では，扇形の構成要素のみが異なる

大きさの等しい二つの角を比較させた。最後に，㋒と㋓の大小比較では扇形の弧の長さが等しい大きさの異なる二つの角を比較させた。それぞれ上記のように設定した理由は，児童がどの構成要素から角の大きさを判断する傾向があるのかを正誤にかかわらず捉えようと考えたからである。特に，前節で実施した質問紙調査では辺の長さと扇形の弧の長さ，辺同士の距離で判断する傾向が強くみられたため，上記三つの場面を設定した。

その結果，㋐と㋑の比較において「二つの角の大きさは同じである（正答)」と答えた割合は 72.2％であり，25.3％が辺の長さから㋐の方が大きいと回答していた。また，㋐と㋒の比較に関しては，正答率は 30.4％であり，65.8％の児童が扇形の広さと弧の長さに捉われ，㋒の方が大きいことを回答していた。さらに，㋒と㋓の比較の正答率は 59.5％であり，30.4％の児童が㋒の方が大きいことを回答していた。

以上のように，3.2 で述べた質問紙調査の結果と同様の傾向がみられ，角の大きさを指す扇形（弧の長さや広さ）に捉われる傾向が強いことが特徴にみられた。

3.3.1.3 インタビュー対象児童の抽出

3.3.1.2 で述べたインタビュー対象者を抽出するために事前に実施した質問紙調査の結果，角とその大きさに着目，抽出することに関する困難性，特に 180°を超える角度の測定と図示に対する困難性など，角とその大きさを数値化する前の段階から度数法により数値化する段階に至るまでの学習内容に対して十分に理解できていない児童が存在することが明らかになった。

そこで，インタビュー調査では，このような反応の背後にある生徒の角とその大きさに対する捉え方を調べ，児童の困難性の要因を詳細に分析する。そのために，事前調査での反応を考慮した上で児童 8 名を抽出した。以下にその 8 名の抽出方法を述べる。

角と数値化前の角の大きさへの着目，抽出及び比較に関する問題の反応では，開いた図形に含まれる直角（エ）を角と認める一方で，閉じた図形に含まれる直角（カ）を角と認めない傾向や，曲線からなる図を角と認める傾向がみられた。そこで，このような反応を示している児童に対して解答に至る過程を問うことで角に対する捉え方をみる。また，角の大きさの比較に関しては，辺の長さや扇形の弧の長さ，広さと混同している傾向を複数もつ児童を抽出し，問題ごとに比較する観点を変更しているのかどうかを明らかにする。

上述の目的と，次章で述べる数値化後に関する調査における目的を達成するために，質問紙調査の反応を考慮した上で児童 8 名を抽出し，質問紙調査の約 1，2 週間後にインタビ

ュー調査を行った。表 3-3 に 8 名の数値化前に関する質問紙の問題での反応を示す。

表 3-3 問題 1 及び問題 2 の反応（○: 正答 ×: 誤答）

児童	問題 1（正解アエオカ）	問 2（1）	（2）	（3）
E	アエオカ	○	×②	×①
K	アウエカキ	×①	×②	×①
A	アイウエオカキ	×①	○	×①
N	アイウエオカキ	○	×②	×①
B	アエカキ	×①	×②	×①
Y	アエ	×①	×②	○
M	アイウエカキ	○	×②	○
S	アウオカ	○	×②	×①

問 2（1）×① 辺の長さと角の大きさを混同している

（2）×② 扇形の広さ，弧の長さと角の大きさを混同している

（3）×①辺の長さ，扇形の広さと角の大きさを混同している

インタビュー調査では，問題の順番に解答に至る過程を尋ねた。はじめに，問題 1 では，児童が角であると判断する具体的な図を一つ示させた上で，それぞれの選択理由を尋ねた。問題 2 では，それぞれの選択理由を尋ねたあとに，誤答者に対しては角の大きさの捉え方を確認し，解答を変更する様子がみられない場合は，四つの角が描かれた OHP シートを用いて直接比較することによって正答を確認した。

なお，調査方法を検討するにあたり，児童 E と N，及び Y と S はペアに組み合わせ，残りの 4 名は単独で，1 人（1 組）あたり 30 分程度実施した。また，児童の誤りの修正，あるいは理解の深化を促進するために適宜，インタビュア（筆者）が教授的介入をした。

3.3.2 本調査の設計と実施

3.3.2.1　本調査における調査問題の設定

本調査では，予備調査の結果を踏まえ，小学生を対象とする数値化前の角の大きさに関する調査問題について調査問題を改良した。

はじめに，角の大きさ自体に着目する「属性の知覚」の段階に該当する調査問題として，

予備調査では八つの図から角を含むものを選択させた。本調査ではその中から特に筆者が予想していた正答率よりも反応が低かった図（図 3-8 のイ，ウ，エ）に着目した。

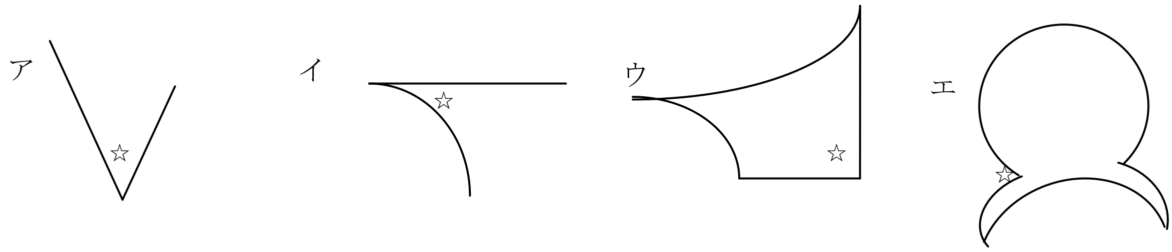


図 3-8

まず，イでは曲線と直線からなる開いた図形に関する捉え方をみる。ウでは曲線と直線からなる閉じた図形に関する捉え方に加えて直角に対する捉え方をみる。そして，エでは，曲線のみから成る図形に関する捉え方をみるために出題した。なお，その前提として直線からなる開いた図形アも加え，四つの中から選択する問題に設定した。さらに，本問では，角へ着目する観点はインタビュー調査を通して明らかにすることとし，特に抽出する観点に焦点をあてるために予め回答者が着目する点を同一に定めるために，星印（☆）をつけた。

次に，「属性の比較」に関する調査問題では，角の構成要素の大きさが異なる二つの角を比較する場面は同じであるが，4 名の登場人物を設定し，㋐と㋑，㋐と㋒，㋒と㋓のそれぞれの大きさを判断している意見に対して理由を記述する場面を加えた（図 3-9）

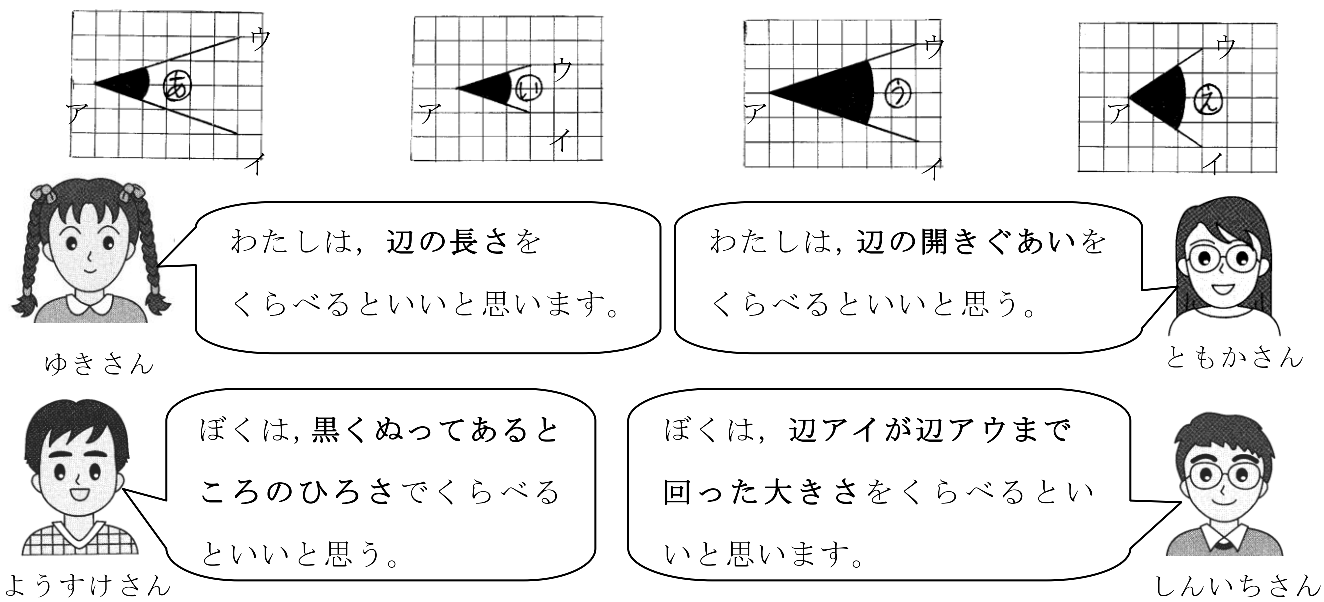


図 3-9

この問題は，角の大きさを比較する際の留意点を予め問題文の示し，インタビュー調査でより対象者が回答しやすくなり，複数の捉え方に対する認識が明らかにすることを意図し設定した。

以上，数値化前の角に関して，2 節での質問紙調査，及び予備調査の調査問題（調査問題Ⅰ）から本調査の調査問題（調査問題Ⅱ）に至る変更点，及び調査問題Ⅱの出題の意図を表 3-4 に示す。

表 3-4　本調査の調査問題

<table>
<tr><th>調査問題Ⅰ</th><th>調査問題Ⅱ</th><th>出題の意図</th></tr>
<tr><td></td><td>（新規）問題 1（小）</td><td>図形としての角に着目，抽出できるか。</td></tr>
<tr><td>問題 1
（小・中）</td><td rowspan="2">問題 2（小）</td><td rowspan="2">角を構成する他の図形の構成要素に依らず，角の大きさを抽出・比較できるか。</td></tr>
<tr><td>問題 2（小）</td></tr>
</table>

3.3.2.2 本調査における質問紙調査の方法と結果

本調査（小学生対象）は，小学校第 4 学年の児童 22 名を対象に 2009 年 11 月から 12 月に実施した。なお，調査対象校は，茨城県内の公立小学校 1 校である。今回の調査は，事前に 2 回の質問紙調査と 1 回のインタビュー調査の結果から明らかにすべき困難点の背後にある認識が特定されているため，インタビュー調査のためのスクリーニングを目的としている。調査対象者は，調査のおよそ半月前に単元「角の大きさ」の学習を一通り終えている。調査方法は，予備調査と同様に，学級担任や授業担当教員により実施してもらった。解答時間は特に指定せず，授業時間内を利用して解答に必要な時間を十分に確保してもらったが，ほとんどの児童が 30 分以内に回答を終えた。

問題 1 では，図形としての角およびその属性の一つとしての角の大きさへ着目するための視点をみるために，下記の四つの図形（図 3-10）を提示し，それぞれしるし（☆）の印された箇所が角であるかどうかを判断させた。

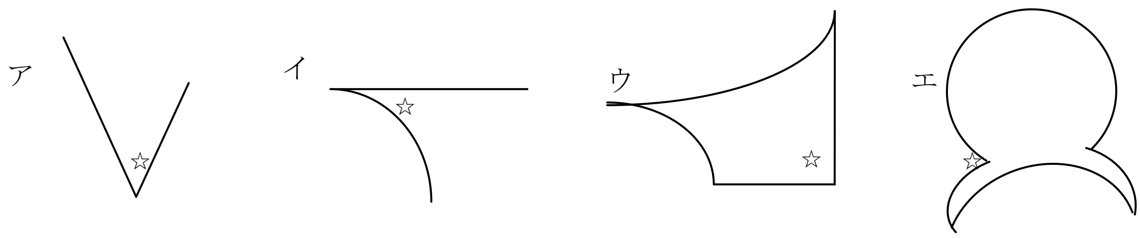


図 3-10（図 3-8 再掲）

その結果，調査対象者全員がアを角であると判断したのに対し，曲線と直線，あるいは曲線のみから構成されるイ，ウ，エを角と判断している児童が数名存在した。特に，ウは直角であるため児童にとって最も身近な大きさの角であるにもかかわらず，最も正答率が低く，学習直後にもかかわらず 2 割の児童が角と認めなかった。このことは，直角の概念と角の概念が統合されていない児童の存在を示唆している。

問題 2 では，角を構成する図形の構成要素の異なる二つの角を比較させた。次の角の中から，㋐と㋑，㋐と㋒，㋒と㋓の順序でそれぞれ大小比較をさせた（図 3-11）。

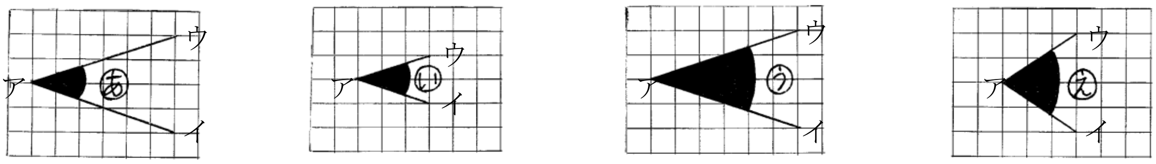


図 3-11　角の大きさを比較する問題（図 3-9 再掲）

その結果，㋐と㋑の比較において「二つの角の大きさは同じである（正答）」と答えた割合は 64.6％であり，3 割が辺の長さから㋐の方が大きいと回答していた。また，㋐と㋒の比較に関しては，正答率は 50％であり，約半数の児童が扇形の広さと弧の長さに捉われ，「㋒が大きい」と回答していた。これに対し，㋒と㋓の比較の正答率は 90％近くであり，「㋒が大きい」と回答した児童は 10％程度であった。

このように，対象人数が少なく学習直後であったことから，前節で述べた質問紙調査，及び予備調査の結果と少なからず差がみられた。しかし，辺の長さや，角の大きさを指す扇形（弧の長さや広さ）に捉われる傾向が強いことは全ての調査結果に共通している。

実際，そのような構成要素から角の大きさを判断していることが児童の記述にみられた。例えば，㋐と㋒の比較では，弧の長さと面積（升目の数）から判断した結果誤答している児童は，㋐と㋑の比較においても弧の長さから大小比較をしている記述があった。

さらに，㋐と㋒の比較で「㋒が大きい」を選択し，㋒と㋓の比較において「㋒が大きい」を回答した児童には，辺の幅（升目の数）から判断している傾向がみられた。そのほか，㋒と㋓の大小関係を扇形の面積から判断し，正答を得ている一方で㋐と㋒の比較では「㋒が大きい」を選択してしまっている児童もみられた。

3.3.2.3 インタビュー対象者の抽出

本調査では，予備調査の反応及び本調査で改良した問題の主旨に基づいて，以下のように抽出した。はじめに，角と数値化前の角の大きさへの着目，抽出及び比較に関する問題の反応では，閉じた図形に含まれる直角（ウ）を角と認めない傾向がみられた。そこで，このような反応を示している児童を含め，正答している児童に対してもその解答に至る過程を問うことで角に対する捉え方を詳細にみる。また，角の大きさの比較に関しては，辺の長さや扇形の弧の長さ，広さと混同している傾向を複数もつ児童を抽出し，問題ごとに比較する観点を変更しているのかどうかを明らかにする。

以上の目的を達成するために，数値化後に関する質問紙調査の反応を考慮した上で児童 7 名を抽出し，質問紙調査の約 1，2 週間後にインタビュー調査を行った。表 3-5 に 7 名の問題 1 及び問題 2 に関する質問紙での反応を示す。

表 3-5　問題 1 及び問題 2 の反応（○: 正答　×: 誤答）

児童	問題 1（正解：ア，ウ）	問題 2（1）	（2）	（3）
U	ア，ウ	×①	×②	×③
T	ア，ウ	×①	×②	○
G	ア，ウ	×①	×②	○
D	ア	○	○	○
R	ア，ウ	○	○	○
X	ア，ウ	○	○	○
C	ア，ウ	○	○	○

表内の問題 2（1）の「×①」とは， 辺の長さと角の大きさを混同していること，(2）の「×②」とは， 扇形の広さ，弧の長さと角の大きさを混同していること，(3）の「×③」とは，扇形の広さと角の大きさを混同していることを指す。

なお，児童 D と R，及び児童 X と C はペアに組み合わせ，残りの 3 名（児童 U，T，G）は単独で，1 人（1 組）あたり 30 分程度実施した。困難点の要因をみるために，児童 U 及び T は問題 1，2，4 を，児童 G は問題 1 から問題 3 を，児童 D と R は問題 3 のみを，児童 X と C については問題 4 のみをそれぞれ尋ねた。また，児童の誤りの修正，あるいは理解の深化を促進するために適宜，インタビュア（筆者）による教授的介入を行った。

第 4 節　角とその大きさの抽出と比較に関する困難点とその要因

本節では，前節で設定したインタビュー調査の対象者を抽出するための質問紙調査及びインタビュー調査を通して得られた角とその大きさの抽出と比較に関する困難点とその要因を特定する。数値化前の角とその大きさへの着目，抽出，比較に関する困難点である。

予備調査および本調査の 2 回の調査を通して得られた「属性の知覚」および「属性の比較」の段階に関する困難点は二つに大別される。第一は，図形としての角とその大きさへの着目と抽出に関する困難点である。第二は，抽出された数値化されていない角の大きさを比較することに関する困難点である。

3.4.1 角とその大きさへの着目及び抽出

3.4.1.1　直角に対する依存

予備調査では，図形としての角を判断する観点を明らかにするために，下の八つの図（図 3-12）の中から角を含むものを選択する問題を設定した。

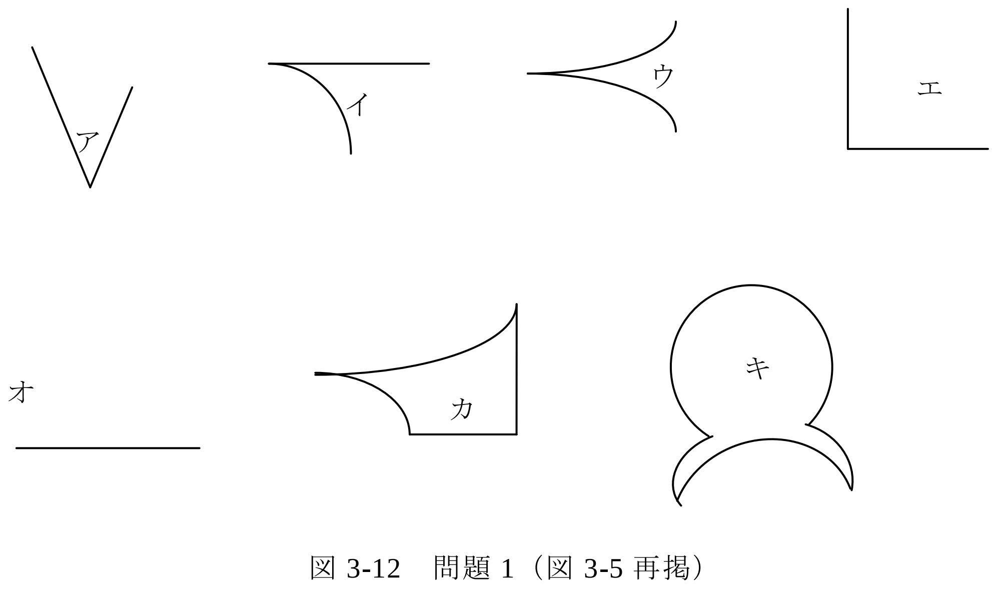


図 3-12　問題 1（図 3-5 再掲）

その結果，エを角として認める一方で，閉じた図形に含まれる直角（カ）を角として判断しない児童の存在が目立った。そこで，インタビュー調査では，それぞれの判断の根拠を尋ねると同時に，角に着目し抽出する際の要件を明らかにするために，インタビューの開始時に，角を図示させた。次に，八つの図形の中で角であると判断した箇所から角の大きさを抽出させた。さらに，その大きさを回転の大きさとして捉えられるかどうかをみる

ために，具体物（ボール紙でできた一点を共有する二本の棒）を用いて再現させた。

角を図示させた結果，直角を描く児童が最も多くみられ，「一点を共有する二本の線分が作る形」という教科書における角の定義よりも角の概念の学習前から用いてきている直角は，児童が角に着目する際の一つの要件になっていることが明らかになった。

そこで本調査では，角への着目における直角に対する認識の役割を調べることを目的として，図形の構成要素の一つである角に着目する過程を詳細に明らかにするために，考察対象とする図形のかどを予め指定したうえで，角であるかどうかを判断させる問題を出題した（問題 1）。

さらに，予備調査での反応を考慮し，本調査のインタビュー調査では解答の根拠を問うことに加えて，具体物から角へ着目する場面や，具体物を用いて角を表現する場面を設定した。手順は以下の通りである。まず，問題 1（図 3-13）のアからエの判断の根拠を尋ね，ウ及びエについては実際に同じ形を与えて説明させた。次に，凹四角形（ブーメラン形），時計，地面に垂直に立つ旗，2，5，7 の数字を具体物として順に与え，それぞれに角が含まれているかどうか指摘させその根拠を尋ねた。このように具体物を用いて角への着目に関する活動を行った後に，角であると判断する際に根拠としていることを他者に説明する形で尋ねた。

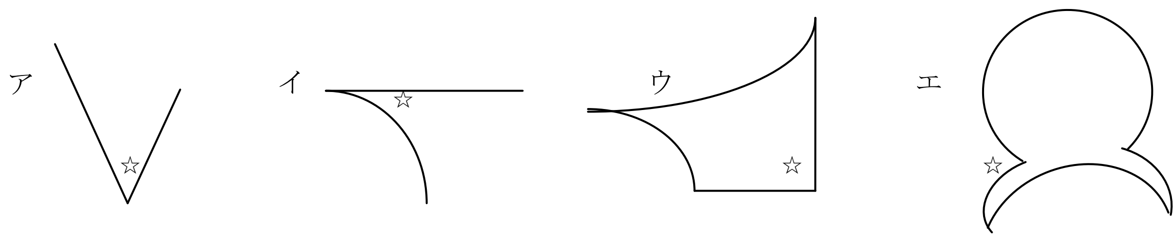


図 3-13　問題 1（図 3-8 再掲）

その結果，児童の直角に対する認識は，児童が角を認識する際の手がかりになる一方で，角の認識の促進を妨げる可能性もあることが明らかになった。児童 G は，問題 1 においてウのみを角として判断しており，イ及びエは曲線からなるものとして除外する発言をした。次に，筆者はアを角と判断しない理由を尋ねると，以下のような反応を示した。

11.I:うんうん。じゃあ，アって一回付けてやめたんだよね。それはどうして？
12.G:えっと，…ここのはしっこの三角形のここ（☆）が直角じゃない。

13.I:直角じゃない？
14.G:うん。
15.I:角じゃない？
16.G:こっち（ウ）の方が直角に交わってるから角。
17.I:うんうん，これ（ウ）はさ，線と線が交わってるから角だってさっき言ってくれたよね？これ（ア）は線と線とが交わってるとは言えない？
18.G:言える。
19.I:言える？うん，でもこれ（ア）は角じゃないのかな？
20.G:…［うなずく］

さらに,児童Gは,インタビューでは終始直角であることを角の判断の根拠としていた。例えば，具体物（ブーメラン，時計の針，数字）に角が含まれているかどうかを尋ねたところ，以下のような反応を示した。

（ブーメランに対する反応）
53.I:うん，いいよ，ありがとう。じゃあね，今ね，この形について聞きたいんだけど，今，Gくんはウの☆のところが角だよって言ってくれて，そこはまっすぐな線ではさまれてるからって答えてくれたよね？これってまっすぐな線で挟まれている所ってないかな？
54.G:うんと，ここ（左端）。
55.I:うん，ここ？あとあるかな？
56.G:あとは，ここ（下）とここ（上）。
57.I:うんうん，でもこの形の中には角はない？
58.G:うーん…。
59.I:☆がつけられそうな所ないかな？
60.G:ない。
61.I:ない。そうか。どうして☆がつけられないと思った？
62.G:うんと…。やっぱり90°じゃないから。
63.I:ああ，こういうふう（ウの☆）みたいになってないとだめなの？
64.G:うん。

（時計の針に対する反応）
65.I:うん，じゃあさ，もしこの時計の針がこういうふうに12時15分みたいに指してたらこれは角になるの？
66.G:うん，なる。
67.I:なる？でも例えば，12時5分みたいなのだったら角じゃないの？
68.G:うん。

このインタビューの後半において，児童Gには，二つの直線で構成されていることも角として判断する根拠にしている様子がみられたが，最終的な判断は全て直角であるかどうかに依拠していた。上記の事例は，直角は，角の代表例としての役割を担う反面，角の代表例として直角を把握できない児童にとっては，逆に，直角の認識が角の認識の深化を妨げる可能性があることを示唆している。

3.4.1.2　動的な捉え方に対する不十分な認識

予備調査および本調査の質問紙調査では，曲線を含む開いた図形（イ，ウ）を，角を含むものとして判断する児童がみられた。彼らは，インタビュー調査において，曲線から構成される箇所を角と認めると同時に,角であるアや図形に含まれる直角も角として認めた。その一方で，予備調査では，線分（オ）には角は含まれていないと主張する児童が多かった。すなわち，彼らは一点を共有する二本の曲線または直線の共有点にできる形（かど）を総称するものとして捉えているとみられる。

質問紙ではこのように反応する一方で，インタビューでは質問紙の図形に含まれる角の大きさを尋ねた。その結果，角へは着目できる一方でその大きさを説明することに困難を示す児童が多くみられた。そこで，そのような児童に，回転に関する具体物（ボール紙でできた一点を共有する二本の棒）を用いて角の大きさを表現させた。

90.I:うん，いいよ。いまね，時計の針と同じように今ここにくるって回る棒があるんだけど，ここの大きさを，置いて回してもらってもいいかな？

91.T:［外側の大きさに合わせて棒を開く］

92.I:うん，そうすると，角って，これ（時計）だと 2 か所あるって言ってくれたよね。回り方によって。これ（楔形の凹部）もそうなるかな？

93.T:これは，こう置けるけど［凹部そって棒を置く］，これがそのままこうなると［さらに時計回りに回し，三角形を作る］，ここに角ができる。

94.I:うんうん，そっかそっか。例えば，これ（時計）で 12 時からこっち（12 時 15 分）にしてもらったのと，12 時からこうして（反時計回りに 12 時 15 分）　こうしてもらったのと，2 回，2 個あったよね。例えば，いまここで 12 時だよ［凹部の上の辺と二本の棒を合わせる］ってみることができたら，ここ（凹部）ってどういう風に表すことができる？

95.T:これは，こっち回り［時計回りに 12 時 15 分を指す）の 90°と同じで，［再度凹部の上の辺と二本の棒を合わせる］またこっちからやると［反時計回りに回す］270°みたいになる。

96.I:うんうん，そっかそっか。じゃあ，ここの大きさってこう回り方によって違うのかな？

97.T:［うなずく］

このように，筆者による介入によって，ほとんどの児童が向きをもつ回転の大きさとして自ら選択した角の大きさを表現できた。回転の大きさとして角の大きさを動的に捉えることはできるが，実際，角の大きさを抽出する場面においては回転の大きさとしてほとんど認識されておらず，回転に関する認識と角の大きさの認識が関連付けられていない実態が明らかになった。

3.4.2 数値化前の角の大きさの直接比較

予備調査及び本調査の問題 2 では，図形の構成要素の大きさが異なる二つの数値化前の角の大きさを直接比較させた。その結果，角を構成する辺の長さや角の大きさを表す扇形の構成要素が，児童の正しい直接比較を妨げている傾向がみられた。

そこで，インタビュー調査では，直接比較をする過程を明らかにするために，質問紙調査の判断の理由を尋ねると同時に，実際に問題で提示した角の大きさを重ねて直接比較をする活動を行った。その結果，児童が誤った判断をしてしまう過程を三つに大別することができた。

第一に，特定の図形の構成要素によらず，比較する二つの角の違いに応じて誤った判断の根拠を変えている場合である。第二に，図形の構成要素に関する誤った判断の根拠を一つないしは二つに限定して持っており，比較する二つの角の違いによらず，常にその誤った根拠を用いて比較してしまっている場合である。さらに，判断の根拠を二つ持っている児童は，それらに優先順位を付けて使用していたことである。第三に，正しい判断基準を持っているにもかかわらず，それを使用する前後で図形の構成要素に関する誤った判断基準が存在し，児童の正しい判断基準の使用を妨げてしまっている場合である。以下に，この三つの反応がみられた場面を順にあげる。

3.4.2.1 特定の図形の構成要素に依らない多様な判断

予備調査では，次の四つの角を提示し，㋐と㋑，㋐と㋒，㋒と㋓の順序でそれぞれ大小比較させた。

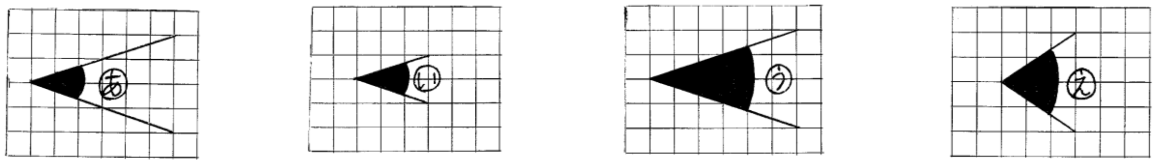


図 3-14　角の大きさの直接比較に関する問題（図 3-6 再掲）

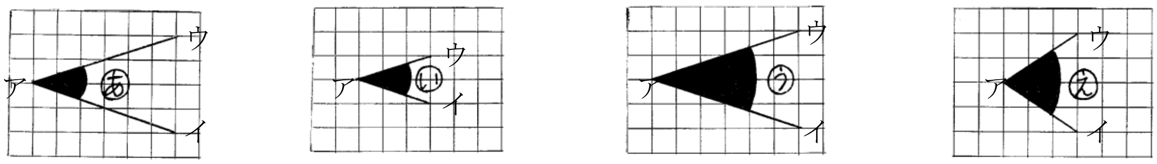
インタビュー調査の結果，特定の図形の構成要素に依らず，比較する二つの角の違いに応じて誤った判断の根拠を変えている児童の存在が明らかになった。その中でも特に，㋐と㋑の比較では「辺の長さ」，㋐と㋒の比較では「扇形の半径の長さ」，㋒と㋓の比較では「二つの辺の距離（升目の数）」を判断の根拠としている傾向が強くみられた。彼らは，問題に

応じて視覚的に最も捉えやすい相違点から大小の判断をしていた。それゆえ，判断の根拠の説明では，問題間に矛盾が生じる発言がみられたが，それらは児童に認識されない状態で，それぞれの問題を解答していた。

3.4.2.2 図形の一つの構成要素に対する固執

本調査の質問紙では，3.4.2.1 で述べた四つの角を選択肢から判断させると同時に，その根拠を記述させた。そして，インタビュー調査では，その記述に基づいて根拠を口頭で説明させた。その結果，比較する二つの角の違いによらず，図形の構成要素に関する誤った一つの根拠に固執し判断している児童がみられた。以下にそのような傾向がみられた児童 G と児童 T の反応を示す。

児童 G は，質問紙調査において「辺の開き具合」という言葉を説明に用いていた。そこで，インタビュー調査で判断の根拠を尋ねたところ，「辺の開き具合」に関して，以下のような反応を示した。



（㋐と㋑の比較について）
147.I:あ，ここ？辺の長さ？
148.G:辺の長さが小さいから，ここの角の開き具合が小さい。
149.I:ああ，どこの長さをみたの？開き具合って言ったときにどこは短いって思ったの？
150.G:直線が短いと思った。
151.I:あ，ってことはここの間をみたの？
152.G:うん。間。
153.I:間。へー。ここ（イの辺同士の距離）とどこを比べたの？
154.G:ここと，ウの…。
155.I:あ，ウとイの間？
156.G:うん。
157.I:こっち（㋐）のウとイの間と，こっちのウとイの間を比べたの？
158.G:うん。

（㋐と㋒の比較について）
165.I:うん，わかった，いいよ。次に（2）では，㋐と㋒について比べてて，今度は辺の長さが㋒の方が大きいから，角の大きさは㋒の方が大きいですって答えてくれてるんだけど，これは，辺アウとかアイの辺の長さだけでみたの？
166.G:ううん。これは，ともかさんとようすけさんの考えを合わせて考えた。
167.I:どうやって合わせて考えたの？
168.G:まず，開き具合の角を…。

169.I:開き具合っていったら，さっきの，ウとイの開き具合って二つとも同じだよね？
170.G:うん，まず最初にここ（ウとイの距離）をはかって，それで，黒くぬってあるところを…見て，広い方が。
171.I:あ，どこが広かった？
172.G:えっと，こっち（ⓤ）が広かったから。
173.I:ああ，黒くぬってあるここの，さんかくみたいな形が？
174.G:うん。
175.I:うんうん。
176.G:広かったから，ⓤの方が大きい。

（ⓤとⓔの比較について）
179.I:はい，じゃあ，次に最後，(3）は，ⓤとⓔについて比べてるよね。ⓤとⓔについてはどうやって比べた？
180.G:えっと，(2）と同じように考えて…。
181.I:最初に辺の長さをみたの？
182.G:見て…。
183.I:辺の長さ見たらどうだった？
184.G:こっち（ⓔ）の方が大きかった。
185.I:大きかった？辺の長さは？
186.G:辺の長さは，開き具合は（ⓔの方が）大きかった。
187.I:ああ，ここ（ウとイの間）を見たの？でもここの長さってさあ，同じじゃない？イとウの間って。どこが大きいと思った？
188.G:直線の開いたところ。
189.I:ああ，いっぱい開いてると思った？うんうん，この黒いところはみた？この黒いさんかくみたいなとこ。
190.G:うん，見た。
191.I:見た？黒いさんかくのところは参考になった？
192.G:うん。
193.I:どうして参考になったの？
194.G:えっと，こっちの直線が，開き具合が大きくて，黒い，開いている所も大きかった。

上記の反応が示すように，児童Gは全ての問題において「開き具合」という言葉を用いて説明しようとした。ところが，児童Gによる「開き具合」とは，二辺の開き具合ではなく,角の大きさを表す扇形の弧のすぐ右側にある升目を参考にその二辺間の距離を測定し，それを「開き具合」としていた。すなわち，開き具合の意味を正しく捉えることに困難を示していた。

これに対し，児童Tは二つの辺の距離ではなく，扇形の広さに常に固執し角の大きさを判断していた。児童Tのそれぞれの比較に関する説明を以下に示す。

（ⓐとⓘの比較について）
118.I:うん，で，そこにあてて，鉛筆にしるしをつけてって，それってどうやってやったの？
119.T:えっと，まず，ぴったり黒い所が中に入るようにこうやって，で，大体ここら辺にしるしを付けて（弧を鉛筆の先でイメージする)。で，それとこれ（ⓘ）を合わせて。

120.I:あぁ，鉛筆の先をあてて比べたんだ？
121.T:それで，㋐の方が角が大きいから。
122.I:大きかった？
123.T:うん。

（㋐と㋒の比較について）
124.I:ふーん。そっか。じゃあ，例えば 2 番で㋐と㋒についても比べて，そこでは㋒の方が大きいですって答えてくれてて，そこも黒く染まっているところって答えてくれてるんだけど，それも鉛筆使ってやったの？
125.T:それは鉛筆ではない。
126.I:ん？それはどうやってやったの？
127.T:黒く塗ってあるところがこっち（㋒）の方が多いから，こっちの方がもっと多いから［指を広げながら説明する］，こっちの方が大きいかなと。こっち（㋒）は（辺を）もっと伸ばせば，もっと大きくなるから。

（㋒と㋓の比較について）
132.I:3 番も自分で？3 番はどうやってやったの？
133.T:3 番は，ここ（㋒の幅）よりもここ（㋓の幅）の方が大きくなる。開いてあるから。
134.I:うんうん，それは目でみて判断した？目で見て，あー広そうだなって思った？
135.T:うーん。
136.I:それとも，なにか数えたり，升目とか何か数えたりとかした？
137.T:うーん。
138.I:眺めて，あー広そうって思った？
139.T:うんと，自分の手で［指で辺の間の長さを測るようにする］。

このように，児童 T は鉛筆の先端を用いて角の間接比較を試みている。その際，角の大きさを扇形の広さと捉え，鉛筆にそれぞれの広さを示すしるしをつけていた。

上記に挙げた事例と同様の傾向は，予備調査のインタビューにおいてもみられた。例えば，児童 E は児童 T と同様に，扇形の広さを常に判断の基準としていた。

一方，児童 M は弧の長さを常に判断の基準としており，具体物を用いた直接比較の活動中や活動後においても，弧の長さを基準に判断する様子がみられた。以下にそのプロトコルを示す。

39.I:うんうん，はい，ありがとう。じゃあ，次の（2）の㋐と㋒を比べるときに，㋒の方が大きいよって答えてくれてるんだけど，これはどうやって㋒の方が大きいと思った？
40.M:これはここ（㋒）のマスの数も多いし，見た目でも大きいから。
41.I:うん，どこが大きかった？
42.M:［弧の長さを指す］
43.I:あ，この長さ？うんうん，㋐と㋑はこの長さ（弧の長さ）も同じ？
44.M:うん。
45.I:うん，それで，㋐と㋒はこの長さ（弧の長さ）が？
46.M: ㋒の方が大きいから。
47.I:うんうん，そっかそっか。じゃあ，実際に重ねてみよっか。［OHP シートを提示］これが㋐でこれが㋒ね。そうすると重ねてごらん。

48.M:［㋐の上に㋒を重ねる］
49.I:そうすると，二つの大きさってどうかな？
50.M:［㋒の上に㋐を重ね直す］㋒の方が大きい。
51.I: ㋒の方が大きい？どうして？
52.M:…。たぶん，ここ（㋐の弧の長さ）よりここ（㋒の弧の長さ）の方が長い。

（直接比較の活動後）
69.I:はい，わかりました。じゃあ，M さんが角のこういう大きさを比べるときに，一番最初に目を付けるよってところはどこ？
70.M:…。［㋐の扇形を指す］
71.I:うん，この黒い所？この黒い所の大きさ，広さ？
72.M:［うなずく］
73.I:ここ（㋒の弧の長さ）の長さはどうかな？この黒い所の長さはみる？
74.M:うん。

さらに，児童 A は児童 T や児童 G と異なり，与えられた図を常に三角形として捉え，その大きさを角の大きさの判断の根拠としていた。以下に児童 A の反応を示す。

31.I:うん，じゃあ 1 番の問題はあとにして 2 番の問題にいくね。[棒を使いながら]2 番の問題でいま角の大きさってここからここまで，この棒が赤い所までこうくるっと動いたこの大きさ，この大きさが角の大きさだよね。そうするとじゃあ，1 番は，㋐と㋑の角の大きさを比べてるんだけど，A ちゃんは㋐の方が大きいですって答えてくれたんだけど，どうして㋐の方が大きいって思った？
32.A:[扇形を指しながら]この三角，こっちの方が大きいから。
33.I:うんうん。
34.A:でもよくわかんなかった。
35.I:うん，じゃあ，2 番の㋐と㋒は，どうして大きさが同じだと思った？
36.A:…
37.I:[（1）の問題を指しながら]これとこれは三角でみたのかな。じゃあ，これとこれはどうやって？
38.A:これとこれも黒い所気にしないで，こう三角で考えた。

このように，角の大きさの直接比較を誤ってしまう背景には，一つの構成要素に固執し，それに基づく誤った判断をしてしまっていることが明らかになった。

3.4.2.3 優先順位のある二つの構成要素に対する固執

インタビュー調査の結果，比較する二つの角によらず，図形の構成要素に関する誤った判断の根拠を二つに限定して持ち，それらに優先順位を付けて使用する児童もみられることが明らかになった。以下に，そのような反応を示した児童 U の反応を示す。

63.I:うん，そうだね。はい，ありがとう。次に 2 番の問題に行くね。2 番の問題では，四つのⓐからⓔの大きさについて 4 人の人が比べている問題ね。(1) については，ⓐとⓘ，（2）ではⓐとⓤね。でね，両方とも「辺の開き具合が」って答えてくれてるんだけど，それぞれ辺の開き具合ってどこのことを指したのかな？
64.U:［ⓐの弧の長さを指す］
65.I:ここ（弧）の長さ？
66.U:ここ［弧に近い升目の辺をなぞる］。
67.I:うん，この升目の数？
68.U:はい。
69.I:ⓘだったらどこになるの？
70.U:ここ［弧に近い升目の辺をなぞる］。
71.I: ⓤは？
72.U:ここ［弧に近い升目の辺をなぞる］。
73.I:それは，このともかさんの意見を参考にした？
74.U:うん。
75.I:うん，じゃあ，3 番は「黒くぬってあるところの広さ」って答えてくれてるんだけど，それは，ⓤとⓔのそれぞれどこの所かな？
76.U:ここ，黒いところ。
77.I:黒い所，全部？
78.U:うん。

児童 U は「二辺の端点間の距離（升目の数)」及び「扇形の弧の長さの右側にある升目の数」の二つに限定しており，それらが共に用いることのできない状況に限り視覚的に大小の判断のしやすい構成要素に依拠している。

児童 U と同様に，二つの構成要素に固執し，それらに優先順位をつけ判断の根拠としている児童は予備調査でもみられた。例えば，児童 B は「扇形の弧の長さ」および「辺の長さ」の二つに限定して判断しており，「扇形の弧の長さ」が等しい二つの角を比較する場合のみ「辺の長さ」に着目した判断を行っていた。また，児童 K は「扇形の広さ」および「辺の長さ」の二つに限定し，前者が等しい場合のみ後者を判断の根拠として用いていた。

30.B:…大きさは同じなんですけど，こっち（ⓐ）がちょっと長かったから大きいのかなって思った。
31.I:うん，大きいって思った？ここが長いから？じゃあね，2 番はⓐとⓤはどうしてうの方が大きいなあって思った？
32.B:ここ（ⓤの扇形）が大きいから。
33.I:黒い所が？
34.B:同じくらいで，ここ（ⓤの弧の長さ）が大きかったから。
35.I:ここ（ⓤの弧）の長さ？
36.B:ここ（辺）の長さは，同じくらいでここの長さ（ⓤの弧）が長いから。
37.I:うんうん，じゃあ 3 番のⓤとⓔは，どうしてⓤの方が大きいと思った？
38.B:ここ（ⓔの辺）が短いから。

上記の例は，児童が誤った判断をする際の根拠として限定された二つが場面に応じて使い分けられていることを示唆している。

3.4.2.4　図形の構成要素による正しい認識の定着の阻害

3.4.2.1.から 3.4.2.3 では，誤った判断基準を持った児童によって示された角の大きさの比較に関する困難点を述べた。これに対し，正しい判断基準を持っているにもかかわらず，それを使用する前後で図形の構成要素に関する誤った判断基準が存在し，それらが正しい認識の定着を阻害することに関する困難点もみられた。

例えば，児童 S は「角の大きさは辺の長さに依らない」という認識のもとで，大きさの等しい二つの角（あ⃝とい⃝及びあ⃝とう⃝）を比較していた。以下にその反応を示す。

（あ⃝とい⃝の比較について）

37.I:なんとなくかな？じゃあ，S くんは，大きさは同じですって答えてくれてるんだけど，どうして同じだと思った？

38.S:あの，ここ（あ⃝）の角とこの角（い⃝）は同じで，ただここ（辺）の長さが変わっただけだから同じ。

（あ⃝とう⃝の比較について）

65.I:はい，じゃあね，S くんはどうしてうの方が大きいと思った？

66.S:あの，さっき，こっち（あ⃝）と同じで，ここ（あ）はこっち（辺）が長いけど，待って。えっと，ここ（あ⃝）とここ（い⃝）の角は同じで，ただ，こっち（あ⃝）のここ（辺）だけが伸びて，ここ（い⃝）と違かっただけで，こっち（う⃝）もここ（辺）は少し長いだけで，こっち（え⃝）は短くて，ただ，角だけだから，こっち（う⃝）の方が大きいと思った。

67.I:ああ。ここ（う⃝の辺）がただ伸びてるだけだと思った？

68.S:うん。

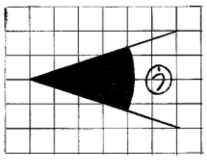
このように，児童 S は，はじめに辺の長さに着目し，比較する二つの角の辺の長さが同じ場合と異なる場合，いずれの場合においても，角の大きさは辺の長さには依拠しないことを理由に用いている。そのため，あ⃝とい⃝の比較についてはそれを理由に両者の大きさは同じであると判断している。また，う⃝とえ⃝の比較については，辺の長いう⃝を大きいと選択する一方で，辺の長さから判断していないことを発言している。

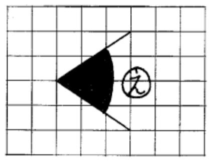
その後，具体物による直接比較の活動を通してう⃝とえ⃝の大きさを比較することを試みる場面では，児童 S は辺の長さから判断できないことを認識していると同時に，扇形の広さに着目していることがわかった。すなわち，児童 S は正しい判断の根拠を持っているが，その根拠のほかに角の大きさを正しく抽出する観点を持っていなかったために，正しい判断の根拠を正しく判断する過程で用いることができなかったのである。

実際，う⃝とえ⃝の比較については，辺の長さの長いう⃝を大きいとする理由を扇形の広さの比較に基づいて説明し，同様に扇形の広さからえ⃝の方が大きいとする児童 Y の意見に戸惑

う様子がうかがえた。以下に児童 S と児童 Y のインタビュー調査での反応を示す。

（㋒と㋓の比較について）





69.I:はい，うんじゃあ，えっと実際に重ねてみようか？Y くんにやってもらおうかな，はい，どうぞ。
70.Y:[重ねる]…ここが…。
71.I:うん，そうすると？
72.Y: ㋒の方が…
73.I:どっち？どっち，㋒の方が大きいかちっちゃいか，同じか。
74.Y: ㋒は大きい。
75.I: ㋒が大きい？S くんはどう思う？
76.S: ㋒の方が…いや，違う，㋓の方が大きい…ん？[㋒と㋓の辺と頂点を合わせて重ねてみる] ㋓の方が大きい。うーん，でもなんか。
77.I: ㋒の方が大きいと思うのはどうして？
78.S:うん，あの，重ねたときに，この場合はこっち（㋒の広さ）の方が大きいけど，こっち（㋓）はこっち（横にはみ出した部分）がはみ出てるから。

このような結果は，辺の長さに依らないという正しい根拠と組み合わせて用いる根拠の不足が，角の大きさを正しく判断するために角に関する児童の正しい認識を用いることを妨げる可能性があることを示唆している。

第 5 節　第 3 章のまとめ

本章の目的は，数値化前の角に関する学習上の困難点とその要因を特定するために，質問紙調査によって困難点の全体の傾向を把握するとともに，インタビュー調査によって，困難点とその要因を特定することであった。この目的を達成するために，本章では以下の手順で考察を進めた。

はじめに，第 1 節では，第 2 章で設計した本研究の枠組みに基づいて，複数の学校段階の学習者を対象に角の学習上の困難点を把握するために，「属性の知覚」及び「属性の比較」の段階に関わる数値化前の角の大きさに関する調査問題を設定した。また，調査の方法，対象，調査時期を述べた。

次に，第 2 節では，角を構成する辺の長さをはじめとする他の図形の構成要素によらず，角とその大きさを図から抽出し，大きさを比較することができるかどうかを分析の視点として，数値化前の調査問題の結果を述べ，学習上の困難点の傾向を複数の学校段階を視野に入れて考察した。

その結果，数値化されていない角の大きさを比較する場面では，小学生は，角を指す扇形の広さや弧の長さに比べ，角を構成する半直線や半直線間の長さに捉われてしまう傾向が強いことが明らかになった。これに対し，中学生には，角を指す扇形の弧の長さに捉われる傾向がみられた。この結果が示すように，属性の一つとしての数値化前の角の大きさを比較するために，角の大きさへの着目に困難を示す学習者が存在し，中学生でさえもおよそ 2 割の生徒が角の大きさへ着目する場面において他の構成要素から大きさを判断していることが明らかになった。

さらに，このような困難性の要因として，角の大きさに関する複数の捉え方に対する認識が影響しているとみられる一方で，質問紙への回答結果に類似の傾向がみられる児童らの認識には個人差があることが予想された。実際，角の大きさの捉え方を認識していない状態の児童がみられる一方で，同じ問題を誤答しているが，角の大きさの捉え方の一つとして半直線の開き具合としての捉え方は把握しており，半直線の回転の大きさとしての動的な見方を加えて，その両面から角の大きさを十分捉えられていない児童もみられた。

このような実態を踏まえ，第 3 節では，困難点とその要因を特定するためのインタビュー調査を設計した。インタビュー調査の目的は，選択式及び記述式の質問紙調査のみからでは捉えにくい学習者の認識を把握し，困難点の要因を分析することである。また，この

目的を達成するために，インタビュー調査の対象者を選抜するための質問紙調査を事前に実施した上で，インタビュー調査を実施することを述べた。

はじめに，インタビュー調査の対象者を選抜するための質問紙調査の問題を設定した。本研究では，インタビュー調査を 2 回（予備調査と本調査）実施している。そこで，予備調査を実施するために，インタビュー調査の対象者を抽出するための質問紙調査を実施した。第 2 章において考察した「課題準拠インタビュー」の方法に従って，インタビューで与える課題と台本を改良し，調査問題とともに提示した。

また，本調査については，予備調査の結果を踏まえて小学生対象の調査問題を改良し，質問紙調査の反応からインタビュー調査の対象者として，角とその大きさへの着目及び抽出，数値化されていない角の直接比較に困難を示す児童を抽出するための観点を示した。

次に，第 4 節では，インタビュー調査の結果を調査問題の出題の意図に従って述べるとともに，インタビュー調査の結果から，質問紙の反応からは捉えきれない数値化前の角とその大きさへの着目，抽出，比較に関する困難点とその要因を分析した。

その結果，角とその大きさへの着目と抽出の過程では，児童の直角に対する認識と，角の大きさを回転の大きさとして捉える認識が関わっていることが明らかになった。前者の直角に対する認識については，直角は，角の代表例としての役割を担う反面，角の代表例として直角を把握できない児童にとっては，逆に，直角に対する依存が角の認識の深化を妨げる可能性があることを指摘した。また，後者の回転の大きさとして動的に捉えることに対する認識は，回転の大きさは捉えられる一方で，角の大きさを抽出する場面においてはほとんど回転の大きさとして認識されておらず，回転の認識と角の大きさの認識が関連付けられていないことを指摘した。

さらに，直接比較において児童が誤った判断をする過程を三つに大別することができた。第一に，特定の図形の構成要素によらず，比較する二つの角の違いに応じて角の大きさを判断するための根拠を変換する場合である。第二に，図形の構成要素に関する誤った判断の根拠を一つないしは二つに限定して持っており，比較する二つの角によらず，常にその誤った根拠を用いて比較してしまっている場合である。さらに，判断の根拠を二つ持っている児童は，それらに優先順位を付けて使用していたことである。第三に，正しい判断基準を持っているにもかかわらず，それを使用する前後で図形の構成要素に関する誤った判断基準が存在し，角に関する正しい認識を用いて角の大きさを判断することを妨げる場合である。

本章では，小学生・中学生を対象に，数値化前の角の大きさに関する質問紙調査とインタビュー調査を実施し，「属性の知覚」及び「属性の比較」の段階に関する困難点とその要因を特定した。次章では，同様の方法で，数値化後の角を対象とする「単位の適用」の段階に関する困難点とその要因を特定する。

第 4 章 角に関する学習上の困難点の特定とその要因の分析：数値化後の角を対象として

本章の目的は，数値化後の角に関する学習上の困難点とその要因を特定することである。本章は，第 3 章と同様の方法で展開する。はじめに，質問紙調査を実施し，数値化後の角に関する学習上の困難点の傾向を把握する。次に，困難を示す学習者を対象にインタビュー調査を実施し，困難点とその要因を解明する。

第 1 節では，質問紙調査の目的と方法を述べる。すなわち，第 2 章で設定した本研究の枠組みでの「単位の適用」の段階に関する調査問題を設計・実施する。小学生を対象に，度数法を用いて角の大きさを数値化する測定と，度数法により数値化された角の大きさを図示する調査問題を設計する。また，高校生については，弧度法を用いて角の大きさを数値化することと，弧度法により数値化された角の大きさを用いることに焦点をあてながら調査問題を開発・実施する。

第 2 節と第 3 節では，それぞれ度数法と弧度法に関する調査結果を述べるとともに，普遍単位による数値化に関する学習上の困難点の傾向を考察する。

第 4 節では，学習上の困難点とその要因を詳細に解明するために，インタビュー調査の必要性を指摘し，インタビュー調査の対象者を抽出するための質問紙調査の問題設定と，調査対象者の選抜方法を述べる。

第 3 章でも述べたように，本研究では，インタビュー調査を 2 回実施した。数値化後の調査問題については，1 節から 3 節で述べる質問紙調査の結果を手がかりに予備調査の問

題を作成する。また，本調査については，予備調査の結果から特に要因を探るべき困難点を指摘し，その困難点を追究するために調査問題を一部改良し実施する。予備調査を実施しない高校生対象の調査については, 1 節〜3 節で述べる質問紙調査の結果に従って調査問題を改良し，インタビュー調査を実施する。次に，質問紙調査の結果に基づいて，インタビュー調査の対象者を抽出する。

第 5 節と第 6 節では，インタビュー調査の結果から困難点とその要因を明らかにする。第 5 節では，小学生を対象に度数法に関する学習上の困難点とその要因を特定する。第 6 節では，高校生を対象に弧度法に関する学習上の困難点とその要因を解明する。最後に，第 7 節で本章のまとめを行う。

第１節　質問紙調査の設計

本節では，数値化後の角に関する質問紙調査の目的，方法，調査問題の構成を述べる。

4.1.1　調査の目的及び方法

質問紙調査の目的は，各学校段階と複数の学校段階における角に関する児童・生徒の学習上の困難点を特定することである。調査方法は，3.1.1 で述べた方法と同様である。調査対象は，小学校第 5 学年，中学校第 1 学年，第 3 学年，高等学校数学Ⅱ履修者（第 2 学年）の計 1,271 名である。その内訳を表 4-1 に示す。

表 4-1 調査対象者の内訳

小学校第 5 学年	285 名
中学校第 1 学年	406 名
中学校第 3 学年	378 名
数学Ⅱ履修者	202 名
合計	1,271 名

4.1.2　調査問題の設定

本項では，本研究の枠組みに基づいて，数値化後の角に関する調査問題の設定方法と各問題の出題の意図を述べる。本章では，数値化後の角の大きさに関する困難点を考察の対象とする。従って，そのような困難点を特定するための調査問題を以下のように構成した。

本研究では各学校段階だけでなく，複数の学校段階に渡ってみられる普遍単位により数値化された角の大きさに関する困難点を度数法と弧度法の両面から捉える。

度数法に関する調査問題については，小学校算数科の学習指導で行われる角度の測定と図示の問題を設定するとともに，中学生以上を対象に角度の取り得る値の範囲を拡張できるかどうかをみる問題を設定する。それは，角の大きさの取り得る値を 360°を超える範囲へ拡張する学習は，本来高等学校で弧度法が導入される直前になされる一般角の学習において，負の範囲への拡張と同時になされるが，360°を超える値自体は，小学校算数科での多角形の内角の和を学習する時点で扱われていることによる。さらに，負の数が導入される中学校段階において角の大きさの取り得る範囲を負の数まで拡張することも可能である。このような理由から，多角形の内角の和及び負の数を学習済みの中学生以上を対象に，

範囲の拡張を含む度数法に関する問題を設定した。

高校生を対象とする弧度法に関する調査問題については，弧度法を用いて角の大きさを表す問題と，弧度法によって表された角の大きさを用いて数学の学習場面に適用する問題を設定した。本調査問題では弧度法の定義と有用性を理解しているかをみるために，次の二点に配慮し設定した。

一点目は，弧度法の単位であるラジアンの扱いである。弧度法を導入後，ラジアンは省略される場面がほとんどである。それゆえ，弧度法はラジアンを単位とする角の大きさを表す方法であることを認識する機会が少ない。二点目は，弧度法を用いて問題場面で扱う数値である。一般に弧度法の学習では，π を含む値を中心に扱われるため，π が含まれない数値を，弧度法を用いて表す，あるいは表される場面が少ない。以上，数値化後に関する調査問題の出題の意図及び調査対象者の関連を表 4-2 に示す。

表 4-2 数値化後に関する調査問題

<table>
<tr><th>段階</th><th>視点</th><th>問題</th><th>出題の意図</th><th>対象</th></tr>
<tr><td rowspan="3">単位の適用</td><td rowspan="3">数値化後の角の捉え方</td><td>3・4</td><td>分度器を用いて，様々な大きさの角の測定・図示ができるか。</td><td>（問 3）
小・中
（問 4）
小・中・高</td></tr>
<tr><td>5・6</td><td>回転の大きさと捉え，360°以上及び負の範囲に拡張できるか。</td><td>中・高</td></tr>
<tr><td>7・8</td><td>弧度法の定義と有用性を理解しているか。</td><td>高</td></tr>
</table>

4.1.3　調査問題の概要

4.1.3.1 度数法に関する問題

［問題 3］（対象：小・中）

角を構成する二つの半直線が下向きに開く角，鈍角，180°を超える大きさの角を測定できるかどうかをみる問題である。図 4-1 に示す㋐から㋓までの四つの角を分度器で測定させた。

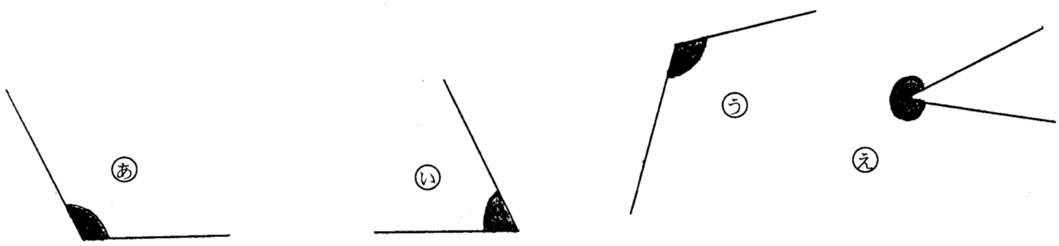


図 4-1　角の大きさの測定

［問題 4］（対象：小・中・高）

180°を超える大きさの角を図示できるかどうかをみるために，分度器を用いて 300°を図示させる問題である。問題 4 は，全ての学校段階の児童・生徒を対象とした。さらに，小学生には，その説明も記述させた。300°を選んだ理由は，鈍角と角を構成する 2 辺が下向きに開く角の認識が弱いことが先行研究の調査結果から予想されたためである。そこで，分度器にはない値である 180°以上の角を図示させた。

次に，角を構成する 2 辺が下向きに開く角のうち，鋭角の範囲であれば認識できるかどうかみるために，2 辺が下向きに開く 60°の認識があれば図示できるように，まず，270°以上の角を図示させる。次に，小学生及び中学生は一般角を未習であるため，360°までの範囲の角で設定し，さらに，直角を基準とできず，分度器を使用しなければ作図が難しい値として，300°を作図させることにした。解答欄には基準となる水平な線分を予め示さず，図示させた。

問題の文脈は，小学生と中学生及び高校生で分けて設定した。小学生については，分度器には 0°から 180°までしか目盛りがないことを指摘した上で，300°を図示する方法を考える文脈を設定した。さらに，作図の方法を記述させた。一方，中学校・高等学校対象問題では，例として，30°の図を示し，それにならって 300°の図を作図させる問題にした。

また，高校生に対しては，(1) として 300°を図示させた後，−150 や 510°など，一般角に範囲を拡張させた角も図示させた。まず，(2) では，一般角の学習において，角は，範囲が負の値まで拡張されることから,負の向きを示し図示できるかどうかをみるために，−150°を図示させた。また，(3) では，(2) と同様に，一般角の学習で角の範囲が 360°を超える範囲まで拡張されることから，360°を超える角でかつ (2) と辺の開きが同じになる 510°を描かせた。(4) では，角の加法性を用いて図示できるかどうか，さらには，負の値になる場合に向きを考慮して図示できるかどうかをみるために，$\alpha=30°$，$\beta=-60°$ のときの $\alpha+\beta$ の値を計算させた上で，その角を図示させた。

［問題 5］（対象：中・高）

中学生と高校生を対象に，角の大きさを回転の大きさとして捉えた上で，360°を超える範囲に拡張できるかどうかを調べた（図 4-2，4-3）。

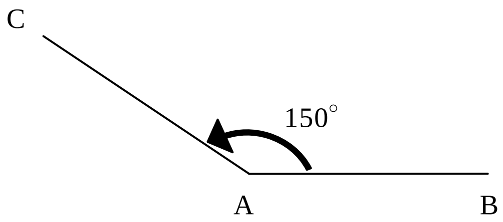


図 4-2

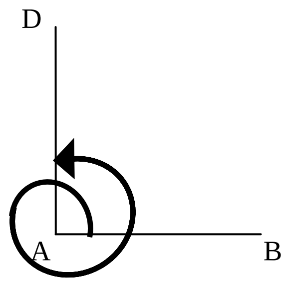


図 4-3

問題 5 は，回転の大きさとして角の大きさを捉え，その範囲を小学校の段階で既習である，0° から 360° までの範囲から，360° 以上に拡張できるかどうかをみる問題である。360° 以上の範囲を回転の大きさとして捉える学習内容は, 数学Ⅱの一般角の学習内容であるため，中学生は，現行の学習指導要領の範囲外であるが，中学校第 2 学年の多角形の内角の和の学習において，360° 以上の角は，値として扱われている。さらに，小学校第 4 学年で角の大きさを半直線が回転してできた形として認識できているのであれば, 450° を表す図を 90° 回転を基準にその五つ分として回答することができると考えた。

はじめに，図 4-2 を用いて，線分が AB から AC まで左回りに 150° 回転していることを説明した。次に，線分が AB から AD まで回転したときの角度（450° ）を尋ねた（図 4-3）。

［問題 6］（対象：中・高）

中学生と高校生を対象に既習の三角形における外角の定義を凹四角形の場合に拡張できるかどうかを調べた。はじめに，三角形の内角と外角の和が 180°であることを説明した（図 4-4）。次に，図 4-5 に示す外角が負となる凹四角形の角 EFG の外角を示しているものを四つの選択肢（図 4-6）から選ばせた。

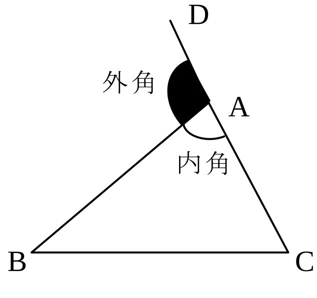


図 4-4

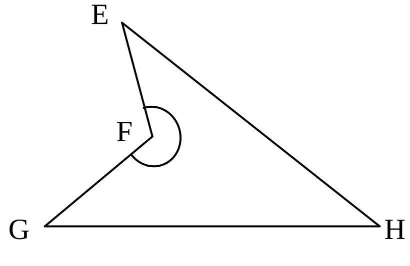


図 4-5

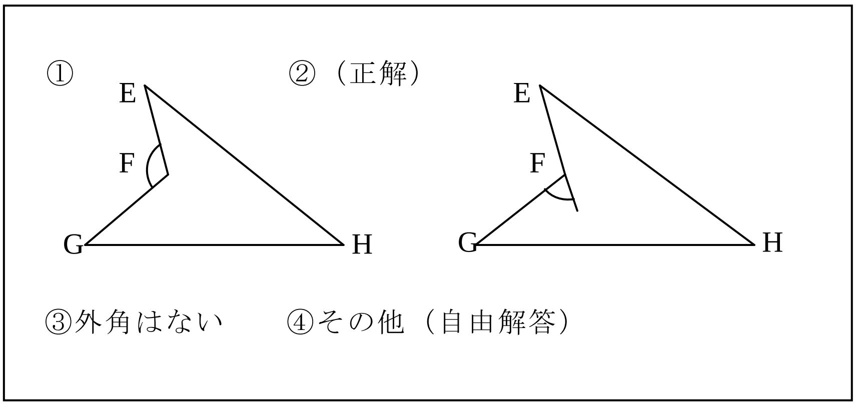


図 4-6　凹四角形の外角の表示

4.1.3.2 弧度法に関する問題

［問題 7］（対象：高）

弧度法では，弧の長さ θ と等しい値をとる中心角の大きさを，θ（ラジアン）として表現する。しかし，半径と弧の長さの比で角の大きさを捉えていることを十分に理解していない場合，異なる 2 量，すなわち，弧の長さと角の大きさが同一の文字で表示されることへの理解に困難を示すことが予想される。そこで，問題 7 では，まず，半径 1，中心角 θ（ラジアン）（図 4-7）の弧の長さが θ になる場面を式とともに提示した。その上で，式と解答の正誤を判断させ，その理由を記述させた。

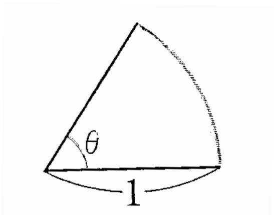


図 4-7

［問題 8］（対象：高）

弧度法では，円における扇形の弧の長さと面積は半径によらず中心角の大きさに比例する。この問題では，弧度法の場合，半径と同じ長さの弧に対する中心角の大きさは常に同一の値であることを理解しているかどうかを調べる。問題は二つの問いから構成される。問 1 では，半径及び弧の長さが共に 1 である扇形の中心角の大きさは 1 ラジアンであることを例示した（図 4-8）。その上で，半径及び弧の長さが 3 倍された場合の中心角の大きさを尋ねた（図 4-9）。

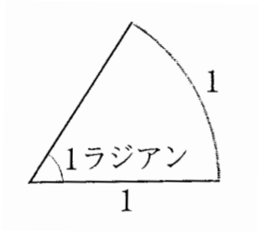


図 4-8

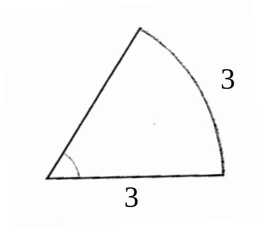


図 4-9

問 2 では，図 4-8 と等しい弧の長さを持つ扇形を，次の五つの扇形から選ばせた。その五つとは,「ア：半径 1/2，中心角 $\theta/2$」,「イ：半径 1/2，中心角 2θ」,「ウ：半径 2，中心角 $\theta/2$」,「エ：半径 2，中心角 θ」,「オ：半径 1，中心角 $\theta/2$」である。

第 2 節　度数法の適用に関する質問紙調査

本節では，前節で設定した調査問題のうち，度数法により表現された角の大きさに関する問題の結果を示し，学習上の困難点の傾向を把握する。はじめに，小学生及び中学生を対象に出題した角度の測定に関する問題，全学年を対象に出題した角度の図示に関する問題，中学生以上を対象に出題した負及び 360° 以上への範囲の拡張に関する問題の結果を述べる。次に，角度の測定と図示に関する調査問題の結果から得られた，角の大きさが開く向きの変化に関する学習者の捉え方の変容を議論する。さらに，上記の度数法に関する全ての問題の結果から，角度が負になる場面，90°，180°，360° を超える場面を取り上げ，範囲の拡張に関する学習者の捉え方の変容を議論する。

4.2.1　度数法による角の表現に関する調査問題の結果

4.2.1.1　角度の測定と図示に関する問題の結果

問題 3 は，小学生及び中学生を対象に，分度器を用いて様々な角の大きさを測定する問題（図 4-10）である。表 4-3 に正答率を示す。

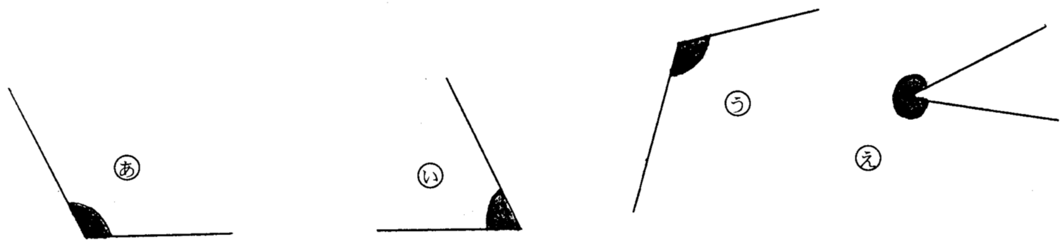


図 4-10　角の大きさの測定（図 4-1 再掲）

表 4-3　角の大きさの測定の正答率

	「あ」	「い」	「う」	「え」
小 5	87.3%	90.1%	78.2%	69.0%
中 1	88.0%	86.7%	80.5%	69.7%
中 3	96.1%	94.2%	90.3%	87.9%

角㋒の大きさは，角㋐と同じ 120° であるが，60° という誤答が多くみられた。このことから，角を構成する半直線の開く向きが正答率に影響を与えているとみられる。また，

角いの大きさをその補角の大きさである 120°と回答する児童も存在し，鋭角を右回りに測定することを困難としていることが考えられる。さらに，角え（330°）の正答率が他の問題に比べて低く，180°を超える大きさの角度の測定を困難とする児童・生徒がみられることが明らかになった。

表 4-4 は，問題 4 の結果である。正答率は，小 5 は 65.5%，中 1 は 63.9%，中 3 は 83.0%，高 2 は 94.1%であった。問題 3 において，330°の測定の正答率が他の角度の測定に比べて低かったことを考慮すると，180°を超える大きさの角度の取り扱いが小学生，中学生にとって困難であることがわかる。

表 4-4　問題 4 の結果

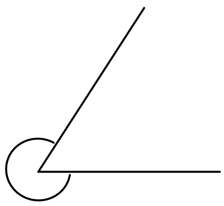
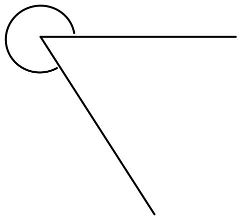
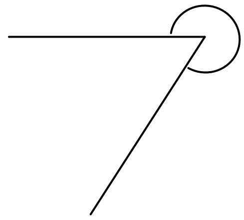
	図正答	図誤答	説明正答	説明誤答
小 5	65.5%	24.2%	65.3%	10.9%
中 1	63.9%	26.6%		
中 3	83.0%	9.7%		
高 2	94.1%	5.4%		

また，誤った図示にも関わらず，正しい説明を解答する児童が 12.7%おり，そのような児童は，図，説明共に正答している児童に比べ，300°を 180° + 120°と捉えた説明をする傾向にあった。これに対し，図，説明共に正答した児童は 300°を 360°－60°と捉えていた。このことから，角を構成する二つの半直線が下向きに開く 120°または 60°を図示できなかったために誤答しているとみられる。

次に，表 4-5 に主な正答の内訳を示す。小学生は，360°－60°と捉え，60°を左回りの角として示す（表 4-5 の（i））割合と 180°+120°として捉える割合（表 4-5 の（ii））がほぼ同じであったのに対し，中学生では，前者の割合が圧倒的に大きかった。これに対し，高校生では後者の割合が増えるが，彼らは 360°－60°と捉えた上で 60°を右回りの角として示していた。このほか，少数ではあるが，小学生には，分度器を複数用いて解答する児童が（i）で 1.9%，（ii）で 3.5%みられた。

このような結果は，学校段階が上がるにつれて角の捉え方が変容することを示唆している。すなわち，180°を超える大きさを捉える基準は 180°から 360°へ変容する傾向があること，負の大きさを捉える際に回転の向きが考慮されるようになることである。

表 4-5　問題 4 の正答例の内訳

	(i)	(ii)	(iii)
図示した 300°			
小 5	41.5%	43.1%	12.3%
小 5・記述解答内訳	360° を基準…86.8% 180° を基準…11.3%	360° を基準…86.8% 180° を基準…11.3%	360° を基準…86.8% 180° を基準…11.3%
中 1	54.9%	37.7%	4.5%
中 3	73.8%	21.0%	2.6%
高 2	1.6%	97.6%	0.8%

また，図 4-11 に，この問題の主な誤答例を示す。分度器に関する学習後の時間が経過していることを考慮し，中学生以上には図 4-11 の（i）が示す 30° を解答例として示したが，それを 300° とする誤答が中学生に多くみられた点が特徴的であった。

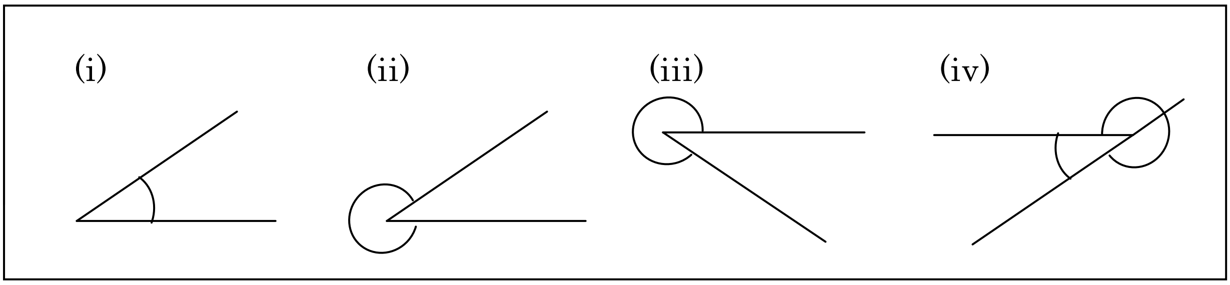


図 4-11　問題 4 の主な誤答例

また，高校生には 300° の図示に加え，−150°，510°，$\alpha = 30°$ かつ $\beta = -60°$ のときの $\alpha + \beta$，の三つの角を図示させた。これらは，一般角への概念の拡張可能性，及び 300° の図示との関連性をみるために出題した。表 4-6 にこれらの結果を示す。

表 4-6　様々な大きさの角を描く問題（高校生）

問題番号	(2) － 150°	(3) 510°	(4) $\alpha+\beta$
正答	90.6%	89.1%	86.1%
誤答	6.9%	6.9%	7.4%
無解答	2.5%	4.0%	6.4%

いずれの問題も，正答率は 85%以上であり，一般角に概念を拡張できていると考えられる。－150° の解答には，150° や 150° の外角を示す誤答がみられた。510° の誤答には，回転数が異なる 870° や 150° があった。また，最後の問題では，$\alpha+\beta$ が計算の結果－30° になることから，水平な線分を基準に時計回りに－30° を示す正答が最も多くみられ（47.7%），次いで，－30° を右回りに捉えその矢印を入れたもの（31.0%）が多くみられた。そのほか，α を示した上で β の大きさを右回りに取った結果，$\alpha+\beta$ は－30° になることを矢印で表す解答（12.1%）や，水平な線分を基準に α を右回りに 30°，β を左回りに 60° 描き，その結果，直角になることを解答したもの（8.0%）がみられた。この結果から，一般角の学習を終えた生徒は，回転の正負の向きを表す矢印とともに－30° を示す場合と示さない場合がほぼ同率存在することが明らかになった。

そこで，他の大きさの角に対しても同じ傾向がみられるかどうかみるために，解答内の矢印の有無に分類した。その結果を表 4-7 に示す。

表 4-7　解答における矢印の有無（高校生）

	（1）300°	（2）－150°	（3） 510°
矢印あり	44.7%	50.8%	78.9%
矢印なし	55.3%	49.2%	21.1%

510° の解答では，回転の向きの矢印を示すものが多く占めるが，絶対値の大きさが 360° を超えない場合，回転の向きが示されていない解答が約半数みられる。それらは，半直線の開き具合として捉えられた上で描かれた可能性がある。特に－150° の場合，正負の向きを認識する必要がある。

ところが，表 4-7 が示すように，正答のおよそ半数（49.2%）に向きを表す矢印は示されず，水平な線分を基準に右回りの 150° が示されていた。角の大きさを回転の大きさとして捉えながらも，正負の向きを図示しない傾向をもつ生徒が少なからずいるとみられる。

4.2.1.2　負及び 360°を超える範囲への拡張に関する問題の結果

次に，中学生以上を対象に出題した負及び 360°を超える範囲への拡張に関する二つの問題（問題 5，問題 6）の結果を述べる。問題 5 は，角の大きさを回転の大きさとして捉えた上で，360°を超える範囲に拡張できるかどうかをみる問題である。

この問題の正答率は，中 1 が 51.8%，中 3 が 68.9%，高 2 が 91.1%であった。中学生は現行の指導内容の範囲外ではあるが，基線の回転の大きさとして角の大きさを捉えることで，360°を超える範囲に拡張することに困難を示した。彼らの解答の多くは，回転後の線分の位置関係から 90°とすること，あるいは，既習の知識では 360°を超える値を取り得ることはないことを指摘していた。これに対し，高校生はほとんどの生徒が正答を得ていたが，左回りを負の向きとしている誤答（－450°）が一部の生徒にみられた。

この問題の解答と 360°を超えない範囲の解答（300°を図示する問題 4 での解答の正誤）の相互関係を調べた結果を表 4-8 に示す。

表 4-8　問題 4 と問題 5 のクロス集計の結果

			問題 5	
			正答	誤答
問題4	正答	中 1	61.0%	38.8%
		中 3	71.7%	63.6%
		高 2	96.2%	72.2%
	誤答	中 1	37.8%	58.8%
		中 3	28.0%	36.4%
		高 2	3.8%	27.8%

表 4-8 は，上段が中学校第 1 学年，中段が中学校第 3 学年，下段が数学Ⅱ履修者（高等学校第 2 学年）の回答率を表している。例えば, 問題 5 を正答した中 1 のうち, 問題 4（300°を図示する問題）を正答した生徒は 61.0%，誤答した生徒は 37.8%であることを示している。この表が示すように，学年が上がるにつれて，本問の正誤に関わらず問題 4 では正答するようになる傾向がみられる。すなわち，回転の大きさとして捉えることに困難を示した場合，角の大きさを半直線の連続的な回転によって提示する方法よりも，1 回転までに限定された範囲の角の大きさからその捉え方を示す方法のほうが有効であると考えられる。

次に，問題 6 の結果を述べる。問題 6 は，中学生以上を対象に，問題文中に与えられた既習の三角形における外角の定義を，凹四角形の場合に拡張できるかどうかをみる問題である。凹四角形は現行の学習指導要領の範囲外であるため，この問題では四つの選択肢を設定した。

②の選択率は，中 1 が 37.9%，中 3 が 38.6%，高 2 が 32.7%と学年差があまりみられない結果となった。この結果から，内角と外角は互いに補角をなすことを捉えきれず，一方が 180° を超えた場合には，内角と外角の和の値が 360° になると再度定義し直してしまう可能性が予想される。

また，凸四角形における外角の定義の学習時には，凹四角形は現行の学習指導要領では学習の範囲外であり，多角形の学習では取り扱わないため，「③外角はない」を選択した中 3 と高 2 が多くみられた。さらに，「④その他」を選択した解答には，FH を結び∠EFH を指すもの（中 3），角 EHG の優角を示すもの（高 2），EF，GF を共に延長し角 EFG の対頂角を示すもの（中 3，高 2）がみられた。

この結果は，凹四角形を多角形と認めた場合，既習事項である内角と外角の和の性質や，凸四角形における外角の性質を用いて，外角の定義を拡張することに困難を示す生徒が多いことを示唆している。

4.2.2 向きの変化に関する角の大きさの表現

角の大きさを測定する調査問題の結果，小学生と中学校第 1 学年は与えられた角の向きの変化に応じて測定することに困難を示していた。例えば，角㋒の大きさは角㋐と同じ 120° であるが，60° という誤答が多くみられ，いずれの学年も角㋐の正答率を下回っている。そのような児童・生徒は，角㋐の測定において分度器を基線に合わせて置くが，もう一方の半直線が示す値を読み取るための目盛りの選択時に誤ってしまったと考えられる。

さらに，中学生では，鋭角である角㋑を測定する問題の正答率が，鈍角である角㋐の正答率よりも低かった。彼らは，角㋑の大きさを補角の大きさにあたる 120°としていた。一般に，角度の測定の学習では，鋭角の測定を学習後に鈍角の測定がなされるが，いずれも分度器を上向きに置き，左回りの目盛りに従って読む場面が多い。左回りの目盛りに従う鋭角や鈍角を学習後，右回りの目盛りに従う場合も学習される。それゆえ，鋭角ではあるが右回りの目盛りに従って読む必要のある角㋑の測定に困難を示したと想定される。

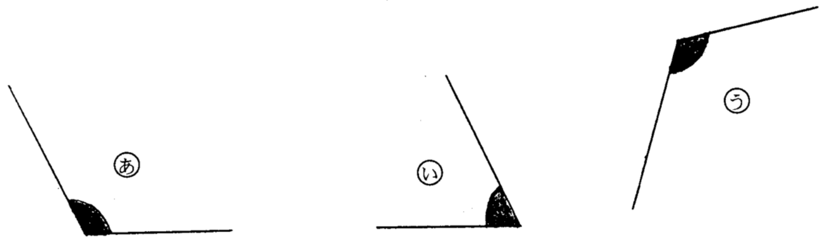


図 4-12　多様な向きの角

上のような反応は，角を構成する半直線の開く向きに応じて測定することに困難を示す学習者の存在を示唆している。鋭角を右回りの目盛りに従って測定することや，測定対象の大きさにかかわらず分度器を下向きに用いて測定することに困難を示す学習者が多く存在することが明らかになった。

4.2.3　範囲の拡張に関する角の大きさの表現

角度の測定及び図示に関する調査問題（問題 3 と問題 4）では，小学生，中学生ともに，180°を超える大きさの角の測定及び図示することに困難を示した。

例えば，小学生は，そのような角を 180°を基準に捉えている傾向が強くみられた。この捉え方に従うと，180°を超過する大きさを，下向きに開く半直線の大きさ，あるいは半回転を超える半直線の回転の軌跡として捉え直す必要がある。

これに対し，中学生の場合，180°を超える角の大きさを 360°を基準に捉えるようになる。このように捉える場合，360°を回転の大きさとして捉えた上で，その捉え方を右回りの回転にまで拡張し，360°の回転の向きと逆の向きをもつ回転として 60°を捉えられないことが，上記の困難を示す要因として考えられる。

また，高校生は，問題 4 において，1 回転を超えない大きさの角を図示する場面で，回転の向きを表す矢印を示さない傾向にあった。このような実態は，正負の向きを持つ回転の大きさとしてではなく，上下の向きを持つ半直線の開き具合として捉えている可能性があることを示唆している。

360°を超える大きさの角は，動径の回転をらせんで示すためにその回転の向きが捉えやすい。しかし，1 回転を超えない負の大きさの場合は，左回りに 150°回転する角ではなく，水平な線分を基準に半直線が下向きに開く大きさとして捉えやすいのである。

このような困難点の要因には，ある値を基準に角の大きさを半直線の開き具合，または

向きの持つ回転の大きさとして捉えられないことが考えられる。

さらに，問題 5 及び問題 6 の結果から，角の大きさを回転の大きさとして捉え，既習事項に基づいて 360°を超える範囲に拡張することは，中学生のみならず高校生でさえも困難であった。

はじめに，中学生は，360°を超える範囲の角を回転の大きさとして捉えることは学習していない。その一方で，直角を任意単位とする角の大きさの測定，及び多角形の内角の和が 360°を超える値を取ることは学習してきている。このことを考慮すると，問題 5 で 450°を 90°と捉える生徒が多くみられた背景には，回転の大きさとしての捉え方が十分獲得されていなかったために, 360°を超える大きさにまでその範囲を拡張できなかったことが予想される。

ところが，回転の大きさと捉えた上でその範囲を拡張できない傾向は高校生にもみられた。彼らは，一般角の学習において，1 回転で動径は元の位置に戻ること，動径の表す角を θ，動径と始線のなす角を α とすると，$\theta = \alpha + 360° \times n$（ n は整数）と表すことを学んでいる。範囲の拡張に困難を示した背景には，これらの既習事項と混同したことが考えられる。

さらに，中学生に限らず高校生も，回転の大きさとして角の大きさを捉え，凹四角形を多角形と認めた上で外角の定義を拡張することに困難を示した。実際，凹四角形の 180°を超える内角に対する外角の位置を, 360°から内角を除いた角として捉えた生徒が多くみられた。彼らは，内角の値が 180°を超える場合，外角の定義を負の範囲に拡張するのではなく，内角と外角の和を 360°として捉え直しているとみられる。この要因には，数値化された角の大きさは正の数である場合が多いため，負の数による角の大きさの扱いに当惑したことが考えられる。

また，彼らには，二つの半直線が下向きに開く角に対し困難を示す傾向があることを考慮すると，演算によって負の数で表される角を捉えた場合，回転の向きとその大きさを正負の数の概念に基づいて表現し拡張することは難しいとみられる。

上記のような反応は，既習である角の大きさを回転の大きさとして捉えることに基づいて, 角の大きさの取り得る範囲を拡張することに困難を示す学習者の存在を示唆している。

第 3 節　弧度法の適用に関する質問紙調査

本節では，弧度法により表現された角の大きさに関する調査問題の結果を述べ，学習上の困難点を分析する。弧度法に関する二つの調査問題の結果に基づいて，以下の二点の弧度法に関する困難点を特定する。一点目は，弧度法を用いて扇形の弧の長さ，半径，面積を表現し，それぞれの構成要素同士の関係を把握することに関する困難点である。二点目は，高等学校で新たに導入される弧度法と小学校以降長期的に用いてきている度数法の定義をそれぞれ把握した上で換算することに関する困難点である。

4.3.1　弧度法による角の表現に関する調査問題の結果

問題 7 では，半径 1，中心角 θ （ラジアン）の弧の長さが θ になる場面を式とともに提示した上で，式と解答の正誤を判断させ，その理由を記述させた。

その結果, 弧の長さは θ ラジアンで表示可能であることを認めた生徒は 47.0%であった。式と解答の正誤を判断した理由を 18 種類の類型に分類し, 各類型に属する割合を表 4-9 に示す。

「(弧の長さが θ になることは）正しい（正解)」と判断する理由においては， θ が弧度法による表現であることを指摘する解答（類型 1）が最も多くみられた。また，弧の長さを求めるための式が弧度法を用いて表されていることを指摘する生徒（類型番号 2, 4）や，半径 1 の場合に限り認める生徒（類型番号 5）の存在が明らかになった。

これに対し,「(弧の長さが θ になることは）間違い」と判断する理由では，角の大きさや長さを表示するために用いる文字に対し，固定化された認識を持っている生徒が多いとみられる。すなわち，長さは，文字ℓで表されるべき量であり，角の大きさを表すべき文字 θ で表されていることに抵抗を示していると予想される誤答が最も多くみられたのである（類型番号 11)。

また，度数法と弧度法を混同した理由を解答する生徒もいることが明らかになった（類型番号 12，13，14)。このような生徒は，例えば，弧度法による式表現を度数法に置き換えた場合に，両者の結果が一致しないことから本問題の設定場面が誤りであることを指摘していた。さらに，この問題では無解答率が 30%以上であったことが他の問題に比べ特徴的であった。

このような結果は，弧度法によって半径と弧の長さの比が表現されることを十分に理解していない生徒が多いことを示唆している。

表 4-9 問題 7 の理由別解答類型

正誤	理由（数字は類型番号）
正しい（正解）47.0％	1. θは弧度法だから（19.0%）
	2. 式は弧度法を用いているから（6.3%）
	3. 弧の長さと角の大きさは比例するから（9.5%）
	4. 式に具体的な数字を入れている（6.3%）
	5. 単位円だから（4.2%）
	6. 弧の長さを求める式だから（10.5%）
	7. A の考えは正しいから（7.4%）
	8. その他　（5.3%）
	9. わからない（9.5%）
	10. 無解答　（22.1%）
間違い 46.0％	11. θは角度だから長さは表せない（35.5%）
	12. 2πを 360°に置き換えている（12.9%）
	13.度数法による数値を適用している（3.2%）
	14. 弧の長さの最大値=360°はおかしい（1.1%）
	15. A の考えは正しくないから（5.4%）
	16. その他　（7.5%）
	17. わからない（11.8%）
	18. 無解答　（22.6%）

次に，問題 8 では，弧度法の場合，半径と同じ長さの弧に対する中心角の大きさは常に同一の値であることを理解しているかどうかを調べた。問 1 は，半径及び弧の長さが共に 1 である扇形の中心角の大きさは 1 ラジアンであるという説明に基づいて，半径及び弧の長さが 3 倍された場合の中心角の大きさ（1 ラジアン）を選択する問題である。問 2 は，半径 1, 中心角の大きさがθラジアンの扇形と等しい弧の長さを持つ扇形を,「ア : 半径 1/2,

中心角 θ/2」,「イ：半径 1/2，中心角 2 θ」,「ウ：半径 2，中心角 θ/2」,「エ：半径 2，中心角 θ」,「オ：半径 1，中心角 θ/2」の五つの選択肢の中から選ぶ問題である。

問 1 の正答率は，55.4％であった。表 4-10 は誤答者の内訳である。中心角の大きさを答えるべき扇形の半径及び弧の長さが，例示された扇形の 3 倍であることから中心角の大きさも 3 倍（3 ラジアン）であると捉えている生徒が多く存在するとみられる。

表 4-10 問題 8（問 1）の誤答者の内訳

ア（$\frac{\pi}{4}$）	イ（$\frac{\pi}{3}$）	エ（3）	オ（9）	無解答
4.5％	12.4％	19.8％	5.0％	3.5％

一方，問 2 では，「イ 半径 1/2，中心角 2 θ の扇形」（正答）の選択率は 55.4％，「ウ 半径 2，中心角 θ/2 の扇形」（正答）の選択率は，41.1％であった。しかし，どちらか一方のみ選択された解答や，正答の選択肢と誤答の選択肢を共に含む解答が多くみられ，完全正答率は 30.7％であった。

誤答の選択率は,「ア 半径 1/2，中心角 θ/2 の扇形」が最も高く，半径及び中心角が共に 1/2 倍されているために，結果として弧の長さに影響はないと考えた可能性が予想される。また,「オ 半径 1，中心角 θ/2 の扇形」を選択した生徒（20.8％）も類似の認識をもっていると考えられる。

これに対し，正答の選択率においては,「イ 半径 1/2，中心角 2 θ の扇形」の選択率のほうが「ウ 半径 2，中心角 θ/2 の扇形」の選択率より高かった。この結果は，半径の長さの変化を考慮せず，中心角の大きさとそれに対する弧の長さの関係を捉えている生徒がいる可能性があることを示唆している。

本問題の結果は，弧度法の場合，半径と同じ長さの弧に対する中心角の大きさは同一の値であることを理解できない生徒の存在を浮き彫りにしている。

以上，弧度法に関する調査問題の結果から，半径と弧の長さの比から 1 ラジアンの意味を理解することに困難を示す生徒が多くみられることが明らかになった。

4.3.2　弧度法による扇形の構成要素とその関係の把握

質問紙調査の結果，弧度法による扇形の構成要素とその関係の把握に関する困難点がみられた。すなわち，扇形の弧の長さ，面積，半径の長さの関係の把握に困難を示すことである。はじめに，扇形の弧の長さと面積は半径によらず中心角の大きさに比例することを理解していないことがうかがえる調査結果を考察する。

例えば，完全正答率が約 30%と他の問題に比べ低かった問題 8 の問 2 では，同一の扇形において，中心角の大きさと弧の長さの比例関係は認識しているが，新たな変数として半径の長さが加わると，扇形の構成要素間の関係に困難を示してしまう生徒が多いことが明らかになった。弧度法を用いて扇形の中心角や弧の長さを表示する学習をし，扇形の弧の長さを求める公式を用いて実際に計算することはできるにも関わらず，このような実態が浮き彫りとなった背景には,弧度法の定義の理解が不十分であることが考えられる。実際，問題 8 の結果は，この背景を弧度法による半径，中心角の大きさ，弧の長さの関係が十分に理解されていないことを示しているとみられる。

また，問題 7 において，半径 1，中心角の大きさが θ ラジアンの扇形の弧の長さが θ で表されることは正しいと認めた生徒でも，問題文中の式に含まれる 1，θ ラジアン，2π ラジアン（円周の長さに対応する中心角の大きさ）の関係に基づいて指摘した上で θ の意味を説明する解答は少なかった。この結果に関しても，弧度法による扇形の構成要素とその関係の把握に関する困難点を示す反応であると考えられる。

4.3.3　弧度法と度数法の区別と換算

二つの調査問題の結果に共通して，弧度法と度数法を区別すること，さらに区別した上で両者を換算し合っていることに関する困難点がみられた。例えば，問題 7 で扇形の弧の長さが θ で表示される場面において，半径 1 の円における中心角の大きさと弧の長さの表示を正しく判断できた生徒の割合は半数に満たなかった。

彼らの多くは，θ を角の大きさを表す文字と捉え，問題文中に与えられた角の大きさを求める式を度数法に適用した場合に,両者の解答が一致しないことを指摘していた。また，そのような解答と同時に，一つの式表現において度数法と弧度法を用いていることがうかがえる解答も多くみられたことを考慮すると，弧度法の定義に基づいた解法を示すための式として捉えられず，度数法と混同している生徒の実態を浮き彫りにしているとみえる。この背景には，弧度法の定義が十分に理解されていないことが考えられる。

また，弧度法と度数法を混同する傾向は，問題 8 の問 1 において，誤答者の多くが「 3 ラジアン」を選択していたこと，図示された中心角の大きさがおよそ 60°であることから「π/3 ラジアン」を選択していたことからもうかがえる。このような実態は，弧度法がラジアンを単位とする角の大きさの表示方法であることを定義に基づいて理解していないために，両者を混同している生徒が多いことを示している。

上記の弧度法に関する二つの生徒の実態は，弧度法の定義に対する生徒の理解が不十分であることを表している。

以上，弧度法に関する調査問題の結果から，弧度法による扇形の構成要素とその関係の把握に関する困難点及び弧度法と度数法の区別と換算に関する困難点の二点が指摘された。この背景には，以下の二点の弧度法に対する生徒の認識の存在が考えられる。

一点目は，生徒がラジアンの扱いに慣れていないことである。すなわち，半径 r の円において，弧の長さも r になる場合に中心角の大きさが 1 ラジアンとなることを認識しないまま，弧度法を用いていることが予想される。実際，弧度法を用いる場合，単位のラジアンを省略する場面が多い。

また，ラジアンが導入される場面においても，πが含まれていない値を取り上げられる場面はほとんどみられない。特に，既習の度数法との対応関係は 1 ラジアンがおよそ 57°であることが示されている程度にとどまっている。また，度数法との対応関係が示されている表では，弧度法の値は全てπを含むものであり，それらと基準である 1 ラジアンのおよその大きさを把握できるように示されていない。従って，πを含まない値にラジアンを適用することに慣れていない可能性が考えられる。さらに，小学校以降用いてきている度数法との大きさの対応関係を認識する機会が十分にない。それゆえ，1 ラジアンに対する認識が強化されず，度数法の基準である 1°と混同してしまうことが考えられる。

二点目に，弧度法が導入される以前は，長期的に度数法を用いてきており，さらに角の大きさを表す文字θに関しても度数法を用いる場面において使用する機会が多い。そのため，弧度法自体の扱いに慣れていないことに加え，度数法を用いてθが扱われる既習の場面と混同してしまうことも考えられる。従って，問題文中に示されているθを長さの比で表された角の大きさ「θラジアン」ではなく，角度「θ°」として認識してしまったために,度数法による解法の場面と比較し,誤答してしまう生徒が多くみられたと考えられる。

上記で述べた困難点の要因には，度数法による長期的な学習経験が関わっていることが考えられる。長期的な度数法の使用が角の大きさの単位と表現に対する生徒の考えを固定

化し，新たに導入される弧度法に対する生徒の理解の深化を阻害する傾向がみられることが予想できる。

第 4 節　困難点とその要因を特定するためのインタビュー調査の設計

本節では，質問紙調査の結果特定された困難点を詳細に調べるためのインタビュー調査の目的と方法を予備調査，本調査の順に述べる。まず，本章の第 2 節で述べた度数法に関する質問紙調査の結果に基づいて予備調査（小学生対象）の調査問題を改良する経緯を述べる。また，予備調査の質問紙調査の結果を述べ，インタビュー調査の対象児童を抽出する。次に，予備調査の結果に基づいて本調査（小学生，高校生対象）の調査問題を改良する過程を示す。最後に，本調査の質問紙調査の結果を述べ，インタビュー調査の対象者を抽出する。

4.4.1　予備調査の設計と実施

4.4.1.1 予備調査における調査問題の設定

予備調査では，小学生を対象に，度数法による数値化に関する問題を出題した。まず，「角の大きさに単位を適用し数値化する場面」に関する問題では，分度器を用いて角を測定する問題について，2 節で実施した質問紙調査における反応を手がかりに，以下のように変更した。すなわち，角の大きさに依らず，角を構成する半直線の開く向きの変化に応じ測定することに困難を示す傾向がみられたこと，また，鋭角よりも，鈍角や平角を超える角度に対する正答率が低かったことを考慮し，60°，120°を測定する問題のほか，新たに，255°を測定する問題（③）及び下向きに開く 45°（④）を測定する問題を加えた。

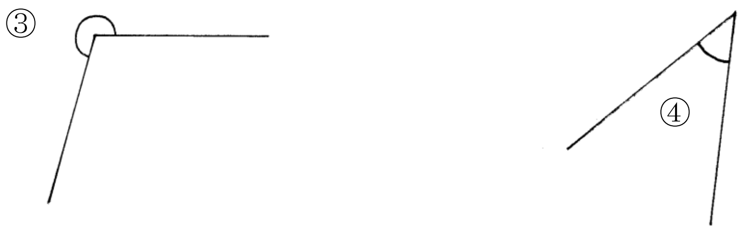


図 4-13　予備調査で新たに加えられた測定に関する調査問題

なお，角度を図示する問題については，2 節で使用した問題と同様に，300°を図示し，その方法を記述によって説明する問題を使用した。

上記の変更を踏まえ，度数法による数値化後に関する予備調査の問題は，「角の大きさを測定する問題」（問題 3），「300°を図示し，その方法を説明する問題」（問題 4）の二問を

設定し，小学校第 5 学年 79 名を対象に質問紙調査を実施した。

4.4.1.2 予備調査における質問紙調査の方法と結果

はじめに，問題 3 の結果を述べる。「330°を測定する問題（問題 3 の⑤)）」では，72.2%の児童が正答を得た。これに対し，「255°を測定する問題」は，35.4%とさらに低い正答率であり, 85°または, 285°とする誤答が多かった。180°未満である 60°（94.9%), 120°（81.0%）の測定の正答率の結果と比べ，2 節で述べた質問紙での結果と同様に，180°を超える大きさの角の測定に困難を示す傾向が顕著にみられた。

表 4-11 は,「300°を図示しその方法を説明する問題（問題 4)」の結果である。

表 4-11　　調査問題の結果

<table>
<tr><th></th><th>360°基準</th><th>180°基準</th><th>その他</th></tr>
<tr><td>完全正答
（68.4%）</td><td>50.0%</td><td>44.4%</td><td>5.6%</td></tr>
<tr><td>説明のみ正答
（15.2%）</td><td>33.3%</td><td>66.7%</td><td>0.0%</td></tr>
<tr><td>図・説明共に
誤答
（13.9%）</td><td colspan="3">・30°の図・説明無回答（1 名）
・75°の図・説明無回答（1 名）
・240°の図＋理由とならない説明（1 名）
ほか全員（8 名）は図，説明共に無回答</td></tr>
<tr><td>図のみ正答 (2.5%)</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

この問題では，図示の方法も記述させたが，図，説明共に正答した割合は 68.4%であり, 300°を 360°－60°と捉える回答（360°を基準とするもの）と 180° + 120°と捉える回答（180°を基準とするもの）がほぼ半数ずつであり, 2 節で述べた質問紙調査でみられた全体の傾向と同様の反応がみられた。

さらに，正しい説明をしているが誤った角度を図示している解答（説明のみ正答）も同様に全体の 15.2%（誤答者の 60.0%）みられ，そのような児童の多く（66.7%）は，180°を基準に 300°を捉えるといった同様の傾向がみられた。

また，360°を基準とする正答の図の割合は，図 4-14 (約 50%）のほか，次いで図 4-15 (約

30%），図 4-16（約 18%）とする解答がみられたのに対して，180°を基準とする解答では，約 80%の児童が図 4-14 を示していることが明らかになった。

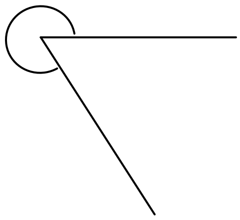


図 4-14

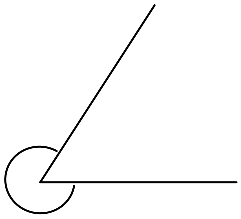


図 4-15

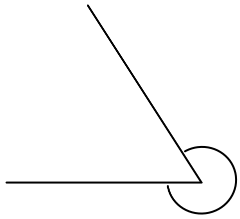


図 4-16

4.4.1.3 インタビュー対象児童の抽出

4.4.1.2 で述べたインタビュー対象者を抽出するために事前に実施した質問紙調査の結果，角とその大きさに着目，抽出することに関する困難性，角度を測定，図示する場面でも特に平角を超える大きさに対する困難性など，角とその大きさを数値化する前の段階から度数法により数値化する段階に至るまでの学習内容に対して十分に理解できていない児童が存在することが明らかになった。

そこで，インタビュー調査では，このような反応の背後にある，生徒の角とその大きさに対する捉え方を調べ，児童の困難性の要因を詳細に分析する。そのために，事前調査での反応を考慮した上で児童 8 名を抽出した。以下に，その 8 名の抽出方法を数値化後の問題に焦点を当てて述べる。

具体的には，度数法を用いた数値化後に関する問題として，分度器による角度の測定及び図示の問題（問題 3 及び問題 4）の反応をみる。解答の正誤に関わらず平角を超える大きさの捉え方の基準は主に二つ存在し，それらが児童の示す図に影響を及ぼしている可能性が予想される。そこで，正答者の解答に至る過程についてもインタビュー形式で調べ，平角を超える角に対する捉え方を測定および図示の両場面から探ることで，誤答者の捉え方と比較し，困難性の要因を解明する。

以上の目的を達成するために，数値化前の問題に対する反応も考慮した上で児童 8 名を抽出し，質問紙調査の約 1～2 週間後にインタビュー調査を行った。

表 4-12 に抽出した児童 8 名の数値化後の問題（図示及び平角を超える角の大きさに関する測定の問題）に対する反応を示す。例えば，児童 E は，測定に関する問題 3 では，330°は正しく測定しているが，255°を 285°と回答しており，さらに 300°の図示に関する問題 4 で

は，360°を基準に 300°を捉えた上で，図 4-14 を図示したことを表している。なお，表内の図 4-14 から 4-16 はそれぞれ向きの異なる 300°の図であることを示している（図 4-14～4-16，再掲。）

表 4-12　問題 3 及び問題 4 の反応（○: 正答　×: 誤答）

児童	問題 4				問題 3	
	図	説明	基準	300°の図	255°	330°
E	○	○	360°	図 4-14	285°	○
K	○	○	360°	図 4-15	○	○
A	○	○	360°	図 4-16	285°	○
N	○	○	90°	図 4-14	○	○
B	○	○	180°	図 4-14	○	○
Y	○	○	180°	図 4-14	85°	○
M	×	○	360°	240°	285°	○
S	×	○	180°	240°	○	○

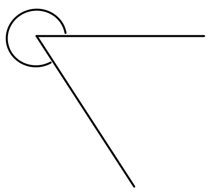


図 4-14（再掲）

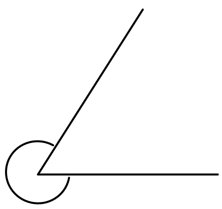


図 4-15（再掲）

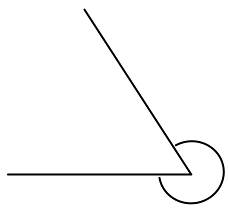


図 4-16（再掲）

例えば，児童 M は，360°を基準に 300°を捉えて図示する方法を正しく説明している一方で 240°を図示した。また，測定においては，330°は正答を得ているが，255°に対しては 285°と解答している。一方，児童 S は測定では全て正答を得ているが，児童 M と同様, 正しい説明の下で誤った角度を図示していた。さらに, 両者は, 相異なる基準で 300°を捉える一方で，同じ向きの 240°を示していた。このことから，角度を捉える基準と図示の関連性をみることができると考え，抽出した。

また，300°を図示する問題で図，説明共に正答を得ている児童 E，K，A，N，B，Y は以下のような理由で抽出した。その理由とは, 児童 E は 300°の図示は正答を得ているが，255°の測定を誤っていること，児童 K は 360°を基準に捉え全て正答していること，児童 A は 360°を基準に捉え図 6 を示すことで正答していること，児童 N は直角を基準に捉え

る傾向がみられたこと，児童 B は 180°を基準に捉え全て正答していること，児童 Y は他の問題は全て正答しているが，255°の測定のみ 85°と誤答していることである。平角を超える角度を捉える基準と図が個々に異なる正答者と誤答者の反応を比較することで，児童の 180°を超える角度に対する一般的な捉え方の傾向を把握すると同時に，誤答者が抱える困難性の要因を浮き彫りにできると考える。

数値化後の問題に関するインタビュー調査では，はじめに，255°及び 330°を再度分度器で測定させ，解答に至る過程を尋ねた。次に，問題 4 では，300°を図示する方法に関するインタビューの前提として，その場で 210°を図示する問題を与え，解答の方法を説明してもらった上で，300°の場合の反応を調べた。

なお，調査方法を検討するにあたり，児童 E と N，及び Y と S はペアに組み合わせ，残りの 4 名は単独で，1 人（1 組）あたり 30 分程度実施した。また，児童の誤りの修正，あるいは理解の深化を促進するために適宜，インタビュア（筆者）が指導的介入をした。

4.4.2 本調査の設計と実施

4.4.2.1 本調査における調査問題の設定

小学生を対象とする調査問題のうち，数値化後に関する問題は，測定値や角の開く向きを変更するに留まり，図 4-17 に示す，五つを測定させる問題，及び予備調査と同様の 300°を図示する問題を出題した。

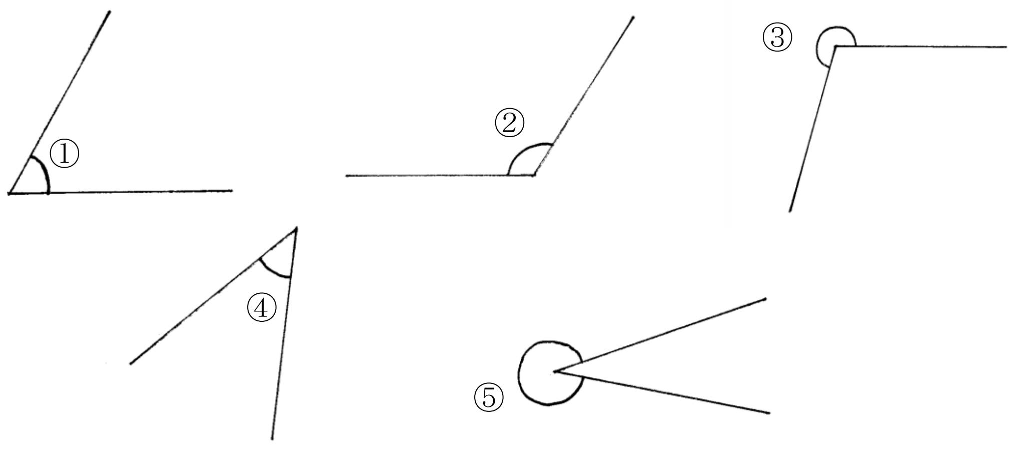


図 4-17　本調査における測定に関する調査問題

高校生（弧度法を学習済み）を対象とする調査問題については本章の 3 節で述べた質問紙調査の結果を踏まえ，調査問題を改良した。改良点は以下の二点である。第一に，範囲

の拡張に関する問題を削除したことである。450°回転を回答する問題は，①中学生は，360°を超える範囲の角を回転の大きさとして捉えることは学習していないこと，②高校生の正答率は 90%を超えており，回転の大きさとして角の大きさを捉え，360°を超える範囲に拡張することには困難を示していないこと，の二つの理由により排除した。また，凹四角形の外角に関する問題は，現行の学習指導要領の範囲外であり，外角の定義の拡張に関する学習者の認識に多角形に対する認識が影響を及ぼしている可能性が考えられため排除した。

第二に，弧度法に関する問題は同様の 2 問に加えて，1 ラジアンの大きさを分度器上に示す問題を出題した。3 章で実施した質問紙調査の結果，特にπを含まないラジアンによる表現に対する認識が十分でないまま，弧度法と度数法の相互の変換をしてしまっている生徒が多くみられたため，単位である 1 ラジアン自体に対する大きさを把握しているかどうかをみるために設定した。

以上，数値化後の問題に関わって，2 節及び 3 節での質問紙調査，及び 4.1 の小学生を対象とした予備調査の調査問題（調査問題Ⅰ）から本調査の調査問題（調査問題Ⅱ）に至る変更点，及び調査問題Ⅱの出題の意図を表 4-13 に示す。本調査では，小学校第 4 学年 22 名及び高等学校数学Ⅱ履修者 79 名（理系）を対象に，2009 年 10 月～12 月に，下記の問題を出題した。

表 4-13　本調査の調査問題

調査問題Ⅰ	調査問題Ⅱ	出題の意図
問題 3 （小・中）	（一部変更※） 問題 3（小）	（変更無）分度器を用いて角の測定ができるか。 ※測定値，角の向きを変更
問題 4 （小・中・高）	（変更無） 問題 4（小）	（変更無）分度器を用いて角の図示ができるか。
問題 5，6 （中・高）	削除	
問題 7, 8（高）	（変更無） 問題 5，6（高）	（変更無）弧度法の定義と有用性を理解した上で，弧度法による表現やその処理をしているか。
	（新規）問題 7（高）	

4.4.2.2　本調査における質問紙調査の方法と結果：小学生を対象に

はじめに，上記で設定した調査問題Ⅱのうち，小学生を対象とした度数法に関する問題の調査結果を述べる。様々な角度を測定する問題については，今回新たに追加した「255°を測定する問題」は，59%と四つの測定の中で最も低い正答率であり，85°または，285°とする誤答が多かった。一方，角を構成する半直線が下向きに開く 45°を測定する問題の正答

率は 95%であったのに対し,「330° を測定する問題」では, 54%に留まり, 主な誤答として 30° や 150° がみられた。これに対し, 180° 未満である 60° (100), 120° (72%) の測定の正答率の結果と比べ, 平角を超える大きさの角の測定に困難を示す傾向が顕著にみられた。

また,「300° を図示しその方法を説明する問題」では, 図, 説明共に正答した割合は 63% であり, そのうち 6 割が 180° を基準に, 4 割が 360° を基準に説明していた。これまでの質問紙調査でみられた傾向と同様に, 180° 基準に図示する方法は正しく説明する一方で 240° を図示する解答が多くみられた。

4.4.2.3 本調査における質問紙調査の方法と結果:高校生を対象に

次に, 高校生を対象とした本調査の結果を述べる。調査問題は, 弧度法に関前回と同様の弧度法に関する調査問題であり, 3 節において実施した質問紙調査の 2 問に加え, 1 ラジアンの大きさを分度器上に示す問題を出題した。以下に各問題の調査結果を述べる。

問題 5 (弧の長さと角の大きさが等しい値 θ をとる問題) の正答率は 50.6%であり, 前回の質問紙調査と同様, 文字 θ に対する捉え方や度数法との区別の困難を示唆する誤答がみられた。そのほか, 円周率 π と π ラジアンの各々の意味の把握に困難を示す回答も誤答の一つにみられた。

問題 6 (扇形の半径, 弧の長さ, 中心角の大きさの関係を調べる問題) の正答率は (1) は 51.9%, (2) の完全正答率は 33.8%であった。この問題においても前回の調査と同様に, (1) では, ラジアンの意味を把握できず, 数値や視覚的判断に捉われてしまう反応がみられた。また, (2) では, 正答のどちらか一方 (イまたはウ) を選択する者が半数以上みられ, その多くは誤答の選択肢も伴った解答をしていた。特に,「オ 半径 1, 中心角 θ/2 の扇形」を選択する誤答が最も多かった (23.4%)。

今回の質問紙調査で新たに加えられた問題である, 問題 7 (1 ラジアンの大きさを分度器上に示す問題) の正答率は 16.9%であったが, 弧度法の定義に基づいて解答理由の記述をしている解答は少数であり, 授業での学習経験を根拠とした解答も少なからず存在した。

また, この問題では, 180° の位置を指す誤答が最も多く (48.1%), 続いて 90° (23.1%) の位置を指すものもみられた。彼らの反応から, π ラジアンあるいは sin1 と 1 ラジアンとを混同している可能性が考えられる。さらに, 60° の位置を 1 ラジアンとする誤答も存在し (13.5%), 1 ラジアンの意味を長さの比から捉えるが, 正三角形を拠り所に, 半径の長さと等しい弧の長さを抽出していることが予想される。

4.4.2.4 インタビュー対象児童の抽出

本調査では，予備調査の反応及び本調査で改良した問題の主旨に基づいて，度数法による数値化後の問題に関するインタビュー対象児童を抽出する方法として，以下の点に留意した。

はじめに，度数法を用いた数値化後に関する問題として，まず，測定の問題については，新たに加えた 255° の測定及び前回から出題している 330° の測定に困難を示す児童を抽出し，彼らの 180° を超える角度の捉え方をみることとした。また，図示の問題については予備調査と同様に，解答の正誤に関わらず平角を超える大きさの捉え方の基準は主に二つ存在することを考慮し，基準と実際に図示されたものの関連性が解明できるよう，180° 基準の正答者と誤答者，360° 基準の正答者と誤答者を抽出した。予備調査では把握することに限界のあった要因を角度の測定および図示の両場面から詳細に探る。

以上の目的を達成するために，数値化前の問題の反応を考慮した上で児童 8 名を抽出し，質問紙調査の 1～2 週間後にインタビュー調査を行った。表 4-14 に 8 名の質問紙での反応を示す。なお，児童 D と R，及び児童 X と C はペアに組み合わせ，残りの 3 名（児童 U，T，G）は単独で，1 人（1 組）あたり 30 分程度実施した。より詳細に困難点の要因をみるために，児童 U 及び T は問題 1，2，4 を，児童 G は問題 1，2，3 を，児童 D と R については問題 3 の測定のみ，児童 X と C については問題 4 の図示のみに絞って尋ねた。また，児童の誤りの修正，あるいは理解の深化を促進するために適宜，インタビュア（筆者）が教授的介入を行った。

表 4-14 問題 3 及び問題 4 の反応（○: 正答 ×: 誤答）

児童	問題 4				問題 3				
	図	説明	基準	300° の図	60°	120°	255°	45°	330°
U	○	○	180°	図 4-14	○	○	○	○	○
T	○	○	360°	図 4-14	○	○	○	○	○
G	○	○	180°	図 4-14	○	○	155°	○	○
D	×	○	不明	240°	○	60°	75°	○	180°
R	○	○	180°	図 4-14	○	60°	○	120°	30°
X	×	○	180°	240°	○	○	155°	○	150°
C	×	○	180°	240°	○	○	○	○	○

例えば，児童 U は，問題 3 の測定に関する問題は全て正答し，問題 4 の図示に関する問題では，180°を基準に 300°を捉えた上で，図 4-14 を図示していることを表している。

4.4.2.5 インタビュー対象生徒の抽出

本章の 3 節で述べた量的手法による質問紙調査では，ラジアンの意味の理解に関する困難性，文字 θ や円周率 π に関する数学的な表現の処理上の困難性など，弧度法を十分に理解できていない生徒が存在することが明らかになった。

インタビュー調査では，このような反応の背後にある，生徒の弧度法に対する捉え方を調べる。そのために，事前調査での反応を考慮した上で生徒 5 名を抽出した。以下にその 5 名の抽出方法を述べる。

表 4-15 から表 4-17 は，質問紙調査での弧度法に関する問題計 3 問の 5 名の解答状況である。なお，問題 5 及び問題 6 の記述の解答は，割合の多かった解答を中心に，内容に応じて複数の類型に分類した。

表 4-15　抽出した生徒の問題 6 における反応

生徒	解答類型
G	× 文字 θ の捉え方
K	× π（円周率）との混同
N	× 文字 θ の捉え方
O	× π（円周率）との混同
Y	○ 度数法に換算

表 4-15 内の「文字 θ の捉え方」とは，θ ラジアンと θ°を混同しているとみられる解答，「π（円周率）との混同」とは，π ラジアンと円周率 π を混同しているとみられる解答を意味する。

また，表 4-16 内の（2）は，イとウが正解であるため，そのどちらか一方のみ選択している場合，あるいは正解の選択肢と誤りの選択肢を組み合わせて解答しているものには△印をつけた。

表 4-16　抽出した生徒の問題 5 における反応

生徒	（1）	（2）
G	○	△（ア，㋒，オ）
K	○	○（㋑，㋒）
N	×（3rad）	△（ア，㋑）
O	○	×（エ）
Y	○	△（㋒）

表 4-17　抽出した生徒の問題 7 における反応

生徒	解答類型
G	×60°（正三角形の辺と弧長との混同）
K	○　（1 ラジアンの意味と度数法）
N	×180°（1π ラジアンとの混同）
O	無回答
Y	○180÷3.14（度数法）

表 4-17 は，例えば生徒 G は，60°を指す目盛りを 1 ラジアンの大きさを示す目盛りとして解答しており，扇形の半径を 1 辺とする正三角形の辺の長さと中心角に対する弧の長さが等しいことを理由としていることを示している。

5 名の抽出の観点は次の通りである。生徒 G 及び N は両者とも文字 θ に対する捉え方に誤りがみられる一方で，他の問題の解答には違いがみられる。例えば，生徒 G は，問題 5 で 1 ラジアンを選択し正答するが，問題 7 では半径に等しい弧ではなく弦を取り，1 ラジアンを 60°の位置に示している。これに対し生徒 N は，「180°＝π ラジアン」は把握しているが，問題 6 および問題 7 とも誤答し，1 ラジアンの意味を理解しないまま弧度法による表現を用いている可能性が高い。両者の比較を通して，1 ラジアンと文字 θ の認識に関連性がみられるかどうかを調べる。

同様に，生徒 K と O は円周率 π と π ラジアンの意味を混同している傾向がみられる。彼らは，式内の前半にある π を円周率（3.14），後半の分数に含まれる π を角度（180°）として認識しているのである。その一方で，彼らの他の問題に対する解答は異なる。すなわち，生徒 K は問題 5 および問題 7 についても正答している。

また，問題 7 の記述において「1 ラジアンは半径と弧の長さが等しい」という表現を用いていることから 1 ラジアンの定義を正しく捉えた上で，度数法へ変換しているものとみられる。これに対し O は，問題 5 の（1）は正答しているが（2）は誤答，問題 7 は無回答である。インタビュー調査を通して，彼らのラジアンに対する捉え方を把握する。

最後に，問題 5 の（2）を除き全ての問題を正答している生徒 Y は，問題場面を度数法の場合に置き換えて理由を説明する傾向がみられた。度数法との変換に関する他の生徒の反応と比較することを通して，度数法と弧度法を区別する過程を把握できるとともに，困難点の要因を浮き彫りにし，学習者の立場から弧度法に関する学習指導上の課題を明らかにする。

第 5 節　度数法の適用に関する困難点とその要因

本節では，予備調査及び本調査でみられた度数法による数値化に関する問題に対するインタビュー調査での児童の反応を分析し，困難性の要因を解明する。はじめに，予備調査での任意単位による角の大きさの測定に関するインタビュー調査でみられた分度器と普遍単位による測定の有用性に対する認識の欠如を述べる。次に，予備調査及び本調査の両場面でみられた角度の測定と図示に関する困難性を二点議論する。一点目は，半直線の開く向きに応じて測定することに関する困難性であり，二点目は，180°を超える角度の測定と図示に関する困難性である。

4.5.1　分度器と普遍単位による測定の有用性

4.5.1 では，予備調査での角度の測定の問題に対して，任意単位による測定を行った際の児童の反応の分析を通して，分度器の有用性の認識に関する学習上の困難点の要因を明らかにする。

量とその測定に関する学習指導は，測定対象に相応しい単位とその単位による測定の意味を理解することをねらいとしている。そして，「測定指導の四段階」では，「普遍単位による測定」に至る前提として，測定対象と同種の任意の大きさを単位に数値化する「任意単位による測定」が設定されている。「任意単位による測定」では，測定に適切な大きさの単位を探究し，それらを用いて数値化することを通して，普遍単位の必要性が認識されることをねらいとしている。

分度器は，任意単位による測定活動に続く普遍単位の導入場面において導入されるが，長さの測定器具である定規や重さの測定器具であるはかりと比較すると，日常生活で用いる機会は少ない。従って，その構造を普遍単位による測定の意味である 1°を単位として数値化することと関連付けて理解することに困難を示すことが予想される。

さらに，この単位と測定値の関連付けを把握することを通して，定規やはかりと同様に，測定器具として分度器を捉えられるようになるだけでなく，分度器の有用性の認識も培われることが期待できる。すなわち，分度器の有用性の認識を調べることによって，単位と測定の意味理解も同時に図ることができると考えられる。

そこで，予備調査では，はじめに小学生を対象に様々な角度を測定する問題（60°，120°，255°，45°，330°）を出題した。次に，インタビュー調査では，任意単位（扇形の中心

角，三角定規）で問題 3 の角度（120°）と筆者が用意した角度（135°）を測定させ，分度器による測定場面と比較させた。なお，扇形については，中心角が 30°，45°，60°の 3 種類（値は書かれていないもの）を複数用意した。

その結果，普遍単位による数値化の必要性は認識しているが，分度器の有用性は十分に認識していない児童がみられた。例えば，以下のプロトコルにみられるように，児童 M と児童 K は，分度器を用いた測定はできるが，数値計算に対する各自の捉え方に影響され，分度器の構造と普遍単位により数値化された表現を関連付けて分度器の有用性を認識している様子はみられなかった。

（児童 M の反応）

115.I:今測ってもらった 135°なんだけど，いま，この三つの図形（3 種類の扇形）を使ったのと，三角定規で測ったやつと，最後分度器で測ったのと，どれが一番わかりやすかった？大きさを調べるのに。
116.M:三角定規。
117.I:三角定規？どうしてそう思った？
118.M:<u>三角定規はちゃんと三角のところが何度とかだからそれを足せば，分度器みたいに何度とか目盛りがなくて読みやすいから。</u>
119.I:<u>うん，分度器は目盛りがあるから読みにくい？</u>
120.M:<u>うん。</u>
121.I:これ（扇形）はどうしてやりにくいと思った？
122.M:<u>角度とかないし…</u>

（児童 K の反応）

174.I:この角の大きさを，この扇形を使って測るのと，三角定規を使って測るのと，分度器を使って測るのと三つやってもらったんだけど，どれが大きさだけ知るときにどれが一番わかりやすかった？
175.K:<u>［分度器を手に取りながら］分度器。</u>
176.I:分度器？うん，それは？
177.K:…
178.I:うん，じゃあ，こっち（三角定規）は何が面倒くさかった？
179.K:…こっち（三角定規）はなんか，いちいち，<u>どこが 45 とかそういうのを考えて，足して，考えないといけないから。でも，分度器は線が当たってるところをみただけでわかるから。</u>
180.I:そっかそっか。じゃあ，この扇形のこれはどこが面倒くさかった？
181.K:<u>角度がわかんない。</u>

上のような反応がみられた一方で，児童 B は児童 M と同様に三角定規を 120°の測定に適した道具として選択するが，筆者が 120°ではない測定場面を与えた結果，繰り返し用いる場面や測定できない場面を例に，任意単位による測定の限界と分度器の有用性に関する説明を以下のように述べた。

94.I: うん，そっか。うん，じゃあね，いま，三角定規しかないときと分度器があるときってこれ（三角定規）しかなかったときってどう思った？
95.B: こっち（三角定規）の方が何度って正確に，っていうか，こっち（分度器）だと目盛りがいっぱいあってこうして長さが足りない時とかできなくて，でもこっち（三角定規）だと 30°とか 60°とか 90°とかわかるので，こっちの方がわたし的には使いやすかったかも。
96.I: そっか，この角（120°）を測るのには，かな？それじゃあ，これ（三角定規）しかなかったら，...んっと，じゃあ，これ（分度器）の方がいいよっていうことってある？これしかないとき。
97.B: こういう問題（330°の測定）のときは，これ（三角定規）じゃやりづらいかなって。
98.I: うんうん。
99.B: うんと，もしかしたらこれとこれ（2 種類の三角定規）だけじゃ測れないときもあるし，そういうときに使える。

この反応から，児童 B は，遍単位による数値化と分度器の構造が関連付けられておらず，角の学習において単位と測定の意味を十分に理解できてないとみられる。一般に，小学校における角の学習では，分度器による測定後に三角定規による測定がなされるが，普遍単位導入後の測定場面における三角定規の使用が単位の理解を妨げる可能性がある。

4.5.2 半直線の開く向きに応じた分度器による角の測定

本項では，本調査で主に角度の測定を中心にインタビュー調査を行った児童 R の反応から，半直線の開く向きに応じて数値を読み取る目盛りを区別すること，また分度器の置き方を変えた上で数値を読み取る目盛りを区別することに関する困難性と要因を分析する。本調査での角度の測定に関する問題は図 4-18 の通りである。

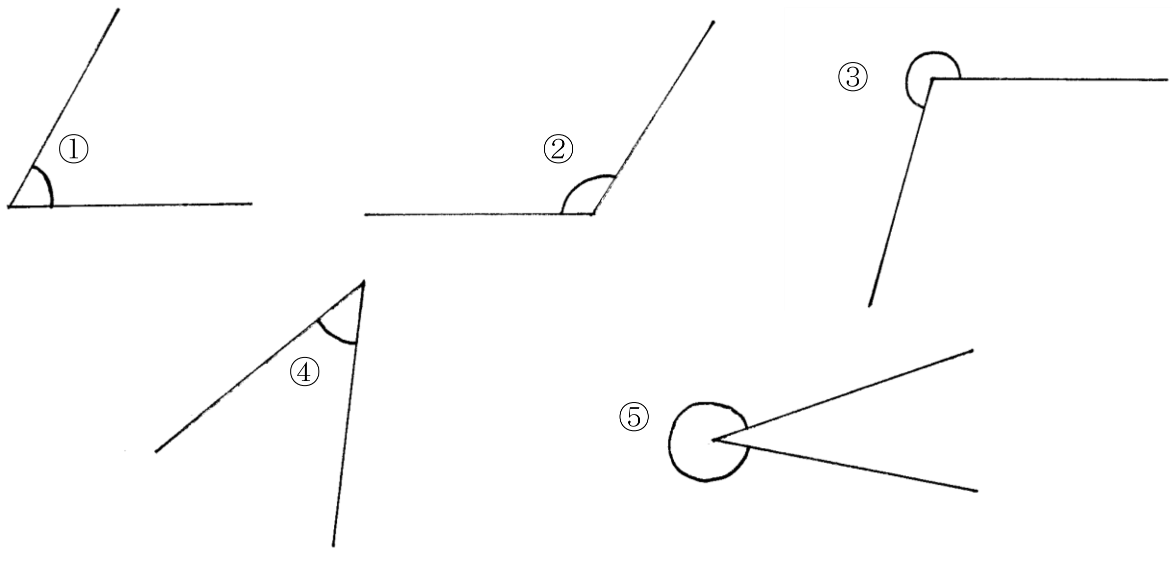


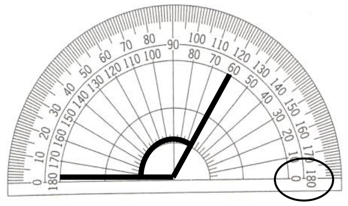
図 4-18（図 4-17 再掲）

この五つの測定に対し，児童 R は①と③は正解するが，②を 60°，④を 120°，⑤を 30°と回答している。

4.5.2.1 一辺が水平な鋭角と鈍角

一般に，わが国で用いられる半円分度器には左回りと右回りの 2 方向の目盛りが示されているが（図 3），角を構成する一方の水平な半直線を基線と捉え，左回りの目盛りに従って数値を読み取る学習場面が多い。実際，120°（②）を 60°と誤答している児童 R のインタビュー（D とペア）では，②の解答に至る過程を調べるために再度測定させることから始めた。その結果，二辺の開く向きに応じた目盛りの選択に関する困難性がみられた。

16.R:うんと，D くんと同じでまず，辺の所に合わせて，あの，角度を測ったら。
17.I:うん，どこの目盛り読んだ？
18.R:ここ。［120 または 60 の目盛りを指す］
19.I:うん，二つ数字あるよね，上と下と。
<u>20.R:下の方（60）で読んだ。</u>
21.I:うん，それはどうして？
22.R:うーん…。
23.I:どこが 0 だと思った？
<u>24.R:こっち（右回りの目盛りの 180 を指す）。</u>



上のように，児童 R は，頂点の右から出る水平な線分を基線とし（22，24），左回りの目盛りに従って測定した。そこで，筆者は，②の基線の確認を促すための介入を以下のように試みた。

35.I:角度って何度から始まるんだっけ？
<u>36.R:この 0 から 180 まで［左回りの目盛りの 0 から 180 までをなぞる］。</u>
37.I:うん，そうだよね，そうすると 0 に合わせなきゃいけないよね，もとの線を。すると，上と下の目盛り，どっちの目盛りで読んだらいいかな？もとの線がここのまっすぐな線だとしたら，上と下とどっちの目盛りで読んだ方がいいと思う？
38.D:上（右回り 120°）？
39.I:R くんはどう？
<u>40.R:下（左回り 60°）。</u>

上の反応にみられるように，児童 R は，下側の目盛りが 0°から 180°まで左回りに付けられていることを認識している一方で，頂点の右から出る②の水平な線分を基線に右回りの目盛りに従う場合を認めることができなかった。実際，このインタビューの後，60°（①）の測定方法を尋ねた結果，頂点の右から出る①の水平な線分を基線に左回りの目盛りに従っ

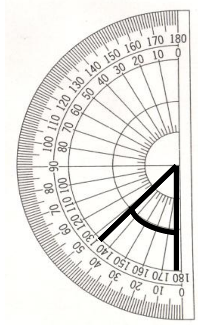
て 60°を抽出することを説明した。そこで，回転の大きさとして捉える立場から基線の位置を強調する介入をした上で，②の測定方法を再び尋ねた結果，児童 R は，解答を次のように修正した。

63.I:うん，はじまりの線は 0 なんだねっていうことは，②は上と下とどっちの目盛りで読んだらいいかな？
64.R:［②を再度測り直す］
65.I:はじまりの線が 0 だよ。
66.R:上？
67.I:うん，そうだね。そうすると②って何度になるかな？
68.R:120？

4.5.2.2　二辺が水平でない鋭角

角を構成する二辺の一方が水平な場面に続いて，二辺が共に水平でない角度の測定場面（④：45°）に関するインタビュー調査を行った。その結果，4.5.2.1 での介入では児童 R に②の解答を修正する様相がみられたが，測定対象に応じて基線と目盛りを選択することに適用するには至らず，次のように④の測定方法を説明した。

75.R:135°？
76.I:ん？どうやってやった？
77.R:ここに合わせて測った。［一方の線が水平となるように紙を回転させ，分度器を水平に用いる（右図参照）］
78.I:うん，どこの目盛り読んだ？
79.R:ん，ここ。［下の目盛りを指す］
80.I:あ，下？うんうん，はじまりの線はどこ？
81.R:ここ［左側の 0 の目盛りをなぞる］。
82.I:ああ，はじまりの線って何度なんだっけ？
83.R:0°。
84.I:うん，っていうことは上と下の目盛りどっちで読んだらいいのかな？
85.R:下。



このように，児童 R は，分度器を縦に置き，辺と 0 の目盛りを合わせた上で，質問紙では 120°としている解答を 135°に変更した。②での介入による「はじまりの線は 0」を認識する一方で，左回りの目盛りに従って「はじまりの線」を捉え，45°の補角にあたる大きさを抽出していることが明らかになった。

4.5.2.3　目盛りの選択における基線に対する認識

角を構成する二辺が様々な向きに開く角度の測定に関する児童 R の困難性を分析した結果，その全ての場面に共通して，基線に対する児童 R の認識が関わっていることが明らか

になった。すなわち，児童 R は，測定対象である角の大きさや，二辺が開く向きに依らず一貫して，頂点から右に出る水平な線分として基線を認識していた。

例えば，図 4-19 に示す②（120°）は，角を構成する一方の辺は水平な鈍角である。

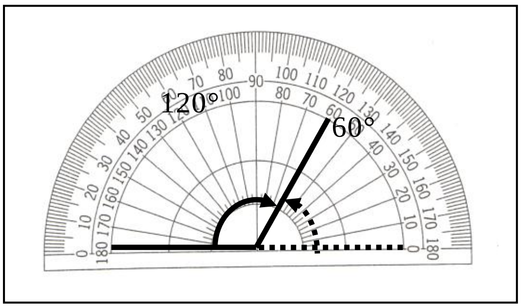


図 4-19　水平な鈍角の測定

児童 R のように水平に分度器を置く場合には，水平な線分を基線と捉えた上で右回りの目盛りの 0°を合わせ, 右回りの目盛りに従って 120°の大きさを抽出することが考えられる。ところが，前頁の反応にみられるように，児童 R は，角を構成する水平な一方の辺ではなく，左回りの目盛りの 0°を基線と捉えた上で（図 4-19 点線），左回りの目盛りに従ってもう一方の辺までの大きさを抽出している（図 4-19 点線矢印）。

同様の反応は, 図 4-20 に示す, 角を構成する二辺ともに水平でない場合の鋭角（④: 45°）においてもみられた。

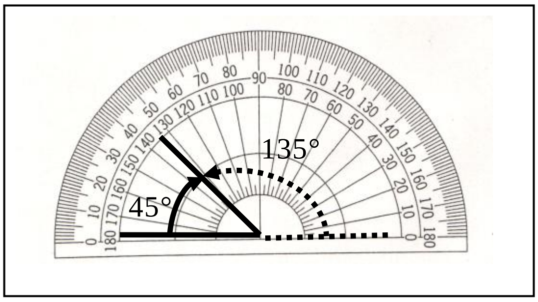


図 4-20 水平でない鋭角の測定

すなわち，児童 R は④を測定する際，図 4-19 のように縦に置き直した分度器を水平にするために，解答用紙を回転させ，図 4-20 の状態での測定を試みている。従って，右回りの目盛りの 0°を基線と捉え，その目盛りに従って 45°を抽出することが考えられる。ところが，児童 R は，角を構成する水平な一方の辺ではなく，頂点の右側にある水平な左回りの 0°の目盛りを基線と捉える認識しているため（図 4-20，点線），その目盛りに従って 135°を抽出しているのである（図 4-20，点線矢印）。

本調査では，二辺が共に水平でない鈍角を測定する問題は設定していないが，そのような場面においても，上記と同様に基線に対する認識の影響による困難を示すと予想される反応が，①～③と同時に出題した 180°を超える角度（⑤：330°）を測定する過程から窺えた。すなわち，児童 R は質問紙において，図 4-21 の左図の角度（⑤）を 30°と解答するが，インタビュー調査では，150°に解答を変更し，その方法として初めに辺 AB を延長させ，図 4-28 の右図のように分度器を置くことを説明する。

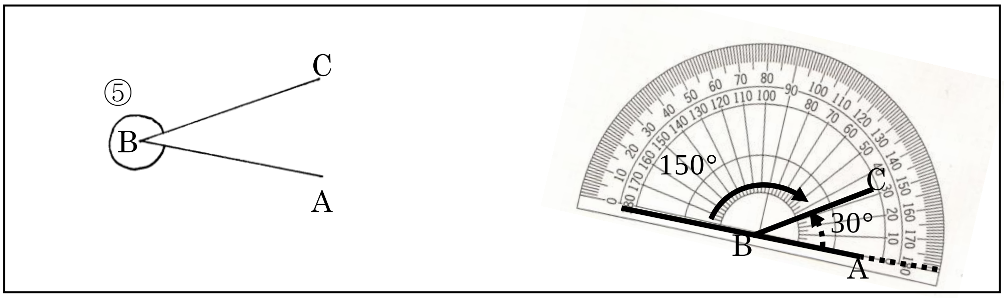


図 4-21 水平でない鈍角の測定

続けて児童 R は，測定対象の誤りを理由に解答を訂正したことを述べ（図 4-29，141・143），辺 AB の延長線によって分割された⑤の上部（150°）を新たな測定対象として捉えている。すなわち，図 4-21 の右図に示す 150°を測定するためには，②と同様，延長線を基線と捉え，右回りの目盛りに従って大きさを抽出することが予想される（図 4-21，実線矢印）。ところが，その方法を説明する過程において，児童 R には 150°の頂点の右側にある左回りの目盛りの 0°（図 4-21，点線）を基線と捉えた上で，右回りの目盛りに従って 150°を抽出している反応がみられた。

141.R:まず，線に合わせて，［下側の辺をなぞる］そして，ここの角度を測るんだから，ここの角度だとちっちゃくなっちゃうから…［30°を指す］。
142.I:ちっちゃくなっちゃう？どこが？
143.R:ここ，ここの［鉛筆で 30°にしるしをつける］ここの角度は 30°で，だけどここの角度［上から下に向かって 330°の弧を描く］を測りたいから…。
144.I:そう，そこの部分を測りたいんだよね。だから，どこの目盛りを読んだ？
145.R:上。
146.I:上，うん。はじまりの線はどこ？
147.R:ここ？［下側の辺（左回りの 0）をなぞる］
148.I:ここ？で，上（右回り）の目盛り読んだの？
149.R:うん。

これらは 180°を超える角度の測定場面であるが，180°未満の測定場面と同様に，150°の頂点の右側にある水平な左回りの 0°の目盛り（図 4-21，点線）を基線として認識して

しまうことが，180°を超える角度の測定活動にも影響を及ぼす可能性を示唆している。換言すれば，本調査によって解明された，児童 R の基線に対する認識が角度の測定に影響を及ぼす範囲は，構成する辺の向きに依らない 180°未満の測定場面にとどまるが，180°を超える大きさの範囲まで拡張され得るのである。

その一方で，R の基線に対する認識は，①（60°）のように，左回りの目盛りに従い，一方の辺が水平な鋭角を測定する場面では誤答を招く可能性は低い。なぜなら，①のような場合，角の頂点の右側にある水平な左回りの 0°の目盛り（図 4-22，点線）と①の水平な辺が一致するからである。実際，教科書において，分度器を用いた測定方法が導入される際には，図 4-22 のような方法による測定場面が頻出している。従って，本稿で着目した R による事例に窺えるように，角度の測定に関する学習経験は，基線に対する児童の認識の固定化に少なからず影響を及ぼすことが考えられる。

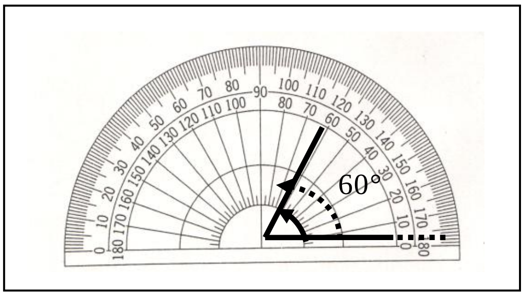


図 4-22 水平な鋭角の測定

4.5.3 180°を超える角度の測定と図示

予備調査及び本調査の結果，180°を超える角度の扱いに困難を示す傾向が児童にみられた。このことは，従来の研究においても断片的に指摘されてきているが，質問紙調査で解答に至る過程（300°の図示の方法）を記述させた結果，説明のみ正答し 240°を図示する誤答が最も多く，その背景に 180°，または 360°を基準に 180°＋120°や 360°－60°を捉え，＋120°や－60°を回転の向きを考慮して図示することに対する困難性が存在することが新たに予想された。そこで，予備調査及び本調査の 2 回のインタビュー調査を通して，児童の正答や誤答の根底にある認識を一層詳細に把握する。

4.5.3.1 180°を超える角度に対する正答者の捉え方

一般に，分度器には左回りと右回りの 2 方向の目盛りが示されているが，角を構成する一方の半直線を水平方向に回転の始線と捉え，左回りの目盛りに従って数値を読み取る場

面が多い。

予備調査では，誤答者の反応と比較・検討するために，測定及び図示に関する問題の正答者も対象者の一部に抽出し，解答に至る過程を説明させたが，実際，測定と図示の両場面の全てにおいて 360° を基準に捉え，正答を得ている児童 K は，例えば 255° の測定と 210° の図示の方法を以下のように説明した。

（255° の測定）
124.I:うん，それで 255°っていうのはどうやって出したの？
125.K:360，一回りが 360°だから，ここが 105 ってわかったから，360 から 105 を引いて 255°になりました。
（210° の図示）
190.I:線を引いて，うん，150°って，ここが 0 だとしたらどこまでかな。
191.K:［上向き，左回りの 150°の目盛りを指し，150°を描く］。
192.I:うん，そうすると，どこからどこまでが 150°になる？
193.K:［150°を指す］
194.I:うんうん，そうすると 210°ってどこになる？
195.K:［210°を指して］ここ？

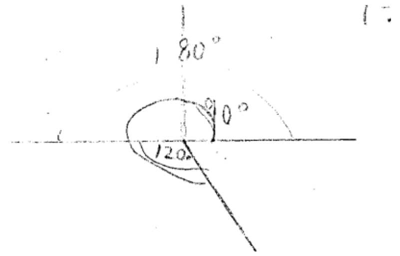

児童 K の解答

まず，255° の測定では，下向きに分度器を用いて 105° を測定後，基準の 360°が表す線分を 0° と捉え直した上で，左回りの 360° から右回りの 105° を除く方法で解答を得たことを指で弧を描きながら説明した。同様に，210° の図示の説明においても左回りに測定した 150° の優角の大きさに相当する 210° は，150° と同方向の回転の大きさであることを，指を用いて説明した。

一方，測定と図示の両場面において，180° を超える角度を 180° を基準に捉えている児童 B は，210° を図示する方法の説明において，180° の前後で分度器の向きを変える際に左回りの 180° の目盛りを再び 0° と捉え直し，30° を加えているとみられる発言をした。その場面では，30° の大きさを表す弧を 180° と逆向きになぞり，180° と同じ向きを持つ回転の大きさとして捉えている様子はみられなかった。

ところが，300° の図示の方法を説明する場面では，210° の場合と同様に分度器の向きを変えて測定した 120° の大きさを 180° と同じ向きを持つ大きさとして捉えていることを，0° から 300° に至る弧をなぞりながら説明した。以下にこの場面のプロトコルと児童 B の解答を示す。

105.B:180°をまず書いて…180°に，210°は 180°に何度足せばいいか考えて，それで 30°だったから，30°を足して。
106.I:うん，そっか。うん，じゃあ，同じように 300°もどうやって描いたか説明できる？
107.B:180°を描いて，引いて，120°だったから，こっちで 120°出して描いた。



このように，予備調査のインタビュー調査では，測定・図示ともに正答している児童の 180°を超える角度を捉える特徴として，以下の二点が明らかになった。

一点目は，彼らの角度を捉える基準は測定及び図示に関する問題間で一貫して変化していなかったことである。二点目は，個々の問題の解答に至る過程では，角度を捉える基準の値に依らず，その基準から加減する値を予め式を用いて算出し，分度器の向きの変化に応じて基準の値を表す水平な線分の目盛りを 0°に置き換えて測定し，全体の大きさを抽出していたことである。このような困難点は，向きを持つ回転の大きさとして角の大きさを捉える児童の認識が正答に至る過程でみられた。

4.5.3.2 角度の抽出における基準の変換

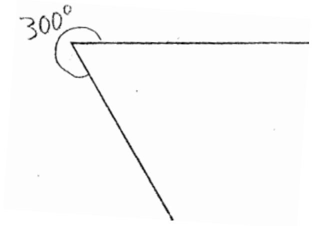
予備調査では，正答者の捉え方と同時に誤答者の捉え方をも調べた。その結果，正答者と誤答者の 180°を超える角度に対する捉え方の比較を通して解明された困難性の一つに，児童が 180°を超える角度に対して持つ基準を場面に応じて変換することに関する困難性がみられることが明らかになった。

そこで，本調査ではこの困難性をより詳細に調べるために，質問紙の記述解答から同様の傾向を示し誤答しているとみられる児童のみを抽出し，解答の背後にある彼らの認識を調べる。4.5.2.2 では，予備調査及び本調査の 2 回のインタビューを通して，180°を捉える基準を 360°から 180°へ変換することの困難性，180°から 360°へ変換することの困難性の順に議論する。

（1） 360°から 180°への基準の変換による困難性

児童 E は，210°と 300°の図示，及び 330°の測定の問題においては，全て 360°を基準に捉えていた。例えば，300°を図示する方法の説明に関して，基準から除くための値（60°）を予め式を用いて算出後に分度器を下向きに用い，左回りに捉えた 360°を再び 0°と捉え直した上で，右回りの目盛りに従って読み取った 60°を除いているとみられる

発言を以下のように述べた。



157.E:ここ（紙）に同じような（水平な）線を引いて，ここは 300°だから，全部で 360°だから，360°から 300°を引いて 60°で，［分度器を下向きに置いて］ここから 60°を引いて 300°。
158.I:うんうん，ここは 360 から 60 引いたっていうのは頭の中でやった？
159.E:引くのは頭の中でできるから暗算でやった。
160.I:で，60°だけ描こうと思った？
161.E:うん。

一方，児童 E は，255°の測定に対してのみ 180°を基準に変換して捉えていた。しかし，分度器を下向きに用いて基準の 180°から左回りに 75°を読み取った後に，基準を再び 360°に変換してしまったために，285°を抽出しているとみられる。

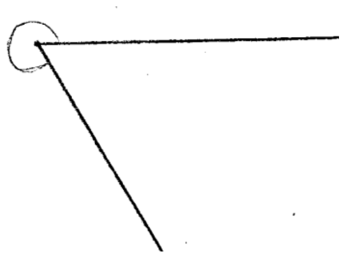
92.I:うん，じゃあ，E さんはどういう風にしてやった？
93.E:最初にここに 180°の線を引いて，それで置いて測ったら。
94.I:どこの目盛り読んだ？
95.E:［下向き上側 115°の目盛りをなぞる］ここ［75°を指す］。
96.I:ああ，うんうん。
97.E:それで，全部で 360°だから，引いて 285°。
98.I:そっか。えっと，［下向きに分度器を置く］ここ（水平線）が 180°ってして，ここ？［下向き上側 105°の目盛りをなぞる］ここが 75？
99.E:うん。

上記のような解答に至る過程に関して児童 E は，分度器の目盛りの数字を指しながら説明したが，指で弧を描くなど，基準の値や下向きに取った 60°及び 75°を相異なる向きを持つ回転の大きさとして認識している様子や発言はみられなかった。

予備調査でのインタビュー調査の結果，180°を超える角度に対する困難性の背後には，角度を捉える基準を場面に応じて変換することに関する困難性があることが明らかになった。そこで，より困難性を詳細に調べるために，本調査では，ペアインタビュー形式であった児童 D と R には測定及び図示の問題において，その他の児童 5 名（児童 U，T，G，X，C）には図示の問題において，はじめに自らの基準で方法を説明させた後に，もう一つの基準を用いてもできるかどうか，その方法と実際を確かめた。

上記 7 名の児童のうち，児童 T には，質問紙での解答当初から 360°を基準に捉える傾向がみられた。以下は，児童 T が 360°を基準に 300°を図示する説明をする場面と児童 T の示した 300°の図である。

173.T:頂点から線を引いて，直線をひいてから…。
174.I:ああ，ここ（上）の直線をね。うんうん。
175.T:引いて，定規，あ，紙を裏側（逆さ）にして，[分度器を上向きに使う］分度器で 60°のあたりをやって。
176.I:どこが 60°になる？
177.T:ここが 60°で［上の目盛りの 60 を指す]。
178.I:うん，どこからどこが 60°になる？
179.T:ここ（0）からここ（60）[時計回りになぞる]。で，300°だから，これ全部合わせて 360°だから，[基線をなぞる］180°を使って, 60°を使えば, 300°になるから。

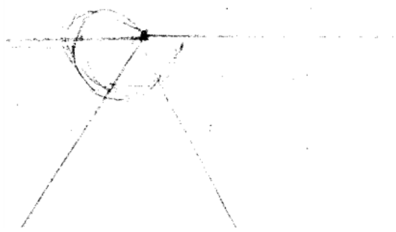


筆者は，上の直後，360°－60°の意味を，向きを持つ回転の大きさとして説明できるかどうか尋ねた。さらに，線分を表す一点を中心に回転する 2 本の棒を与え，360，60，300 を実演できるかどうか尋ねた。その結果，いずれの場面においても，正しく向きを持つ回転の大きさとして説明することができた。

182.I:あぁ，そこが 300°ね。はい。わかった。でね，T 君ね，ここで 360－300＝60 って式描いてくれてるよね。360 ってどこ？
183.T:この…。[弧をなぞる]
184.I:うん，どこからどこ？はじめの線は？
185.T:ここ（水平な線分）から，こう［反時計回りに 1 周指で弧を描く]。
186.I:うんうん。で，300°っていうのはどこ？どこからどこ？
187.T:ここ（水平な線分）からここ（300°の線分)。
188.I:うん，で，60°っていうのは？
189.T:60°は，ここ（基線を延長した線分）からここ（300°の線分)。[その後，60°の間をなぞる]
190.I:うんうん，始まりの線はどこ？
191.T:始まりはここ（基線)。
192.I:そっか。じゃあ，今の説明をこの棒を使ってできるかな？
193.T:うーん，まず，頂点からこうまっすぐして。[2 本の棒を重ねて基線を表す]
194.I:うん，360 っていうのは？
195.T:ここ（基線）からこうやって。[反時計回りに 1 回転させる]
196.I:うん，ぐーってやって。で？
197.T:それで，それから 60°，360 から 60 を［時計回りに 60°回転させる]。
198.I:おお。そこは戻るの？
199.T:60°をこうやって［60°の線をなぞる］そうして，300°になる。

上記の説明から，児童 T は式の意味及び描いた角度を回転の大きさとして捉えている様子がみられる。そこで，この直後に，180°を基準に 300°を図示する方法を説明できるかどうかを児童 T に尋ねた。

203.T:僕は律子さんの考えの班だった。(律子さんの考え：180°基準)
204.I:そうだよね，T 君，律子さんの班だったよね。うん，じゃあね，律子さんのやり方だと描けるかな？
205.T:はい。
206.I:ああ，じゃあ，描いてもらってもいいかな，
その下に。はい。
207.T:［水平な線分を引く］頂点から…。［頂点の左側にも線を引こうとする］
208.I:ん？そこは？どういう線？
209.T:延長線。



210.I:ああ，延長線を引くんだね。
211.T:延長線を引いて，それで，180°で，それで，紙を反対にして，［分度器を上向きに使う］。ここ（右端の 0）の 0 から。
212.I:あっ，ここは 0 なんだ。
213.T:で，ここから 60°だから。［反時計回りに 60°まで弧をなぞる］。［下向き左回りの 60°の線分を引く］
214.I:うん，60°？あ，でも，どこの 60°読んだ？
215.T:ん？ここ（下向き左回りの 60°）の目盛りを指す。
216.I:あぁ，ここ（下の目盛りの）の 60°ね。
217.T:うん。
218.T:で，60°で。［紙をもとの向きに戻す］
219.I:うん，そうすると，どこからどこまでが 60°になってるの？
220.T:ここ（180°の線分）からここ（下向き 60°の線分）。
221.I:うんうん。
222.T:で，ここ（下の 120°をなぞる）が 300°。
223.I:ここからここが 300°？
234.T:ここからここは 300°じゃなくて…。［下向きの 60°と足して 180°をなぞり迷う］
235.I:300°はどこだ？
236.T:…。

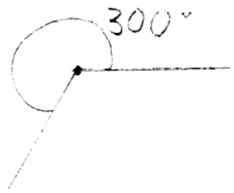
このように，児童 T は調査を実施する半月前になされた授業においては 180°を基準に角度の測定や図示を行っていたために，180°を基準とする考えの存在は認めた。ところが，実際に図示する場面に直面すると，上向きに 180°を測定後に分度器を下向きに用いて 120°を抽出する際に 60°の目盛りを読み取っている。さらに，全体の大きさである 300°を抽出する場面では，360°基準の考えに戻ってしまい，分度器で抽出した角度を基準から取り除く考えを適用してしまっている。しかし，180°を基準にその考えを適用し下向きに抽出した角度（60°）を取り除いてしまっているため，結果として下向きの 120°を 300°としているのである。

（2）180°から 360°への基準の変換による困難性

次に，180°を基準に捉える傾向にある児童が 360°を基準に変換する場面にみられた困難性を議論する。

次のプロトコルは，予備調査での測定及び 210°の図示において 180°を基準に捉える傾向にあった児童 M が，300°を図示する問題で基準を 360°に変換し困難を示している場面である。基準を変換した結果，児童 M は 360°を基準に描き方を正しく説明する一方で，180°を基準に図示している。

（質問紙での描き方の説明）
180°の所でせんをひいて，そのせんに分度器をあわせて，そこから 60°ひくと 300°になります。
180＋180＝360⇒360-60＝300°



（インタビューでの反応）
144.M:60 を引いて。
145.I:うん，それはどこの 60 かな？分度器だと。
どこが 60 だと思った？
146.M:…
147.I:もしよければ直してもいいよ。［紙を渡す］
そうすると。180 の線を引いて？
148.M:［水平な線分を書き，置き方をしばらく悩む］360 から 300 を引くと 60 になるからその 60 を…［分度器を下向きに置く］引くから，こっち（0 の目盛り）からここ（60）に引いて…［下向き，右回り 60°の線を引き，180＋60＝240 の部分を指す］。ここが 300°。

上の場面から，児童 M が誤答に至る過程は次のように説明できる。まず，300°を図示する前提に，基準から除くための 60°を算出している。しかし，その 60°を下向きに置いた分度器の目盛りから抽出する場面になると，360°－60°の計算の意味を図示できなくなる。すなわち，360°ではなく 180°を示す目盛りを 0°を示す目盛りとして捉え直し，下向きに 60°を取る結果として，240°を抽出している。

児童 M が 300°を図示する場面では，捉える基準を 180°から 360°に変換していたように，180°を超える角度に困難を示す児童には，角度の値に応じて捉える基準を変換する傾向がみられた。例えば，360°を基準に捉えている児童は，180°以上 270°未満の大きさの測定場面で 180°へ基準を変えていた（児童 E・児童 A）。これに対し，180°を基準に捉えている場合には，360°へ基準を変える児童が，270°以上 360°未満の大きさの測定と図示の両場面でみられた（児童 M・児童 S）。

ところが，その基準を変換する際に困難を示す傾向がみられたため，本調査では予め用いている基準が 180°である正答者（児童 U，G，R）及び誤答者（児童 D，X，C）を抽出し，180°を基準に測定と図示の方法を説明させた後に，基準を 360°に変換しても同様に方法の説明ができるかどうかを尋ねた。以下にそれぞれの児童の反応を示す。

①正答者の場合

児童 U には，300° を図示する問題に関するインタビューの導入時に 260° をその場で図示させ，その方法を説明させた。その結果，児童 U は 180° を基準に 260° の図示とその方法を正答した。続けて 300° の方法を尋ねた結果，180° を基準に 260° の説明と同様に正答することができた。そこで，基準を 360° に変換しても同様の説明と図示ができるかどうか促した結果，以下のような反応をした。

117.I:うん，そっか。じゃあ，いまね，雄太さんの考えを使ってもう一回 300°って描けるかな？
118.U:描ける…。
119.I:うん，描いてみよう。雄太さんの考えを使うと，ここの大きさ（360 から引く角度）は何度にすればいいかな？
120.U:うーん…。
121.I:雄太さんは，これは 210°の大きさを書こうとしたときに，360°から 210°に足りない部分を先に描いて引いてあげたんだよね。そうすると，もし，300°を描くんだったら，360°に何度足りない，ここが何度になったら 300°になるかな？
122.U:［210°の図を基に 360 から引く角度を数え始める］。
123.I:うん，ここに描いてもらった絵があるんだけど，雄太さんのここの矢印（360 から引く角度）はどこだと思う？
124.U:ここ［60°の部分を指す］。
125.I:うんうん，そこの大きさって何度になる？
126.U:60°。
127.I:うん，どうやって計算した？
128.U:360°から 300 を引いて 60°。

上記のように，U は 360° を基準に捉える場合に成り立つ式（360－60）を認識していた。そこで，360° を基準とする考えと式を用いて 300° を描くことを促したが，式から図に表す際に基準から取り除く角度を予め描くことに抵抗を示した。

129.I:うん，ということは，ここ（360 から引く角度）は何度になればいい？300°を描くために雄太さんの考えを使うと，最初に考えなきゃいけない大きさは？
130.U:ここ（360 から引く角度）の大きさ。［210°の図を基に目盛りを数え始める］140°？
131.I:うん，210°を描こうと考えるなら，先にここの 150°の大きさを描いてあげればいいんだよね。そうすると，いま 300°を描きたいんだったら，先にここの大きさ（60°）を描いてあげないとだめだよね。うん，その考えを使って 300°を描いてもらってもいいかな？
132.U:［下向きに分度器を置き，30°をとる。］
133.I:うん，どこが 300°になった？
134.U:ここ（330°を指す）。
135.I:いま，ここ（30°）何度とった？
136.U:150…。
137.I:ん？雄太さんの考えだとここ（360 から引く角度）って何度だったっけ？
138.U:360°から 30°？

このように，基準を 180°から 360°への変換場面にみられる困難点の 1 つに，立式は出来る一方でそれを図示できず，その要因には式では取り除くことを意味する値を図示することに抵抗を示していることが明らかになった。

その一方で，基準を 180°とする場合でも，必ずしも 300°を 180°＋120°として捉えていない児童がみられた。例えば，児童 G は，質問紙調査での 300°を図示する方法の説明では次のような記述をしていた。

「分度器のめもりは 0°~180°までしかないから分度器をさかさまにしてたしざんすると 180＋あと 120 度あわせると 180＋120＝300」

この説明からは児童 U と同様に 180°を基準に 180°＋120°として捉え，正答していることが予想できる。

ところが，インタビュー調査でその解答に至る過程を尋ねた結果，児童 G は 300°を 180＋180－60 として捉えていることが明らかになった。児童 G は，180°を超えた角度を求めようと上半分及び下半分に分解する過程までは 180°基準の考えに従っているが，実際に 180°を超える 120°の大きさを求める際には，120°を 300－180 から求めるのではなく，180－60 として立式し求めることを説明した。すなわち，下半分の角度を測定する際には測定対象でない方を読み取り下半分の 180 から取り除くといった，360°基準の考え方を用いていた。

271.I:ああ，律子さんの考えを使ったんだね。じゃあ，その 120 っていうのは分度器を使う前に頭の中で計算したの？
272.G:うん。
273.I:どうやって計算したの？
274.G:えっと，180－60。
275.I:180－60。それはどうして 180－60 なの？
276.G:120 になるには，60 を引かなくちゃだめだから，ここの 60°［分度器を下向きに置き，360 から 300 までをなぞる］。
277.I:ああ，120°足りないよ，180°にあと 120°足りないよって，120°あわせるとって，この 120 ってどうやって出したの？
278.G:120 は，［分度器を下向きに置く］ここ（180）からここまで（300）開いた角。
279.I:うんうん，300°になるには 180 にあと何度足りないかなって考えたの？
280.G:うん。足し算で，180 足す 120 は 300 って。
281.I:その 120 っていうのは，180－60？でやったの？
282.G:うん，ここの目盛りを見て。
283.I:ああ，そこの目盛りをみて，120 になるには 60 ひけばいいって？
284.G:ここ（360）から測って，ここ（360 と 300 の間）が 60 って。

上の反応にみられるように，児童 G は 360°基準の考えで必要な 60°を認識している。そこで，児童 G が 360°基準の考えにも順応できるかどうかみるために，方法を説明し立式することを促した。ところが，減法を用いることは認識していたが，立式では 360 という数値に関する発言はみられず，下向きの 60°を基準の 360°から取り除く考えを図示できなかった。

②誤答者の場合

児童 X は，180°を基準に 300°を図示する説明は正しくできる一方で，240°を図示してしまっている。インタビュー調査では，はじめに 240°の解答に至る過程を尋ねた結果，360°基準の考えと混同した説明をした。

6.X:うん，それで 120°になったので，180，これはもとから 180…［右回りに 180 を指で描く］。で，ここの全ての角［左回りに 1 周を指で描く］
7.I:一周？
8.X:一周が 360°で，360 引く 120…。あ，120？360 引く…あれ，どうやったっけ。ここの間が［下向きの 60 を指す］。
9.I:どこが 120°になった？
10.X:ここのところが 120°で，ここ［水平線をなぞる］が 180°だったから，この上が 180°で，それでここ（180 と 240 の間）が 60°だったから…。うーん。
11.I:あ，そっかそっか。ここで，こうやって線を，延長線を引くんだよね［180°を示す水平な線分を描く］。そうすると？
12.X:180…。
13.I:ここ（上半分）が 180°？うん。
14.X:それで，ここが 60 で。
15.I:ん？どこが 60 になる？
16.X:ここ［下向き 60°の線分をなぞる］。で，ここが 60 だから，それで，300°。
17.I:うんうん，えっと，その 60 とか 120 っていうのはどういう風にして求めたの？
18.X:うんと，こうやって逆さに分度器を当てると，そうするとここに 120°ができる［120 の線をなぞる］。
19.I:うんうん，何か頭の中で足し算とか引き算とかした？
20.X:［うなずく］
21.I:どういう足し算とか引き算とかした？
22.X:えっと，どういう…。なんだろう。
23.I:なんか，授業のときにりつこさんの考えとかゆうたさんの考えってやってたよね。うん，ああいうのを使うとどういう足し算とか引き算だったのかな。
24.X:それだと，360－60 で 300，で，120＋…60？

そこで，筆者は，児童 X が 120°を認識していることに配慮し，180°120°をそれぞれ図から抽出させ，全体の大きさ 300°を把握させようと試みた。しかし，それぞれの値は捉えられるが，向きを持つ回転の大きさに加法の考えを適用し，300°を捉えることができなかった。以下にその場面を示す。

41.I:うんうん，それで，120 っていうのは，どこが 0 で，どこが 120？
42.X:ここ［下向き 120°をなぞる］。ここの水平な線があって。ここ（下向き 120）の線からここの線（水平線）まで。
43.I:ああ，ここ（下向き 120）が 0 なんだ？で，この線（水平線）が 120 の線？
44.X:こっち（水平線）が 0 でこっち（下向き 120）が 120 の線。
45.I:ああ，っていうことは，ここが 180 で［上向き，左回りに 180 の弧を描く］，ここが 60 で，ここが 120 なんだ［回転をイメージできるように一周弧を描く］？
46.X:うん。
47.I:そうすると，300°ってどこからどこまでになるかな？
48.X:ここ（0）からこう，ここ（240）まで［左回りに弧を描く］。
49.I:おお，ここ（上半分）が 180 で，ここが 60 で，ここが 120 だよね。［それぞれの場所に数字を書く］
50.X:うん。
51.I:そうすると，300°ってここ（0）からここ（240）かな？
52.X:うーん…。

上のような反応に対し，筆者は 180＋120＝300 の意味を基線の回転を意味づけながら説明し，最後には一点を共有する 2 本の棒を用いてその回転運動とともに 300° を 180° 基準で捉えさせるための介入を行った。さらに，その直後，同様の 2 本の棒を用いて 360° 基準の考えの説明を求めた結果，向きを持つ回転の大きさとして 360°，－60°，300° を図示し，180° から 360° への基準を抵抗なく変換することができた。その場面を以下に示す。

102.X:一周で 360 になって。そして［再度 0 から 300 までを反時計回りに回し直す］，ちょうどこれくらいで 60°だから，ここのところを引いて，ここが［反時計回りに 300°を指でなぞる］。
103.I:ああ，ってことは，最初こうスタートしてぐるっと 1 周するよね。これで，360 なんだけど，引く 60 ってことは，60°どうすればいいの？
104.X:測って…。60°をはかって，そうして，うーんと，360 だからそこから 60 を引くと 300°になる。
105.I:おお，こうぐるっと回って 360 で，で，60 っていうのはどっちの方向に回ってる？
106.X:どっち…。
107.I:時計回りかな。それとも時計と反対かな。
108.X:時計と…？
109.I:反対？ってことはこう［時計回りに 60°回転させてみる］？
110.X:違うな。こっち。［反時計回りに回す］60。
111.I:こっち（時計回り）に 60？うんうん，そうだよね。1 回，0 からスタートして 360 までいっちゃったんだけど，行きすぎたってなって 60°戻ってるのかな。
112.X:うん。
113.I:うんうん，そうすると，全部で結局 300°ってどこからどこまで回ったことになる？
114.X:ここ（0）からここ（300）まで［反時計回りに指でなぞる］。

以上，①，②で述べたように，児童が角度を捉える基準を変換する場面はもとの基準の値に応じて相異なる一方で，基準を変換後に下向きに分度器を用い，全体の大きさを表す角度を抽出することに困難を示す場面が誤答に至る過程で共通に存在していた。これに加

え，向きを持つ回転の大きさとして角度の捉え方を説明する場面は，いずれの児童の反応にもみられず，彼らにはそのような認識が十分に獲得されていなかったと考えられる。

ところが，本調査における児童 X の反応にみられたように，向きを持つ回転の大きさとして予め児童が認識している基準を正確に把握し，誤答の場合は解答を修正後に基準の変換を促すと，向きを持つ回転の大きさとして基準を自由に変換することに抵抗がなかったのである。このような傾向は，予備調査でもみられた。例えば，筆者は，240°を 300°と捉えている児童 M の説明に対し，下向きに描かれた 60°は変換後の基準から算出された値であり，60°を除くことは回転の向きの変化を意味していることを意図とする助言をした。その結果，児童 M は，角を構成する半直線の共有点の右側にある水平な線分から下向きに図示した 60°のみを抽出し 360°から除くことで，300°を捉え直したのである。

4.5.3.3 角度の抽出における基線の置き換え

調査では，4.5.3.2 で述べた基準の置き換えに関する困難性に加えて，児童が予め持っている基準を用いて測定・図示する過程での 180°や 360°の目盛りを 0°に置き換えることに関する困難性がうかがえた。

（1）360°を基準とする児童の困難性

測定と図示の全ての問題で 360°を基準に捉えた児童 A の 210°を図示する場面における反応を以下に示す。

139.A:［書き始める］［筆算をし始める］
140.I:うん，これは？最初，これは，どうやってやった？360？
141.A:150°で 210 にはならないと思った。
142.I:どうして？
143.A:…
144.I:さっき 150°に線とったよね。それで？引っ張ってみると。
145.A:［150°を書き始める］
146.I:うん，で，ここ？これは，どうして 180 から引いたの？このやり方だとできなさそうだった？
147.A:うん。

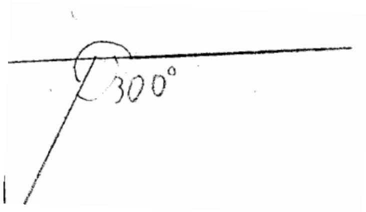
はじめに，児童 A は 360－210 を筆算し，分度器を上向きに用い，右回りの目盛りに従って 150°を示すが，その優角である 210°を捉えられなかった。その後，基準を 180°に変換し，210－180 を改めて筆算するが，上向きの 150°の図から 30°を抽出できず，解答に困難を示した。

この児童の考えに従って 360°を基準に 210°を図示する場合, 半直線の共有点の右側にある水平な線分を用いて 150°を図示後，その線分を 360°を表す基線として置き換え，優角の大きさである 210°を抽出することが必須である。また，基準を 180°に変換する場合にも，共有点の左側の水平な線分から 30°を抽出後，180°を表す基線としてその線分を置き換えなければ 210°を抽出することはできない。児童 A が 300°を図示する問題では 60°の図から 300°を抽出できていることを考慮すると， 180°を超える角度を扱う場面に特有な基線の置き換えに対する認識の獲得状況は，基準から加減されるための角の大きさが鈍角となる場面で顕著にみられることをこの事例は示唆している。

（2）180°を基準とする児童の困難性

次に，300°を 180°を基準に捉えた上で図示する方法の説明のみ正答を得ている児童 S の反応を示す。

（質問紙での描き方の説明）
一直線は 180°であと 300°には 120°必要だから分度器では 180°まではかれるからあと 120°だから分度器で 120°とひいて 300°。



（インタビューでの反応）
159.I:ここが 180°で，あと 120°足りないんだよね。そうすると，どこが 120°になってるの，いま？
160.S:いま，こっちの［下向きの 120°の線をなぞる］。
161.I:うん，そうすると？この中に 300°が潜んでるよ。ここが，180°だよね，で，いまどこが 120°？
162.S:［下向きの 60°を指す］ここ？ん？

児童 S には，330°の測定を除く全ての問題で 180°を基準に捉える傾向がみられ，児童 A と同様に 300°を図示する前堤に基準の 180°に加える 120°を算出している。ところが，実際に分度器を下向きに用いてその 120°を図示する場に直面すると，共有点の右側の水平な線分を 180°ではなく 0°と捉え，下向きの 120°を抽出している。これに対し，線分を図示後には，半直線の共有点の左側の水平な 180°を示す線分に着目し，0°を表す基線に置き換えてしまっている。そのため，本来 0°を表す基線から下向きに示された 120°をその補角の大きさにあたる 60°と捉え基準の値に加えた結果，240°を図示しているとみられる。

そこで，筆者は，児童 S に対し，0°から 300°に至る基線の回転の途中に 180°があること，また，分度器の上下の向きは変わるが 120°を取るための目盛りの向きは変化しないことを意図する助言をした。その結果，児童 S は，180°の線分を 0°を表す基線と捉え直

した上で下向きの 120°を示す線分を描き，解答を修正した（図 4-23）。

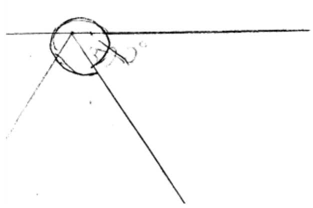


図 4-23 修正された S の解答

ところが，その直後，新たに描かれた下向きの 120°に上半分の 180°を加え，300°を抽出することに当惑する様子がみられた。児童 S には，分度器を下向きに，右回りの目盛りに従って角を図示する傾向があり，新たに描かれた下向きの 120°の線分を含む右回りの 240°を抽出していたとみられる。

児童 A と児童 S は，180°を超える角度を捉える基準は相異なる一方で，両者ともにそのような角度の図示において不可欠な基線の置き換えに対する認識が十分に獲得されていないとみられる。従って，基準から加減される角の大きさが鈍角（150°または 120°）となる場合，抽出しやすい劣角に捉われる可能性が鋭角の場合よりも高く，分度器を下向きに用いてその大きさを図示後，水平な線分が示す値を 0°に置き換え，全体の角度を抽出することに困難を示していると考えられる。すなわち，彼らが基線を置き換え，180°を超える角度を抽出するためには，基準と同じ向きを持つ回転の大きさとして角を捉える認識の十分な獲得が必要である。

第 6 節　弧度法の適用に関する困難点とその要因

本章の 4 節で調査対象者を選抜するために実施した質問紙調査では，弧度法に関する問題を出題した。調査問題の設定にあたっては，弧度法の定義と単位の有用性に対する理解をみることを出題の意図として，本章の 3 節で出題した調査問題と同じ二つの問題に，新たに 1 ラジアンの意味を度数法の立場から捉える事が出来るかをみるための問題を加えて出題した。

その結果，3 節での質問紙調査でみられた傾向と同様に，場面に応じて弧度法を適用すること，及び弧度法が適用されている表現を処理することに困難を示す生徒が多くみられた。しかし, 選択式の問題を中心とした解答のみからではその分析に限界がある。そこで，本節では，多くの生徒が示す困難性を持つとみられる生徒 5 名を質問紙の解答に応じて抽出し, 彼らの解答の根底にある認識, および認識と困難点の関連性を一層詳細に把握する。

はじめに，4.6.1 では，ラジアンに関する学習内容との関連付けにおける困難点を，次に 4.6.2 では，度数法による θ に関する学習経験との関連づけにおける困難点を議論する。

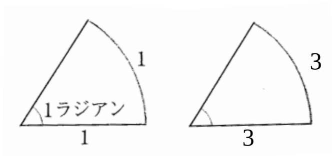
4.6.1　ラジアンに関する学習内容の関連付け

ラジアンに対する認識の欠如を要因に，次の二点が生徒の実態としてインタビュー調査で浮き彫りにされた。すなわち，一点目は，弧度法で測定する際のユニットとなる 1 ラジアンと，数学学習で生徒が頻繁に用いている π ラジアンとを同じラジアンを単位とするものとして関連付けられないことである。二点目は，小学校以降長期的に使用してきている度数法と関連付けようとする際に却ってその学習経験が弧度法を適用することを妨げていることである。

4.6.1.1　π ラジアンとの関連付けにおけるラジアンの認識の欠如

生徒 N は，問題 5 の（1）において「エ 3rad」を選択した理由を次のように回答した。ここでは, 生徒 N は 1 ラジアンは半径と弧の長さが等しいという前提で成り立つことは認識しているが，半径と弧の長さの比が 1 対 1 である場合の角の大きさとしてではなく，半径 1 の場面でのみ成り立つ概念として捉えている。

4.N:えっと，これ（左図）とこれ（右図）は，あの，見た目では同じ大きさなので，で，ここが 1 で，ここが 1 でそれで 1 ラジアンなので。
5.I（筆者）:ああ，3 倍，3 倍で？
6.N:はい（笑）



その後，生徒 N は，筆者の介入を通して，1 ラジアンを半径と弧の長さが等しい場合の角の大きさとして捉え直し，1 問目及び 3 問目が誤答であることに気づく。しかし，その捉え方に基づいて，3 問目の解答の訂正を促したが困難を示したため，半径の値を r とすることを次のように助言した。

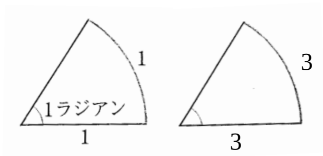
109.I:うん，そう。例えば，じゃあ，半径が 1，いや，r，いまここ（半径），長さよくわからないから r ってしたら，どこが r だったら 1 ラジアンになるの？
110.N:どこが？
111.I:うん，ここ（半径）を r とすると，1 ラジアンの目盛りがこのどこかにつくと思うんだけど，どこが r だったら，こういう風に 1 ラジアンってできるの？
112.N:ここ（半径）と同じ長さの場合[目盛りに沿って弧をなぞる]。
113.I:ああ，そうだよね，だから，ここの長さが r になればいいんだよね。じゃあ，どうやって，実際に求めて…。
114.N:え？（笑）
115.I:求めてみれそうなんだけど（笑），例えば，何か知ってる，ラジアンと度数法の対応関係ってある？
116.N:度数法との対応関係？
117.I:うん，何度だったら何 π とか。
118.N:…。180° で 2π？
119.I:うん，180° だったら，あれ，2π だっけ？
120.N:あ，π。
121.I:うん，π だよね。で，これ π っていうのは単位何だっけ？
122.N:…。

上の反応にみられるように，この時点で生徒 N は，半径 r，弧の長さ r の場合 1 ラジアンになることを理解している。その一方で，生徒 N はインタビューの途中で「180° ＝π ラジアン」という弧度法と度数法の関係には反応し単発的に用いているが，ラジアンの定義を十分に理解しないまま，既習の知識として道具的に用いていたため，度数法と弧度法の対応に関する知識とこの問題を解決するために必要な 1 ラジアンの捉え方とを図を用いて関連付けることに困難を示した。この反応は，ラジアンの理解が不十分な状態で単位間を機械的に変換してしまっている実態を示しているとみられる。

4.6.1.2 πの意味との関連付けにおけるπラジアンの認識の欠如

上記で述べた生徒 N による事例に対し，生徒 O の問題 6（扇形の弧の長さが θ で表されている問題）に関するインタビューでは，πラジアンに対する認識の欠如が，生徒 O の 1 ラジアンに対する認識の促進を妨げることに加えて，円周率πとの混同を促進する様相がうかがえた。

はじめに，生徒 O は，質問紙調査では，問題 5（1）に対し「ウ 1rad」を選択し正答を得ていたが，インタビューでその理由を尋ねたところ，「エ 3rad」に訂正しようとした。以下にその様子を示す。



4.O:半径に等しい長さの…あ，えーと，ここ（半径）とここ（弧）の長さが同じってことですよね。
5.I:うん。1，1 だったら。
6.O:それに対するここ（中心角）が別に何度であろうと，ここ（半径）とここ（弧の長さ）が 1 だったらこいつ（中心角）は 1 だと。
7.I:うん。ってことはそれをもとに 1 番を考えた？
8.O:多分，今自分は，言えたので，分かってくれたと思います。過去の俺も（笑）。
9.I:ああ（笑）。これ（右図）は，3，3 なんだけど，これは 1 ラジアンって選んだのは，それは？
10.O:そうだ。違いますね。
11.I:どうして？違う？
12.O:これ，いや，今の自分は，というか，過去の自分は，なんだろう，[答案に書きこまれた 1/1 や 3/3 を指す]これが多分分数が書かれているから，多分割った。
13.I:ああ，割ったの？
14.O:はい，1/1 にして，ここが 3/3 になってるんで，多分そうしたんだと思います。でも今だったら 3 にします，俺。
15.I:どうして？
16.O:あの，さっき言ってた，あの，ここ（半径）が 1 で，ここ（弧の長さ）が 1 だから，ここ（中心角）がいくらなんでも，みんなが 2 って言っても俺は 1 だと思うので，いま，これが 1 と 1 なので，それが，今 3 と 3。
17.I:3 倍だから？
18.O:はい，なので，ここは 3。

この反応にみられるように，生徒 O は「ウ 1rad」を解答する過程では，半径と弧の長さの比として 1 ラジアンを問題文に書かれた説明に基づいて捉えられている。しかし，インタビューでは半径と弧の長さの値に捉われ，ラジアンの値がそれらに比例するものとして認識している。生徒 O も 4.1.1.1 で述べた N と同様に「180° ＝πラジアン」に関する発言がインタビューの過程でみられているため，道具的にその変換を行っているものと考えられる。すなわち，生徒 O は 1 ラジアンに対する認識が N と同様に不十分であり，結果として上記のような反応を示している。

さらに，O はその後，筆者の教授的介入によって 1 ラジアンを捉え直した。

25.I:半径に等しい弧の長さに対する中心角を 1 ラジアンとするんだよ。
26.O:ってことは，1 か。
27.I:半径が 3 で，弧の長さも 3 だから。
28.O:じゃあ，ここが 5 と 5 でも 1（ラジアン）ってことですよね。
29.I:そういうこと。

しかし，問題 6 に関するインタビューにおいて，πラジアンと円周率πの関連付けができていないために，度数法による円周率πを用いた経験に基づいて，弧度法から度数法へ変換することに困難を以下のように示した。

83.I:で，聞きたいのが，えっと，O くんは，ここのπが円周率 3.14 で，ここの 2πのπっていうのが 180° ？
84.O:あ，θです。多分これθのこと，あ，180° か，はい。そうです。
85.I:うん，これが 180 のπで，これが 3.14 で，2 つのπが 1 つの式の中で使われているのに違うから，こう，2 つのπとπが消えるみたいにやっちゃいけないって書いてくれてるの。これは，どういう意味？
86.O:あの，これ，あの，俺がそのとき思ったのは，これがπじゃないですか，円周率のπ，いや思ったのが円周率のπと 180° のπを普通計算してあとで消しちゃうじゃないですか。
87.I:うん，消すね。
88.O:それをしていいのかなって普通に思って，こっち，意味合いは 3.14 で，こっちだとなんですか，π。うーんと，なんか使われ方の意味合いが違うのかなって思ったので。
89.I:一概に消せないと。
90.O:はい，公式とかも全然覚えてなくてやったので，今，これでいいのかなって。
91.I:だから，ここ（解答用紙の理由の記述），2×3.14 って書いて，直して書いてるんだ。
92.O:はい，で，2πは 180×2 で 360 で，っていう風に書いた，でもそうするとできないじゃないですか。割れないじゃないですか。という意味で書いた。

この問題に対し生徒 O は，質問紙調査において，扇形の弧の長さがθで表せない理由を図 4-24 のように記述している。

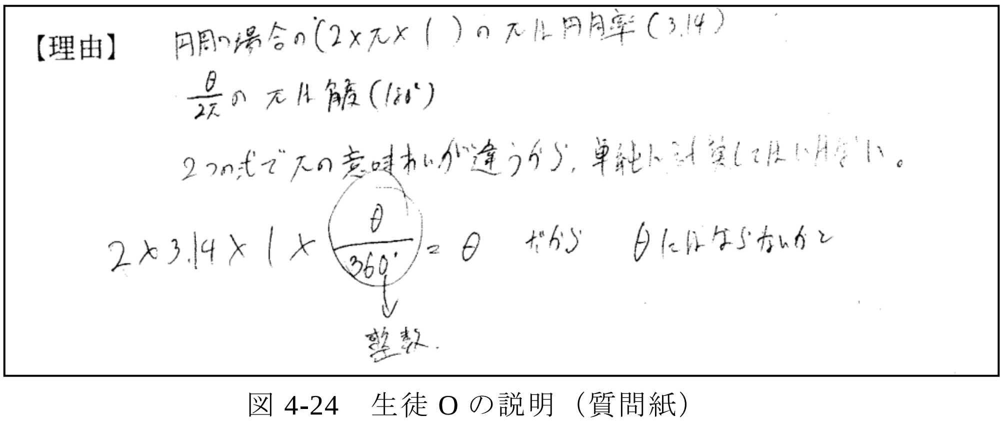

【理由】 円周の場合の（2×π×1）のπは円周率（3.14）
$\frac{\theta}{2\pi}$ の πは角度（180°）
2つの式でπの意味あいが違うから，単純に計算してはいけない。
$2\times3.14\times1\times\frac{\theta}{360°}=\theta$ だから θにはならないかと
整数.

図 4-24　生徒 O の説明（質問紙）

図 4-23 の記述にみられるように，生徒 O は問題文で与えられた式「$2\times\pi\times1\times\theta/2\pi=\theta$」に含まれる前半の$\pi$を円周率（3.14），後半の分数の分母に含まれる$\pi$を角の大きさとして両者を相異なる意味で捉えている。その上で，度数法で扇形の構成要素の関係を表現することと関連付け，度数法の場合と答えが一致しないためにθで表せることに違和感を覚えているのである。その後，筆者は生徒 O に対し 360°＝2πラジアンの変換と式に含まれる $2\times\pi\times1$ 及び$\theta/2\pi$を関連付けて説明した結果，円周 1 周に対する角の大きさを円周 1 周の長さとして表すことに気づき，式の意味を納得した。

上記の反応は，πラジアンに対する認識の欠如は，円周率πに関する既習事項との関連付けに困難を示す要因になっていることを示している。

4.6.2　θを用いた角の大きさの表現

一般に，弧度法を学習する高校生は度数法を用いた角に関する長期的な学習経験を持つ。その中でも特に，θを用いた角の大きさの表現に関する学習経験が，1 ラジアンに対する認識は持っている生徒の弧度法に関する更なる理解の深化を妨げる傾向が生徒 O，G，K，Y のインタビュー調査を通してみられた。

そのような傾向がみられた場面は主に次の二つに大別される。それは，問題解決の過程で　θラジアンが導入される場面およびθラジアンとπラジアンを併用する場面である。

4.6.2.1 θラジアンの導入におけるθ°に関する学習経験の影響

4.6.1.2 で述べたように，生徒 O の 1 ラジアンに対する認識は当初十分でない。筆者の介入により，1 ラジアンの捉え方を修正するが，その後，生徒 O はπラジアンを扱う場面でも困難を示すと同時に，1 ラジアンの捉え方をθによる抽象的な場面（θラジアン）に適用することに困難を次のように示した。

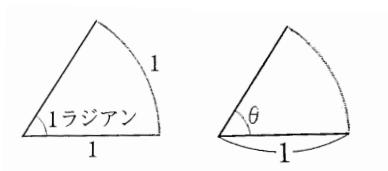


図 3　　図 5

50.O:…。え，これ（図 3）ってこれ（図 5）に使えるんですか。
51.I:うん，だって，これ（図 3）は半径が 1 で，これ（図 5）も半径が 1 でしょ。で，中心角の大きさがこれは 1 ラジアンだけど，こっちはθラジアンになってるでしょ。で，その時の弧の長さっていうのは，参考にならない？この図 3 って。
52.O:…。あれ？ここ（半径）が 1 だったら。
53.I:うん，（弧の長さ）1 だよね。
54.O:で，ここが 2 だったら，（中心角の大きさを）なんて読んだらいいかわからないじ

やないですか。

55.I:どうして？

56.O:だって，1 の場合は 1 ラジアンって言われてるけど，2 の場合は何て読んだらいいのか。

57.I:え，でも，3 と 3 のときは 1 ラジアンだったよね。

58.O:そっか，あ，でも今ここ（半径）が 1 じゃないですか，3，いや，ここ（半径）とここ（弧の長さ）の数字が違う場合は教えられてないじゃないですか，そしたら。

59.I:ああ，でも，例えば，半径に等しい長さの弧だよね，例えばここが 1 で，たまたまここも 1 だったらこれも 1 ラジアンになるけど，ここが θ になってるってことは。

60.O:なんでもいいってことですか。

61.I:なんでもいいというか，ここ（弧の長さ）は？

62.O: θ ですか。

63.I:そうそう。

64.O:え，θ なんですか？えー？

同様に，生徒 G は，問題 7（1 ラジアンの度数法でのおよその値を分度器上に示す問題）において 1 ラジアンを度数法へ変換し図示することはできていないが，長さの等しい構成要素に関する定義であることは認識していた。実際，問題 7 では半径と等しい弦の長さを 0°の目盛りから取り，結果として半径を一辺とする正三角形を描き 1 ラジアンの位置を示している一方で，問題 5 の（1）では「ウ　1 ラジアン」を選択し，その理由として「半径の長さと弧の長さが等しいときに 1 ラジアン。」という説明をした。

ところが，問題 5 の（2）や問題 6 における θ による抽象的な場面でラジアンの意味に従って説明できるかどうかを問うと，生徒 O と同様にその捉え方を適用できない。それは，度数法による θ に関する学習経験が影響しているとみられる。実際，生徒 G は，自ら認識している 1 ラジアンの捉え方に基づいて θ が長さの比であることに違和感を覚え，問題 6 の問題文中に示された式の考え方を度数法に限り認めるが，弧度法の考え方で問題文中の式が示されていることを説明できなかった。この様子を以下に示す。

30.G:なんか，自分は θ は角度だけしか使ったことがなかったので。

31.I:うんうん，ここの長さが θ で表されることに違和感，感じた？

32.G:はい。

33.I:うん，この求め方自体は？

34.G:あ，それは成り立つと思った。

35.I:成り立つと思った？うん，じゃあこの式の 2π っていうのは何を表していると思う？この図全体の中のどこを表していると思う？この 2π とか，ここの θ って。

36.G:θ はここの角度で[扇形の中心角を指す]。

37.I:うん，2π は？

38.G:えっと，[式を見直す]これが一周じゃなくて，半分。

40.I:ん？一周？

41.G:はい。

42.I:あ，360 度みたいな。

43.G:360 度分のここの角度[中心角を指す]。

44.I:で，求めた？ってことはここの分数って角の大きさを表す分数？
45.G:はい。
46.I:うんうん，そうすると，1 ってここの半径で，2 ってその 2 倍で，かける円周率も長さで，長さかけるここの角度の分数をやって，勝手にここ，2π，2πで打ち消し合っても大丈夫？これって角度を表すものだよね。でも，前半のここって長さを表しているよね。長さかける角度ってやっていいのかな。
47.G:あ，ここ（1×π×2）が長さで，角度ってことは。
48.I:この式は間違ってる？A さんがこの式を立てちゃったことは。
49.G:はい。

さらに，1 ラジアンの考えをθラジアンに適用することに関する困難性は，全ての問題で正解している生徒 Y の反応からも窺えた。生徒 Y は，問題 5（1）の説明において，半径と同じ長さの弧の長さを取った場合に 1 ラジアンであるとしている。さらに，問題 7 の説明においても，180°＝πラジアンの関係を弧の長さや円周率 3.14 と関連付けて説明し正答を得ており，弧度法の定義に基づいて弧度法を適用しているようにみられた。

ところが，問題 5（2）の図 5（半径 1，中心角θラジアン）の弧の長さを中心角の大きさを捉えられている図 3 の扇形（半径 1，中心角 1 ラジアン）に基づいて尋ねたところ，半径と弧の長さを比で表すことを用いて弧の長さを答えようとするが，角の大きさがθで表されていることに困難を示した。

23.I:うんうん，図 5 の弧の長さってわかるかな。
24.Y:1 です。
25.I:1？それはどうして？
26.Y:ここ（半径）が 1 だからと思って。
27.I:ああ，同じ長さってこと？
28.Y:はい。
29.I:でも，今ここ，θ ラジアンだから，ここが 1 と 1 だったら 1 ラジアンだけど，ここが θ になってるってことはこの長さはどうやって表せるかな。文字使うと。
30.Y:…。
31.I:もしここの角の大きさが 1 だったら，1，1 で 1 ラジアンになるけど，いまここが θ になってるってことはここの長さってどうやって表せるかな。
32.Y:わかりません。
33.I:わからない？えっと，半径と同じ弧の長さ，弧の長さが同じになったときに 1 なんだよね，ってことは今，中心角の大きさが θ で表されているから，ここの長さはどうかな。これと同じだったら 1 になるけど。今，それが θ なんだよ。ってことは，ここは？
34.Y:<u>そこは，θ マイナス 1？</u>
35.I:θ？ここの θ ってこの長さの比で捉えた表し方だよね，弧度法って。ってことは，ここが，全部 1 周を考えたうちのこの θ 分だよね。で，ここ（中心角）の大きさが 1 だったら，ここ（弧の長さ）も 1 だけど，いま，ここの大きさが θ で表されているんだから，ここの θ ていうのは長さの比で表されているんだよね。ってことはここは？
36.Y:<u>比を表しているんですよね。えっと。ちょっとわからない。</u>

上記三つの事例は，1 ラジアンに対する認識をある程度持っている生徒でさえも，度数法による学習経験の影響を受け，1 ラジアンの捉え方を抽象的な場面（θラジアン）に適用することに困難を示すことを示唆している。

4.6.2.2 πラジアンとの併用におけるθ°に関する学習経験の影響

θを用いた角度の表現に関する学習経験は，θラジアンとπラジアンを併用する場面においても弧度法の理解の深化を妨げていた。このことは，生徒 K によるインタビュー調査での反応にみられたものである。

生徒 K は，問題 5（1）では「ウ 1 ラジアン」を選択しその理由を「1 ラジアンっていうのは，半径と弧の長さが 1 対 1 になるときに 1 ラジアンになる」と説明しており，1 ラジアンを長さの比から捉える様子が窺える。

さらに，問題 7 では，1 ラジアンの意味に基づいて度数法へ変換し，図示することもできており，その理由を次のように説明している。

【理由】
1ラジアンは 半径と弧の長さが等しいから
半径を1とすると直径2で円周が2π
半径と弧の長さが等しいから πは約3.14で
180°で弧の長さが3.14になり約3分の1が1なので
約60°が1ラジアンである。

図 4-24　問題 7 に対する生徒 K の説明（質問紙）

44.K:えーと，ここの…。ん？半径 1 だとして，直径が 2 で，それで，2πが 360 度じゃないですか。
45.I:うん，2πが 360 度。うん，そうだよ。
46.K:で，ここまでの長さっていうのは 2πの半分の長さじゃないですか。
47.I:うん，180 っていうのはここからここまでの角度だよね。で，弧の長さっていうのは？
48.K:弧の長さっていうのは，こっち（問題 6）とかでやってたように，2π…。
49.I:2πで 360 だから，半分だから。
50.K:そこで，直径かける円周率だから，それで，円周が出るじゃないですか。それで，円周が 6.28 で，その半分だから 3.14。
51.I:ああ，これ（2π）が 6.28 って考えたんだ。
52.K:はい。
53.I:これが 6.28 で，それの半分だから 3.14 って考えて。で？
54.K:その半径を 1 としているわけだから，これを大体 3 で割ったら，1.少し。そうなると，180 割る 3 をすると大体 60°なので，そうなると大体 60°辺りかなと。
55.I:うんうん，ってことは，1 ラジアンに相当するのが大体これ割ると 60°くらいになるよね。ってことは，今，ここの数字を求めたかったんだよね。この 1 っていうのは 1 ラ

ジアンのことだよね。ってことは，これは 3.14 ラジアンとか 6.28 ラジアンってこと？
56.K:ここの 3.14 とかはこの長さで，それを，半径と弧の長さが等しいっていうのが 1 ラジアンの定義で，半径を 1 としているので，それで，ここの長さを 1 とするには。
57.I:あ，じゃあ，あくまでもここの 3.14 とかっていうのは長さのこと？
58.K:はい。
59.I:で？3.14 で，ここの長さが 3.14 になったときに 180°だから，ここの長さが 1 になったときは 60°？
60.K:はい。

この反応から，生徒 K は，π が半円の弧の長さであり，かつおよそ 3.14 であることから度数法と弧度法を対応づけ，1 ラジアンの値を把握しているとみられる。

ところが，問題 6 で，ラジアンが θ によって抽象化される場面では，度数法の場面に置き換えて説明しようとするが，π ラジアンの意味は捉えられる一方で，弧度法の立場から θ を長さの比として捉えられない。さらに，その背後には，θ を用いた度数法による表現に関する学習経験の存在がうかがえた。その様子を以下に示す。

18.K:えっと，この，ん？θ が角度で。えっと，ここの（式の前半の）π っていうのが 3.14 で，それで，ここの（後半の 2π）π っていうのが 180 になるじゃないですか。
19.I:180。うん，弧度法から度数法に直すと 180 になるよね。うん。
20.K:それで，それをそのままやったとしたら，2 かける π のおよそ 6.28 で，それとここの 2π が 360 で。
21.I:ああ，要するに，この（前半の）π っていうのが長さの π で，ここの π っていうのが角度の π だから，長さと角度では帳消しできないって意味？
22.K:はい。
23.I:ああ，でも今，ここの 2π ってラジアンだよね，で，θ っていうのも弧度法で表されているラジアンだよね。そうすると，ここの 2π とか θ って，ここの図の中でいうとそれぞれどこを表していると思う？この 2π ってどこを表してる？
24.K:2π は，ここの全体。[360° を描く]
25.I:で，θ は？
26.K:θ はここ[図の中心角を指す]ですかね。
27.I:ああ，もし弧度法っていうのが，その，弧の長さに，中心角に対する弧の長さで表す方法なんだけど，それだとどうかな？
28.K:それだと，θ で良いと思います。はい。
29.I:それはどうして？
30.K:えっと，ここの，えっと，π が，2π が全体で，で，θ がここで。あれ？

さらに，π ラジアンと θ ラジアンを併用することに関する困難性は，全ての問題で正解している生徒 Y の反応にもみられた。4.4.2.1 で述べたように，生徒 Y は θ ラジアンに 1 ラジアンの考えを適用することに困難を示す一方で，1 ラジアンを長さの比から捉える認識自体は十分に持っており，実際，問題 6 及び問題 7 の解答に至る説明においても関しても「2π は 360 をラジアン表記したとき」と問題文中の式が弧度法で表示されていることを認識しているとみられる発言をした。

ところが，問題 6 の式に含まれるπの意味を尋ねたところ，πをそれぞれ「円周率」と「単位ラジアンで表されている角の大きさを長さで表したもの」という全く異なる意味で捉えていることが明らかになった。その一方で異なる意味であることを認識しているにもかかわらず，同じ文字πで表現されていることを根拠に両者を抵抗なく同一視していた。

44.Y:えっと，弧の長さを求める式で，2πr かける 360 分のここ（中心角）。
45.I:ああ，ここ（中心角）が度の場合で，あてはめて考えたんだ。
46.Y:はい，であるから，これをθを使って表すとこの式になって，それを計算するとθになったので，やっぱりθ。
47.I:うん，この 2π分のθとこのθってそれぞれ何を表しているのかわかる？
48.Y:2πは 360 をラジアン表示したときで，θはここ（図）の角度。
49.I:あ，角度ね，あー，でも。あ，じゃあ，このπっていうのは？
50.Y:<u>πっていうのは円周率。</u>
51.I:円周率ね。ってことは，このπとこのπって同じπ？違うπ？
52.Y:同じだと思う。
53.I:同じ？どうして？これは角度ってさっき言ったよね，でもこれは円周率って言ったよね，さっき。違くない？
54.Y:<u>…。π＝円周率っていうのが残ってたので。</u>
55.I:うん，この円周の長さ全体を表してて，いま，この 2πっていうのは，いま角の大きさって言ってくれたんだけど，角の大きさっていうよりも，ラジアンだから，角の大きさを何で表しているのかな。
56.Y:角の大きさを長さ。

生徒 Y は，問題 5 の（1）や問題 7 では 1 ラジアンの意味やπ＝3.14 の変換を用いて道具的に処理しており，πラジアンの意味を十分に理解していなかった。この事例から示すように，文字を用いる場面においても十分な対応が可能になるためには，1 ラジアンやラジアン自体の意味付けを理解することを前提に，弧度法を導入前から用いてきている円周率πとπラジアンの意味の関連付けが必要である。

第 7 節　第 4 章のまとめ

本章では，数値化後の角に関する学習上の困難点とその要因を特定するために，質問紙調査によって困難点の傾向を把握するとともに，インタビュー調査によって学習者の根底にある認識を考察し，困難点とその要因を特定することであった。そのために，本章の考察を以下の手順で進めた。

第 1 節では，数値化後の角の大きさに関する学習上の困難点の傾向を把握するために，先行研究の調査問題と本研究の枠組みを手がかりに，度数法と弧度法に関する質問紙調査を設計した。第 2 節では，小学生と中学生を対象とした度数法に関する問題，第 3 節では，高校生を対象とした弧度法に関する問題の結果を述べた。

第 4 節では，第 2 節及び第 3 節にみられた質問紙調査で特定された困難点の中から，特に困難を示す学習者が多かった場面として，180°を超える角度と弧度法に焦点をあて，その困難点と要因を詳細に調べるためのインタビュー調査を設計した。小学生については，予備調査及び本調査の 2 回を実施し，各調査ともに調査対象者を選抜するための質問紙調査を事前に行った。高校生に関しては，本調査のみを実施し，同様に事前に質問紙調査を実施し，その反応に応じて対象者を選抜した。

第 5 節では，小学生を対象とした度数法に関するインタビュー調査の結果に基づいて，度数法に関する学習上の困難点と要因を解明した。その結果，度数法に関する学習上の困難点として，次の二点が特定された。第一は，角度の値によらず，角を構成する二辺の開く向きや分度器の置き方に対応して，分度器上の目盛りを選択できないことである。この困難点の要因は, 分度器上の 0°の目盛りと 0°を意味する基線に対する児童の認識が一致していないことである。第二は, 180°を超える大きさの測定や図示ができないことである。この要因は, 測定や図示する値に応じて角度を捉える基準を変換していること, 及び 180°を超える大きさの角度を扱う場面で必須な基線の置き換えに対する児童の誤った認識が存在することである。さらに，第一と第二の困難点の共通要因として，角の大きさを回転の大きさとして動的に捉えられないこと，及び任意単位として用いる角の大きさが少なく，分度器は二方向の円目盛りが示された複雑な構造をもつために，角の大きさに関する測定の意味の理解が不十分であることが指摘された。

第 6 節では，高校生を対象とした弧度法に関するインタビュー調査の結果に基づいて，弧度法に関する学習上の困難点と要因を解明した。その結果, 四つの困難点が特定された。

第一は，π ラジアンの意味を，単位円における 1 ラジアンの説明に基づいて捉えられないことである。第二は，π ラジアンを円周率 π によって表された単位円の弧の長さに基づいて抽出できないことである。これらの困難点の共通要因は，弧度法の単位であるラジアン，及び π ラジアンに対する認識の欠如である。第三は，角の大きさを表す場面で頻出する θ ラジアンを，弧度法による抽象的な角の大きさの表現として把握していないことである。第四は，θ ラジアンの意味を半径と弧の長さの比で表された角の大きさとして捉えられないことである。また，これら四つに共通して，度数法で表現された抽象的な角の大きさに関する学習経験が要因であることが明らかになった。さらに，このような四つの困難点の特定を通して，度数法に関する長期的な学習経験に伴って，生徒の角の大きさに対する認識が固定化されている可能性が示唆された。

上述のように，第 3 章及び第 4 章では，第二の研究課題の解決を試みた。その結果，単位による数値化前後に関する学習上の困難点と要因が特定された。さらに，インタビュー調査において，教授的介入を試みた結果，困難を示す学習者の認識の変化，及び改善する傾向がみられた。そこで，第 5 章では，特定された困難点と教授的介入による学習者の認識の変容を手がかりに，学習上の困難点を解消するための角に関する学習指導の改善の指針を得る。

第5章 学習上の困難点とその解消からみた角に関する学習指導の指針

本章では，調査で特定された学習上の困難点を解消する立場から，指導内容の配列，望ましい教材のあり方，その教材を用いた指導法の諸側面を中心に，角の学習指導を改善するための指針を示す。そのために，次の手順で考察を進める。

第1節では，質問紙調査及びインタビュー調査の結果を手がかりに，特定された困難点とその要因を本研究の枠組みから捉え直し，獲得に困難を示す学習者が多くみられた学習の要件を抽出する。この方法をとるのは，本研究で設定した枠組みが複数の学校段階を対象とした現行の指導内容の配列，及び「測定指導の四段階」が考慮された学習の要件によって構成されていることによる。また，この枠組みは学習の要件と学習のプロセスから構成されているが，その背後には，指導者側の教育的な意図や価値観が込められており，その意味で規範性をも備えており，学習指導の改善への示唆が得られるからである。具体的には，2.3.1 で提案した指導内容の配列上の課題を指摘する方法に従って，学習上の困難点とその要因を枠組みから捉え直し，抽出された学習の要件の獲得を強化することを改善の視点として，配列上の課題を特定する。さらに，その課題を解決するための指導内容の配列のあり方を議論し，配列の再構成を試みる。

次に，第2節では，第1節で指摘された学習指導の改善の視点を具体化するために，インタビュー調査での教授的介入による学習者の認識の変容に基づいて，困難点の解消に望ましい教材とその教材を用いた指導法を提案する。第1節で提案された指導内容の配列は，困難点を枠組みから捉え直した結果として抽出された学習の要件の獲得を強化するために

工夫が施された配列である。指導内容の配列のあり方に従って学習指導が展開されることを前提に，その配列上に示された指導内容を具体化した教材や指導法を提案することで，学習上の困難点の解消に向けた学習指導を構想する。

また，困難点の解消に望ましい教材とその教材を用いた指導法については，インタビュー調査において学習者の困難性が解消された場面で用いた具体物や介入の方法を根拠に提示する。なぜなら，それらは，少数の学習者を対象とした単発的なインタビュー調査内で得られた示唆であるが，「課題準拠インタビュー」が学習上の困難点とその解消の方法を明らかにするための手法として有用であることを実証するとともに，用いた具体物やその提示の方法に困難点の解消の可能性があることを示唆していると考えるからである。

このように，「課題準拠インタビュー」の特徴を生かした方法をとることによって，実証的考察の成果を根拠として，教室での学習指導の改善事項を提案する。

第１節　学習上の困難点とその解消からみた学習指導の改善の視点

本研究における学習指導の改善の視点とは，調査で特定された学習上の困難点を手がかりに枠組みから抽出された学習の要件の獲得を強化することを意味する。このことについて，本節では，第 3 章及び第 4 章で特定された学習上の困難点を本研究の枠組みから捉え直し，特定された困難点を解消する立場から学習指導の改善の視点を示す。

具体的には，5.1.1 と 5.1.2 では，獲得に困難を示す学習者が多くみられる学習の要件を角の大きさの数値化前後でそれぞれ抽出する。次に，5.1.3 で，抽出された学習の要件の獲得を強化する立場から，指導内容の配列上の課題を指摘し，その課題を解決するための配列の再構成の指針を示す。

5.1.1　数値化前の角に関する学習指導の改善の視点：角とその大きさへの着目と抽出の過程の充実

本研究では，第 2 章において，角の大きさの特性，「測定指導の四段階」，学習指導の系統を考慮し，学習のプロセスと要件から角の大きさの学習を三つの学習段階から特徴づける枠組みを設定した（表 5-1，再掲）。そして，第 3 章，第 4 章では，角の大きさに対する数値化の有無に応じて，第 1 段階及び第 2 段階と（第 3 章），第 3 段階（第 4 章）に大別し実証的に考察した。その結果，各段階の学習上の困難点が特定された。

表 5-1 角の大きさに関する学習を捉える枠組み（表 2-1 再掲）

段　階	学　習　の　要　件
属性の知覚	・平面図形としての角への着目 ・角の大きさへの着目
属性の比較	・複数の捉え方による角の大きさの抽出 ・複数の捉え方による角の大きさの比較 ・角の大きさの基本的な性質の理解 ・推移律を用いた角の測定の理解
単位の適用	・単位により数値化された角の大きさの複数の捉え方による把握 ・範囲の拡張に向けた回転の大きさとしての把握 ・他の量（長さ）の比による表現の理解 ・異なる基準による単位の区別とその適用

はじめに，5.1.1 では，第 3 章で特定された数値化前の角に関する学習上の困難点を枠組みから捉え直し，数値化前の角の大きさを対象とする「属性の知覚」及び「属性の比較」の段階において獲得の強化を図るべき学習の要件を抽出することを通して，数値化前の角

に関する学習指導の改善の視点を得る。

第 3 章で特定された数値化前の角に関する困難点とその要因は，次の二点であった。第一は，「属性の知覚」及び「属性の比較」の段階に関わる困難点として，数値化された角の大きさを既習であるにもかかわらず，その前提に学習される角とその大きさへの着目及び抽出に困難を示す学習者が多いことであった。さらに，このように，「一つの点から出る二つの辺が作る形」から図形としての角とその大きさを区別し，抽出できない要因には，図形としての角の概念が導入される前に学習済みの直角に対する児童の強い依存と，角の大きさに関する動的な捉え方の不十分さが影響していることが指摘された。

例えば，本調査では，直角に強く依存した判断基準をもつ児童（G）がみられた。第 3 章での考察で示した通り，この児童は，調査問題として設定した下の四つの図形に含まれる星印の中から，ウのみを角と判断しており，その他の三つについては「直角でないから角ではない」,「90°でないから角ではない」と反応を示した。

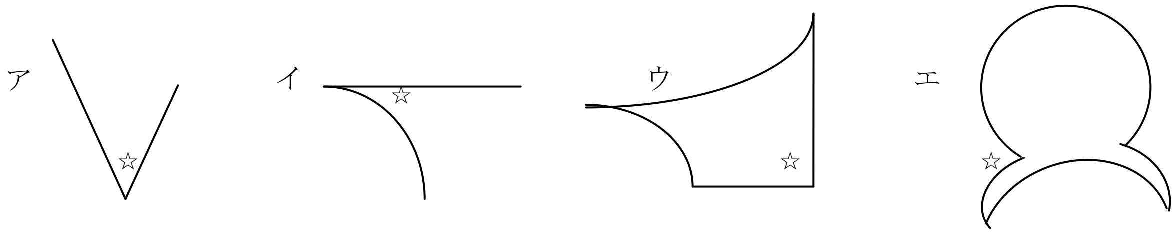


図 5-1　問題 1（図 3-8 再掲）

例えば，イとエについては，以下のように角ではないことを説明した。

21.I:うんうん，今ここにウとエと同じ形のものがあるんだけどね，ウでね，今ここに☆がついてるよね，それでここが角だって言ってくれたよね。例えば，こういうところ（左下）が角ではないのはどうして？
22.G:えっと，ここ切ったところが丸くなってるから，ここの丸いところの切れ目は全部直角じゃない。
23.I:ん？直角？
24.G:ううん，角ではない。
25.I:角ではない？じゃあ，エは今ここ，外側に☆がついてるよね？これも角じゃないよって答えてくれてるんだけど，それも曲がってるから？
26.G:うん。
27.I:うん，じゃあ，この（☆の）内側もそうかな？ここにもし☆がついてたらどうかな？
28.G:…。違う。
29.I:違う？ここ（左下）は？
30.G:これも違う。
31.I:うん，じゃあね，ウの中で角と思う所は☆の所だけ？
32.G:うん。

下線部の反応にみられるように，児童 G は，イとエについては，曲線で構成されているために角ではないことを説明した。また，アが角ではない根拠として直角ではないことを用いていた。

そこで，筆者は，図 5-2 に示す角に関する具体物（楔形，時計の文字盤，数字の 4 と 5 と 7 が描かれた紙）を用いて，直角と角との区別に関する教授的介入を行った。はじめに，時計の長針と短針を用いて，角を自由に作らせた。そして，児童 G が 12 時 15 分（90°）を示し，角であることを説明した後で，長針と短針から構成される 90°に対し向きを持つ回転の大きさとして認識しているかを調べるために，12 時 45 分の文字盤と比較し，それぞれの大きさを区別することに関する介入を行った[126)]。

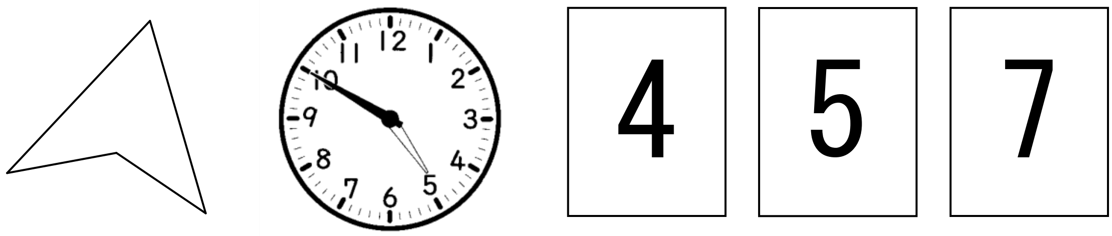


図 5-2 教授的介入で用いた角に関する具体物

103.I:うん，じゃあ，今ね，12 時 15 分の時にはこれは角だよって言ってくれたよね。うん，じゃあ，もう 1 個これと同じ大きさの角って作れるかな？
104.G:うんと，［時計回りに回し 12 時 45 分を示す］こっちにして。そうすれば，こっち（針の間）が角。
105.I:うんうん，こう（12 時 45 分）なったときって，もし 12 時からこう 15 分まで回ったとき，これって何度？
106.G:90°。
107.I:90°だよね。うん，じゃあ，もう 1 個 90°を作ろうってなったときには，いまこうやってくれたよね。これ（12 時 15 分）とこれ（12 時 45 分）って同じ大きさだけど何か違うかな？
108.G:どちらも 90°。
109.I:90°？でも，指してる時間は違うよね？こう，12 時から 90°回る回り方と，12 時 45 分に回るのとでは，角がこう 2 つあるっていうのは授業でやったのは覚えてるかな？
110.G:うん。

筆者は，12 時 45 分の文字盤は，90°を含む形として 12 時の状態から左回りに 270°回

126) 12 時 15 分を示す文字盤は現実的には 90°でないが，回転の大きさに関する児童の理解をみるためには支障はないと考え，文字盤の操作を容易にするために 90°として扱った。

転させて作成されることを示したが，児童 G の回転の大きさとして角を捉える認識は不十分であり，その大きさを 90°として捉え，長針の軌跡として 270°を抽出できなかった。その結果，12 時 15 分の文字盤と区別することに困難を示した。

これに対し，筆者が回転の大きさとして長針の回転運動を捉えるよう，針の軌跡を再度視覚的に示した結果，角の大きさは 90°のほかにも存在することを認識するようになった。さらに，文字盤上での 90°と 270°を区別することに加えて，静的な具体物（楔形）に含まれる 180°を超える大きさの角についても角として認めるようになった。

107.I:90°だよね。うん，じゃあ，もう 1 個 90°を作ろうってなったときには，いまこうやってくれたよね。これ（12 時 15 分）とこれ（12 時 45 分）って同じ大きさだけど何か違うかな？
108.G:どちらも 90°。
109.I:90°？でも，指してる時間は違うよね？こう，12 時から 90°回る回り方と，12 時 45 分に回るのとでは,角がこう 2 つあるっていうのは授業でやったのは覚えてるかな？
110.G:うん。
111.I:うん，例えばこういう角だったら 2 か所あるっていうのを勉強したんだけど，どことどこにあるかって覚えてる？
112.G:うーん…。
113.I:うん，1 個はこれ（劣角）だよね。もう 1 個はどこかな？
114.G:うーん…。
115.I:もう 1 個は，こうやったときのこっち側？外側，2 か所角があるよってやってたの覚えてるかな，先生が。
116.G:覚えてる。
117.I:思い出した？うん，そうするとさ，今さ，この形（楔形）見せたんだけどさ，ここかさ，90°にはなってないんだけど，角って色々90°以外にも大きさあるよね？［分度器を見せながら確認する］
118.G:うん。

ところが，その後，4，5，7 の数字から角を抽出する問題場面に変え，インタビューを続けた結果，児童 G は再び角を抽出する際の判断基準として直角を用いていた。

138.G:えっと，辺，あれ？直線が交わってできた…ん？…。あの，角を直角っていう。
139.I:うん，直線があれば，直線は何本？
140.G:直線は 2 本あればいい。
141.I:で，ここ，これ（4 の上部）も直線 2 本だよね？でもこれは角じゃないんだよね？
142.G:…。
143.I:直角じゃないから角じゃないのかな？
144.G:うん。

上記のような教授的介入を行った結果，児童 G は一時的に，楔形などの閉じた図形の内角は角として認める一方で，直線の交差が複数個所存在する数字の場合や，調査問題のよ

うな開いた形に含まれる角を角として認められず，その根拠として直角を用いていた。さらに，角の大きさを回転の大きさとして捉える反応は終始みられなかった。すなわち，児童 G の角の抽出に関する判断基準は完全には改善されず，動的な捉え方に関する教授的介入にもかかわらず，角の大きさに対する捉え方や角の判断基準の改善が図られることはなかった。

上記は，ある児童による一事例であるが，一つの点から出ている二つの辺が作る形から角を抽出することは，角度を既習の児童でさえも困難であり，さらには，その判断基準が誤って既習事項に基づいて獲得された場合，容易には改善されない可能性を示している。その一方で，動的な捉え方に関する教授的介入によって，一時的にではあるが判断基準が改善される傾向がみられたことから，動的な捉え方に関する学習指導を長期的に展開することによって，角の着目と抽出に関する困難点が改善される可能性もある。この事例は，角の着目と抽出に関する誤った判断基準の定着を未然に防ぐために，属性への着目と抽出の過程を充実させることが困難点の解消に有効であることを示唆している。

次に，第 3 章で特定された数値化前の角に関する困難点の二点目に基づいて，角の学習指導の改善の視点を指摘する。第二の困難点は，「属性の比較」の段階に関わる困難点であり，角を構成する図形の構成要素の大きさが異なる場面において，数値化前の角の大きさを図形の構成要素の位置関係に基づいて比較できないことである。また，その要因は，角の大きさを判断する際に，角を構成する図形の特定の構成要素に対し固執し，そのことが児童の正しい角に関する認識の定着を阻害していることが明らかになった。

この調査結果を受けて，筆者は，数値化前の角の大きさの比較において，特定の図形の構成要素に固執している児童に対し，回転の大きさとして角の大きさを捉えるための介入を行った。例えば，辺の長さを判断基準とする児童 B に回転に関する具体物を提示し，角の大きさの直接比較の演示を試みた。

37.I:うんうん，じゃあ 3 番の㋒と㋥は，どうして㋒の方が大きいと思った？
<u>38.B:ここ（辺）が短いから。</u>
39.I:ここ（㋒）はこれ（辺）が長いから？
40.I:そっか，うん，今ね，例えばね，㋐と㋑の角の大きさをくらべるとさ，さっきさ，角の大きさってさ，［2 本の棒を使って］ここからここまで回った大きさだよっていったよね。㋐と㋑を重ねてくらべてごらん。［二つの角が描かれた OHP シートを提示する］
41.B:［OHP シートを重ねる］
42.I:うん，先を合わせて…。そうそう。どうかな？
43.B:同じ。

44.I:同じ？うん，これやって，ここ（あの辺）は長いけど同じでいい？
45.B:うん。

その結果，児童 B は，回転の大きさとして大小関係を正しく捉え直すことができた。また，角を構成する二辺の開き具合を二辺の距離と認識している児童に対しても，同様の具体物を用いて介入した結果，角の大きさに関する認識が改善される傾向がみられた。

このような事例は，角の大きさの動的な捉え方による介入が，直接比較に関する困難点の解消の一助となる可能性を示唆している。すなわち，半直線の開き具合としての静的な捉え方にならって，図形の角の大きさを直接比較する活動に困難を示す場合，回転の大きさとしての動的な捉え方を導入し，図形の構成要素である一つの点から出ている二つの辺が作る形，及び一方の辺から他方の辺までの回転の大きさを抽出し，角の大きさを比較することが考えられる。

以上，第 3 章で特定された数値化前の角に関する困難点は，本研究の枠組みにおける「属性の知覚」の段階の学習の要件である「平面図形としての角への着目」と「角の大きさへの着目」及び，「属性の比較」の段階の学習の要件である「複数の捉え方による角の大きさの抽出と比較」の獲得を一層強化すべきであることを示唆している。

上述の要件の獲得を強化することを数値化前の角に関する学習指導の改善の視点とする場合，「属性の知覚」の段階に関する学習経験として，図形としての角への着目とその大きさの動的な捉え方による抽出に関する学習を導入し，「属性の比較」の段階に至るまで，長期的に角の大きさを動的に捉えるための学習指導を充実させることになる。日常生活において「かど」として認識する経験をもつ学習者にはじめて図形としての角の概念が導入され，両者を判別する「属性の知覚」の段階から継続して，回転の大きさとして数値化されていない角の大きさを動的に捉える学習を導入する。角の大きさを開き具合として捉える学習だけでなく，このような学習を導入することにより，複数の捉え方による角の大きさに関する継続的な学習が可能になる。

5.1.2 数値化後の角に関する学習指導の改善の視点

5.1.2.1　回転の大きさとしての度数法による表現の理解の促進

第 4 章では，単位による数値化後の角に関する学習上の困難点を，小学生を対象とした度数法に関する困難点と，高校生を対象とした弧度法に関する困難点に分けそれぞれ特定した。以下では，小学生を対象とした調査で特定された度数法に関する困難点とその要因

を本研究の枠組みから捉え直し，獲得の強化を図るべき学習の要件を特定することを通して，学習指導の改善の視点を指摘する。

第 4 章で特定された小学生を対象とした度数法に関する学習上の困難点とその要因は次の二点に要約される。第一は，角度の値によらず，角を構成する二辺の開く向きや分度器の置き方に応じて，分度器上の目盛りを選択できないことである。この困難点の要因は，分度器上の 0°の目盛りと 0°を意味する基線に対する児童の認識が一致していないことである。第二は，180°を超える大きさの測定や図示ができないことである。この困難点の要因は，測定や図示する値に応じて角度を捉える基準を変換していること，及び 180°を超える大きさの角度を扱う場面で必須な基線の置き換えに対する児童の誤った認識が存在することである。さらに，第一と第二の困難点の共通要因として，測定対象の大きさに依らず，角の大きさを回転の大きさとして動的に捉えられないこと，及び任意単位として用いる角の大きさが少なく，分度器は二方向の円目盛りが示された複雑な構造をもつために，1°を基準に目盛りに従って測定することの意味を分度器の構造と関連付けて把握できず，角の大きさに関する測定の意味の理解が不十分であることが指摘された。

このような度数法に関する学習上の困難点とその要因は，本研究の枠組みにおける「単位の適用」の段階の「単位により数値化された角の大きさの複数の捉え方による把握」，及び「範囲の拡張に向けた回転の大きさとしての把握」の獲得をそれぞれ強化すべきであることを示唆している。すなわち，前者は，測定に関する既習事項を手がかりに角の大きさの測定の意味を動的かつ静的に把握することを強化することである。そのためには，児童に普遍単位の有用性を認識させるとともに，動的な捉え方に従って，複雑な分度器の構造を把握し，角の大きさの単位による数値化の意味の理解を図る活動を充実すべきである。

この点について，本研究では特に，分度器が導入される前の任意単位による測定を充実させることを主張する。なぜなら，インタビュー調査で扇形の中心角を利用した任意単位による測定の活動を行わせたものの，角度の測定に困難を示す児童には，1°とそれによる測定の意味や普遍単位の有用性を把握している様子がみられなかったからである。

次に，「範囲の拡張に向けた回転の大きさとしての把握」の獲得の強化については，360°以上の範囲へ拡張することを考慮し，180°を超える範囲に角の概念を拡張する場面において，度数法による表現の理解を回転の大きさとして視覚化し，動的に捉えることを促進することである。このことは，角の大きさを回転の大きさとして捉えることを「属性の知覚」の段階から数値化後の段階に至るまで継続的に行うべきであることを示唆している。

以上のように，度数法による数値化後の角に関する学習上の困難点を枠組みから捉え直すと，「単位の適用」の段階の「単位により数値化された角の大きさの複数の捉え方による把握」に関わって，「属性の知覚」の段階から「単位の適用」の段階に至るまで，角の大きさを回転の大きさとして捉える指導を強化すること，及び「範囲の拡張に向けた回転の大きさとしての把握」のそれぞれの要件の獲得を強化することが必要である。すなわち，これらの要件を強化するための学習指導の改善の視点は，回転の大きさとして度数法による角の大きさの表現の理解を促進することである。

以上，任意単位による測定を充実させながら角の大きさの測定の意味理解を複数の捉え方から図ること，及び一般角への拡張のみならず，180°を超える範囲への拡張の場面においても，回転の大きさとして動的に捉えることを促進すること，が度数法による表現に関する学習指導の改善の視点である。

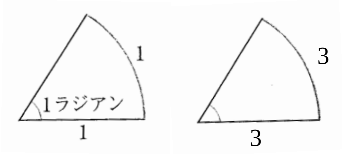
5.1.2.2 弧度法による表現の理解の促進

次に，以下では，高校生対象の調査で特定された弧度法に関する困難点と要因を本研究の枠組みから捉え直し，獲得の強化を図るべき学習の要件を抽出することを通して，学習指導の改善の視点を指摘する。

高校生を対象とした弧度法に関する学習上の困難点は，以下の四つである。第一は，πラジアンの意味を，単位円における 1 ラジアンの説明に基づいて捉えられないことである。第二は，πラジアンを円周率πによって表された単位円の弧の長さに基づいて抽出できないことである。これらの困難点の共通要因は，弧度法の単位であるラジアン，及びπラジアンに対する認識の欠如である。第三は，角の大きさを表す場面で頻出するθラジアンを，弧度法による抽象的な角の大きさの表現として把握していないことである。第四は，θラジアンの意味を半径と弧の長さの比で表された角の大きさとして捉えられないことである。これらの困難点の共通要因は，度数法で表現された抽象的な角の大きさに関する学習経験である。さらに，これら四つの困難点の特定を通して，度数法に関する長期的な学習経験に伴って，生徒の角の大きさに対する認識が固定化されていることが示唆された。

例えば，第一と第二の困難点に関する反応の一つとして，1 ラジアンは半径と弧の長さが等しいという前提で成り立つことを認識するが，半径と弧の長さの比が 1 対 1 である場合の角の大きさとしてではなく，半径 1 の場合に限り成立するものとして捉える様子がみられた。

4.N:えっと，これ（左図）とこれ（右図）は，あの，見た目では同じ大きさなので，で，ここが 1 で，ここが 1 でそれで 1 ラジアンなので。



5.I（筆者）:ああ，3 倍，3 倍で？

6.N:はい（笑）

このような困難性を本研究の枠組みから捉え直してみると，「単位の適用」の段階における「他の量（長さ）の比による表現の理解」を強化すべきであることが指摘できる。すなわち，弧度法は半径と弧の長さの比を利用した角の大きさの表現方法であることの理解を深化させることである。

同様に，第三と第四の困難点がみられたインタビュー調査の場面では，π ラジアンと円周率 π の関連付けができていないために,度数法による円周率 π を用いた経験に基づいて，弧度法から度数法へ変換することに困難を示す生徒の存在がみられた。そのような困難性を示す生徒の多くは，問題文で与えられた式「$2\times\pi\times 1\times\theta/2\pi=\theta$」に含まれる前半の π を円周率（3.14），後半の分数の分母に含まれる π を角の大きさとして両者を相異なる意味で捉えていた。その上で，度数法で扇形の構成要素の関係を表現することと関連付け，度数法の場合と答えが一致しないために θ で表せることに違和感を覚えている様子がインタビューでの応答からうかがえた。さらに，半径 r，弧の長さ r の場合に 1 ラジアンになることを理解していても，ラジアンの定義を十分に理解しないまま，単位の理解が不十分な状態で「$180°=\pi$（ラジアン)」のように単位間の機械的な換算をしてしまっている場合には，度数法と弧度法の対応に関する既有の知識と 1 ラジアンの捉え方とを関連付けることに困難を示すことが明らかになった。

上記の事例は，度数法と弧度法の混同によってラジアンの認識の促進が妨げられる可能性を示唆している。この困難性を枠組みから捉え直してみると，「単位の適用」の段階の「異なる基準による単位の区別とその適用」の獲得を強化することが必要である。さらに，この要件を獲得するためには，「他の量（長さ）の比による表現の理解」も獲得することが必要である，すなわち，度数法と弧度法のそれぞれの単位による測定の意味理解を促進し，両者を区別することである。

異なる基準の普遍単位を区別することは，角の大きさの学習にみられる特徴である。生徒は，度数法によって表された角の大きさを長期的に学習しており，度数法やその前提となる数値化前の学習に困難をもって弧度法を学習する結果，度数法と弧度法との区別に困

難を示す可能性もある。また，角の大きさに関する学習のみならず，弧度法に関する困難点の背後には，中学校以降に学習される文字θによる角の大きさに表現も少なからず関わっていることが考えられる。

特に，前者の度数法の導入前における「属性の知覚」や「属性の比較」の段階に困難をもつ状態が断続的に続いている場合，弧度法による角の大きさを長さの比として図から角の大きさへ着目し大きさを抽出，比較できない可能性がある。実際，インタビュー調査において，角の大きさを長さの比として抽出できない生徒や，問題文中に示された図の大きさに捉われ，角の大きさを比較できない生徒が多くみられた。あるいは，「単位の適用」に関わって，回転の大きさとして捉えることを通して，角の大きさの範囲が拡張されることを把握していない場合には，180°（πラジアン）あるいは 360°（2πラジアン）を超える大きさが弧度法で表されている場面において，度数法と弧度法を機械的に変換してしまうことへの影響が考えられる。

従って，弧度法に関する学習上の困難点を本研究の枠組みから捉え直してみると，「単位の適用」の段階の「異なる基準による単位の区別とその適用」及び「他の量（長さ）の比による表現の理解」の双方の獲得を強化することの必要性が明らかになる。さらに，これらの要件を獲得することは，「属性の知覚」の段階の「角の大きさへの着目」，「属性の比較」の段階の「複数の捉え方による角の大きさの抽出」，「複数の捉え方による角の大きさの比較」，「単位の適用」の段階の「範囲の拡張に向けた回転の大きさとしての把握」の獲得を前提とすることにも注意が要る。

5.1.3　学習指導の改善の視点からみた配列の再構成

5.1.1 において，本研究で特定された数値化前の困難点を枠組みから捉え直した結果，「属性の知覚」における「平面図形としての角への着目」と「角の大きさへの着目」及び，「属性の比較」の段階における「複数の捉え方による角の大きさの抽出と比較」が獲得の強化を図るべき学習の要件として抽出された。

また，インタビュー調査での学習者の反応を手がかりに，上述の要件の獲得を強化するための活動として，図形としての角への着目とその大きさの動的な捉え方による抽出に関する活動を日常生活における「かど」の概念から角の概念へと数学的な概念を導入する場面で行うこと，さらには，「属性の比較」の段階において角の大きさを動的に捉える活動を長期的に充実させることの有効性が見出された。

同様に，5.1.2 では，本研究で特定された数値化後の困難点を枠組みから捉え直した。その結果，度数法による数値化に関しては,「単位の適用」の段階の「単位により数値化された角の大きさの複数の捉え方による把握」に関わって,「属性の知覚」の段階から「単位の適用」の段階に至るまで，角の大きさを回転の大きさとして捉える指導を強化すること，及び「範囲の拡張に向けた回転の大きさとしての把握」の獲得を強化することの必要性が明らかになった。また，インタビュー調査での反応を手がかりに，上述の要件の獲得を強化するためには，任意単位による測定を充実させ複数の捉え方から角の大きさの測定の意味理解を図ること，及び一般角への拡張のみならず，180°を超える範囲への拡張の場面においても，回転の大きさとして動的に捉えることを促進することの必要性が指摘された。

さらに，弧度法による数値化に関しては,「単位の適用」の段階の「異なる基準による単位の区別とその適用」及び「他の量（長さ）の比による表現の理解」の双方の獲得を強化することの必要性が明らかになった。また，インタビュー調査での学習者の反応を手がかりに，上記二つの要件の獲得は,「属性の知覚」，及び「属性の比較」の各要件と,「単位の適用」の段階の「範囲の拡張に向けた回転の大きさとしての把握」の獲得を前提としていることを指摘した。

上記の考察に基づいて，5.1.3 では，角の計量的側面に関わる学習指導を改善する立場から，現行の指導内容の配列（表 5-2，再掲）にどのような課題があるのかを指摘する。

表 5-2 角の大きさに関する現行の指導内容の配列（表 2-3 再掲）

学 年	指 導 内 容
小 3	・半直線が作る形としての角の定義 ・半直線の開き具合の直接比較，及び間接比較
小 4	・半直線の開き具合及び回転の大きさとしての角の大きさ ・度数法 ［ 0°， 360° ］
中 2	多角形の角の性質 ［ 0°， ∞ ］
高等学校	・一般角の定義 （－ ∞，∞ ） ・弧度法

さらに，その課題を解決し，学習上の困難点を解消するための学習指導を長期的に展開するためには，配列上にどのような工夫を施すことが可能であるのかを議論し，現行の指導内容を再構成するための指針を示す。

5.1.3.1　数値化前の角に関する配列の再構成

はじめに，数値化前の指導内容について議論する。表 5-2 における数値化前の内容は，「半直線が作る形としての角の定義」,「半直線の開き具合の直接比較及び間接比較」,「（度数法を導入前の）半直線の開き具合及び回転の大きさとしての角の大きさ」が該当する。

5.1.1 において,「属性の知覚」の段階に含まれる「平面図形としての角への着目」と「角の大きさへの着目」が獲得の強化を図るべき要件として抽出されたが，現行の配列では,「属性の比較」の段階における学習に内包されている。すなわち，考察対象の属性の一つとして角とその大きさに着目し抽出する活動は,「半直線の開き具合の直接比較及び間接比較」を中心に展開されているが，数値化前の図形としての角を重ね合わせる直接比較を通して，角とその大きさの認識の獲得が図られるため，大きさを比較する前提として，図形としての角とその大きさを区別しながら着目することに限定した学習がなされていない。

実際，両者の区別に対する認識が十分ではなく，特に角の大きさの動的な捉え方は図形に含まれる内角の大きさの直接比較からは獲得されにくいことが学習者の実態からもうかがえる。さらにその困難性の背後には既習事項である直角に対する認識も関わっている。このような学習者の実態を考慮すると，角は複数の図形の構成要素からなるがゆえに，角とその大きさを区別しながらそれぞれの側面に着目するための学習指導を設定するよう，指導内容の配列を工夫すべきである。すなわち,「属性の知覚」の段階に該当する学習内容を直接比較の前段階として設け，その段階の学習の要件である図形としての角とその大きさへ着目を促すことが大切である。

また,「属性の比較」の段階における「複数の捉え方による角の大きさの抽出と比較」が獲得の強化を図るべき要件として抽出され,「属性の知覚」の段階から引き続きこの段階においても角の大きさを動的に捉える必要があることが学習者の反応から明らかになった。

現行の指導内容の配列では,「属性の比較」の段階に相当する具体的な学習として，図形に含まれる角を直接重ね合わせることによる比較がなされる。また，角の大きさの捉え方には開き具合及び，回転の大きさとして複数存在することを回転に関する具体物を用いて導入する。ところが，前者の活動では，図形の内角の一つを比べるために，二辺の開き具合という静的な捉え方によって角の大きさは認識されやすく，角を動的に捉えにくいのである。また，後者の活動において回転に関する具体物を用いて回転する様相のみが取り上げられるため，回転量と閉じた図形における角の大きさを同じ量としてみることに飛躍がある。実際，180°以下の図形の内角を把握する場面では，角の大きさを開き具合として認

識できる一方で，開いた図形に関する場面になると角の大きさを捉えることに困難を示す学習者が多いことは，開き具合として捉える学習と回転の意味が導入される学習との間に飛躍があることを示唆している。

従って，動的な捉え方を「属性の知覚」の段階から早期に導入することに加えて，「単位の適用」に至るまで，学習者の動的な捉え方に関する認識の強化を継続的に行うために，「属性の比較」の段階においても，図形に含まれる角の大きさをも回転の大きさとして捉え比較する活動が望まれる。このような観点から指導内容の配列の工夫が望まれる。

5.1.3.2　数値化後の角に関する配列の再構成

次に，数値化後に関する指導内容の配列上の課題を考察する。角の大きさに関する現行の指導内容の配列（表 5-2）における数値化後の内容は，「度数法」，「多角形の角の性質」，「一般角の定義」，「弧度法」が該当する。

5.1.2.1 において，度数法に関する困難点を本研究の枠組みから捉え直した結果，「単位の適用」の段階の「単位により数値化された角の大きさの複数の捉え方による把握」に関わって，「属性の知覚」の段階から「単位の適用」の段階に至るまで，回転の大きさとして捉えさせる指導を強化すること，及び「範囲の拡張に向けた回転の大きさとしての把握」のそれぞれの要件が抽出された。すなわち，回転の大きさとしての角の大きさについての度数法による表現の理解を促進することが指摘された。

現行の指導内容の配列では，度数法の導入前に回転の大きさとして角の大きさを捉えることが導入されるが，度数法の導入以降は分度器による測定活動や定性的な議論が中心となり，回転の大きさとして捉える機会が少ない。すなわち，回転の大きさとしての本質的な角の大きさの捉え方に関わった指導内容が長期に渡って十分に配列されていないのである。回転の大きさとしての捉え方は，小学校第 4 学年の「量と測定」領域の内容で導入され，考察の範囲を 180°を超える範囲に拡張するための学習指導が，分度器による測定活動を通してなされる。ところが，算数科の「量と測定」領域は，中学校では「図形」領域，高等学校では主に図形と計量に関連する学習内容に統合される[127)]。従って，平面図形の構成要素としての角を考察対象とする学習の機会はある一方で，その大きさを回転の大きさ

[127)] 例えば，文部省（1999）『高等学校学習指導要領解説 数学編・理数編』における図形と計量の内容の取り扱いでは，角の大きさなどを用いた計量の考えの有用性を認識させ，図形の計量についての理解を一層深めることが述べられている（前掲 56，p.49）。

として捉える機会は長期的に展開されにくい。しかし,「一つの点から出ている二つの辺が作る形」を考察する場面で劣角ではなく優角を抽出すること，及び取り得る範囲を 360°以上に拡張するためには回転の大きさとしての動的な捉え方の獲得が不可欠である。

さらに，度数法による表現の理解を促進するためには，任意単位に用いうる大きさを含む身の回りのものは少ないが，それらを用いて角の大きさを測定した上で，分度器や度数法を導入することが必要である。実際，インタビュー調査においても，測定の意味理解を促進するためには，分度器を用いた普遍単位による測定を想定し，任意単位による測定活動を行うことが有効であるとみられる反応が観察された。実際，杉山（2008）は，角の大きさの任意単位を使用することに関して，直角が周りに多く存在するため，直角を任意単位とする場合，それよりも小さい大きさの角を測定する場合，分数や小数が必要となってしまうことを指摘した上で，その改善の方法として，三角定規や，人工的に紙を折って任意単位を作成することを述べている[128)]。また，このような活動後，分度器の導入場面において，回転の大きさとしてその測定値をとることも考えられる。

以上の考察から，度数法に関する指導内容の配列上に施す工夫として，任意単位による測定を充実させ複数の捉え方から角の大きさの測定の意味理解を図ることや，一般角への拡張に限らず，180° を超える範囲への拡張の場面においても，回転の大きさとして動的に捉えることを促進する学習場面を設けることが考えられる。

次に，弧度法に関する指導内容の配列を考察する。5.1.2.2 で弧度法に関する困難点を枠組みから捉え直した結果,「単位の適用」の段階の「異なる基準による単位の区別とその適用」及び「他の量（長さ）の比による表現の理解」の双方の獲得を強化すべきであることが明らかになった。また，インタビュー調査での反応を手がかりに，上記の二つの要件の獲得は,「属性の知覚」, 及び「属性の比較」の段階の各要件と,「単位の適用」の段階の「範囲の拡張に向けた回転の大きさとしての把握」の獲得を前提としていることを指摘した。

上述の要件の獲得を強化する立場から，現行の指導内容の配列を考察すると，一般角の導入前に 360° を超える角の大きさを扱う際，度数法と範囲の拡張に関する場面を設けることが考えられる。定性的な議論が中心に展開される中学校段階での学習場面においても，角の大きさを回転の大きさとして捉える場面を積極的に設けることである。

さらに，弧度法の導入場面においても,「属性の知覚」と「属性の比較」の段階を意識した指導が行われるべきである。なぜなら，生徒は度数法による長期的な学習経験をもって

---

128) 前掲 16），pp.215-216.

おり，角の大きさの新たな表現方法として弧度法を導入するためには，図形から角の大きさを弧度法の定義に基づいて着目し比較することが必要だからである。実際，弧度法が角の表現方法であることを意識しないままに度数法との単位換算を機械的に行い，度数法の学習経験による角の大きさに対する認識が固定化されてしまっている生徒が多くみられた。このような生徒の弧度法の定義に対する理解を促進させるために，度数法を導入する場面と同様に，弧度法による扇形の半径，弧の長さ，及び中心角の大きさの関係に基づいて定義を把握した上で，角とその大きさへの着目及び抽出を弧度法の立場から行うことや，弧度法で表された角の大きさを比較，測定する活動を取り入れるのである。その上で，度数法で学習してきている一般角の概念を弧度法に適用し，異なる基準の度数法と弧度法の両者を区別しながら角の大きさの表現方法として場面に応じて使い分け，適用することが必要である。

以上，5.1 では，第 3 章及び第 4 章で特定された学習上の困難点を本研究の枠組みから捉え直し，獲得の強化を図るべき要件を抽出することを通して，調査で特定された困難点を解消する立場から学習指導の改善の視点を示した。さらに，抽出された学習の要件を強化する立場から，指導内容の配列上の課題を指摘し，その課題を解決するために配列上に工夫を施すことを試みた。次節では，インタビュー調査での教授的介入による学習者の認識の変容を手がかりに，本節で指摘した指導内容の配列上の課題を解決するための工夫を試みるための具体的な学習指導を構想する。

第 2 節　角に関する学習指導の構想

前節では,第3章及び第4章で特定された困難点の要因を本研究の枠組みから捉え直し,困難点を解消するために獲得の強化を図るべき学習の要件を抽出した。また，抽出された要件を強化する立場から現行の指導内容の配列を評価・改善するために，学習の要件の獲得に困難を示す学習者のインタビュー調査での反応を手がかりに，指導内容の配列上の課題を指摘し，その課題を解決するための配列のあり方を角の大きさの学習における数値化の前後に分けて議論した。

本節では，前節で指摘した指導内容の配列のあり方に従って，具体的な学習指導を展開するために相応しい教材や指導法を構想する。そのために，インタビュー調査での教授的介入によって困難を示す学習者の認識が変容した場面で使用した調査問題，角に関する具体物，教授的介入の方法を手がかりとする。なぜなら，そのような認識の変容は，単発的なインタビューの時間内ではあるが，学習者の誤った認識の改善あるいは理解の深化が認められた事実を根拠として，困難点とその解消の方法を明らかにするための手法としての「課題準拠インタビュー」の有用性を示すとともに，その教材や指導法の利用に困難点の解消の可能性があることを示唆しており，実証的な考察を根拠に困難点の解消の方法を提案できるからである。

本節では，5.2.1.1 において，数値化前に関する教材及びその教材を用いた指導法を，5.2.1.2 から 5.1.2.3 において，度数法に関する教材及びその教材を用いた指導法を，5.2.1.4 から 5.2.1.5 において，弧度法に関する教材及びその教材を用いた指導法をそれぞれの根拠となるインタビュー調査のデータを示しながら提案する。最後に，5.2.2 では，長期的な展望から学習指導の改善を図るために，数値化前の角概念の導入場面までも視野に入れて獲得の強化を図るべき学習の要件を学習指導へ展開する可能性を，具体的な教材の形で仮説的に示すことで追究する。

5.2.1 角に関する学習指導の構想:「課題準拠インタビュー」における教授的介入と学習者の認識の変容を手がかりに

数値化前に関する学習上の困難点を解消するためには，角の大きさを回転の大きさとして動的に捉え，量として着目して抽出し，比較するための活動を強化する必要がある。そこで，5.2.1.1 では，そのための学習指導を展開する方法を具体的に提案する。

一方，度数法に関する学習上の困難点を解消するためには，「単位の適用」の段階における「単位により数値化された角の大きさの複数の捉え方による把握」及び「範囲の拡張に向けた回転の大きさとしての把握」の獲得を強化する必要がある。これらの要件の獲得に困難を示す学習者のインタビュー調査での反応から，要件を強化するためには，指導内容の配列に，（1）任意単位による測定を充実させ角の大きさの測定の意味理解を図ること，及び（2）一般角への拡張のみならず，180°を超える範囲への拡張の場面においても，回転の大きさとして動的に捉えることを促す場面を設けること，が有効であることが明らかになった。そこで，5.2.1.2 では（1）について学習指導を展開する方法を，具体的な教材及び指導法の提案によって示す。また，5.2.1.3 では，（2）について学習指導を展開する方法を具体的な教材及び指導法の提案によって示す。

さらに，弧度法に関する困難点については，「単位の適用」の段階の「異なる基準による単位の区別とその適用」及び「他の量（長さ）の比による表現の理解」の双方が獲得の強化を図るべき要件として抽出された。また，これらの要件の獲得に困難を示す学習者のインタビュー調査での反応を手がかりに，弧度法の定義に対する理解を促すために，度数法を導入する場面と同様に，弧度法による扇形の半径，弧の長さ，及び中心角の大きさの関係に基づいて定義を把握した上で，（1）角とその大きさへ着目し抽出することを弧度法の立場から行うこと，（2）弧度法で表された角の大きさを比較，測定する活動を取り入れること，が有効であることが明らかになった。そこで，5.2.1.4 では，（1）について学習指導を展開する方法を教材及び指導法の提案によって具体的に示す。また，5.2.1.5 では，（2）について学習指導を展開する方法を教材及び指導法の提案によって具体的に示す。

5.2.1.1 から 5.2.1.5 では，いずれも，インタビュー調査での教授的介入による教材と介入の有効性がみられた場面を提示しながら，獲得の強化を図るべき学習の要件を学習指導へ展開する可能性を具体的な教材や指導法の形で示す。

5.2.1.1　直接比較における回転に関する具体物の提示

第 3 章の調査では，角を構成する図形の他の構成要素の影響によって，角の大きさの比較に困難を示す児童が多くみられた。そして，そのような児童の多くは，調査全体を通して，回転の大きさとしての動的な捉え方に対する認識が欠如する傾向がみられた。

そこで，インタビュー調査では，そのような児童の認識の改善を図るために，例えば，辺の長さを判断基準とする児童 B に対し，次のように回転に関する具体物を提示し，角の

大きさの直接比較を試みるための教授的介入を以下のように行った。

37.I:うんうん，じゃあ 3 番のㄅとㄆは，どうしてㄅの方が大きいと思った？
38.B:ここ（辺）が短いから。
39.I:ここ（ㄅ）はこれ（辺）が長いから？
40.I:そっか，うん，今ね，例えばね，㋐と㋑の角の大きさをくらべるとさ，さっきさ，角の大きさってさ，［2 本の棒を使って］ここからここまで回った大きさだよっていったよね。㋐と㋑を重ねてくらべてごらん。［二つの角が描かれた OHP シートを提示する］
41.B:［OHP シートを重ねる］
42.I:うん，先を合わせて…。そうそう。どうかな？
43.B:同じ。
44.I:同じ？うん，これやって，ここ（㋐の辺）は長いけど同じでいい？
45.B:うん。

この場面では，一点を共有する 2 本の線分の回転を表現する具体物を用いた。上の児童のほか，二つの半直線の開き具合を半直線間の距離と認識する児童にも同様の具体物による介入を試みた結果，半直線の回転の大きさとして角の大小関係を正しく捉え直した。

これらの反応は，角の大きさの動的な捉え方に関する介入が，直接比較に関する困難点の解消の一助となり得ることを示唆している。すなわち，半直線の開き具合としての静的な捉え方にならって，図形の角の大きさを直接比較する活動に困難を示す場合，回転の大きさとしての動的な捉え方を，具体物を用いながら提示し，構成要素である一つの点から出る二つの辺が作る形，及び一方の辺から他方の辺までの回転の大きさを抽出し，角の大きさを比較することである。

5.2.1.2 普遍単位による測定の理解の促進に向けた任意単位による測定

一般に，量の測定の学習指導では，普遍単位の導入前に任意単位による測定がなされるが，角の大きさの場合，任意単位が子どもの身の回りに多く存在しないことからその学習指導が軽視されている現状がある。これに対し，本研究で学習者の実態を解明した結果，複数の普遍単位を統合的に理解する前提として，普遍単位である度数法の導入前に，任意単位による測定を一層充実させ，測定することの意味と普遍単位の有用性の理解を促すことが重要であることが指摘された。そこで，5.2.1.1 では，角の大きさにおける任意単位による測定をどのように展開すればよいのか，インタビュー調査での反応を根拠に，具体的な教材と指導の方法を考察する。

現行の算数科教科書では，度数法の導入前に直角を単位として大きさを表現する活動が

展開されている。また，分度器による測定の学習後に，三角定規の内角を単位として大きさを表現する活動が展開されている。インタビュー調査では，これらを既習の児童を対象としていることから，角度の測定に関する問題において，三角定規の内角を単位とする任意単位による測定を試みた。また，その前提として，分度器による測定への接続と，動的な捉え方の定着を図るために，半円の一部を単位とする測定を提案している先行研究（Wilson, 1990）[129)]を手がかりに，単位量当たりの大きさが不明な扇形の中心角（実際は，分度器の内角の大きさと同様の 30°，45°，60°）による鈍角及び優角の測定を行い（図 5-3），それらと三角定規，分度器による測定の違いから普遍単位や分度器の有用性とそれらによる測定の意味理解の深化を図った。

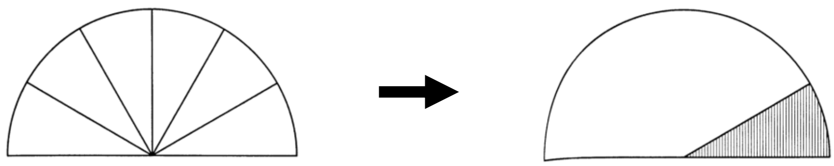


図 5-3　半円から作られる任意単位（Wilson, 1990, p.299）

その結果，わが国の現行の学習指導ではなされていないが，単位量当たりの大きさが不明な扇形の中心角による測定を三角定規による測定の前提に行うことは，単位量あたりの大きさが明確に示された単位によって角の大きさを測定することの意義を児童に実感させうることが明らかになった。例えば，児童 M は，三角定規の方が扇形よりも利便性があることを指摘し，その理由として，扇形の中心角の大きさは明示されておらず，他者へ大きさを説明する場面で不便が生じることを説明した。また，そのような扇形の中心角に対し，三角定規の場合，内角の大きさが予め明確であるから加法性を用いることで大きさを把握できることを指摘した。さらに，児童 M は，図 5-3 の左図のような状態から分度器を想起し，図 5-3 は分度器よりも目盛りは粗い一方で，測定対象を測る場合には，三角定規や扇形の方がより間違いが起こりにくいことを意図する発言をした。

児童 M のように，普遍単位の理解や分度器の有用性の認識は不十分である学習者が単位量の大きさが明示されていることの有用性を認識するために，その前提として Wilson（1990）により提案されているような扇形の中心角による測定を行い，両者を比較することは有効であると考えられる。さらに，扇形の中心角を任意単位として用いることは，分

[129)] 前掲 8）.

度器の導入の基盤となる可能性がある。

さらに，児童 B のインタビュー調査では，特に 180°を超える大きさの角度を扱う場面で三角定規を用いた任意単位による測定活動が分度器で測定することの有用性の認識を促す様子がみられた。

94.I:うん，そっか。うん，じゃあね，いま，三角定規しかないときと分度器があるときってこれ（三角定規）しかなかったときってどう思った？
95.B:こっち（三角定規）の方が何度って正確に，っていうか，こっち（分度器）だと目盛りがいっぱいあってこうして長さが足りない時とかできなくて，でもこっち（三角定規）だと 30°とか 60°とか 90°とかわかるので，こっちの方がわたし的には使いやすかったかも。
96.I:そっか，この角を測るのにはかな。それじゃあ，これ（三角定規）しかなかったら，…んっと，じゃあ，これ（分度器）の方がいいよっていうことってある？これしかないとき。
97.B:こういう問題（330°）のときは，これ（三角定規）じゃやりづらいかなって。
98.I:うんうん。
99.B:うんと，もしかしたらこれとこれ（2 種類の三角定規）だけじゃ測れないときもあるし，そういうときに使える。

この反応にみられるように，B はインタビューの当初，180°より小さい角の大きさに対して三角定規の方が分度器よりも有用であると述べている。これに対し，筆者が優角の場面に着目するよう促し，分度器の有用性を再度確認した結果，330°（⑤）に対し，1°間隔で測定可能な分度器の方が有効であり，三角定規による測定には限界があることを指摘する発言がみられた。

上記二名の児童による反応は，インタビューで用いた任意単位による測定活動に関する具体物及び介入によって，児童の認識が改善される可能性があることを示している。すなわち，Wilson（1990）により提案されているような扇形の中心角を用いた任意単位による測定は角の大きさを測定することの意義を理解させる可能性があることが明らかになった。さらに，この場面に対し提案する教材及び指導法とは，Wilson（1990）による提案に加えて，普遍単位による数値化前に単位量当たりの大きさの示されていない扇形の中心角，三角定規の順に，任意単位による測定を行うこと，さらには，三角定規による測定から分度器による測定へと至る場面で，普遍単位と分度器による測定の意味理解及びそれらの有用性の認識を深化させるために優角の場面を用いることである。

5.2.1.3 180°を超える範囲への拡張に向けた回転の演示

本研究で特定された度数法に関する学習上の困難点はいずれも，角の大きさを回転の大

きさとして動的に捉えた上で，度数法を用いて表現することの意味の理解が不足していることに関わっている。実際，インタビュー調査では，角の大きさを回転の大きさとして捉えることに多くの児童が困難を示し，特に回転の大きさとしての捉え方に対する認識が影響する 180°を超える範囲へ角の大きさの意味を拡張する場面において，それを要因とした困難点が複数特定された。その一方で，インタビュー調査における回転に関する教授的介入を試みた結果，回転の大きさとして角の大きさを捉えることによって，基線に対する誤った認識が改善される傾向が一部の児童にみられた。そこで，5.2.1.3 では，そのような場面を手がかりに，180°を超える範囲への拡張へ向けて，回転の大きさとして捉えさせるための学習指導をどのように展開すればよいのか，インタビュー調査での反応を根拠に，具体的な教材と指導の方法を考察する。

以下は，300°を図示する場面において，下向き 120°の角を図から捉えられない児童 S の反応である。

159.I:ここが 180°で，あと 120°足りないんだよね。そうすると，どこが 120°になってるの，いま？
160.S:<u>いま，こっちの［下向きの 120°の線をなぞる］。</u>
161.I:うん，そうすると？この中に 300°が潜んでるよ。ここが，180°だよね，で，いまどこが 120°？
162.S:<u>［下向きの 60°を指す］ここ？ん？</u>

児童 S には，330°の測定を除く全ての問題で 180°を基準に捉える傾向がみられ，児童 A と同様に 300°を図示する前提に基準の 180°に加える 120°を算出していた。ところが，実際に分度器を下向きに用いてその 120°を図示する場に直面すると，共有点の右側の水平な線分を 180°ではなく 0°と捉え，下向きの 120°を抽出してしまっている。

これに対し，線分を図示した後には，半直線の共有点の左側の水平な 180°を示す線分に着目し，0°を表す基線に置き換えてしまっている。そのため，本来 0°を表す基線から下向きに示された 120°をその補角の大きさにあたる 60°と捉え基準の値に加えた結果，240°を図示しているとみられる。

そこで，児童 S に対し，0°から 300°に至る基線の回転の途中に 180°があること，また，分度器の上下の向きは変わるが 120°を取るための目盛りの向きは変化しないことを指摘する助言をした。その結果，S は，180°の線分を 0°を表す基線と捉え直した上で下向きの 120°を示す線分を描き，回転の大きさとして 300°を捉え，図示することができた。

163.I:[下向きに分度器を置き直す]どこ 120°？
164.S:ここか[下向き，左回りに 120°を取り直す]。
165.I:うんうん。
166.S:120°。ここだ[下向き，左回りに 120°をさす]。
167.I:うん，そうすると，新しく線ボールペンで引いていいよ。
168.S:[引き直す]
169.I:うん，そうすると，どこが 300°になる？
170.S:ここ[180 足す下向き 60 を指す]。ん？あれ？違う，これはない…
171.I:180°と。
172.S:ここ，120。
173.I:120 ってどこからどこが 120？ここの目盛り今見てるよね，下の方の。
174.S:はい。
175.I:そうすると，どこからどこまで 120°？
176.S:ここからここまでが 120°[120 の線をなぞる]。

この結果から，向きをもつ回転の大きさとして角の大きさを捉えながら，加法性を用いて角の大きさを把握する活動には，特に 180°を超える大きさに困難を示す学習者の困難点を改善する可能性があるといえる。

5.2.1.4 弧度法の定義に基づく角の大きさの視覚化と抽出

5.2.1.4 では，弧度法で表された角の大きさを抽出するための具体的な方法を提案する。例えば，4 章で特定された弧度法に関する第 3 と第 4 の困難点はいずれも，θ ラジアンに関する認識の欠如であった。

実際，1 ラジアンを基準に θ ラジアンを捉えられない生徒 G に対し，筆者は，以下のような教授的介入を行った。すなわち，1 ラジアンが半径と弧の長さの比から導かれていることを確認した上で，2π ラジアンの意味を図から捉えさせ，抽象的な θ ラジアンの意味を同一の図から抽出させた。その結果，生徒 G は，θ ラジアンを扇形の弧長と半径 1 の比として捉えることができた。

52.I:うん，そうすると，これ，2π って結局両方ともラジアンで表されているって考えると，図の中のどこになるのかな。
53.G:えっと，ラジアン？
54.I:うん，ラジアン。角の大きさに対応する弧の長さで表そうとするのがラジアンだよ。そうすると，この 2π っていうのは，実質この角度に対応する弧の長さだから。
55.G:ああ，ここ？[円周を描く]
56.I:うん，円 1 周のことだよね。じゃあ，この θ ラジアンっていうのはこの図の中のどこを表しているの？
57.G:ここ[θ に対応する弧をなぞる]。

さらに，πラジアンの意味は捉えられる一方でθラジアンの意味を捉えることに困難を示す生徒Kに，πラジアンの意味を図から捉えさせることを試みた。すなわちπラジアンを視覚化された図から抽出させた後に，抽象的なθラジアンの意味を同一の図から抽出させる介入を次のように行った。その結果，生徒Kは，θラジアンの意味を長さの比で表された角の大きさとして認めようとする反応を示した。

31.I:2πラジアン分のθラジアンってことだよね。この分数って。そうすると，今，ラジアンの考えってどういうものかって言うと，その中心角の大きさに対応して，対応する弧の長さで表す表し方なんだよね，だから，2πとか，θっていうのは角に対応する弧の長さを表しているっていうのは分かるかな，ラジアンだから。
32.K:はい。
33.I:θもこのθっていう大きさに対応するここの長さを表しているから，だからこの2πとかθって一見角度を表している分数に見えるんだけど，実はこれって円周と扇形のそれぞれの長さの比を表しているっていうのはわかる？
34.K:はい。
35.I:そうするとAさんの考えってどうかな。
36.K:うーん。
37.I:2πっていう角の大きさに対する長さ，分の，θっていう角の大きさに対する長さって考えれば。
38.K:そうすると，アなのかな。

上記のような反応は，1ラジアン，弧度法と度数法との対応関係を確認する場面で頻出しているπラジアンや2πラジアンを半径と弧の長さの比として視覚化し抽出することによって，抽象的なθラジアンも同様に視覚化し抽出することが可能になり，結果として，ラジアンに対する認識の理解を促進させうることを示している。

5.2.1.5 度数法との関連付けによるラジアンの視覚化

弧度法に対して困難を示す生徒の多くは，同じ角の大きさの表現方法である度数法に対する認識が固定化されており，両者を機械的に換算することはできる一方で，同じ角の大きさの表現方法として双方を関連付けて同一内の図に表現すること（図 5-4）に困難を示す傾向がみられた。

調査問題で使用した図 5-4 は，弧度法と度数法との対応関係を視覚化するために Thompson（2007）により考案されたものである[130)]。度数法の学習で使用される分度器は，半径1の円の円周を360等分し，そのθ個分をθ°とした度数法による角の大きさを示すものである。これに加えて，弧度法の場合，半径1の円の円周を2π等分し，そのθ個分をθラジアンと置くことができることを定義し，同一の図に弧度法による角の大きさを示

[130)] 前掲 76）．

す。これにより，角の大きさを表示する二つの方法である度数法と弧度法の対応関係とラジアンの定義の確認が可能になり，度数法の定義と弧度法の定義を統合的に把握できるのである。

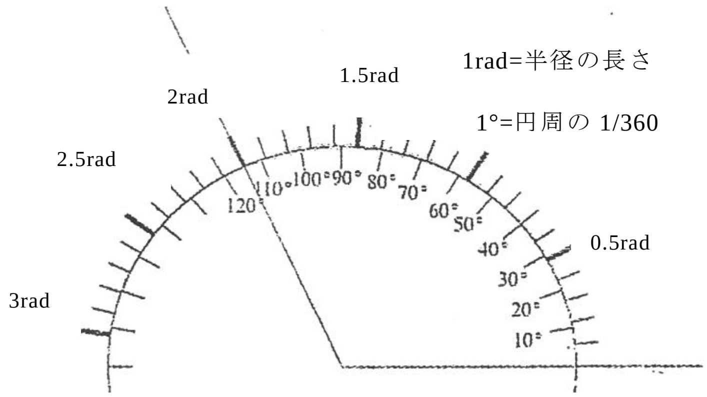


図 5-4　度数法と弧度法の対応の表示（Thompson，2007，p.37）

ところが，調査では，多くの生徒が 1 ラジアンのおよその値を度数法表示の付された扇形を用いて表現することに困難を示した。そこで，筆者は，1 ラジアンが半径と弧の長さが等しい場合の角の大きさであることを示し，その捉え方に基づいて，分度器上に 1 ラジアンのおよその値を示すよう助言をした。ところが，彼らは，1 ラジアンの表記に困難を示したため，続けて，半径の値を r とすることを助言した。

109.I:うん，そう。例えば，じゃあ，半径が 1，いや，r，いまここ（半径），長さよくわからないから r ってしたら，どこが r だったら 1 ラジアンになるの？
110.N:どこが？
111.I:うん，ここ（半径）を r とすると，1 ラジアンの目盛りがこのどこかにつくと思うんだけど，どこが r だったら，こういう風に 1 ラジアンってできるの？
112.N:ここ（半径）と同じ長さの場合[目盛りに沿って弧をなぞる]。
113.I:ああ，そうだよね，だから，ここの長さが r になればいいんだよね。じゃあ，どうやって，実際に求めて…。
114.N:え？（笑）
115.I:求めてみれそうなんだけど（笑），例えば，何か知ってる，ラジアンと度数法の対応関係ってある？
116.N:度数法との対応関係？
117.I:うん，何度だったら何 π とか。
118.N:…。180°で 2π？
119.I:うん，180°だったら，あれ，2π だっけ？
120.N:あ，π。
121.I:うん，π だよね。で，これ π っていうのは単位何だっけ？
122.N:…。

上記の反応にみられるように，生徒 N は，半円の弧長に対する角の大きさとして，π を捉えられなかった。そこで，さらに，度数法による角の大きさと π ラジアンを関連付けた説明を与え，弧長が 1 の場合の角の大きさが 1 ラジアンであることを確認した。その結果，生徒 N は，1 ラジアンの意味を図中から把握し，およそ 60° であることを計算によって求めることができるようになった。

125.I:この π っていうのはどこを指してるの？180° と同じことを指してるんだよね。
126.N:はい。
127.I:ってことは，180° のどこかを表しているから π なんだよね。
128.N:[鉛筆で半周をなぞる]ここ？
129.I:うん，長さだよね。そうすると，いま 180° で，半分，半周分，これで π なんだよね？
130.N:はい。
131.I:そしたら，いま 1 ラジアンを求めたいんだよね。そしたら，大体何度になるってわからない？ここの長さが全部で π なんだよね，ここ（0）からここ（180）が。で，いま，いくつの長さを求めたいんだっけ？
132.N:あ，あ，ラジアン，1 ラジアン？
133.I:そうだよね。1 ラジアン，ここ全部で π で，ここの長さが 1 だったときに，大体何度になるか知りたいんだよね。
134.I:はい。
135.I:そしたら求められないかな。これ（1 ラジアンと π ラジアン），同じ単位のラジアン。
136.N:1 ラジアン？
137.I:およそでいいよ，およそで。うん。
138.N:え…。3？
139.I:3？どうやってやったの？
140.N:[3.14 と記入し，半周を 3 で割ることを説明する]
141.I:ああ，3.14 だから，ああ，3 で割って？うんうん，180 割る 3？うん，まあ大体，およそ。
142.N:60° ？

先にあげた図 5-4 は，弧度法と度数法の対応関係を視覚化するために提案されたものである。上記の反応は，その有効性を示しているとともに，両者の対応関係に困難を示す生徒には，1 ラジアンの意味を確認後に，π ラジアンが 180° であることを 1 ラジアンの意味に基づいて把握すること，その上で，1 ラジアンの大きさを度数法と対応付けて表現することによって，弧度法の定義及び弧度法が角の大きさの表現方法であることの理解を深化させる可能性があることを示唆している。

5.2.2 困難点の解消に向けた長期的な展望に立つ学習指導の展開

5.2.1 では，インタビュー調査による課題変数の実証を根拠として，困難点を解消する可能性を備えた具体的な教材及び指導法を導いた。この方法によって，角の計量的側面に関する学習上の困難点を解消するための示唆を得ることが可能となる。

その一方で，本研究で抽出された学習の要件を強化する学習指導を展開するためには，5.2.1 で挙げた教材及び指導法のみでは十分ではない。なぜなら，5.2.1 では，設定場面の数の制限且つ短時間のインタビュー調査での介入の下での認識の改善の有無から実証的に得られた教材及び指導法の提案にとどまっているからである。例えば,「属性の知覚」の段階に関する要件の獲得に関わる角概念の導入前や,「単位の適用」の段階における範囲の拡張に関わる 360°を超える範囲及び負の範囲への拡張について，具体的にどのような学習指導が展開可能であるのか議論されていない。

しかし，実証的に有効性が保証された教材を提案するとともに，複数の学校段階を視野に入れながら考察する本研究では，得られた知見を手がかりに数値化前から弧度法の導入に至るまでの長期的な改善の方策をも探究し，学習指導の改善への可能性を追究する必要がある。すなわち，調査において認識の改善がみられた場面では，その場面で用いた教材及び指導法を生かして改善策を追究する一方で，一時的な介入では改善することが困難であった場面についても，実証的に保証された調査問題を補完する別の教材を仮説的に提案し，飛躍のない長期的な学習指導を展開する可能性を示す。

そこで，5.2.2 では，長期的な立場から学習指導の改善を試みるために，先行研究に依拠しながら数値化前の角概念の導入場面までも視野に入れた具体的な教材を仮説的に示すことを通して，獲得の強化を図るべき学習の要件を長期的な学習指導へ展開する可能性を追究する。

5.2.2.1 動的な捉え方の獲得に向けた数値化前の角に関する学習指導

調査の結果，動的な捉え方の認識は,「属性の知覚」の段階から早期に導入することが可能であること,「単位の適用」に至るまで継続的に行うことによって獲得され得るものであることが明らかになった。

実際，インタビュー調査において，回転に関する具体物を用いた教授的介入を適宜行った結果，角の大きさに対する学習者の捉え方の変容が複数の場面でみられた。すなわち，角の大きさを動的に捉えるためには，直接比較の場面や，180°を超える大きさに関する場面において，回転に関する具体物によって角の大きさを抽出させる活動が有効であることが示された。

角の学習における回転の認識の役割は従来の研究でも指摘されてきており[131)]，本研究によってそのような指摘を具体的な角の学習指導のレベルで実証することができた。その一方で，White & Mitchelmore（2001）は，回転の概念は，日常経験によって角の学習以前から獲得され得ることも指摘するとともに，一方の半直線のみ視覚的把握が可能な具体物の回転運動は二つの半直線が示されている場合に比べ，始線と終線の位置関係が把握しにくく，回転の概念の獲得に困難を示す児童が多いことが明らかにしている。すなわち，具体物の比較や任意単位による測定を通して，角の概念と類似性をもつ回転の概念を角の学習以前に獲得することは，動的な捉え方の獲得に有効であることを示している。上記の見解を手がかりに，角の大きさの動的な捉え方の獲得を長期的に目指すために，初期に行う活動として，角概念を導入する前の回転概念の獲得に着目し，始線と終線の位置関係の把握が可能な回転運動に関する活動に関わった学習指導を提案する。

例えば，図 5-5 に示すような腕立て手回り運動を取り入れることが考えられる。

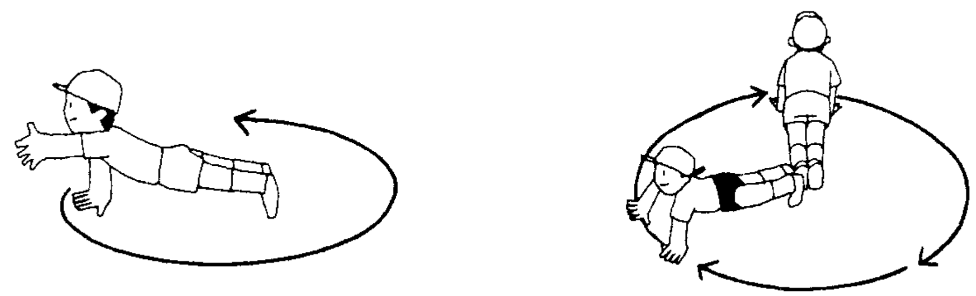


図 5-5　腕立て手回り運動（藤崎ら，2000，p.118）

この活動は，小学校体育科での「体ほぐしの運動」の一つとして挙げられているものである[132)]。この運動を角の学習に利用する場合，次のような展開の方法が考えられる。

はじめに，角を構成する二つの半直線のうちの一方である動径を見立て，脚先と手先を動径の端点として回転する。次に，回転の始線と終線の位置関係が把握できるよう，右図のように始線の位置にもう 1 人あるいは目印としての線分を設置する。線分は可動にし，始線の位置を変えても回転の大きさの変わらない複数の場面を比較する。このような活動

[131)] White, P., & Mitchelmore, M.C.（2001）Teaching for abstraction: Angle as a case in point. In J. Bosis., B. Perry., & M.C. Mitchelmore.(Eds.), *Proceedings of the 24th conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp.531-538), Australia, Sydney: MERGA.

[132)] 藤崎敬・菅野政徳（2000）『新学習指導要領実践小学校体育 4 図解・実践－走・跳の運動，力試しの運動，器械・器具を使っての運動，器械運動 3・4 年－』，東京：東洋館出版社.

を利用しながら図形としての角の大きさを比較・検討することで，角の大きさを動的に捉えること，及びその大きさは線分の長さ（この活動では脚先から手先までの長さを指す）に依らないことを確認することができる。

上のように，小学校体育科での運動の例を手がかりに，回転に関する具体的な活動を用いた動的な捉え方の獲得をねらいとする「属性の知覚」の段階における活動を提案したが，角概念が導入され，回転の大きさとして角を動的に捉えるためには，その前提として，半直線の開き具合としての角の大きさの捉え方を獲得することが必要である。そこで，度数法による数値化前に複数の捉え方によって角の大きさを抽出，比較するためにはどのような活動を展開することが可能であるかを示すために，半直線の多様な開き具合及び回転の大きさとして同時に示す教材とそれを用いた活動を以下に提案する。

例えば，角の大きさの概念の導入以降を指導の対象時期とし，角の大きさを回転の大きさ，または半直線の開き具合として捉える活動が考えられる。この活動では，一本の紐の両端を持つ二人が，図 5-6 に示す A，B にそれぞれ立ち，A に立った者が任意の点（10°刻みに記された⓪～⑱）から任意の点まで円周に沿って動く。その際，⓪から反時計回りに動くだけでなく，⓪以外の番号から出発することや，時計回りに回転する活動も取り入れる。また，様々な長さの紐を用い，A からの軌跡を図示したものを比較することで，角の大きさは，角を構成する半直線，角を指す扇形の弧の長さや広さに捉われないことも数値化する前の段階から確認できる。

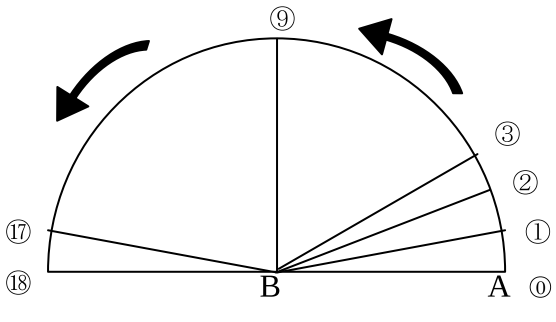


図 5-6 半直線の開き具合に対する認識の強化

この活動は，単位の導入後も同様に展開することが可能であり，180°や 360°を超える範囲についても体験的に角の大きさの動的な捉え方を把握することができると考えられる。すなわち，図 5-6 を全円分度器のように下向きに用いることで，180°以上へ角の大きさの取り得る範囲を拡張することが可能である。さらに，このように 180°以上へ範囲を拡張することによって，角概念の拡張に伴い回転の大きさとしての認識が深化する。すな

わち，特に着目と抽出が難しい 180°を超える大きさの角に対しても，数値化前の段階から，回転の大きさとして着目，抽出することを可能にする。このような捉え方を 180°を超える拡張の段階から取り入れることによって，分度器では測ることが困難な 360°を超える範囲や負の範囲への拡張が容易になる可能性もある。

5.2.2.2 普遍単位の有用性の認識の深化に向けた任意単位に関する学習指導

5.2.1.2 において，インタビュー調査で用いた任意単位による測定に関する教材と指導法を示した。それらは，指導者側が意図的に三角定規の内角を同じ大きさである任意単位の大きさを決めたものである。そこで，そのような教材を補完するための教材として，NCTM（2005）を手がかりに，5.2.2.2 では，学習者が主体的に単位を作成し加法性を意識することが可能な教材をあげる[133)]。この教材の利用によって，「単位の適用」の段階における「単位により数値化された角の大きさの複数の捉え方による把握」の獲得を強化すると同時に，その前段階である「属性の比較」の段階における「角の大きさの基本的な性質の理解」の獲得を強化することも可能である。

NCTM（2005）では，任意単位による角の大きさの測定として，360°を複数に等分した何種類かの同形の図形を用いて角の大きさを測定する活動を提案している。

この活動は，分度器を導入する前提として扱われており，図 5-7 に示す手順に従って，8 等分，10 等分，16 等分，20 等分，40 等分した分度器に類似した具体物を用いて，図 5-8 に示す四つの数値化前の角に対する任意単位による測定を試みている。

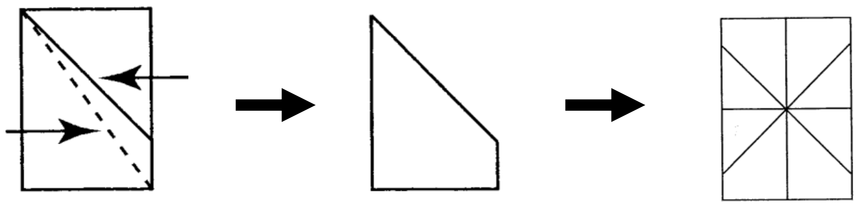


図 5-7　任意単位の作成（NCTM，2005，p.92）

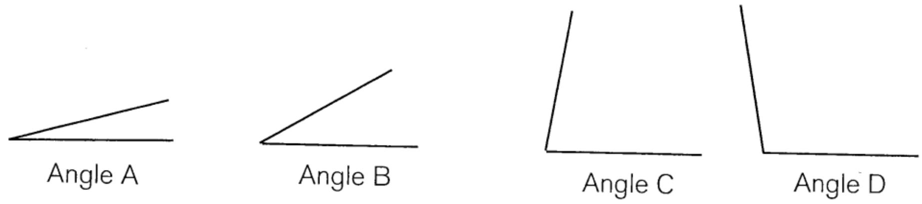


図 5-8　測定する角の大きさ（NCTM，2005，p.93）

133) National Council of Teachers of Mathematics.（2005）*Navigating through Measurement in Grades 6-8.*Reston, VA: NCTM.

表 5-3　任意単位による角の大きさの測定（NCTM，2005，p.94，筆者訳）

角	10 等分	20 等分	40 等分
A	0 個	1 個	2 個
B	1 個	2 個	3 個
C	2 個	4 個	9 個
D	3 個	6 個	12 個

はじめに，図 5-7 の手順に従って 8 分割した用紙を用いて，図 5-8 に示す四つの角の上に 8 等分されてできる楔形（回転の大きさ）を幾つ並べられるかを確かめる。実際，角 C（80°）は 1 個，角 D（110°）は 2 個並べられるが，余りが生じる。さらに，角 A（15°）及び角 B（30°）の大きさは異なるが，両者ともに 8 等分されてできる楔形を 1 個も並べることができず，同一の解答となる。すなわち，角 A と角 B の大きさが異なることを示すためには，より小さな単位の必要性が生じるのである。

そこで，同様に用紙を 16 分割してできる楔形を並べると，角 A から順に 0 個，1 個，3 個，4 個とそれぞれ異なる個数で角の大きさが表されるが，依然として角 A の大きさは不明であり，角 B，C，D には余りが生じるため，さらに細かく分割された楔形（20 分割及び 40 分割）による測定がなされ，楔形の大きさと角の上に並ぶ楔形の数の関係を比較，検討する（表 5-3）。

このような NCTM（2005）の提案に従って，複数の異なる任意単位を用いて繰り返し測定し結果を比較することを通して，より小さな単位の必要性を実感できることに加えて，角の大きさを「基準（楔形）の幾つ分の大きさ」として数値化する測定の意味，及びその値が基準に応じて異なることを確認することが可能になると考える。これらは，いずれも，図形に含まれる角の大きさが等しくなるように分割し，その一つを単位とする測定である。従って，前者は普遍単位の有用性を実感すること，後者は分度器の構造を把握することに個々の主眼を置きながら，一貫して，単位による数値化の意味の理解をねらった活動を展開することが考えられる。

5.2.2.3 角度の範囲の拡張に向けた仰角と俯角による測量

度数法を導入以降，360°までの範囲から，負の範囲や 1 回転以上の範囲へと角の概念が拡張される。現在，その拡張は高等学校の一般角の導入でなされるが，中学校での多角

形の学習や，回転の大きさとして捉えるための認識の強化を考慮すると，範囲の拡張の前段階として向きを持つ回転の大きさとして角の大きさを捉える基盤を作る必要がある。

実際，第 1 章 3 節において，現行の学習指導要領を手がかりに，小学校での「量と測定」領域と「図形」領域，中学校での「図形」領域，高等学校での関数に関わる内容における角に関する指導内容を概観した。その結果，小学校における角の大きさの単位（度）と測定に関する内容に関する記述以降，角の大きさの動的な捉え方に関する指導内容の記述はみられなかったが，回転に関する記述が中学校の「図形」領域においてみられた。

例えば，中学校第一学年における図形の平行移動，対称移動及び回転移動に関する記述では，小学校低学年から「ずらす」，「まわす」，「裏返す」という操作を通して，図形の形や大きさを変えない移動を考察してきていることが述べられた上で，回転移動について次のように書かれている[134)]。

> 回転移動は，図形をある点の回転の中心として一定の角だけ回転する移動である。この移動は，回転の中心の位置及び回転角の大きさと回転の向きによって決まる。回転が 180°の場合が点対称移動である（p.67）。

回転移動の学習では，図形に含まれる全ての構成要素がある点を中心に等しい大きさを回転して移動する様相を具体的な操作を通して考察することで，移動前後の図形の構成要素の位置関係を着目することをねらいとしている。構成要素の移動の軌跡である回転の大きさは角度で表現されることから，この学習では動的に角の大きさを捉えることが必要である。

このことについて，教科書では，構成要素の半回転による点対称移動の理解を中心に展開されているが，平行移動や対称移動と関連付けながら図形の移動の見方をより豊かにするためには，向きをもつ回転の大きさだけ構成要素が移動することとして回転移動を捉えることを一層強調すべきである[135)]。特に，回転の大きさとしてだけでなく，向きをもつ回転の大きさとして捉えることは一般角への拡張でなされる内容であるが，左回りまたは右回りとして向きを捉えることに加えて，それらが正負の回転の向きであることを示すことが考えられる。例えば，点対称移動には－180°回転と 180°回転があることを具体的な操

[134)] 前掲 55）.
[135)] 前掲 16），p.67.

作を通して考察することは可能であり，このことによって指導内容の配列上にみられた学校段階間の飛躍を埋めることができると考える。

そこで，以下では，本研究の枠組みで示した学習の要件である「範囲の拡張に向けた回転の大きさとしての把握」に関して，正負の向きを角の大きさとして視覚化することで負の値の角や 360°を超える角を示す教材を 5.2.2.3 から 5.2.2.5 まで三点提案する。

はじめに，5.2.2.3 では，高さ，距離，方向に関する測量場面において，角の大きさを回転の大きさとして捉えるとともに，取り得る値を負の範囲にまで拡張して考察することを提案する。そのために，視点と対象の上下関係を表す指標である，仰角及び俯角の概念を用いる。仰角及び俯角は，直接測定が困難である量の測定をすることをねらいに，昭和 33 年告示の学習指導要領における中学校第 2 学年の学習内容に含まれていた概念であり，前後での定性的な議論の展開に考慮すれば，それらを取り入れ，既習の負の値で角の大きさを表すことは十分可能であると考える。

例えば，図 5-9 のように，1 点から飛行機の高さや海上の船の位置を測定する際，それらを観測するための視線が，それと同じ円直面にある水平線（0°を示す線分）となす角のうち，視線が水平線の上方にある角を仰角，下方にある角を俯角という[136]。

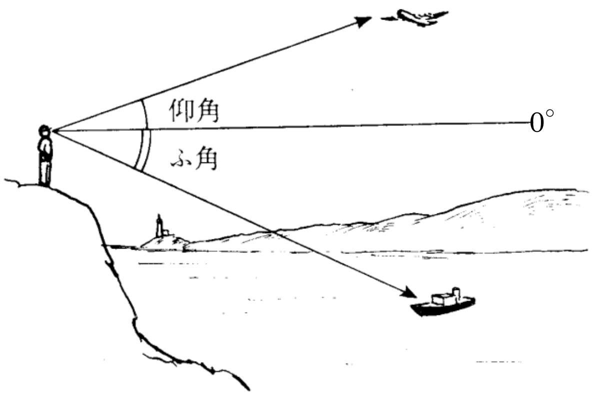


図 5-9　仰角と俯角（笹部，1967，表紙裏）

仰角は，広場や街路などの「囲まれ感」，塔などの崇高感・圧迫感・威圧感などを示す指標として古くから用いられてきている[137]。例えば，壁面の仰角の場合，45°で完全な囲みの感覚となり，18°が囲みの感覚の最小値，14°では囲みの感覚が消失すると言われている（図 5-10）。

[136] 笹部貞市郎（1967）『楽しく学べる中学数学・図形編』，東京：日栄社.
[137] 篠原修編（2007）『景観用語辞典』，東京：彰国社.

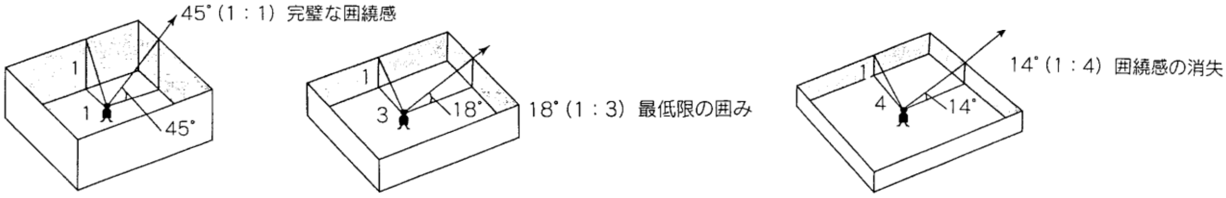


図 5-10 囲みの感覚と仰角（篠原，2007，p.47）

一方，俯角は，湖沼や港湾などの展望台から俯瞰景で眺めることの多い景観の分析指標として用いられてきている。これは始点が高所にあって，対象を俯瞰する場合，主対象に対する俯角の程度が景観の印象を大きく左右するからである。また一般に，視点位置が高くなり俯角が大きくなると，主景となる領域は遠方へと遠ざかる。

このように，仰角及び俯角の大きさは適切な景観の位置づけに多く利用されてきており，景観の位置づけの決定要因の一つに，眼球による視野がある[138)]。視野とは，観察者が対象を眺める場合の見えている範囲のことであり，特に視点が静止している場合の視野を静視野という。両眼の静視野は，注視点（見ている中心点）を固定した場合，左右それぞれ 60°（水平視覚），上 70°（仰角），下 80°（俯角）とされる。また，眼球の適当な動きは，水平視覚で左右それぞれ 35°～45°，仰角 0°，俯角 30°である。このような視野の範囲に配慮し，景観の分野においては適切な仰角の数値が次のように仮説的に設定されている。

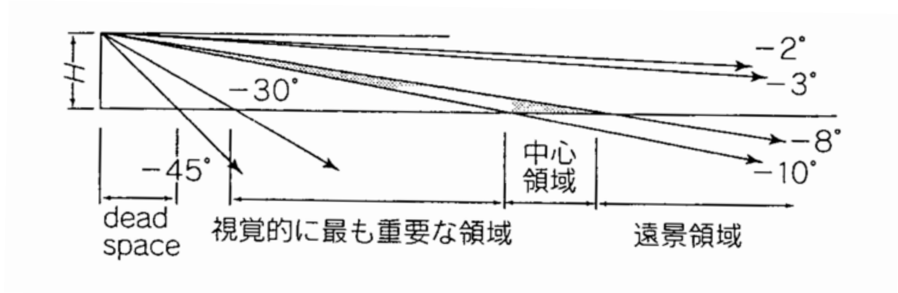


図 5-11 俯角の仮説的数値（篠原，2007，p.47）

図 5-11 は，俯角が 0°～10°（図 5-11 では－10°と表示）が見やすい領域とされ，景観としては俯角が 8°～10°であることが最も望ましいことを表している。これは，人の視線は自然の状態で下に向いていることによる。また，座っている場合は，水平よりも 15°大きく下を向いているため，俯角が 0°～30°の領域（図 5-11 では－30°と表示）が最適な領域である。その一方で，自動車の運転時など，視点が動く場合では，視野が狭くなり，

138) 日本まちづくり協会（2001）『景観工学』，東京：理工図書.

例えば，時速 60 ㎞の自動車に乗っている時の視野は，水平視覚及び仰角は 5° ～6° となることが明らかにされている。

このような景観に対する視野における適切な角の大きさの範囲は，場面に応じて複数解明されてきている。例えば，松島と瀬戸内海の多島海景観を事例とする研究では，手前汀線に関しては俯角が 10° ，島の見えの分布に関しては俯角が 2° ～4° に分布していることが景観に良いことが述べられている（図 5-12）[139]。

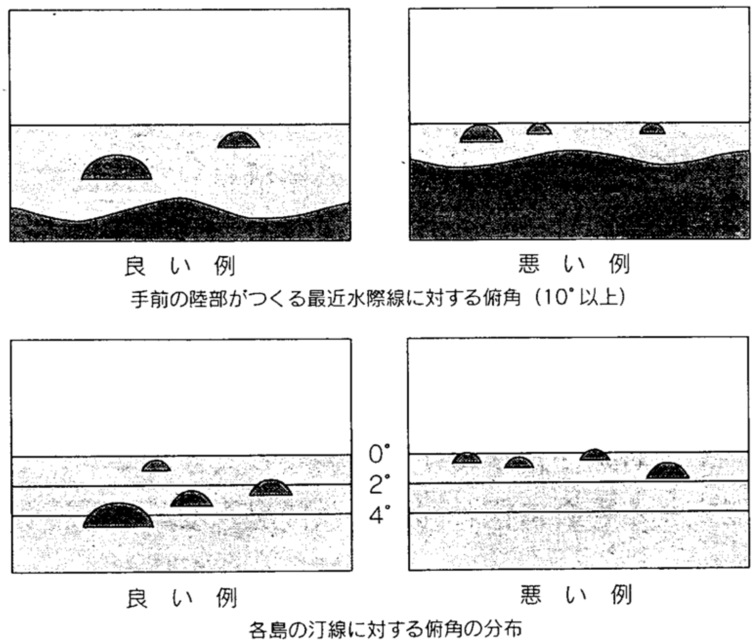


図 5-12　多島海のシーン景観における俯角の意味（篠原，2007，p.47）

このように，景観の視野は学習者が日々経験によって認識している身近な題材である。これらの題材を数学学習で利用することで，回転の大きさとして動的に捉える立場から負の範囲へ拡張することが可能である。例えば，仰角を正の範囲の角度，俯角を負の範囲の角度として扱い，視野の範囲を手がかりに上空や海上に存在する具体物の適切な位置関係を把握することや，湖沼や港湾などの展望台から複数の島を撮影するための方法を考察することが考えられる。その際，水平線を観察者の位置とし，視線の上向きの移動によって仰角を，下向きの移動によって俯角の範囲をそれぞれ定める。水平線を 0° に右回り，左回りの回転運動として角の大きさを捉えることを通して，向きをもつ回転の大きさとして負の範囲にまで拡張できる。

[139] 細川政弘（1978）「多島海景観の視覚構造とその資源性に関する研究」，東京大学土木工学科・修士論文.

5.2.2.4 角度の範囲の拡張に向けた多角形の外角の利用

本研究の枠組みにおける「範囲の拡張に向けた回転の大きさとしての把握」を強化するために，以下では，5.2.2.3 で挙げた測量に関する活動において，角の大きさの取り得る範囲を負の範囲に拡張することを導入後に，向きをもつ回転の大きさとして認識することを強化するための教材を提案する。これは，多角形の外角の性質を利用した教材である。角の大きさを回転の大きさとして捉え，凹四角形の外角まで拡張して考察することは，現行の学習指導要領の範囲外ではあるが，一般角の前提として多角形の外角の性質を利用し，負の範囲まで角の概念を拡張するためには意義がある。

そこで，図 5-13 のような外角の視覚化に関する教材を考案した。図 5-13 の（i） に示す透明な円形のシート（半円部のみ赤，青に塗ったもの）を，上半分で色が重なるように，青い円を上に，中心を合わせて重ね，左回りに上半分全体が赤になるまで回転させる。そして，内角が 180° 未満の場合に，赤い部分（図 5-13 の太い矢印）が内角，赤と青が重なった部分（図 5-13 の細い矢印）が外角を示すことを視覚化し確認する（図 5-13（ii））。

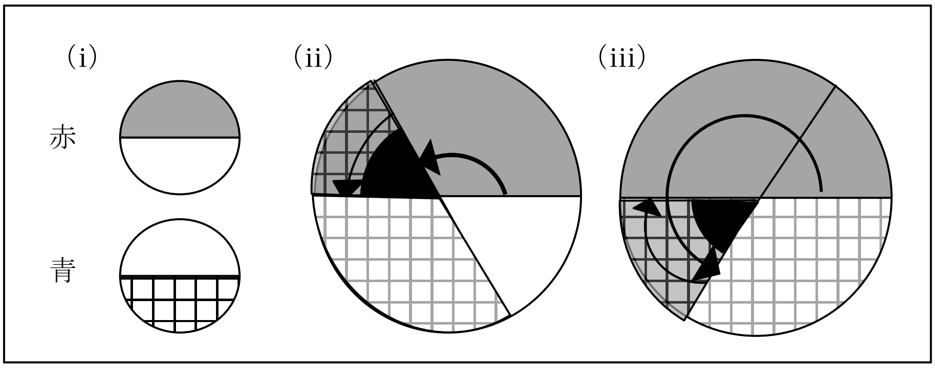


図 5-13　内角と外角の視覚化（太い矢印：内角，細い矢印：外角）

さらに，図 5-13 の（ii）の状態の二枚の上に，半円部のみ赤く塗ったシートをもう一枚赤い扇形の中心角が 180° を超えるように重ねて左回りに回転させていく。内角が 180° 未満の場合と同様に，赤い部分（太い矢印）が内角，赤と青が重なった部分（細い矢印）が外角を示すことから，図 5-13 の（iii）のように，内角が 180° を超える場合の外角を視覚化することが可能である。

5.2.2.5 角度の範囲の拡張に向けた 3 次元空間内での視覚化

現行の学習指導要領では，図形の回転移動に関する内容は，平面図形のみならず，空間図形に関する内容においても，図形の構成要素に着目し，線分や平面の回転によって空間

図形は構成されるという見方が扱われるべきであることが述べられている[140]。例えば，直円柱は長方形がその 1 辺を軸として回転してできたものであり，直円柱の側面は一つの線分が軸の回りに回転してできたものとして捉えることである。

このように，2 次元空間での視覚化を経て，3 次元空間内において回転の大きさを視覚化し角の大きさとして把握することは，以後，中学校第二学年の内容である多角形の内角の和として 360°を超える大きさの角を扱う学習で，既習の多角形の内角の和と関連付けながら角の大きさの意味を理解することを促すとみられる。すなわち，360°を超える大きさを数値として扱うことにとどまらず，多角形の内角の和が表す大きさを実際に 3 次元空間内における空間曲線や曲面を用いて表現し確認することで，一般角への拡張へつなげることが期待できる。内角をつなぎ合わせ，和の大きさを視覚的に把握する活動は，小学校の三角形や四角形の内角の和においてもなされる活動であることから，その発展的な活動として導入することは十分可能である。

そこで，3 次元空間内における空間曲線や曲面を視覚化し，360°を超える大きさの角を示す教材を考案した[141]。例えば，中心角の大きさが 0°から 360°の範囲の様々な扇形を作る。次に，中心角が 360°を超える場合は，図 5-14 のように，半径に切り込みを入れた円同士を貼り合わせ，1 点を共有する二つの半直線が作る形を 3 次元上で表示する。

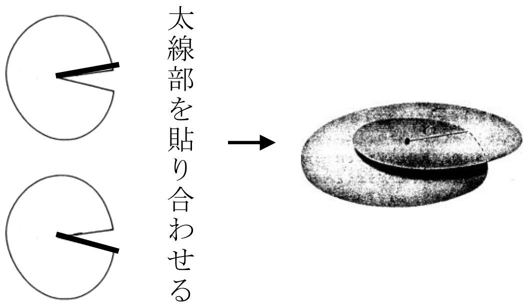


図 5-14　3 次元空間内での視覚化

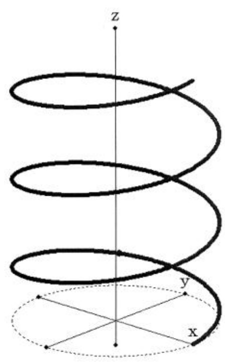


図 5-15　らせん
（x=cost，y=sint，z=t の表示）

また，図 5-15 のように，平面における円の円周上を一定速度で回転する点を考え，その点が同時に z 軸方向へ一定速度で動くときの軌跡が空間曲線の代表例であるらせんとなる

[140] 前掲 54）．

[141] 図 5-14 の平面を貼り合わせてらせん面を作る教材では，まず，xy 平面上の円を直線の回転の軌跡として捉える。その後，円の中心を通り，直線に垂直な軸（z 軸）を考え，z 軸の周りを直線が一定の角速度で回転しながら上昇する（らせん的運動）ときに得られる軌跡としてらせん面を捉えることで，回転の大きさを考察することができると考え，提案した。

ことを用いた教材も考えられる。

以上のように，線分の連続的な回転による軌跡を扱うことは，角の大きさを向きをもつ回転の大きさとして捉えることに関する継続的な学習を可能にし,「範囲の拡張に向けた回転の大きさとしての把握」を強化するための有効な手立ての一つとして考えられる。

5.2.2.6 複数の普遍単位による統合的な表現と視覚化の促進

5.2.1.4 及び 5.2.1.5 では，インタビュー調査での生徒の認識の変容を手がかりに，弧度法の定義及び度数法との関連付けによるラジアンの視覚化に関する教材を提案した。それらは，調査の結果，弧度法が角の表現方法であることを意識しないままに度数法との変換を機械的に行い，度数法による学習経験による角の大きさに対する認識が固定化されてしまっている生徒が多くみられたために,「単位の適用」の段階における「他の量（長さ）の比による表現の理解」及び「異なる基準による単位の区別とその適用」の要件の獲得を強化すべきであることを指摘し，具体的に学習指導を展開するために示されたものである。

しかし，インタビュー調査での教授的介入によって，ラジアンに対する認識が深化する生徒がみられると同時に，単発的な介入のみでは認識の改善が容易ではない生徒の反応も少なからずみられた事実がある。従って，上述の二つの教材による学習指導のみならず,「他の量（長さ）の比による表現の理解」及び「異なる基準による単位の区別とその適用」の要件の獲得を強化するための教材を先行研究に依拠しながら提案することは，ラジアンの認識の促進への手がかりとなる可能性がある。そこで，5.2.2.6 では，弧度法に関する学習の要件を強化する立場から，具体的な教材を仮説的に示す。

例えば,「異なる基準による単位の区別とその適用」の獲得の強化に関わって複数の普遍単位によって表現される角の大きさを統合的に理解するための教材として，Eggleton（1999）が提案している活動がある（図 5-16）[142)]。この活動は，半径を 1（unit）とする円盤上に，弧度法と度数法との対応関係を表示することで，両者を同時に視覚化することが可能な教材である。すなわち，円盤 1 周分に当たる長さの帯状の紙片に，円盤の半径を 1（unit）とする場合の目盛り，及び円盤の半周分，1 周分に相当する π，2π の値を印す。次に，その印に対応する円盤上の位置にも同様に目盛りを印し，最後に，分度器で中心角の大きさを測定し，両者の対応関係をみるのである。

Eggleton（1999）が提案したこの活動は，5.2.1.5 で示した度数法との関連付けによるラ

[142)] 前掲 77）.

ジアンの視覚化のみならず，5.2.1.4 で示した弧度法の定義に基づく 1 ラジアン，π ラジアンの視覚化に関する教材を補完するために用いることも可能である。すなわち，5.2.1.4 と併せて「他の量（長さ）の比による表現の理解」の獲得を強化するための教材として用いることが考えられる。

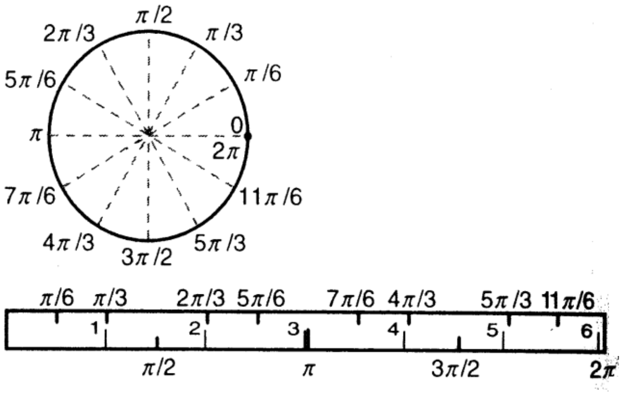


図 5-16 弧度法と度数法の対応関係の表示（Eggleton，1999，p.470）

また，「他の量（長さ）の比による表現の理解」及び「異なる基準による単位の区別とその適用」の要件の獲得を強化するためには，弧度法の定義自体を確認する必要がある。5.2.1.4 と 5.2.1.5 で提案した教材によっても 1 ラジアンの意味を把握することが可能であるが，それらを補完するために，例えば，図 5-17 を利用することが考えられる。これは，任意の円における半径の長さに等しい弧に対する中心角の大きさは一定であり，その大きさを 1 ラジアンとすることを強調しているとみられる図である。この図を利用し，1 ラジアンの意味を確認する学習指導を展開することも考えられる[143)]。また，単位円による弧度法の定義後に，この図を提示し，中心角の大きさが一定である限り，ラジアンは半径の拡大によらないことを確認することも可能である。

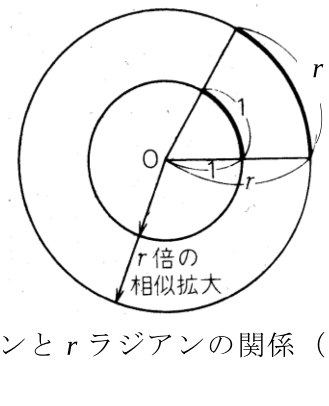


図 5-17　1 ラジアンと *r* ラジアンの関係（吉田他，1979，p.157）

143) 吉田洋一他（1979）『高等学校 新数学 I 』，東京：学校図書.

さらに，弧度法が三角関数の指導内容の一部に位置づけられていることや，関数領域での実数変数として角の大きさを扱う学習場面が多く設けられていることを考慮すれば，度数法と弧度法を関連付けた本研究の調査問題を利用するだけでなく，グラフにおいて両者を関連づけた視覚化も考えられる。例えば，図 5-18 は，弧度法による角の大きさが三角関数のグラフ表現において，実数で両軸上に表示されることを表している[144)]。この図において，度数法と弧度法を対応させ，弧度法で表示された角の大きさの視覚化を図る教材として用いることも可能である。1 ラジアンの大きさを度数法との対応関係だけでなくグラフ上でも視覚化することを通して,「異なる基準による単位の区別とその適用」の獲得の強化を促すことが期待できる。

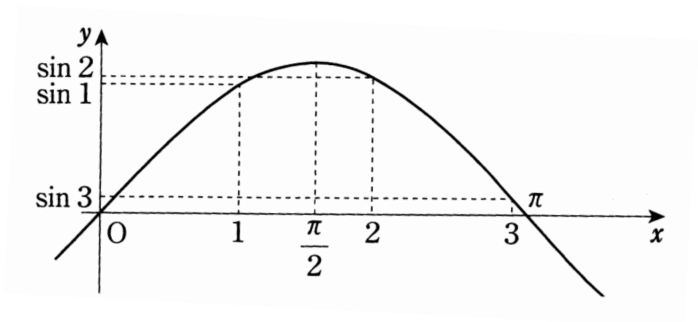


図 5-18 度数法と弧度法の対応関係の表示（東京理科大学数学教育研究所，2007，p.72）

以上，本研究で着目する学習の要件の獲得を強化するために，5.2.1 で実証的考察を手がかりに提案した教材と指導法の補完的な教材を仮説的に提案した。これにより，5.2.1 で提案した教材間の飛躍を埋めるための長期的な角の計量的側面に関する学習指導を展開する可能性が示された。

[144)] 前掲 75）．

第 3 節　第 5 章のまとめ

本章では，調査で特定された学習上の困難点を解消する立場から，指導内容の配列，望ましい教材，及びその教材を用いた指導法の諸側面について，角の学習指導を改善するための指針を示した。

第 1 節では，インタビュー調査のデータを手がかりに，特定された困難点とその要因を本研究の枠組みから捉え直し，獲得に困難を示す学習者が多くみられた学習の要件を本研究の枠組みから数値化前後に分けて抽出した。はじめに，2.3.1 で提案した指導内容の配列上の課題を指摘する方法に従って，学習上の困難点とその要因を枠組みから捉え直し，抽出された学習の要件の獲得を強化する立場から指導内容の配列上の課題を特定した。さらに，その課題を解決するための指導内容の配列のあり方を議論し，配列上にどのような工夫を施すことが可能であるかを考察した。

第 3 章において，数値化前に関する学習上の困難点を二点特定した。第一は，「属性の知覚」及び「属性の比較」の段階の困難点として，数値化された角の大きさを既習であるにもかかわらず，その前提に学習される角とその大きさへの着目及び抽出に困難を示す学習者が多いことである。第二は，「属性の比較」の段階に関する困難点であり，角を構成する図形の構成要素の大きさが異なる場面において，数値化前の角の大きさを図形の構成要素の位置関係に基づいて比較できないことである。

本章では，これらの困難点を本研究の枠組みから捉え直し，「属性の知覚」の段階の学習の要件である「平面図形としての角への着目」と「角の大きさへの着目」及び，「属性の比較」の段階の学習の要件である「複数の捉え方による角の大きさの抽出と比較」を一層獲得の強化を図るべき要件として特定した。さらに，インタビュー調査での反応を手がかりに，上述のような困難性を示す学習者は，「属性の知覚」の段階に関わって，図形としての角への着目とその大きさの動的な捉え方による抽出に困難を示していること，「属性の比較」の段階に関わって動的な捉え方による角の大きさの比較に困難を示していることを指摘した。

そこで，このような困難点を解消するために上述の要件の獲得を強化することを数値化前の角に関する学習指導の改善の視点として，指導内容の配列上にどのような工夫が可能であるのかを考察した。そして，学習者にはじめて図形としての角の概念が導入され，角とその大きさを判別する「属性の知覚」の段階から継続して，回転の大きさとして数値化

されていない角の大きさを動的に捉える学習を導入することを提案した。

次に，第 4 章で特定した数値化後に関する学習上の困難点に基づいて，獲得の強化を図るべき学習の要件を枠組みから抽出した。まず，度数法に関する学習上の困難点は，以下の二点である。すなわち，第一は，角度の値によらず，角を構成する二辺の開く向きや分度器の置き方に応じて，分度器上の目盛りを選択できないことである。第二は，180° を超える大きさの測定や図示ができないことである。これらの困難点を本研究の枠組みから捉え直し，「単位の適用」の段階の「単位により数値化された角の大きさの複数の捉え方による把握」，及び「範囲の拡張に向けた回転の大きさとしての把握」の獲得をそれぞれ強化すべきであることを述べた。さらに，上記の要件の獲得に困難を示す学習者のインタビュー調査の反応を手がかりに，要件を獲得するために強化すべき学習指導として，任意単位による測定の活動を充実して複数の捉え方から角の大きさの測定の意味理解を図ること，及び一般角への拡張のみならず，180° を超える範囲への拡張の場面においても，回転の大きさとして動的に捉えるよう促すことを提案した。

一方，弧度法に関する学習上の困難点には以下の四つがあった。すなわち，第一に，π ラジアンの意味を，単位円における 1 ラジアンの説明に基づいて捉えられないことである。第二は，π ラジアンを円周率 π によって表された単位円の弧の長さに基づいて抽出できないことである。第三は，角の大きさを表す場面で頻出する θ ラジアンを，弧度法による抽象的な角の大きさの表現として把握していないことである。第四は，θ ラジアンの意味を半径と弧の長さの比で表された角の大きさとして捉えられないことである。さらに，このような四つの困難点の特定を通して，度数法に関する長期的な学習経験に伴って，生徒の角の大きさに対する認識が固定化されている可能性が示唆された。次に，これらの困難点を枠組みから捉え直し，第一及び第二の困難点は，「単位の適用」の段階における「他の量（長さ）の比による表現の理解」の獲得を強化すべきであること，第三及び第四の困難点は，単位の適用」の段階の「異なる基準による単位の区別とその適用」の獲得を強化する必要性をそれぞれ示唆していることを指摘した。その上で，インタビュー調査のデータに基づいて，上述の要件を獲得することは，「属性の知覚」の段階の「角の大きさへの着目」，「属性の比較」の段階の「複数の捉え方による角の大きさの抽出」，「複数の捉え方による角の大きさの比較」，「単位の適用」の段階の「範囲の拡張に向けた回転の大きさとしての把握」の獲得を前提とすることを述べた。

第 2 節では，第 1 節で抽出された学習の要件の獲得を強化する立場から，具体的な学習

指導を構想するために，インタビュー調査での教授的介入による学習者の認識の変容に基づいて，困難点の解消に望ましい教材及びその教材を用いた指導法を提案した。第 1 節で提案された指導内容の配列は，困難点を枠組みから捉え直した結果抽出された学習の要件を強化するために工夫されたものである。従って，この指導内容の配列のあり方に基づいて学習指導が展開されることを前提に，その配列上に示された指導内容を具体化した教材と指導法を提案し，学習上の困難点の解消に向けた角に関する学習指導を構想した。教材と指導法の提案については，インタビュー調査において学習者の困難性が解消された場面で用いた具体物や介入の方法を手がかりに，困難点の解消に関する実証的考察に基づいて，具体的な学習指導を構想することとした。

はじめに，「属性の知覚」及び「属性の比較」の段階の要件の獲得の強化に関わって数値化前に関する教材及びその教材を用いた指導法として，直接比較の場面で回転に関する具体物を提示することを提案した。次に，「単位の適用」の段階の要件である「単位により数値化された角の大きさの複数の捉え方による把握」について，度数法に関する教材及びその教材を用いた指導法として，普遍単位による測定の理解の促進に向けた任意単位による測定活動を充実させること，「範囲の拡張に向けた回転の大きさとしての把握」について，180°を超える範囲へ拡張する場面で回転に関する具体物を提示することの意義を述べた。さらに，「単位の適用」の段階の「他の量（長さ）の比による表現の理解」について，弧度法の定義に基づいて角の大きさを視覚化し抽出すること，「異なる基準による単位の区別とその適用」について，度数法との関連付けによってラジアンを視覚化することを，それぞれの根拠となるインタビュー調査のデータを示しながら提案した。

さらに，本研究の枠組みからみると，上述の教材による学習指導の展開のみでは長期的な展望から学習指導の改善を試みるために十分ではないことを指摘した。例えば，「属性の知覚」の段階に関する要件の獲得に関わる角概念の導入前や，「単位の適用」の段階における範囲の拡張に関わる 360°を超える範囲及び負の範囲への拡張について，具体的にどのような学習指導が展開可能であるのか議論されていないことを述べた。そこで，数値化前の角概念の導入場面までも視野に入れて，先行研究で示されている具体的な教材を手がかりに六点を仮説的に提案することを通して，獲得の強化を図るべき学習の要件についての長期的な学習を展開する可能性を示した。

すなわち，その六つの教材は，以下の通りである：（1）直接比較における回転に関する具体物の演示，（2）普遍単位による理解の促進に向けた任意単位による測定，（3）180°を

超える範囲への拡張に向けた仰角と俯角による測量，（4）角度の範囲の拡張に向けた多角形の外角の利用，（5）角度の範囲の拡張に向けた 3 次元空間内での視覚化，（6）複数の普遍単位による統合的な表現と視覚化の促進。

（1）は，動的な捉え方の認識は，「属性の知覚」の段階から早期に導入することが可能であり，かつ「単位の適用」に至るまで継続的に行うことに関わる教材である。（2）は，「属性の比較」の段階における「角の大きさの基本的な性質の理解」及び「単位の適用」の段階における「単位により数値化された角の大きさの複数の捉え方による把握」の獲得の強化に関わる教材である。（3）から（5）は，「単位の適用」の段階における「範囲の拡張に向けた回転の大きさとしての把握」の獲得の強化に関して，一般角の導入前に回転の大きさとして捉える基盤を作ることに関する教材である。（6）は，「単位の適用」の段階における「他の量（長さ）の比による表現の理解」及び「異なる基準による単位の区別とその適用」の獲得を強化するための教材である。

終章

第 1 節　本研究のまとめ

第 2 節　今後の課題

本研究の目的は，角に関する学習上の困難点とその要因を特定し，困難点を解消する方法を提案する立場から，学校数学における角の学習指導を改善するための指針を得ることであった。この目的を達成するために，以下の三つの研究課題を設定した。

研究課題 1：角に関する学習指導上の課題を解決するために，角に関する学習上の困難点を特定し，その困難点を解消するための方法を提示する。

研究課題 2：研究課題 1 の方法に従って，角に関する学習上の困難点とその要因を実証的に究明する。

研究課題 3：学習上の困難点を解消する立場から，角に関する指導内容の配列，望ましい教材，その教材を用いた指導法の諸側面について，角の学習指導を改善するための指針を示す。

そして，課題 1 については第 2 章で，課題 2 については第 3 章及び第 4 章で，そして，課題 3 については第 5 章で，それぞれ解決することを試みた。

この章では，はじめに，本研究の目的を達成するために設定された研究課題とその設定の意義，研究課題を解決するための研究方法を述べる。次に，研究課題の解決に対する本研究の成果を各章の概要とともに述べて総括する。最後に，本研究に残された課題を示す。

第１節　本研究のまとめ

（1）研究の目的と方法

本研究は，角に関する学習上の困難点とその要因を特定し，困難点を解消する方法を提案する立場から，学校数学における角の学習指導を改善するための指針を得ることを目的とした。

角の概念は，図形的側面と計量的側面の双方において特徴を備え，複数の学校段階にわたって長期的に拡張されるがゆえに，その獲得に困難を示す学習者は多い。実際，学習初期の小学生を対象とした先行研究では，図形的側面の特徴として，角は複数の図形の構成要素からなることや，計量的側面の特徴として角の大きさの捉え方や単位による数値化の方法が複数存在することに由来するとみられる角の学習上の困難点が断片的に指摘されてきた。それと同時に，その解消のための具体的な指導法や教材が考案されている。しかしながら，それらは，主として具体的な教室レベルでの困難性の指摘，及び教材や指導法の工夫にとどまり，複数の学校段階を視野に入れた困難点が理論的かつ実証的に解明されてきていない。さらに，困難点の要因の究明，及び学習者の実態に相応しい角の学習指導全体の改善策についても十分に講じられてこなかった。

これに対し，本研究は，角の学習上の困難点とその要因を複数の学校段階を視野に入れて解明し，学習指導の改善の示唆を得る方法を提示するとともに，その方法に従って，困難点とその解消の方法を実証的に探究した。すなわち，量とその測定に関する指導の順序を示す「測定指導の四段階」と角の概念が有する特徴との関連を精査しながら，複数の学校段階における角の計量的側面に関する学習の要件を明らかにし，その獲得に困難を示す学習者の立場から，角の学習指導全体のあり方を学校段階に応じて総合的に検討した。

上述の目的を達成するために，本研究では，以下の三つの研究課題を設定した。第一の研究課題は，角に関する学習指導に関する研究上の課題を解決するために，角に関する学習上の困難点を特定し，その困難点を解消するための方法を提示することである。第二の研究課題は，第一の研究課題で提示された方法に従って，角に関する学習上の困難点とその要因を実証的に究明することである。第三の研究課題は，学習上の困難点を解消する立場から，角に関する指導内容の配列，望ましい教材，その教材を用いた指導法の諸側面について，角の学習指導を改善するための指針を示すことである。

上記三つの研究課題を解決するために，本研究では角に関する学習上の困難点を特定する方法に関する文献解釈を中心とする理論的考察と,学習上の困難点とその要因を特定し，学習指導の指針を得る実証的考察，この二つを主たる研究方法とした。これら三つの研究課題の解決を通して，角の学習指導に関する研究上及び実践上にもたらした貢献を以下に述べる。

はじめに，角の学習指導に関する研究上の課題への貢献とは，角の学習上の困難点とその要因を特定しそれらを解消するための方法を探究したことである。学習上の困難点の断片的な指摘にとどまる先行研究を超えて学習者の実態を解明し，学習指導の改善を図るためには，従来の研究方法に更なる工夫を重ね，質問紙調査での解答の正誤からでは掴むことのできない複雑な要因を追究する必要がある。本研究では，学習者の解答の背後にある認識を把握することを視野に入れて，角に関する学習上の困難点とその要因を特定し，困難点の解消の方法を探究する立場から，角の学習指導の改善のための示唆を得る方法を検討した。その結果，インタビュー調査の方法として「課題準拠インタビュー」を適用することで，断片的な指摘を超えて困難点を把握できたと同時に，未だ多くの学習者が困難性を内包したまま長期的に展開されてきている角の学習指導を改善する可能性を示した。

次に，実践上の課題への貢献とは，学習者の認識の根底にある困難点の要因を解明し，困難点を解消する方法を探究することによって，未だ多くの学習者が困難性を内包したまま長期的に展開されてきている角の学習指導を改善する可能性を示したことである。上述の方法に従って角の学習上の困難点を特定し，それらを解消する方法を実証的に提示することを通して，従来からその存在が指摘されながらも改善のための方策が十分に考察されてこなかった角の学習上の困難点が，本研究における困難点の要因の追究を通して得られる知見によって解消されうることを示した。本研究で得られた知見は少数の調査対象者の反応に基づくものである。しかし，教授的介入による学習者の認識の改善及び理解の促進を手がかりとすることによって，困難性を解消する可能性を備えた方法を提示できた。

（2）研究成果

本研究では，上記の研究目的を達成するために設定された三つの研究課題の解決を通して，上述のような二つの貢献が可能となった。以下では，その研究成果を各章の概要と併せて総括する。

第一は，角の学習指導に関する研究上の課題を解決するために，複数の学校段階にみられる角の学習上の困難点とその要因を顕在化し，困難点を解消する方法を提案する立場から，角の学習指導を改善するための指針を得る方法に関する成果である。

はじめに，学校数学における角に関する学習指導の歴史的経過と先行研究を概観し，それらの展開と成果を確認した。学校数学における角の学習指導のこれまでの経緯を概観した結果，角に関する教材の配列上の問題点として，(1）角の大きさを抽出するための教材は，間接比較，直接比較の順に配列されていること，(2）任意単位の種類が限定され，特に回転の大きさに関わる任意単位を用いた測定場面が少ないこと，(3）角の概念の拡張をねらいとする単元で，角に関する複数の捉え方を強調する場面や動的な捉え方の獲得が難しい場面がみられることの三点を指摘した。

さらに，角の学習指導に関する実証的研究の課題が明らかになった。その課題とは，角の学習指導に関する従来の研究では，断片的に学習上の困難点の存在を解明しているものの，いずれも理論的考察に基づいて困難点を指摘し，改善の指針を導出していないことである。それゆえ，角とその大きさの特徴による影響を受けて，角の学習に困難を示す学習者が複数の学校段階にわたって多く存在する現状がある。このような課題を解明するとともに,角の学習指導は長期的に展開されるがゆえに,複数の学校段階を視野に入れながら，困難点を学習内容に応じて特定することに加えて，十分に提供されていない困難点を解消する方法の提示までも考慮に入れた具体的な手法が新たに求められていることを確認した（第 1 章）。

次に，角の学習上の困難点を特定し，困難を示す学習者の立場から学習指導の改善の指針を得るための理論的考察を行った。学習上の困難点とその背後にある要因を特定する方法については， はじめに，角の学習指導に関する実証的研究の課題を解決するためには，「測定指導の四段階」に加え，角の大きさの特徴と角の学習指導の系統を考慮すべきであることを指摘した。従って，角の学習上の困難点を特定し，困難点の解消の方法を導くためには，角の大きさの特徴による学習の要件に基づき，さらには「測定指導の四段階」や学習指導の系統との関連を踏まえ，角の大きさの学習を捉える独自の枠組みを設定する必要がある。そのために，学習のプロセスと指導の意図から量とその測定の学習指導を特徴づけ，直接比較の前段階として測定対象となるものの属性へ着目している先行研究，及び任意単位による測定の段階を細分している先行研究の議論に基づいて，複数の学校段階を視野に入れた角の大きさに関する学習を捉える枠組みを以下のように構成した。

表 1　角の大きさに関する学習を捉える枠組み（表 2-1 再掲）

段　階	学 習 の 要 件
属性の知覚	・平面図形としての角への着目 ・角の大きさへの着目
属性の比較	・複数の捉え方による角の大きさの抽出 ・複数の捉え方による角の大きさの比較 ・角の大きさの基本的な性質の理解 ・推移律を用いた角の測定の理解
単位の適用	・単位により数値化された角の大きさの複数の捉え方による把握 ・範囲の拡張に向けた回転の大きさとしての把握 ・他の量（長さ）の比による表現の理解 ・異なる基準による単位の区別とその適用

次に，この枠組みに基づいて，質問紙とインタビューを併用した調査を実施する方法を検討した。特に，インタビュー調査については，教授的介入の側面を備えた「課題準拠インタビュー」の方法論を考察した。「課題準拠インタビュー」は，学習者が課題に取り組む過程に焦点化することによって，背後にある学習者の認識とその変容を課題の数学的内容に即して記述する可能性をもつことに特徴がある。従って，この方法を適用することで，学習上の困難点の断片的な特定にとどまっている従来の研究を超えて，角に関する指導内容の配列，望ましい教材，その教材を用いた指導法の諸側面について，学習指導を改善するための指針を導きうることを指摘した（第 2 章）。

第二は，角の学習指導に関する実践上の課題を解決するために，上述の方法を適用し，角の学習上の困難点とその要因の解明を通して得られる知見によって，角の学習指導の改善の指針を提示することに関わる成果である。

本研究では，以下の手順に従って，単位による角の大きさの数値化前後に関する学習上の困難点とその要因を特定した。はじめに，複数の学校段階の児童・生徒計 1,271 名を対象とした調査問題を設計・実施し，困難点の全体の傾向を把握した。その理由は，次の二点である。一点目は，多くの学習者が示す困難点に焦点をあててインタビュー調査を実施するためには，十分な調査対象者数が確保された質問紙調査の結果を数量化し，従来の研究で指摘されている各学校段階に固有な学習上の困難点の全体の傾向を確認すると同時に，複数の学校段階でみられる困難点の傾向をも系統的に把握することが必要だからである。二点目は，「課題準拠インタビュー」で使用する課題と台本は，質問紙調査での全体の傾向と抽出した学習者の解答に応じて精緻化するための有効な手がかりになると考えられるからである。

その結果，(1) 度数法により表現された角を学習済みの児童・生徒が，図形としての角そのものと角の大きさに着目，抽出し，比較するための着眼点を混同していること，(2) 角の大きさの比較において，角を表す扇形の広さや弧の長さに捉われてしまうこと，(3) 180° を超える大きさの角の測定と図時に困難を示すこと，(4) 度数法と弧度法を混同していること，の四点が全体の傾向としてみられた。

次に，質問紙調査の解答の根底にある学習者の認識自体，及び認識と困難点の関連性を調べるために，質問紙調査を実施した。さらに，上述の困難性の傾向がみられる学習者を選抜した上で,「課題準拠インタビュー」を実施し，教授的介入による学習者の認識の変容を考慮に入れながら，反応を分析した。本研究で設定した枠組みの三段階は，数値化の前後により二つに大別できる。すなわち,「属性の知覚」及び「属性の比較」の段階は，数値化前を対象としており,「単位の適用」の段階は数値化後を対象としている。

まず,「属性の知覚」及び「属性の比較」の段階について，小学生を対象に出題した数値化前の角に関する学習上の困難点とその要因を調査結果の分析を通して解明した。その結果，既習の直角に対する強い依存，動的な捉え方に対する不十分な認識，及び角に含まれる図形の特定の構成要素に対する固執を要因とする数値化前の角に関する学習上の困難点が三点特定された（第 3 章)。

次に，数値化後を対象とする「単位の適用」の段階に関しては，動的な捉え方に対する不十分な認識と測定の意味の理解の不足によるとみられる測定や図示する値に応じた角度を捉える基準の変換，及び基線の置き換えに対する認識を要因とする度数法に関する学習上の困難点が二点特定された。さらに，弧度法については，ラジアンに対する認識の欠如，及び度数法に関する長期的な学習経験によるとみられる角の大きさに対する認識の固定化を要因とする学習上の困難点が四点特定された（第 4 章)。

最後に，特定された困難点とその要因を本研究の枠組みから捉え直し，獲得に困難を示す学習者が多くみられた学習の要件を抽出することを通して，学習上の困難点を解消する立場から，角に関する指導内容の配列，望ましい教材，及びその教材を用いた指導法を提案した。これは，角の学習指導の実践上の課題への貢献に関わる成果である。

具体的には，はじめに，第 3 章において特定された数値化前に関する学習上の困難点を本研究の枠組みから捉え直し,「属性の知覚」の段階の学習の要件である「平面図形としての角への着目」と「角の大きさへの着目」，及び「属性の比較」の段階の学習の要件である「複数の捉え方による角の大きさの抽出と比較」を獲得の強化を図るべき要件として特定

した。次に，インタビュー調査での反応に基づいて，上述の要件の獲得を強化することを数値化前の角に関する学習指導の改善の視点として捉え，「属性の知覚」の段階から継続して，回転の大きさとして数値化されていない角の大きさを動的に捉える学習を導入すべきであることを指摘した。

さらに，第 4 章で特定された数値化後に関する学習上の困難点を枠組みから捉え直し，「単位の適用」の段階の「単位により数値化された角の大きさの複数の捉え方による把握」，及び「範囲の拡張に向けた回転の大きさとしての把握」の獲得を強化すべきであることを述べた。さらに，これらの要件の獲得を強化するための学習指導として，任意単位による測定を充実させ複数の捉え方から角の大きさの測定の意味理解を図ること，及び一般角への拡張のみならず，180°を超える範囲への拡張の場面においても，角の大きさを回転の大きさとして動的に捉えることを促進することを指摘した。

同様に，弧度法に関する学習上の困難点を枠組みから捉え直し，「単位の適用」の段階における「他の量（長さ）の比による表現の理解」と「異なる基準による単位の区別とその適用」の獲得を強化すべきであることを指摘した。上述の要件の獲得は，「属性の知覚」の段階の「角の大きさへの着目」，「属性の比較」の段階の「複数の捉え方による角の大きさの抽出」，「複数の捉え方による角の大きさの比較」，「単位の適用」の段階の「範囲の拡張に向けた回転の大きさとしての把握」の獲得を前提とする。

最後に，抽出された学習の要件の獲得を強化するための指導内容の配列のあり方を考察し，インタビュー調査での教授的介入による学習者の認識の変容に基づいて，その配列下における望ましい教材とその教材を用いた指導法を提案した。

具体的には，はじめに「属性の知覚」及び「属性の比較」の段階の要件の獲得についての教材及びその教材を用いた指導法として，直接比較の場面で回転に関する具体物を提示することを提案した。次に，「単位の適用」の段階の要件である「単位により数値化された角の大きさの複数の捉え方による把握」の獲得の強化について，度数法に関する教材及びその教材を用いた指導法として，普遍単位による測定の理解の促進に向けた任意単位による測定の活動を充実すること，「範囲の拡張に向けた回転の大きさとしての把握」の獲得の強化について，180°を超える範囲へ拡張する場面で回転に関する具体物を提示することの意義を述べた。さらに，「単位の適用」の段階の「他の量（長さ）の比による表現の理解」の獲得の強化について，弧度法の定義に基づいて角の大きさを視覚化し抽出すること，「異なる基準による単位の区別とその適用」の獲得の強化について，度数法との関連付けによ

ってラジアンを視覚化することを提案した。

さらに，本研究の枠組みからみると，上述の教材による学習指導の展開のみでは長期的に学習指導の改善を試みるためには十分ではないことを指摘した。そして，数値化前の角概念の導入場面までも視野に入れて，先行研究を手がかりに具体的な六つの教材を仮説的に提案し，獲得の強化を図るべき学習の要件についての長期的な学習指導を展開する可能性を示した。

その六つの教材とは，以下の通りである：（1）動的な捉え方の獲得に向けた数値化前の角に関する学習指導，（2）普遍単位の有用性の認識の深化に向けた任意単位に関する学習指導，（3）180°を超える範囲への拡張に向けた仰角と俯角による測量，（4）角度の範囲の拡張に向けた多角形の外角の利用，（5）角度の範囲の拡張に向けた 3 次元空間内での視覚化，（6）複数の普遍単位による統合的な表現と視覚化の促進。

（1）は，「属性の知覚」の段階から「単位の適用」に至るまで継続的に動的な捉え方の認識を育成することに関する教材である。（2）は，「属性の比較」の段階における「角の大きさの基本的な性質の理解」及び「単位の適用」の段階における「単位により数値化された角の大きさの複数の捉え方による把握」の獲得の強化に関わる教材である。（3）から（5）は，「単位の適用」の段階における「範囲の拡張に向けた回転の大きさとしての把握」の獲得を強化するために，一般角の導入前に回転の大きさとして捉える基盤を作ることに関する教材である。（6）は，「単位の適用」の段階における「他の量（長さ）の比による表現の理解」及び「異なる基準による単位の区別とその適用」の要件の獲得を強化するための教材である。（第 5 章）。

第 2 節　今後の課題

角の概念の獲得に困難を示す学習者の存在は，従来から指摘されてきている。本研究では，角の学習の系統性を考慮し，複数の学校段階の学習者を対象とした量的手法及び質的手法を併用した実証的考察に基づいて，児童・生徒の角の学習上の困難点とその要因を特定し，困難点を解消する立場から，角に関する指導内容の配列の再検討，及び望ましい教材とその教材を用いた指導法の提案を行い，角の学習指導を改善するための示唆を得た。しかし，本研究には，さらに検討されるべきいくつかの重要な課題が残されている。

第一は，本研究で構想した学習指導の有効性の検証である。第 5 章で構想した学習指導に基づく授業を設計・実施し，児童・生徒の認識の変容を短期的及び長期的に確認する必要がある。

第二は，質的な研究方法によって中学生を対象とする学習上の困難点を特定し，本研究で特定された困難点に関する研究成果を精緻化することである。本研究では，質問紙調査の結果から，特に困難を示す学習者が多くみられた場面として，小学校での角とその大きさの抽出と比較，分度器の利用，及び高等学校での弧度法の学習に焦点を当て，角の大きさを回転の大きさとして動的に捉えることと普遍単位により表現することを観点としながら，学習上の困難点とその要因を特定することを試みた。本研究で得られた知見を手がかりに，中学生を対象とした調査を実施，検証することで，困難点とその要因を更に詳細に解明することが望まれる。

第三は，学校数学で扱われる他の量の測定に関する学習上の困難点を特定し，角の大きさの場合との比較を通して，本研究で得られた知見を量とその測定に関する学習指導全般に生かす可能性を探ることである。

量を認識することは，事象を的確に把握し表現するための重要な手法である。従って，学習者の量に関する認識の改善に向けて，小学校算数科の「量と測定」領域で扱われる量の認識を学習者が獲得する過程を体系化し,算数·数学科の指導内容の配列と学習指導全般を再検討するための指針を得る必要がある。

今後は，本研究で得られた成果を手がかりに，上記の課題について，さらに検討を加える。

引用・参考文献

【和文】

新しい算数編集委員会（2005）『新しい算数 教師用指導書研究編 2 年上下巻』，東京：東京書籍.

新しい算数編集委員会（2005）『新しい算数 教師用指導書研究編 3 年上下巻』，東京：東京書籍.

新しい算数編集委員会（2005）『新しい算数 教師用指導書研究編 4 年上下巻』，東京：東京書籍.

飯高茂他（2007）『数学Ⅱ』，東京：東京書籍.

飯塚幸三（1976）『量記号・単位記号の使い方』，東京：オーム社.

石谷茂他（1961）『数学教育事典』，東京：明治図書.

石谷茂他（1978）『高等学校 改訂 新制 数学Ⅰ』，大阪：大阪教育図書.

伊藤一郎ほか（1979）『新・算数指導講座 6 量と測定・図形 ［中学年］』，東京：金子書房.

伊藤（日野）圭子（1995）「数学教育における質的研究について：その前提と方法」，日本数学教育学会誌・数学教育，第 77 巻，第 9 号，160-170.

梅垣壽春他（1998）『改訂版 高等学校 探究数学Ⅲ』，東京：数研出版.

太田伸也（1995）「生徒に幾何の世界を構成させる図形指導－ディベート『凹四角形の外角の和は 360°である』を取り入れて－」，日本数学教育学会誌・数学教育，第 77 巻，第 5 号，11-19.

太田伸也（2008）「数学教育における教材開発の役割」，『日本教材学会設立 20 周年記念論文集「教材学」現状と展望 下巻』，東京：協同出版，84-94.

岡本和夫他（2007）『数学Ⅱ新訂版』，東京：実教出版.

小笠原喜康・柴山英樹（2008）「教材学⑤教材研究の方法論－知識観と学習観の問い直しから－」，『日本教材学会設立 20 周年記念論文集「教材学」現状と展望上巻』，東京：協同出版，51-63.

科学技術の智プロジェクト（2008）『21 世紀を豊かに生きるための科学技術の智 数理科学』，平成 20 年 6 月.

梶外志子（1983）「子どもの面積と周りの長さの認識について」，日本数学教育学会誌・数学教育学論究，第 39・40 巻，49-65.

カジョリ（1997）小倉金之助補訳『復刻版カジョリ初等数学史』，東京：共立出版.

片桐重男（1995）『数学的な考え方を育てる量と測定の指導』，東京：明治図書.

川口延（1972）『算数科教材研究の標準化－教材化と指導法の原理－』，東京：明治図書.

川中宣明他（2007）『改訂版数学Ⅱ』，東京：数研出版.

栗田稔他（1987）『新訂 数学 2 年 指導書第 2 部詳説』，東京：啓林館.

国立教育政策研究所教育課程研究センター（2009）『平成 21 年度全国学力・学習状況調査 解説資料 小学校算数』，平成 21 年 4 月.

国立教育政策研究所教育課程研究センター（2009）『平成 21 年度全国学力・学習状況調査 解説資料 中学校数学』，平成 21 年 4 月.

国立教育政策研究所教育課程研究センター（2010）『平成 22 年度全国学力・学習状況調査 解説資料 小学校算数』，平成 22 年 4 月.

国立教育政策研究所教育課程研究センター（2010）『平成 22 年度全国学力・学習状況調査 解説資料 中学校数学』，平成 22 年 4 月.

古藤怜・伊藤説朗（1991）『新・算数指導実例講座第 5 巻 量と測定［低・中学年］』，東京：金子書房.

小西友七（2001）『ジーニアス英和辞典第 3 版』，東京：大修館書店.

小林善一ほか（1985）『算数・数学教育実践講座第 10 巻 図形概念の芽生えと形成』，東京：ニチブン.

西條敏美（2009）『単位の成り立ち』，東京：恒星社厚生閣.

笹部貞市郎（1967）『楽しく学べる中学数学・図形編』，東京：日栄社.

佐藤恒雄他（2000）『高等学校 精説数学Ⅲ』，東京：桐原書店.

佐藤恒雄他（2007）『高等学校精説数学Ⅱ』，東京：桐原書店.

佐藤良一郎（1929）『数学教育論』，東京・大阪：東洋図書.

澤田利夫他（2005）『小学 算数 3 年，4 年上下巻』，東京：教育出版.

澤田利夫他（2005）『中学数学 1，2，3』，東京：教育出版.

算数科教育学研究会（2006）『新編算数科教育研究』，東京：学芸図書.

篠原修編（2007）『景観用語辞典』，東京：彰国社.

清水静海（1989）『小学校新教育課程の解説・算数』，東京：第一法規.

清水静海他（1994）『CRECER 中学校数学科教育実践講座 第 7 巻 図形と計量』，東京：ニチブン.

清水静海（2003）『戦後学校数学の変遷 附 算数科・数学科学習指導要領』，筑波大学数学教育研究室.

清水静海他（2005）『わくわく算数 3 年，4 年上下巻』，東京：啓林館.

清水美憲 （2000）「数学的定義の構成活動による定義の役割の理解に関する研究－教授実験を通して－」，日本数学教育学会誌・数学教育学論究，第 73 巻，3-26.

清水美憲（2006）「数学学習における『メタ思考』の機能とその促進に関する研究」，筑波大学大学院・博士（教育学）学位論文.

清水美憲・久下谷明・関亜希子・諸星雄大・小林廉・佐藤亮太・外山康平（2006）「平方根の理解に関する調査研究－課題準拠型インタビューを用いて－」，学芸大数学教育研究，第 18 号，39-52.

正田實他（2005）『中学数学 1，2，3』，大阪：大阪書籍.

正田實他（2005）『高等学校 新数学Ⅱ』，東京：第一学習社.

ショケー. G.（1971）（秋月康夫・公田蔵訳）『初等幾何学』岩波書店

新算数教育研究会（1981）『新しい算数研究シリーズ 学年別 算数授業の展開〔第 4 学年〕』東京：東洋館出版社.

杉山重利他（2009）『教師を目指す学生必携 保健体育科教育法』，東京：大修館書店.

杉山吉茂（1990）『力がつく算数科教材研究法』，東京：明治図書.

杉山吉茂（2005）『新しい数学 1，2，3』，東京：東京書籍.

杉山吉茂（2008）『初等科数学科教育学序説 杉山吉茂教授講義筆記』，東京：東洋館出版社.

杉山吉茂（2010）『中等科数学科教育学序説 杉山吉茂教授講義筆記』，東京：東洋館出版社.

杉山吉茂他（2005）『新編 新しい算数 3 年，4 年上下巻』，東京：東京書籍

鈴木信夫（2000）『物理学大辞典』，東京：丸善.

砂田利一（2004）『岩波講座 現代数学への入門 幾何入門 1』，東京：岩波書店.

関口靖広（2009）「教授実験およびデザイン実験」，『教育研究のための質的研究法講座 各論編 第 4 章』http://web.cc.yamaguchi-u.ac.jp/~ysekigch/qualmtd.html.（2010 年 12 月 14 日確認）

高木隆司（2003）『かたちの事典』，東京：丸善.

高田誠二（1980）『単位と単位系』，東京：共立出版.

寺坂英孝（1976）『総合初等幾何学』，東京：共立出版.

デンゼン & リンカン（2006）（平山満義監訳，大谷尚・伊藤勇編訳）『質的研究ハンドブック第 3 巻：質的研究資料の収集と解釈』，京都：北大路書房.

東京都算数教育研究会（2005）『平成 16 年度学力実態調査の集計と考察〈数と計算 量と測定〉』.

東京理科大学数学教育研究所（2007）『高校生の数学力 NOWⅡ－2006 年基礎学力調査報告－』，東京：科学新興新社 フォーラム A.

戸田清・和田義信（1963）『算数指導実例講座第 3 巻 量と測定の指導』，東京：金子書房.

中島文雄（2003）「高校数学の微積分教材」，岩手大学教育学部研究年報，第 62 巻，185-191.

中原忠男他（2005）『小学算数 3 年，4 年上下巻』，大阪：大阪書籍.

中村光一（1998）「3 年生除法の導入に関する教授実験における授業計画のための示唆」，筑波数学教育研究，第 17 号，95-104.

中村幸四郎（1996）『ユークリッド原論』，東京：共立出版.

那須俊夫他（2007）『高等学校数学Ⅱ』，東京：第一学習社.

鍋島信太郎（1972）『高等学校 数学Ⅰ』，東京：池田書店.

新村出（2006）『広辞苑第 5 版』，東京：岩波書店.

日本学校体育研究連合会（1981）『現代小学校体育全集 5 器械運動』，東京：ぎょうせい.

日本数学会（2001）『数学事典第 3 版』，東京：岩波書店.

日本まちづくり協会（2001）『景観工学』，東京：理工図書.

橋本吉彦他（2005）『新版 たのしい算数 3 年，4 年上下巻』，東京：大日本書籍.

長谷川栄（2008）『教育方法学』，東京：協同出版.

原康男（2006）『基礎物理学』，東京：学術図書出版社.

原康男（2006）『物理学入門』，東京：学術図書出版社.

半田進（2008）「算数・数学科の教材とは－算数・数学科の教材の特質と教材開発の必要性－」，『日本教材学会設立 20 周年記念論文集「教材学」現状と展望上巻』，東京：協同出版，215-227.

ピアジェ（2005）（芳賀純・能田伸彦監訳）『ピアジェの教育学－子どもの活動と教師の役割－』，東京：三輪書籍.

ピアジェ & インヘルダー（1965/1992）（滝沢武久・銀林浩訳）『量の発達心理学』東京：国土社.

一松信他（2005）『みんなと学ぶ 小学校算数 3 年，4 年上下巻』，東京：学校図書.

一松信他（2005）『中学校数学 1，2，3』，東京：学校図書.

日野圭子（2010）「数学教育における質的研究について」， 清水美憲（編著），『授業を科学する－数学の授業への新しいアプローチ－』，東京：学文社，45-66.

平岡忠他（2005）『中学校数学 1，2，3』，東京：大日本図書.

平林一栄（1979）『小学校算数科・4 新しい「量と測定」「数量関係」の指導』，東京：明治図書.

平林一栄（1987）『数学教育の活動主義的展開』，東京：東洋館出版社.

福沢周亮（2008）「教材学④教材と心理」，『日本教材学会設立 20 周年記念論文集「教材学」現状と展望上巻』，東京：協同出版，42-50.

福森信夫（1996）『数学 1 年，2 年指導書第 2 部詳説』，東京：啓林館.

福森信夫（2005）『数学 1 年，2 年，3 年』，東京：啓林館.

藤田宏他（1998）『数学Ⅱ』，東京：東京書籍

藤崎敬・菅野政徳（2000）『新学習指導要領実践小学校体育 4 図解・実践－走・跳の運動，力試しの運動，器械・器具を使っての運動，器械運動 3・4 年－』，東京：東洋館出版社.

物理学辞典編集委員会（2005）『物理学辞典』，東京：培風館.

物理学大辞典編集委員会（1999）『第 2 版 物理学大辞典』，東京：丸善.

細川藤次他（1996）『指導書 算数 3 年上下巻 第 2 部 詳説 朱註と解説』，東京：啓林館.

細川藤次他（1996）『指導書 算数 4 年上下巻 第 2 部 詳説 朱註と解説』，東京：啓林館.

細川政弘（1978）『多島海景観の視覚構造とその資源性に関する研究』，東京大学土木工学科・修士論文.

ホーンビー. A.S.（2000）『OXFORD 現代英英辞典』，東京：増進会出版社.

増田有紀（2006）「重さに関する児童の認識の実態調査－未習児童と既習児童の比較調査を中心に－」，日本数学教育学会誌・算数教育，第 88 巻，第 10 号，2-11.

増田有紀（2007）「児童・生徒の角の認識に関する実態調査－認識上の困難点の特定とその解消に向けて－」，日本数学教育学会第 40 回数学教育論文発表会論文集，475-480.

増田有紀（2008）「児童・生徒の角に関する認識の深化を促す教材の開発－認識上の困難点の解消に向けて－」，教材学研究，第 19 巻，21-28.

増田有紀（2008）「学校数学における重さに関する学習指導の過程の分析－学習上の困難点とその解消に向けて－」，筑波数学教育研究，第 27 号，41-50.

増田有紀（2008）「学校数学における角に関する学習指導の過程の分析－学習上の困難点からみたその課題－」，日本数学教育学会第 41 回数学教育論文発表会論文集，411-416.

増田有紀（2009）「生徒の測定に対する理解の現状とその課題」，『教育科学数学教育』，第615号，98-102.

増田有紀（2009）「小学校算数科における角指導の現状とその課題－第 4 学年の現行教科書の分析を通して－」，学校教育学研究紀要，第 2 号，筑波大学大学院人間総合科学研究科，119-138.

増田有紀（2009）「児童・生徒の角に関する学習上の困難点の特定－学校数学における角の学習指導の再構成に向けて－」，日本数学教育学会誌・数学教育学論究，第 90 巻，第 92 号，3-31.

増田有紀（2009）「角の概念の拡張に関する児童の困難性－平角を超える角度に関するインタビュー調査を通して－」，日本数学教育学会第 42 回数学教育論文発表会論文集，355-360.

増田有紀（2010）「小学校算数科の角の学習に関するインタビュー調査－児童の平角を超える角度の捉え方に着目して－」，教材学研究，第 21 巻，31-40.

町田彰一郎（1995）『小学校算数実践指導全集 4 豊かな量感を育てる量と測定の指導』，日本教育図書センター.

松尾七重（2000）『算数・数学における図形指導の改善』，東京：東洋館出版社.

宮崎県教育研修センター（2005）『宮崎県 平成 16 年度小学校・中学校基礎学力調査研究報告』http://mkkc.miyazakic.ed.jp/kiso16/index.html（2010 年 12 月 14 日確認）

宮西正宣他（2007）『高等学校数学Ⅱ』，東京：啓林館.

無藤隆（2004）「研究における質対量」，無藤隆，やまだようこ，南博文，麻生武，サトウタツヤ編『質的心理学：創造的に活用するコツ』，東京：新曜社，2-7.

メリアム.S.B.（2004）『質的調査法入門 教育における調査法とケーススタディ』（堀薫夫，久保真人，成島美弥訳），京都：ミネルヴァ書房.

文部省（1947）『学習指導要領 算数科 数学科編（試案）』，東京：日本書籍.

文部省（1948）『算数数学科指導内容一覧表（算数数学科学習指導要領改訂）』，東京：日本書籍.

文部省（1951）『小学校学習指導要領算数科編（試案)』，東京：大日本図書.
文部省（1951）『中学校・高等学校学習指導要領数学科編（試案)』，中部図書（現東京：日本出版）.
文部省（1955）『高等学校学習指導要領 数学科編 昭和 31 年度改訂版』，昭和 31 年 12 月. http://www.nicer.go.jp/ guideline/old/s31hm/（2010 年 12 月 14 日確認）
文部省（1958）『高等学校学習指導要領 数学科（再訂版)』，東京：好学社.
文部省（1958）『小学校学習指導要領』，昭和 33 年 10 月. http://www.nicer.go.jp/guideline/old/s33e/（2010 年 12 月 14 日確認）
文部省（1958）『中学校学習指導要領』，昭和 33 年 10 月. http://www.nicer.go.jp/guideline/old/s33j/（2010 年 12 月 14 日確認）
文部省（1959）『小学校算数指導書』，昭和 34 年 9 月，東京：大日本図書.
文部省（1959）『中学校数学指導書』，東京：明治図書.
文部省（1961）『高等学校学習指導要領解説 数学編』，東京：大日本図書.
文部省（1968）『小学校学習指導要領』，昭和 43 年 7 月. http://www.nicer.go.jp/guideline/old/s43e/（2010 年 12 月 14 日確認）
文部省（1969）『小学校指導書 算数編』，大阪：大阪書籍.
文部省（1969）『中学校学習指導要領』，昭和 44 年 4 月. http://www.nicer.go.jp/guideline/old/s44j/（2010 年 12 月 14 日確認）
文部省（1970）『中学校指導書 数学編』，大阪：大阪書籍.
文部省（1972）『高等学校学習指導要領解説　数学編・理数編』，東京：大阪書籍.
文部省（1977）『小学校学習指導要領』，昭和 52 年 7 月. http://www.nicer.go.jp/guideline/old/s52e/（2010 年 12 月 14 日確認）
文部省（1977）『中学校学習指導要領』，昭和 52 年 7 月. http://www.nicer.go.jp/guideline/old/s52j/（2010 年 12 月 14 日確認）
文部省（1978）『小学校指導書 算数編』，大阪：大阪書籍.
文部省（1978）『中学校指導書 数学編』，東京：大日本図書.
文部省（1979）『高等学校学習指導要領解説 数学編・理数編』，東京：実教出版.
文部省（1982）『小学校算数指導資料 図形の指導』，東京：大日本図書.
文部省（1989）『小学校学習指導要領』，大蔵省印刷局.
文部省（1989）『中学校学習指導要領』，大蔵省印刷局.

文部省（1989）『高等学校学習指導要領』，大蔵省印刷局.

文部省（1989）『小学校指導書 算数編』東京：東洋館出版社.

文部省（1989）『中学校指導書 数学編』大阪：大阪書籍.

文部省（1989）『高等学校学習指導要領解説 数学編・理数編』東京：ぎょうせい.

文部省（1999）『小学校学習指導要領』，大蔵省印刷局.

文部省（1999）『中学校学習指導要領』，大蔵省印刷局.

文部省（1999）『高等学校学習指導要領』，大蔵省印刷局.

文部省（1999）『小学校学習指導要領解説 算数編』東京：東洋館出版社.

文部省（1999）『中学校学習指導要領（平成 10 年 12 月）解説 数学編』大阪：大阪書籍.

文部省（1999）『高等学校学習指導要領解説 数学編・理数編』東京：実教出版.

文部科学省（2008）『小学校学習指導要領解説 算数編』，東京：東洋館出版社.

文部科学省（2008）『中学校学習指導要領解説 数学編』，東京：教育出版.

文部科学省（2009）『高等学校学習指導要領 数学編・理数編』，東京：実教出版.

山口満（2008）「教材学②教材とは」，『日本教材学会設立 20 周年記念論文集「教材学」現状と展望上巻』，東京：協同出版，22-26.

山崎圭次郎（1979）『新編 数学Ⅰ』，東京：実教出版.

やまだようこ（2007）『質的心理学の方法－語りをきく－』，東京：新曜社.

山本格（2005）『物理学辞典』，東京：培風館.

山本芳彦他（1999）『高等学校 数学Ⅱ 改訂版 教授資料』，東京：啓林館.

山本芳彦他（2004）『高等学校 新編 数学Ⅱ 教授資料』，東京：啓林館.

山本芳彦（2005）『高等学校 数学Ⅱ』，東京：啓林館.

吉田洋一他（1979）『高等学校 新数学Ⅰ』，東京：学校図書.

【欧文】

Browning, C.A. et al.（2007）What's your angle on angles? *Teaching Children Mathematics, Vol.14, No.5*, 283-289.

Close, G.S.（1982）*Children's Understanding of Angle at the Primary/Secondary Transfer Stage*. London.: Polytechnic of South Bank.

Dickson, L., Brown, M., &Gibson, O.（1984）*Children Learning Mathematics: A Teacher's Guide to Recent Research.*Great Britain: Cassell for the Schools Council.

Douek, N.（1998）Analysis of a long term construction of the angle concept in the field of experience of sunshadows. In A. Olivier., & K. Newstead. (Eds.), *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol.2, pp.264-271), Stellenbosch, South Africa: PME.

Eggleton, P.（1999）Experiencing radians. *Mathematics Teacher*, *Vol.92*, *No.6*, 468-471.

Goldin, G.A.（1985）Studying children's use of heuristic processes for mathematical problem solving through structured clinical interviews. In S.K. Damarin.,& M. Shelton.(Eds.), *Proceedings of the 7th Annual Meeting North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics education* (pp.94-99), Columbus,Ohio: PME.

Goldin, G. A.（2000）A scientific perspective on structured: Task-based interviews in mathematics education research. In E. A. Kelly., & A. R. Lesh. (Eds.), *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education* (pp.517-545), Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Inskeep, J.E.（1976）Teaching measurement to elementary school children. In D. Nelson., & R.E. Reys. (Eds.), *Measurement in School Mathematics Thirty-eighth Yearbook* (pp.60-86), Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Keiser, J.M.（2004）Struggles with developing the concept of angle: Comparing sixth-grade students' discourse to the history of the angle concept. *Mathematical Thinking and Learning*, *Vol.6, No.3,* 285-306.

Kenny, P.A., & Kouba, V.L.（1997）What do students know about measurement? In P.A. Kenny., & E.A. Silver. (Eds.), *Results from the Sixth Mathematics Assessment of the National Assessment of Educational Progress* (pp.141-164), Reston, VA: National Council of teachers of mathematics.

Kieran, C.（1986）LOGO and the notion of angle among fourth and sixth grade children. In L. Burton., & C. Hoyles.(Eds.), *Proceedings of the 13th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol.1, pp.99-104), London, England: PME.

Krainer, K.（1991）Consequences of a low level of acting and reflecting in geometry learning; Findings of interviews on the concept of angle. In F. Furinghetti.(Ed.), *Proceedings of the 15th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol.2, pp.254-261), Assisi, Italy: PME.

Lehrer, R.（2003）Developing understanding of measurement. In J. Kilpatrick., G. Martin.,& D. Schifter.(Eds.), *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics* (pp.179-191), Reston, VA.: National Council of Teachers of Mathematics.

Martin, W.G.（1998）Geometry and measurement, In P.A. Kenny., & E.A. Silver.（Eds.）, *Results from the Seventh Mathematics Assessment of the National Assessment of Educational Progress* (pp.193-234), Reston,VA.: National Council of teachers of mathematics.

Mason, J., & Pimm, D.（1984）Generic examples: Seeing the general in the particular. *Educational Studies in Mathematics, Vol.15*, 277-289.

Masuda, Y.（2008）Pupils' difficulties in understanding the concept of weight. In O. Figueras., J. L. Cortina., S. Alatorre., T. Rojano., & A. Sepulveda. (Eds.), *Proceedings of the 32nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, p. 291), Morelia, Mexico: PME.

Masuda, Y.（2009）Exploring students' understanding of angle measure. In M. Tzekaki., M. Kaldrimidou., & H. Sakonidis. (Eds.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, p. 424), Thessaloniki, Greece: PME.

Masuda, Y.（2010）Pupils' difficulties in understanding reflex angles. In F. M. Pinto., & F. T. Kawasaki. (Eds.), *Proceedings of the 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol.3, pp.281-288), Belo Horizonte, Brazil: PME.

Masuda, Y.（2010）Students' difficulties in representing and interpreting radian for angle measure. In Y. Shimizu., Y. Sekiguchi., & K. Hino. (Eds.), *Proceedings of the 5th East Asia Regional Conference on Mathematics Education* (Vol.2, pp.148-155), Tokyo, Japan.

Matos, J.M.（1994）Cognitive models of the concept of angle. In J.P. Ponte., & J.F.Matos. (Eds.), *Proceedings of the 18th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol.3, pp.263-270), Lisbon, Portugal: PME.

Mitchelmore, M.C.（1989）The development of children's concepts of angle. In G. Vergnaud.(Ed.), *Proceedings of the 13th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol.2, pp. 304 -311), Paris, France: PME.

Mitchelmore, M.C.（1992）Children's concept of perpendiculars, In G. William., & K. Graham.(Eds.), *Proceedings of the 16th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol.2, pp.120-127), Durham, NH: PME.

Mitchelmore, M.C.（1997）Children's informal knowledge of physical angle situations. *Learning and Instruction, Vol.7, No.1*, 1-19.

Mitchelmore, M.C.（1998） Development of angle concepts: A framework for research. *Mathematics Education Research Journal, Vol.10, No.3*, 4-27.

Mitchelmore, M.C.（2000）Development of angle concepts by progressive abstraction and generalization. *Educational Studies in Mathematics,Vol. 41*, 209-238.

Mullis, I.et al.（1993）*NAEP 1992 Mathematics Report Card for the Nation and the States.* U.S. Department of Education.

National Council of Teachers of Mathematics.（2000）*Principles and Standards for School Mathematics.* Reston, VA: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics.（2005）*Navigating through Measurement in Grades 6-8.* Reston, VA: NCTM.

Osborne, A.（1981）Measurment : How Much? In M. Lindquist.(Ed.), *Selected Issues in Mathematics Education* (pp.54-68), Berkeley: McCutchan publishing corporation.

Outhred, L., Mitchelmore, M.C., McPhail, D., & Gould, P.（2003）Count me into measurement : A program for the early elementary school. In D.H. Clements., & G. Bright.(Eds.), *Learning and Teaching Measurement 2003 Yearbook* (pp.81-99). Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics.

Prescott, A., Mitchelmore, M.C., & White, P.（2002）Student difficulties in abstracting angle concepts from physical activities with concrete materials. In Mathematics education in the south pacific, *Proceedings of the 25th conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp.584-591), Auckland, NJ: MERGA.

Proclus.（1970）*Proclus: A commentary on the first book of Euclid's Elements (G.R.Morrow, Trans.).* Princeton, NJ: Princeton University Press.

Severson, K. J.（1992）The radian walk. *Mathematics Teacher, Vol.85, No.9*, 726 -727.

Stavy, R., & Tirosh, D.（2000）*How students (mis-) understand science and mathematics: Intuitive rules.* NY: Teachers College Press.

Steffe, L.P., & Thompson, P.W.（2000）Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements(pp.267-306), In E. A. Kelly., & A. R. Lesh. (Eds.), *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education*, Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Strutchens, M.E., Martin, W.G., & Kenney, P.A.（2003）What students know about measurement: Perspectives from the National Assessment of Educational Progress. In D.H.Clements. & G. Bright . (Eds.), *Learning and Teaching Measurement, 2003 Yearbook* (pp.195-207), Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Thompson, P. W. （1979, March）*The constructivist teaching experiment in mathematics education research.* Paper presented at the Research Reporting Session, Annual Meeting of the National Council of Teachers of Mathematics, Boston. Retrieved December 14, 2010, from http://pat-thompson.net/PDF versions/1979ConstTchgExp.pdf

Thompson, P.W. （2008）Conceptual analysis of mathematical ideas: Some spadework at the foundation of mathematics education. InO. Figueras., J.L. Cortina., S. Alatorre., T. Rojano., & A. Sepulveda.(Eds.), *Proceedings of the 32nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol.1, pp.31-49), Morelia, Mexico: PME.

White, P., & Mitchelmore, M.C.（2001）Teaching for abstraction: Angle as a case in point. In J. Bosis., B. Perry., & M.C. Mitchelmore.(Eds.), *Proceedings of the 24th conference of the Mathematics Education Research Group of Australasi*a (pp.531-538), Australia, Sydney: MERGA.

White, P., & Mitchelmore, M. C.（2003）Teaching angles by abstraction from physical activities with concrete materials. InN. Pateman., B. Dougherty., & J. Zilliox.(eds.), *Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 403-410), Honolulu, Hawaii: PME.

Wilson, P.（1990）Understanding angles: Wedges to degrees. *Mathematics Teacher, 83, April*, 294-300.

Wilson, P.（1992）A dynamic way to teach angle and angle measure. *Arithmetic Teacher, 39, January*, 6-13.

筆者のこれまでの論文と本論文との対応

［序章］

増田有紀（2006）「重さに関する児童の認識の実態調査－未習児童と既習児童の比較調査を中心に－」，日本数学教育学会誌・算数教育，第 88 巻，第 10 号，2-11.

Masuda, Y.（2008）Pupils' difficulties in understanding the concept of weight. In O. Figueras., J. L. Cortina., S. Alatorre., T. Rojano., & A. Sepulveda. (Eds.), *Proceedings of the 32nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, p. 291), Morelia, Mexico: PME.

［第 1 章］学校数学における角の学習指導の現状と課題

増田有紀（2009）「生徒の測定に対する理解の現状とその課題」，『教育科学数学教育』，第 615 号，98-102.

増田有紀（2009）「小学校算数科における角指導の現状とその課題－第 4 学年の現行教科書の分析を通して－」，学校教育学研究紀要，第 2 号，筑波大学大学院人間総合科学研究科，119-138.

［第 2 章］角に関する学習上の困難点の特定と解消の方法の探究

増田有紀（2008）「学校数学における角に関する学習指導の過程の分析－学習上の困難点からみたその課題－」，日本数学教育学会第 41 回数学教育論文発表会論文集，411-416.

増田有紀（2008）「学校数学における重さに関する学習指導の過程の分析－学習上の困難点とその解消に向けて－」，筑波数学教育研究，第 27 号，41-50.

［第 3 章］角に関する学習上の困難点の特定とその要因の分析：数値化前の角を対象として

増田有紀（2007）「児童・生徒の角の認識に関する実態調査－認識上の困難点の特定とその解消に向けて－」，日本数学教育学会第 40 回数学教育論文発表会論文集，475-480.

増田有紀（2009）「児童・生徒の角に関する学習上の困難点の特定－学校数学における角の学習指導の再構成に向けて－」，日本数学教育学会誌・数学教育学論究，第 90 巻，第 92 号，3-31.

Masuda, Y.（2009）Exploring students' understanding of angle measure. In M. Tzekaki., M. Kaldrimidou., & H. Sakonidis. (Eds.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, p. 424), Thessaloniki, Greece: PME.

［第 4 章］角に関する学習上の困難点の特定とその要因の分析：数値化後の角を対象として

増田有紀（2009）「角の概念の拡張に関する児童の困難性－平角を超える角度に関するインタビュー調査を通して－」，日本数学教育学会第 42 回数学教育論文発表会論文集，355-360.

増田有紀（2010）「小学校算数科の角の学習に関するインタビュー調査－児童の平角を超える角度の捉え方に着目して－」，教材学研究，第 21 巻，31-40.

Masuda, Y.（2010）Pupils’ difficulties in understanding reflex angles. In F. M. Pinto., & F. T. Kawasaki. (Eds.), *Proceedings of the 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol.3, pp.281-288), Belo Horizonte, Brazil: PME.

Masuda, Y.（2010）Students’ difficulties in representing and interpreting radian for angle measure. In Y. Shimizu., Y. Sekiguchi., & K. Hino. (Eds.), *Proceedings of the 5th East Asia Regional Conference on Mathematics Education* (Vol.2, pp.148-155), Tokyo, Japan.

［第 5 章］学習上の困難点とその解消からみた角に関する学習指導の指針

増田有紀（2008）「児童・生徒の角に関する認識の深化を促す教材の開発－認識上の困難点の解消に向けて－」，教材学研究，第 19 巻，21-28.

謝辞

本論文を執筆するにあたって，多くの方々からご指導とご支援を賜りましたことを心より御礼申し上げます。

特に，指導教官であり，本論文の主査をしていただきました，筑波大学大学院人間総合科学研究科の清水美憲先生には，私が東京学芸大学に在学の当時から今日に至るまでの約七年間，卒業論文，修士論文，そして本論文を執筆するための研究生活において，絶えず温かいご指導とご支援を賜りましたことを厚く御礼申し上げます。先生が筑波大学へ栄転されたとき，当時，学部四年であり大学院への進学を希望していた私に，先生は，筑波大学大学院修士課程教育研究科へ進学し，引き続き研究することを勧めてくださいました。その時，本当に嬉しく思ったことは，今でも懐かしく思い出されます。この七年間，先生からは，研究の内容について丁寧にご指導いただくとともに，研究に対する姿勢，物の見方や考え方，人生観など，これから自分自身の力で新たな一歩を踏み出すために必要な数多くのことを学びました。二十代の半分を超える年月の間，先生から温かく見守っていただきながらもなかなか一人前に成長せず，ご心配をおかけしてしまったことをお詫び申し上げます。博士課程の最後の一年間は，院生としての研究生活を集大成し，先生への感謝の気持ちを示したいと思いながらも，研究につまずき，息詰まることが多くありました。そして，そのような状況に陥ると直ぐ先生のご意見を賜りたいと思ってしまう自分の弱さを知りました。しかし，それは私に必要な経験でした。それまでに先生からいただいたご指導を何度も振り返り，繰り返しおっしゃってこられたお言葉に支えられながら，本論文の執筆を進め，第一の目的地に辿りつくことができたことで，ほんの少し自分に自信が持てるようになりました。まだ半人前ではありますが，今後も先生のお言葉やご指導を励みに，研究に精進していきたいと思います。長い間，本当にありがとうございました。今後ともどうぞよろしくお願い申し上げます。

筑波大学大学院人間総合科学研究科･学校教育学専攻における研究指導委員会の先生方，論文審査専門委員会の先生方には，本論文の全般にわたって丁寧なご指導を賜りました。なかでも，大髙泉先生，吉江森男先生，片平克弘先生には，草稿の段階から本論文をお読みいただきました。先生方には，論文の中核となる研究枠組みの設計や結論の導出に対する貴重なご意見をいただくとともに，文章の校正に至るまで，非常に丁寧なご指導を賜りました。心より御礼申し上げます。

帝京大学文学部の清水静海先生，筑波大学教育学系の礒田正美先生には，修士課程に在学時から五年間,中間指導会やセミナー等を通して,貴重なご指導とご意見を賜りました。本論文を執筆する過程では，修士論文を執筆する頃からいただいていた先生方のご指導の重みを日々痛感いたしました。本当にありがとうございました。

筑波大学教育学系の蒔苗直道先生には，博士課程での一年間，セミナーを通してご指導とご助言をいただくとともに，学会発表等においてもご意見をいただきました。心から感謝申し上げます。

筑波大学数学系の川村一宏先生には，修士課程在学時の中間指導会等において，貴重なご意見を賜りました。また，博士課程在学時に時々お目にかかれた際には，温かなお言葉で励ましてくださいました。どうもありがとうございました。

上越教育大学の高橋等先生，宮川健先生，早稲田大学の渡邊公夫先生，信州大学の宮崎樹夫先生，茅野公穂先生には，春期山中湖合宿や学会において，論文の構想に対するご指導・ご助言をいただきました。先生方によるご指摘は，自分の研究を改めて見直す良い機会となりました。本当にありがとうございました。

本研究では，数多くの児童・生徒を対象として調査を実施し，大変貴重な資料を収集することができました。お名前を挙げることはできませんが，お忙しい中，調査にご理解いただき，ご協力していただきました各学校の諸先生方及び，関係者の皆様，そして，児童・生徒の皆様に心から感謝申し上げます。

博士課程の仲間である，小松孝太郎さん，辻山洋介さん，大塚慎太郎さん，小泉友香さん，藤井信一朗さん，渡會陽平さんには，セミナー等で多くのご意見をいただきました。また，皆様には，本論文の執筆にあたって，決して最高学年としての務めを果たしているとはいえない私に，本当にお気遣いいただきました。提出前には，貴重なお時間を割いてお手伝いいただきました。時間の経過とともに研究に追い詰められ，周囲を見渡す余裕がなくなり，ご迷惑をおかけするばかりでした。日々,「このような私でも何か出来ることはあるだろうか」という疑問を抱き，その答えを模索しました。そして，皆様の温かな心遣いに対し，感謝の気持ちを少しでも示したいという思いを原動力にしながら，本論文を執筆しました。最後までお世話になるばかりで，私なりの答えを出し，皆様にわずかでも貢献できたのかどうか自信はありません。ただ一方的になってしまうかもしれませんが，私は, 皆様と切磋琢磨しながら, 充実した毎日を過ごすことができ, 本当に感謝しています。学会開催や研究発表の準備で追われたこと，学内の行事等に参加し楽しく過ごしたことは

良い思い出です。これから，この数学教育研究室は，先生方の下，皆様をはじめとする後輩たちに支えられながら，ますます盛り上がっていくことでしょう。そして，皆様とは，これからも数学教育研究に精進する良き仲間であり続けたいと思います。本当にありがとうございました。これからもどうぞよろしくお願いします。

修士課程の後輩の皆様には，調査のデータ収集等のお手伝いをしていただき，大変お世話になりました。早朝や遅い時間にもかかわらず，快く協力していただき，助けていただきました。また，セミナーや授業での皆様の発表を通して，数学教育に関する教養を深めることができました。どうもありがとうございました。

ここに，お名前を挙げさせていただいた皆様のほか，数多くの方々から，貴重なご指導・ご支援を賜りました。心より御礼申し上げます。

また，本研究は，平成 21 年 4 月より二年間，日本学術振興会より研究奨励金を受け，進められました。ここに記して，御礼申し上げます。

最後に，筑波大学大学院修士課程及び博士課程への進学を快く許し，本論文を執筆するにあたり常に陰の支えとなってくれた両親と家族に心から感謝申し上げます。

このように多くの方々に支えられながら，ようやく研究者としての道のスタート地点にまいりました。引き続き，皆様からのご指導・ご支援を賜りながらではありますが，数学教育研究に精進し，数学教育の世界にわずかでも貢献していくことで，皆様に対する感謝の意を表していきたいと思います。

平成 23 年 1 月 13 日　筆者

資料

1. 質問紙調査の問題

2. インタビュー調査対象者を抽出するための質問紙調査の問題

3. インタビュー調査の台本

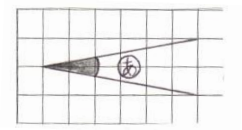
4. インタビュー調査の発話記録

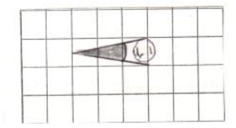
1. 質問紙調査の問題

(1) 小学生対象の調査問題 (1 枚目)

分度器と定規を使わずに答えてください。

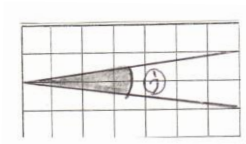
1. あ、い、う、えの 4 つの角があります。①～③の中から正しいものを選んでください。

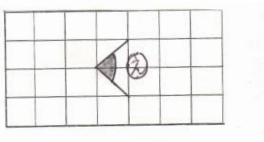




(1) あといは
- ①あの方が大きい
- ②いの方が大きい
- ③ 大きさは同じ

答え

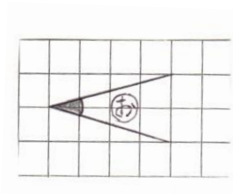


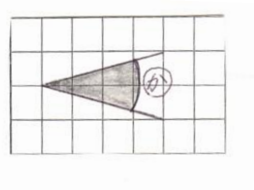


(2)うとえは
- ① うの方が大きい
- ② えの方が大きい
- ③ 大きさは同じ

答え

2. おとかの角の大きさを比べます。





花子さん

私は、およりかのほうが角が大きいと思います。

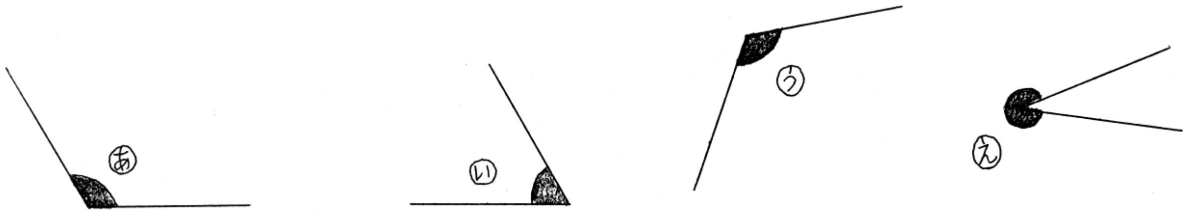
なぜなら、かのほうが黒くぬった面積が広いからです。

あなたは花子さんの意見に賛成ですか、それとも反対ですか？
どちらかに○をつけ、その理由を書いてください。

花子さんの意見に	賛成	反対
(理由)		

分度器と定規を使って答えてください。　　　　　　　　　　　　　　（2 枚目）

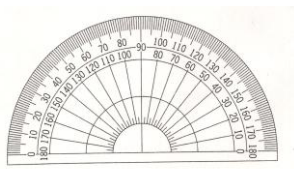
3.　あ、い、う、えの角を分度器を使ってはかりなさい。



答え	答え	答え	答え

4.　花子さんは、分度器と定規を使って、300°の角をかこうと思いました。しかし、分度器には 0°から 180°までしか目盛りがなかったので、花子さんは困ってしまいました。
あなたが、花子さんに 300°の角のかき方を教えてあげるとしたら、どのように説明しますか？
分度器と定規を使って、300°の角をかき、□の中に説明を書いてください。

(花子さんの分度器)



(300°の図)

(花子さんへの説明)

……………………………………

……………………………………

……………………………………

……………………………………

……………………………………

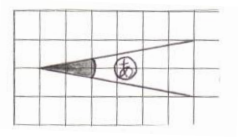
……………………………………

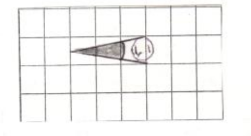
これで終わりです。ありがとうございました。

（2）中学生対象の調査問題（計 2 枚）　　　　（1 枚目左頁）

分度器と定規を使わずに答えてください。

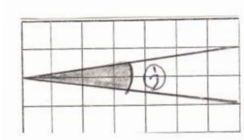
1. あ、い、う、えの 4 つの角があります。①～③の中から正しいものを選んでください。

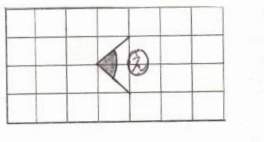




(1) あといは
- ①　あの方が大きい
- ②　いの方が大きい
- ③　大きさは同じ

答え



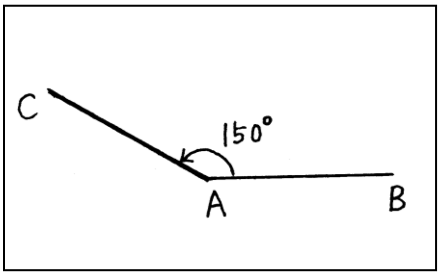


(2) うとえは
- ①　うの方が大きい
- ②　えの方が大きい
- ③　大きさは同じ

答え

2. 図 1 は、直線が、辺 AB の位置から辺 AC の位置まで時計の針と反対向きに 150°まわったことを表しています。

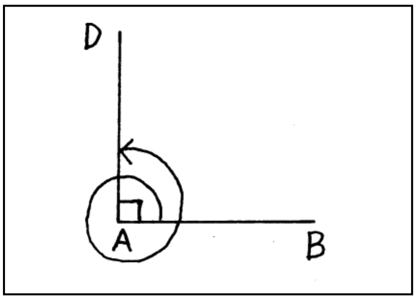
(図 1)



いま、図 2 のように、直線が、辺 AB の位置から辺 AD の位置まで、時計の針と反対向きにまわりました。

まわった角度は何度ですか。□の中に答えなさい。

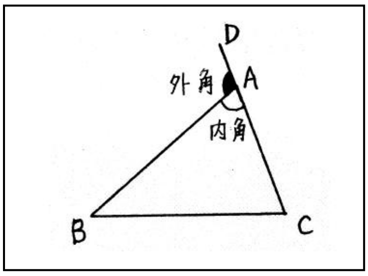
(図 2)



答え

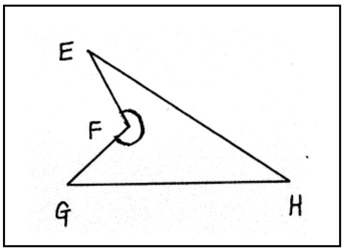
3.　図 1 のように、多角形において、隣り合った 2 辺が作る角(∠BAC)を「**内角**」といいます。
また、1 つの辺とその隣の辺の延長が作る角(∠BAD)を「**外角**」といいます。

内角と外角の関係は、「**内角＋外角＝180°**」になるように決められています。



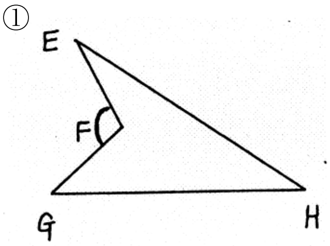
(図 1)

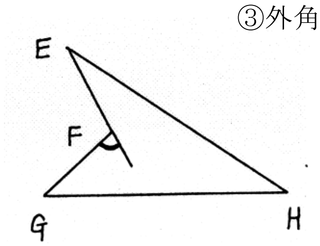
図 2 は、四角形 EFGH の頂点 **F** における「**内角**」を表しています。



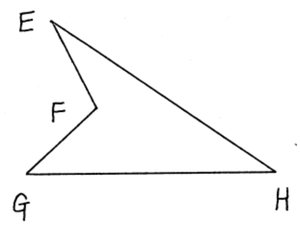
(図 2)

頂点 F においても「**内角＋外角＝180°**」になるように「**外角**」を決めるとすると、頂点 **F** における「**外角**」をどのように考えたらよいと思いますか。
下の①～④から 1 つ選び、〇で囲みなさい。

①


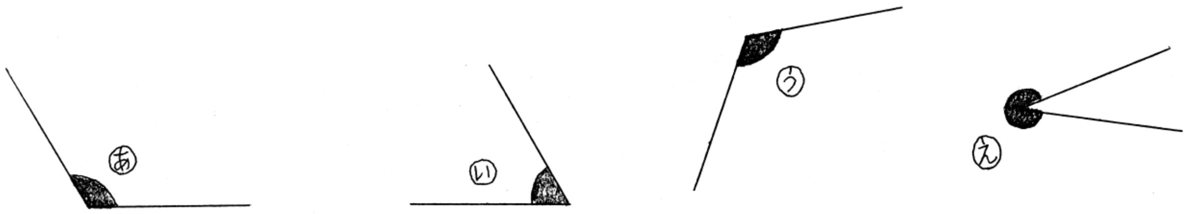
②


③外角はない

④その他
(下図に書き入れなさい)


分度器と定規を使って答えてください。

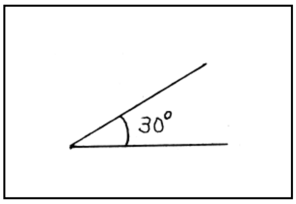
4. ㋐、㋑、㋒、㋓の角を分度器を使ってはかりなさい。



答え	答え	答え	答え

5. 分度器と定規を使って、300° の角をかきなさい。

(例)30°



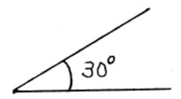
質問は以上です。ありがとうございました。

（3）高校生対象の調査問題（計 2 枚）　（1 枚目）

分度器と定規を使って答えてください。

1. 次の角を分度器と定規を使ってかきなさい。

(例) 30°



(1) 300°

(2) －150°

(3) 510°

(4) α =30°　β =－60° のとき、$\alpha + \beta$

2. 中学生対象の問題 2 に同じ。

3.中学生対象の問題 3 に同じ。

(2 枚目裏頁)

4. 図のような半径 1、中心角 θ ($0 \leqq \theta \leqq 2\pi$) の扇形があります。

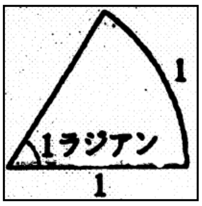
A さんは、この扇形の弧の長さを、円周の($2 \times \pi \times 1$)に $\dfrac{\theta}{2\pi}$ をかければよいと考えて、次のように求めました。

【弧の長さ】 $2 \times \pi \times 1 \times \dfrac{\theta}{2\pi} = \theta$

A さんの考えでは、**扇形の弧の長さ**が、**角の大きさ** θ で表されています。あなたは、A さんの考えをどう思いますか。下のア、イの中から 1 つ選んで、□の中の記号を○で囲みなさい。
また、その理由も□の中に書きなさい。

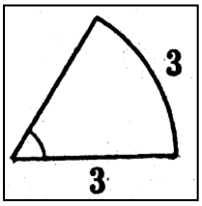
ア　弧の長さは θ でよい	イ　弧の長さが θ ではおかしい	(1 つを○で囲む)
理由		

5.「弧度法」とは、1 つの円において、“半径に等しい長さの弧に対する中心角”を取り、これを 1 ラジアンという単位として、角の大きさを表す方法です。例えば、図 1 の扇形の中心角を弧度法で表すと、1 ラジアンです。このとき、次の各問いに答えなさい。



(図 1)

(1) 図 2 は、半径が 3 、弧の長さが 3 の扇形です。
この扇形の中心角を弧度法で表したものはどれですか。次のア～オの中から正しいものを 1 つ選び、○をつけなさい。

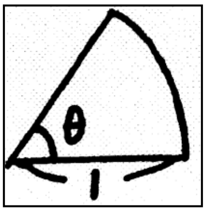


(図 2)

ア $\dfrac{\pi}{4}$ ラジアン　　イ $\dfrac{\pi}{3}$ ラジアン

ウ 1 ラジアン　　エ 3 ラジアン　　オ 9 ラジアン

(2) 図 3 は、半径が 1 、中心角が θ ($0 \leqq \theta \leqq 2\pi$) の扇形です。
次のア～オの扇形のうち、弧の長さが図 3 の扇形と同じ長さのものはどれですか。
正しいものをすべて選び、○をつけなさい。



(図 3)

ア 半径 $\dfrac{1}{2}$　中心角 $\dfrac{\theta}{2}$ の扇形　　イ 半径 $\dfrac{1}{2}$　中心角 2θ の扇形

ウ 半径 2　中心角 $\dfrac{\theta}{2}$ の扇形　　エ 半径 2　中心角 θ の扇形　　オ 半径 1　中心角 $\dfrac{\theta}{2}$ の扇形

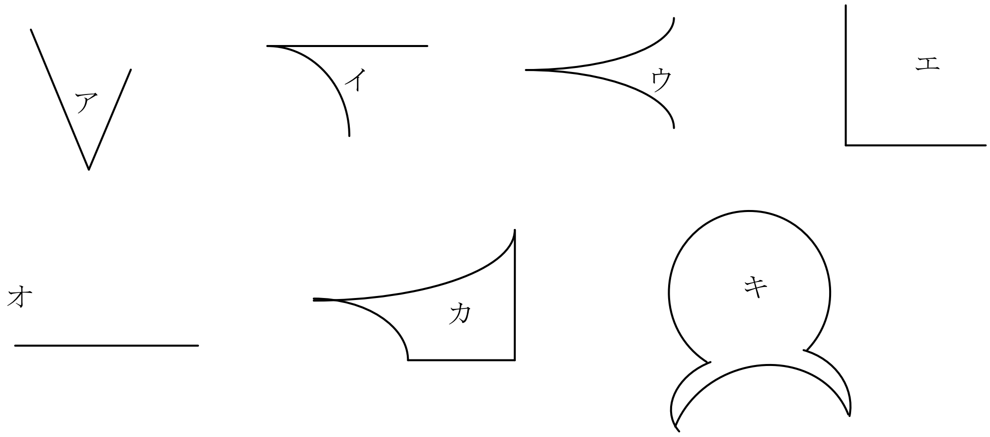
質問は以上です。ありがとうございました。

2. インタビュー調査対象者を抽出するための質問紙調査の問題

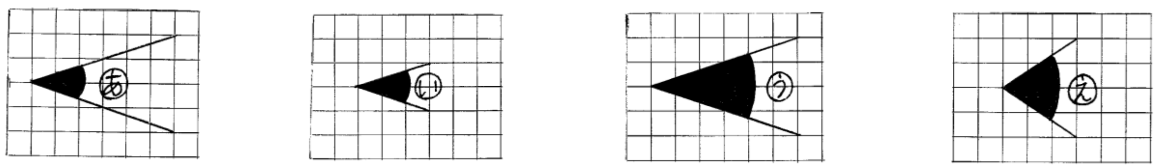
(1) 予備調査の問題

分度器と定規を使わずに答えてください。

1. 次のアからキまでの図の中にある角をすべて選び，○をつけましょう。



2. 次のあからえの 4 つの角の大きさをくらべます。(1)から(3)までの問題に答えましょう。



(1) あといの角の大きさについて正しいものはどれですか。①から③の中から 1 つ選びましょう。

① あのほうが大きい
② いのほうが大きい
③ 大きさは同じ

答え

(2) あとうの角の大きさについて正しいものはどれですか。①から③の中から 1 つ選びましょう。

① あのほうが大きい
② うのほうが大きい
③ 大きさは同じ

答え

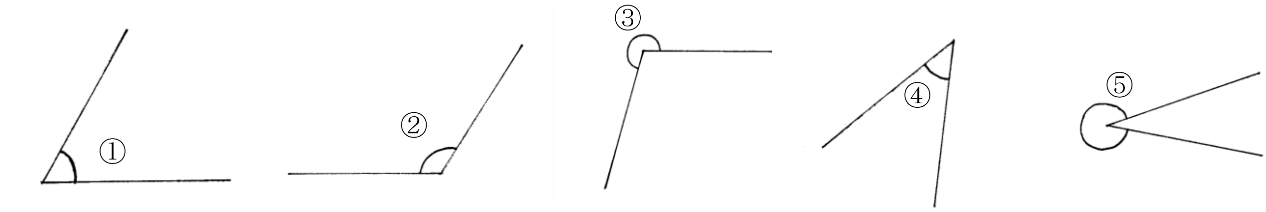
(3) うとえの角の大きさについて正しいものはどれですか。①から③の中から 1 つ選びましょう。

① うのほうが大きい
② えのほうが大きい
③ 大きさは同じ

答え

分度器と定規を<u>使って</u>答えてください。

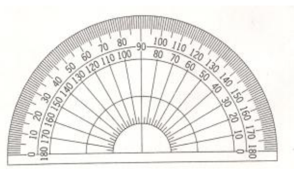
3. 分度器を使って，①から⑤の角度をはかりましょう。



答え	答え	答え	答え	答え

4. 花子さんは，分度器と定規を使って，300° の角をかこうと思いました。しかし，分度器には 0° から 180° までしか目盛りがなかったので，花子さんは困ってしまいました。
あなたが，花子さんに 300° の角のかき方を教えてあげるとしたら，どのように説明しますか？
分度器と定規を使って，300° の角をかき，□ の中に説明を書きましょう。

（花子さんの分度器）



（300° の図）

（花子さんへの説明）

……………………………………

……………………………………

……………………………………

……………………………………

……………………………………

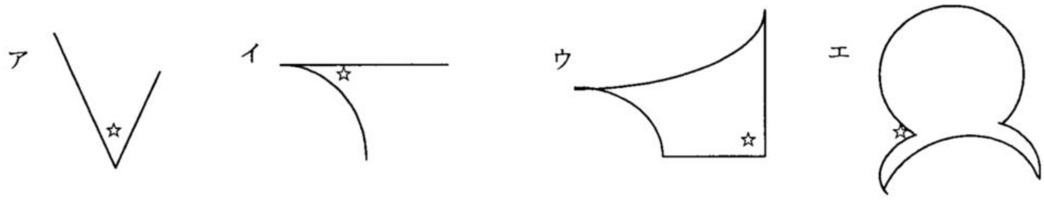
……………………………………

……………………………………

問題はこれで終わりです。ありがとうございました。

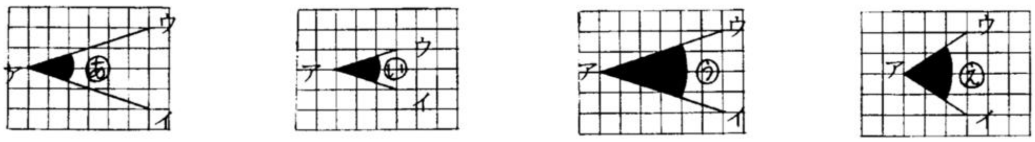
（2）本調査の問題

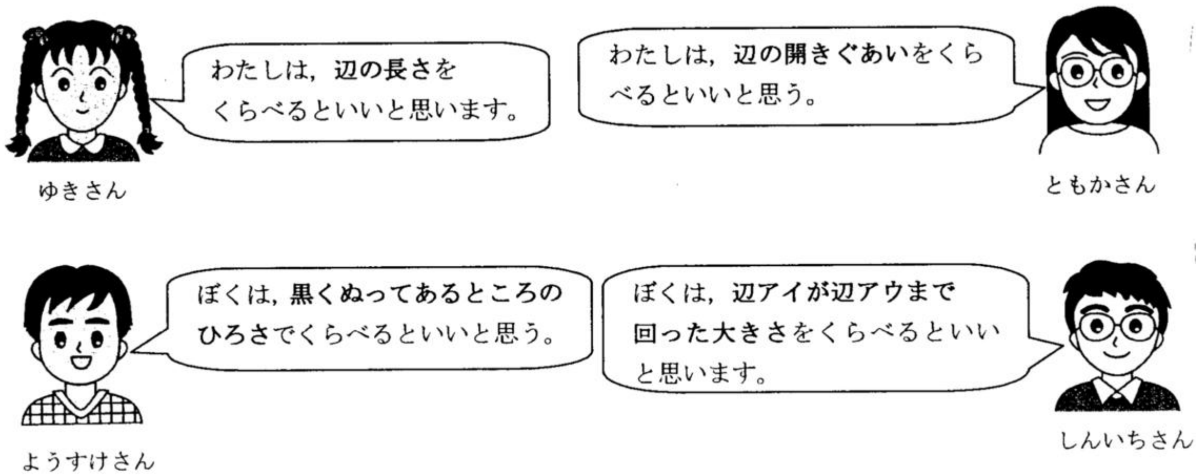
1. 下のようにアからエの **4** つの図があります。



アからエまでの図には，☆のしるしがついています。☆のついているところが「角」だと思うものに〇をつけましょう。

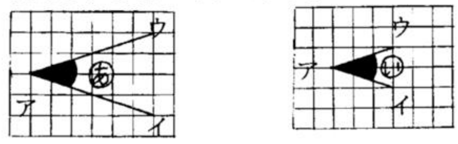
2. ゆきさんたちは，あからえの **4** つの角の大きさのくらべかたについて，話しあいました。





(1) ゆきさんたちは，**あ**と**い**の角の大きさについてくらべようと思いました。あといの角の大きさについて正しいものはどれですか。①から③の中から **1** つえらび，〇をつけましょう。

また，えらんだ理由を□の中にかきましょう。
ゆきさんたちの考えをつかってもかまいません。

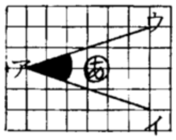


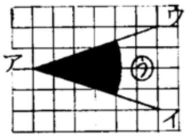
① あのほうが大きい　　② いのほうが大きい　　③ 大きさは同じ

（えらんだ理由）

(2) ゆきさんたちは，あとうの角の大きさについてくらべようと思いました。あとうの角の大きさについて正しいものはどれですか。①から③の中から１つえらび，○をつけましょう。

また，えらんだ理由を□の中にかきましょう。
ゆきさんたちの考えをつかってもかまいません。



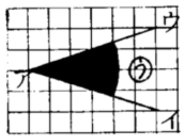


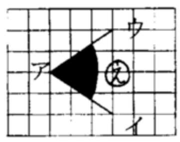
① あのほうが大きい　② うのほうが大きい　③ 大きさは同じ

（えらんだ理由）

(3) ゆきさんたちは，うとえの角の大きさについてくらべようと思いました。うとえの角の大きさについて正しいものはどれですか。①から③の中から１つえらび，○をつけましょう。

また，えらんだ理由を□の中にかきましょう。
ゆきさんたちの考えをつかってもかまいません。

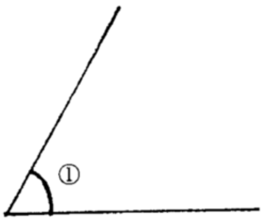




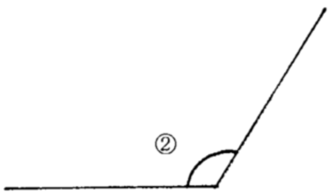
① うのほうが大きい　② えのほうが大きい　③ 大きさは同じ

（えらんだ理由）

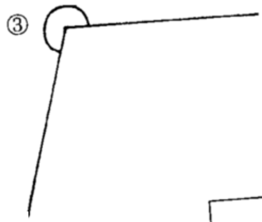
3. 分度器を使って，①から⑤の角度をはかりましょう。



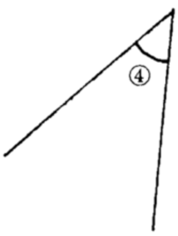
答え



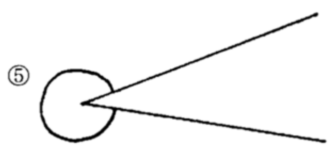
答え



答え



答え



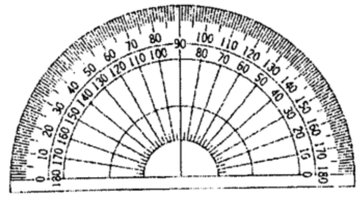
答え

4．花子さんは，分度器と定規（じょうぎ）を使って，300°の角を書こうと思いました．しかし，分度器には0°から180°までしか目盛り（めもり）がなかったので，花子さんは困って（こまって）しまいました．

あなたが，花子さんに300°の角の書き方を教えてあげるとしたら，どのように説明しますか？

分度器と定規（じょうぎ）を使って，300°の角を書き，□の中に説明を書いてください．

（花子さんの分度器）



（300°の図）

（花子さんへの説明）

……………………………………

……………………………………

……………………………………

……………………………………

……………………………………

……………………………………

5．「弧度法」とは，1つの円において，“半径に等しい長さの弧に対する中心角”をとり，これを1ラジアンという単位として，角の大きさを表す方法です．

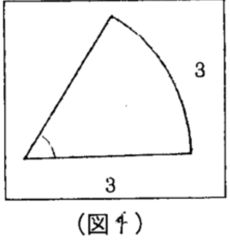
例えば，図3の扇形の中心角を弧度法で表すと，1ラジアンです．

このとき，次の各問いに答えなさい．

（図3）

(1) 図4は，半径が3，弧の長さが3の扇形です．

この扇形の中心角を弧度法で表したものはどれですか．次のア～オの中から正しいものを1つ選び，○をつけなさい．



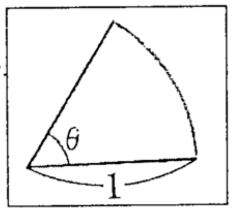
（図4）

ア $\frac{\pi}{4}$ラジアン　　イ $\frac{\pi}{3}$ラジアン

ウ　1ラジアン　　エ　3ラジアン　　オ　9ラジアン

(2) 図5は，半径が1，中心角がθ $(0 \leqq \theta \leqq 2\pi)$の扇形です．

次のア～オの扇形のうち，弧の長さが図5の扇形と同じ長さのものはどれですか．正しいものをすべて選び，○をつけなさい．



（図5）

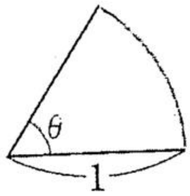
ア　半径$\frac{1}{2}$　中心角$\frac{\theta}{2}$の扇形　　イ　半径$\frac{1}{2}$　中心角2θの扇形

ウ　半径2　中心角$\frac{\theta}{2}$の扇形　　エ　半径2　中心角θの扇形

オ　半径1　中心角$\frac{1}{2}$の扇形

6.　図のような半径 1，中心角 θ $(0 \leqq \theta \leqq 2\pi)$ の扇形があります．

Aさんは，この扇形の弧の長さを，円周の $(2\times\pi\times1)$ に $\dfrac{\theta}{2\pi}$ をかければよいと考えて，次のように求めました．



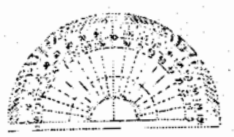
【弧の長さ】　$2\times\pi\times1\times\dfrac{\theta}{2\pi}=\theta$

Aさんの考えでは，扇形の弧の長さが，角の大きさ θ で表されています。あなたは，Aさんの考えをどう思いますか。下のア，イの中から１つ選んで，□の中の記号を○で囲みなさい．

また，その理由も□の中に書きなさい．

ア　弧の長さはθでよい	イ　弧の長さがθではおかしい	（１つを○で囲む）
（理由）		

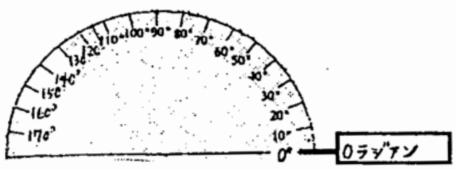
7. 角の大きさを表すのに，「度数法（°）」と「弧度法（ラジアン）」という **2** つの方法があります。これまで使ってきた分度器は，角の大きさを度数法で測るために使ってきた道具です。



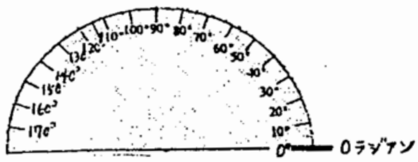
いま，**度数法の外側に弧度法の目盛りもついた分度器**を作ることを考えます。

まず，**0** ラジアンの目盛りを，図 **1** のように分度器につけます。

図 1



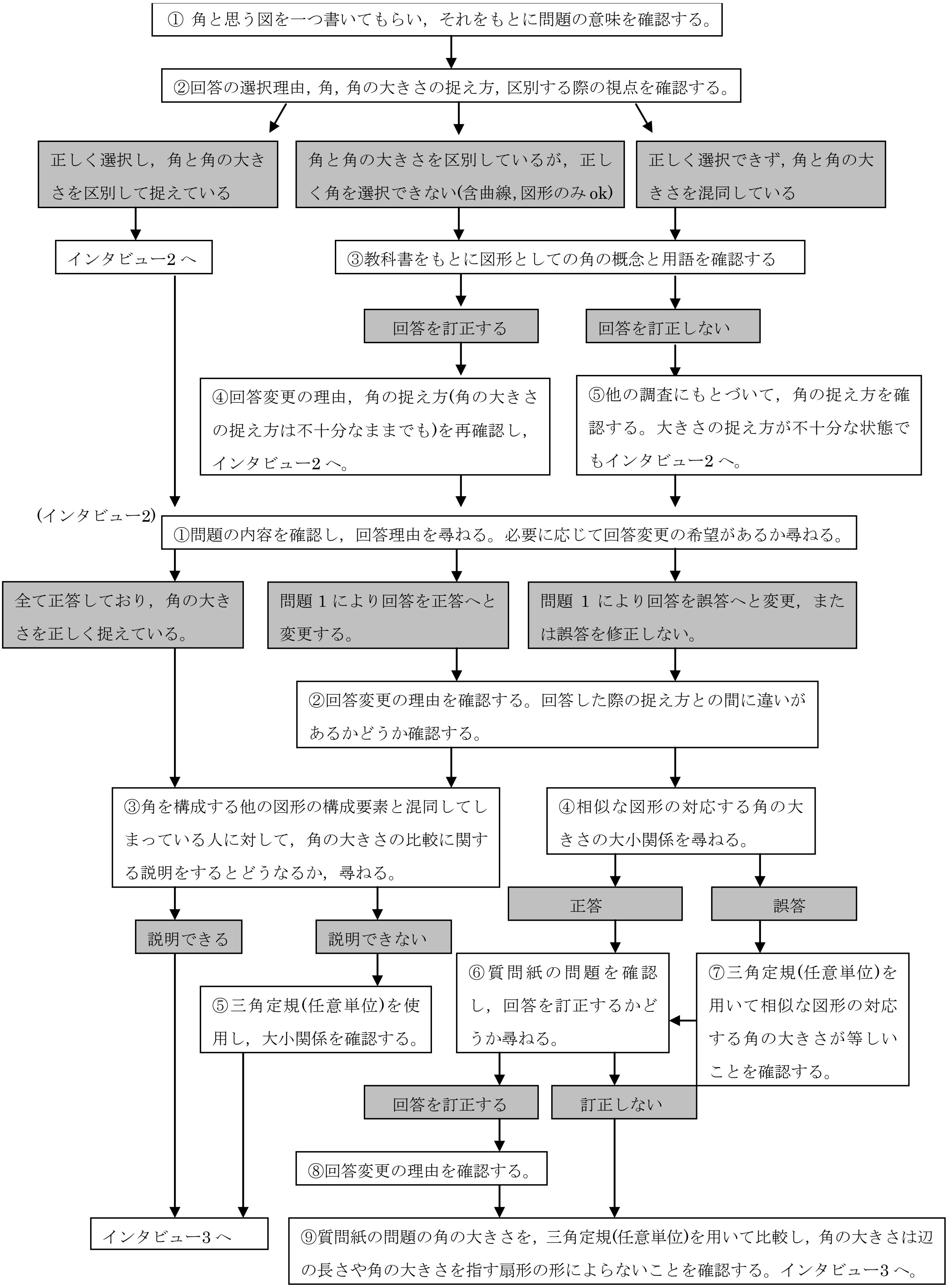
下の分度器に，**1** ラジアンの目盛りを書きなさい。また，<u>その目盛りが **1** ラジアンであることの理由</u>を説明しなさい。



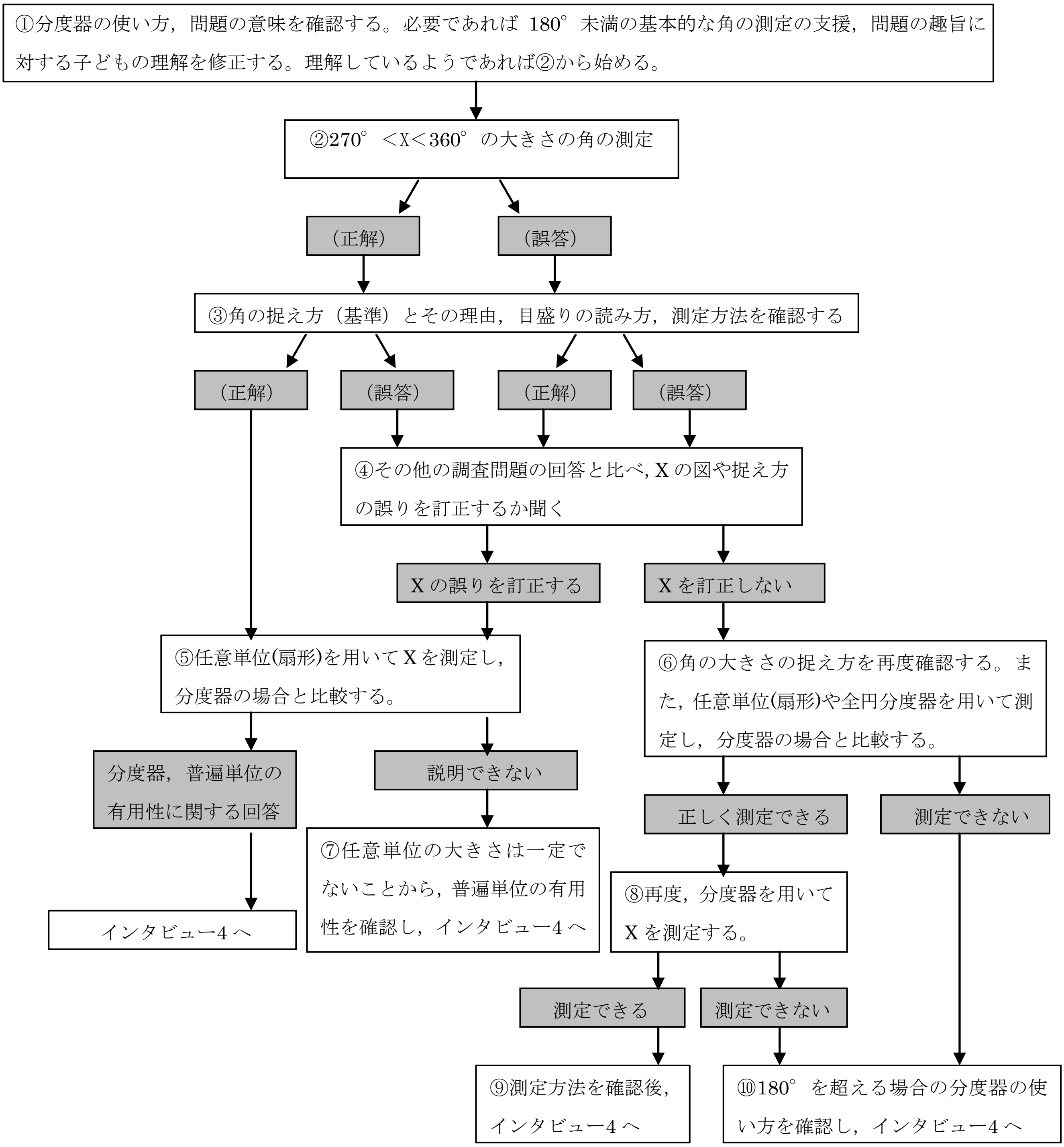
【理由】

3. インタビュー調査の台本

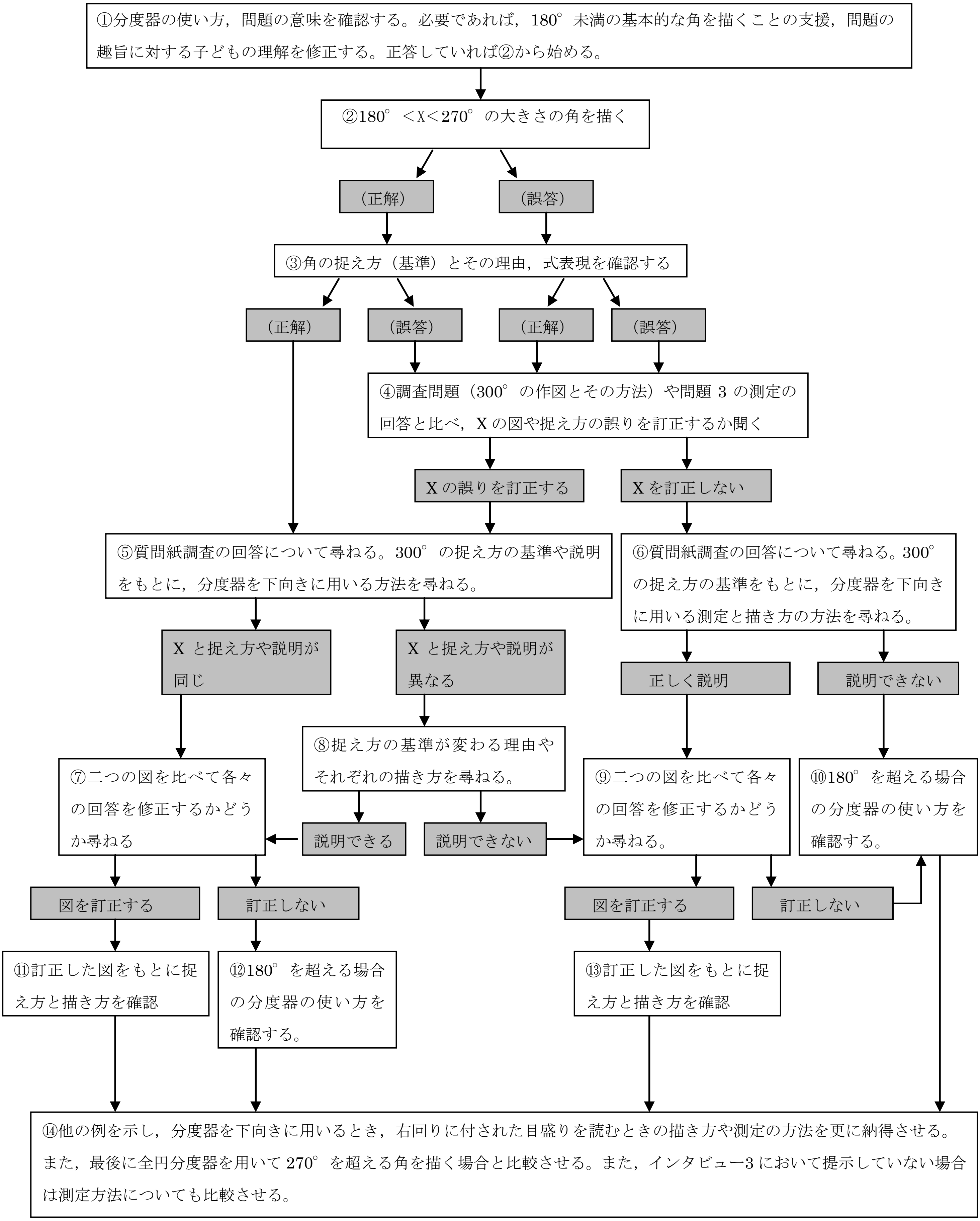
（1）小学生対象のインタビュー調査の台本



(インタビュー3)


①分度器の使い方，問題の意味を確認する。必要であれば 180°未満の基本的な角の測定の支援，問題の趣旨に対する子どもの理解を修正する。理解しているようであれば②から始める。
②270°＜X＜360°の大きさの角の測定
（正解）
（誤答）
③角の捉え方（基準）とその理由，目盛りの読み方，測定方法を確認する
（正解）
（誤答）
（正解）
（誤答）
④その他の調査問題の回答と比べ, X の図や捉え方の誤りを訂正するか聞く
X の誤りを訂正する
X を訂正しない
⑤任意単位(扇形)を用いて X を測定し，分度器の場合と比較する。
⑥角の大きさの捉え方を再度確認する。また，任意単位(扇形)や全円分度器を用いて測定し，分度器の場合と比較する。
分度器，普遍単位の有用性に関する回答
説明できない
正しく測定できる
測定できない
インタビュー4 へ
⑦任意単位の大きさは一定でないことから，普遍単位の有用性を確認し，インタビュー4 へ
⑧再度，分度器を用いて X を測定する。
測定できる
測定できない
⑨測定方法を確認後，インタビュー4 へ
⑩180°を超える場合の分度器の使い方を確認し，インタビュー4 へ

(インタビュー4)

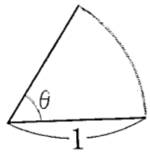

①分度器の使い方，問題の意味を確認する。必要であれば，180°未満の基本的な角を描くことの支援，問題の趣旨に対する子どもの理解を修正する。正答していれば②から始める。
②180°＜X＜270°の大きさの角を描く
（正解）
（誤答）
③角の捉え方（基準）とその理由，式表現を確認する
（正解）
（誤答）
（正解）
（誤答）
④調査問題（300°の作図とその方法）や問題 3 の測定の回答と比べ，X の図や捉え方の誤りを訂正するか聞く
X の誤りを訂正する
X を訂正しない
⑤質問紙調査の回答について尋ねる。300°の捉え方の基準や説明をもとに，分度器を下向きに用いる方法を尋ねる。
⑥質問紙調査の回答について尋ねる。300°の捉え方の基準をもとに，分度器を下向きに用いる測定と描き方の方法を尋ねる。
X と捉え方や説明が同じ
X と捉え方や説明が異なる
正しく説明
説明できない
⑧捉え方の基準が変わる理由やそれぞれの描き方を尋ねる。
⑦二つの図を比べて各々の回答を修正するかどうか尋ねる
説明できる
説明できない
⑨二つの図を比べて各々の回答を修正するかどうか尋ねる。
⑩180°を超える場合の分度器の使い方を確認する。
図を訂正する
訂正しない
図を訂正する
訂正しない
⑪訂正した図をもとに捉え方と描き方を確認
⑫180°を超える場合の分度器の使い方を確認する。
⑬訂正した図をもとに捉え方と描き方を確認
⑭他の例を示し，分度器を下向きに用いるとき，右回りに付された目盛りを読むときの描き方や測定の方法を更に納得させる。また，最後に全円分度器を用いて 270°を超える角を描く場合と比較させる。また，インタビュー3 において提示していない場合は測定方法についても比較させる。

2.　高校生対象のインタビュー調査の台本

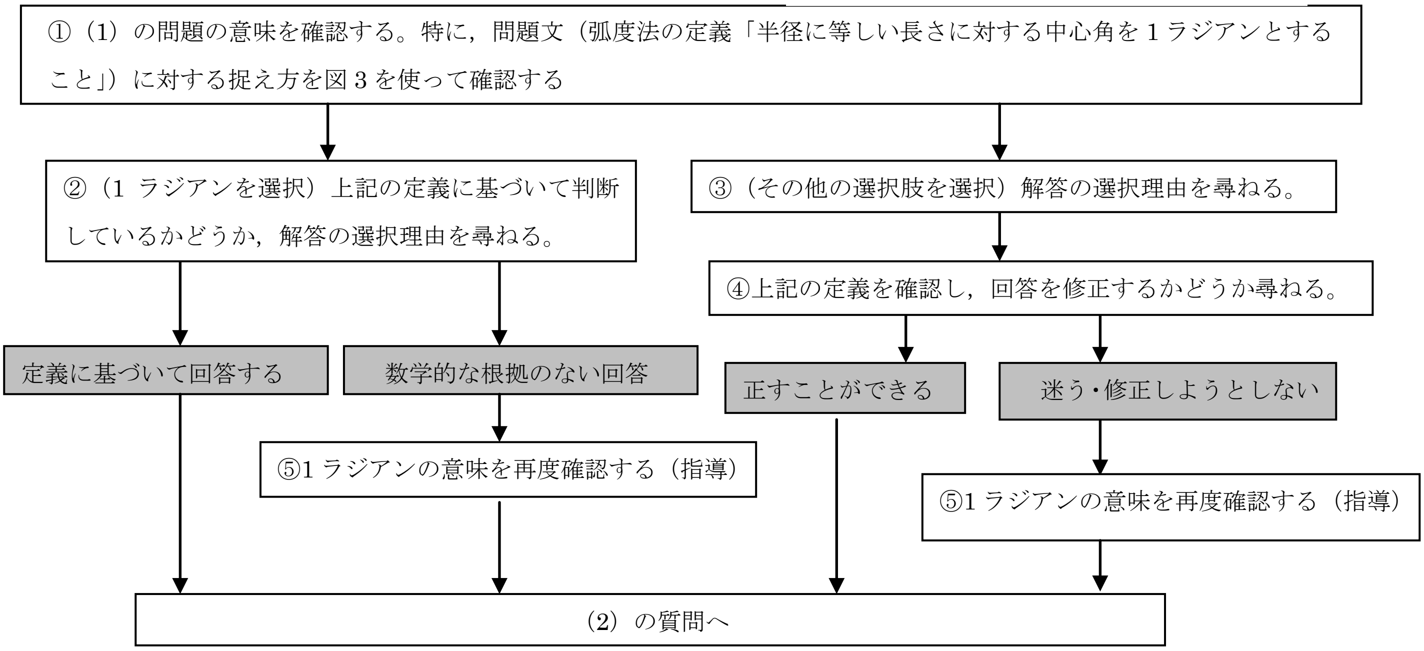
（問題 2）

（1）

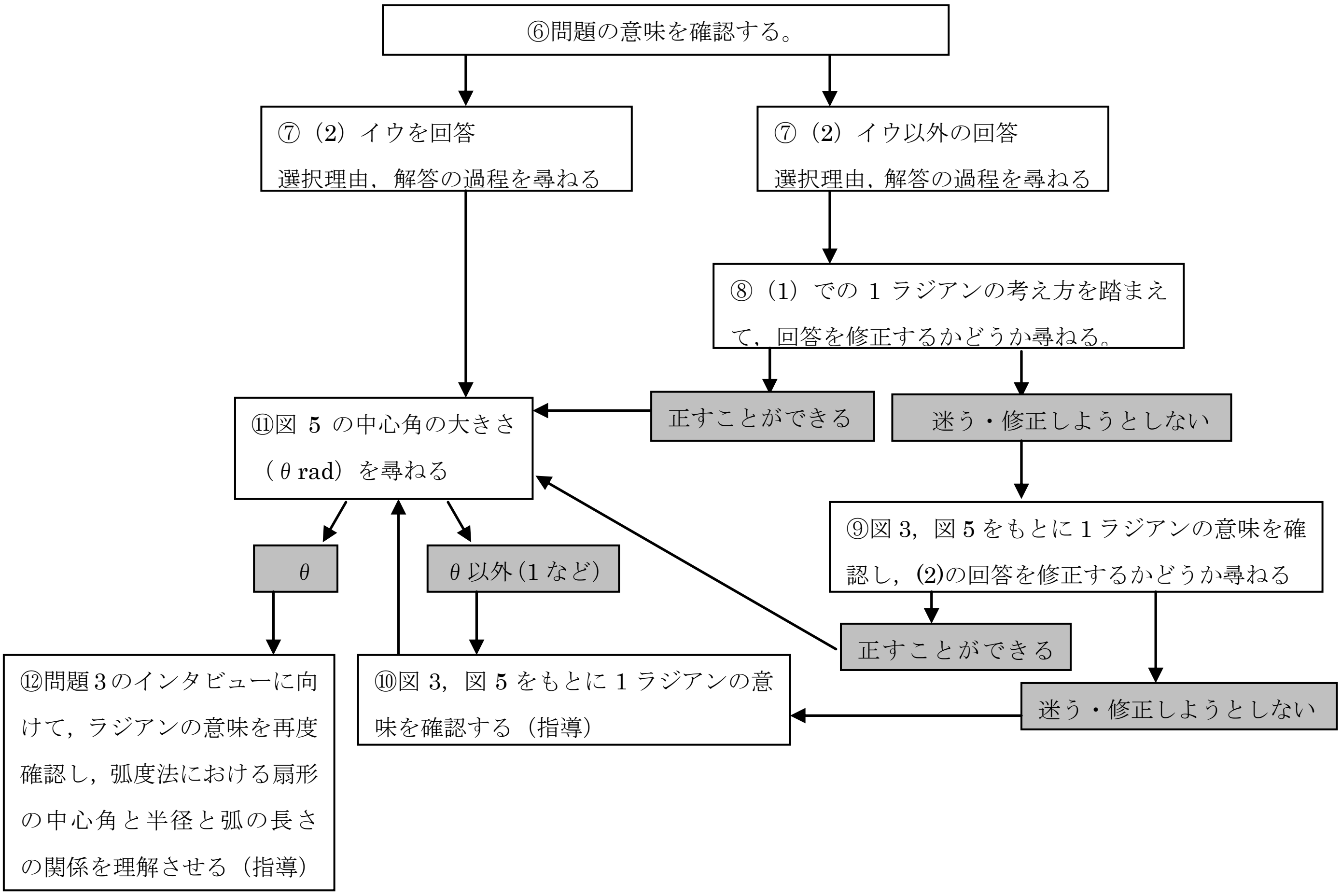
［図 3］



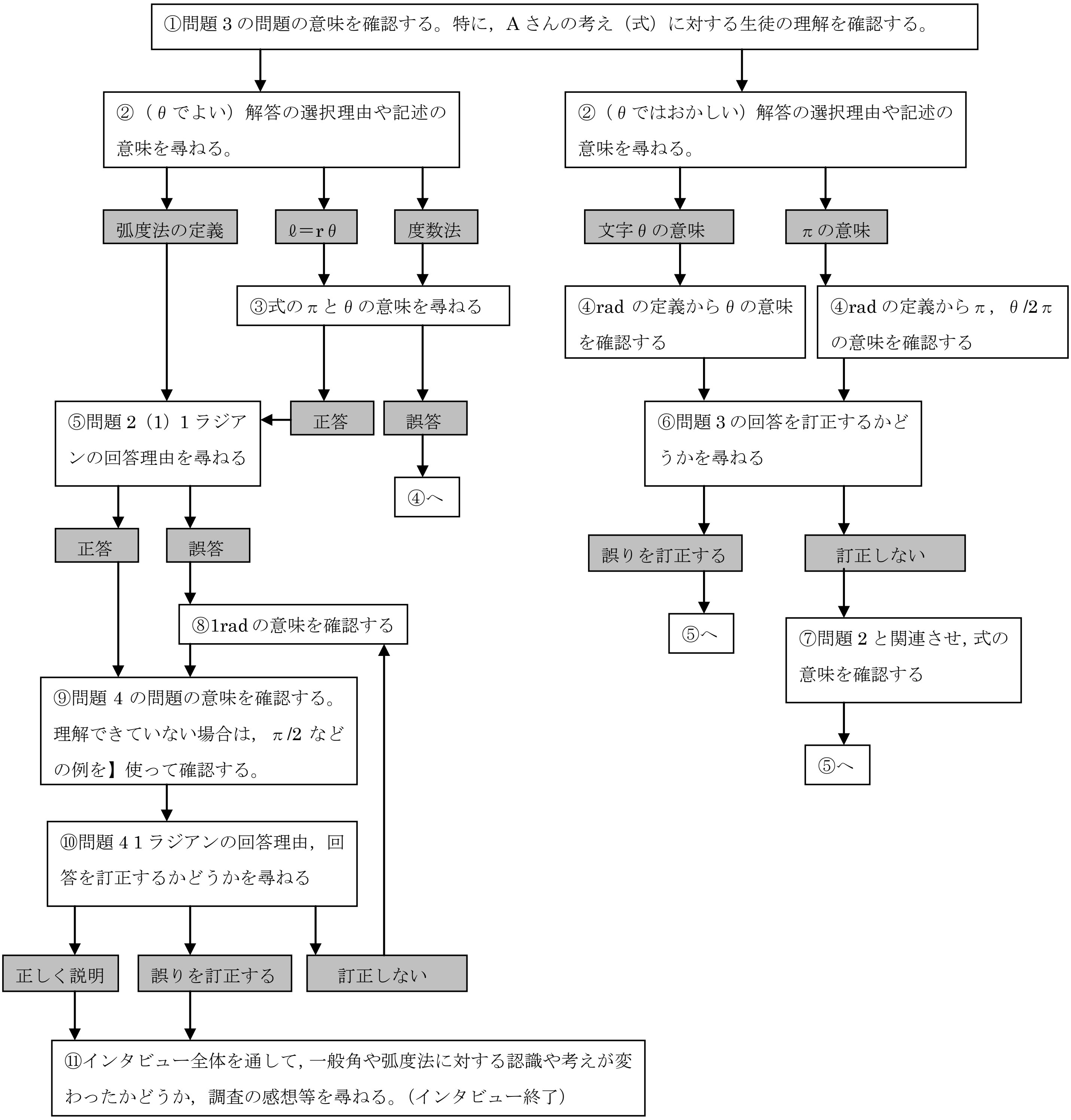
［図 5］



（2）



（問題 3 及び問題 4）


①問題 3 の問題の意味を確認する。特に，A さんの考え（式）に対する生徒の理解を確認する。
②（θでよい）解答の選択理由や記述の意味を尋ねる。
②（θではおかしい）解答の選択理由や記述の意味を尋ねる。
弧度法の定義
ℓ＝rθ
度数法
文字θの意味
πの意味
③式のπとθの意味を尋ねる
④rad の定義からθの意味を確認する
④rad の定義からπ，θ/2πの意味を確認する
⑤問題 2（1）1 ラジアンの回答理由を尋ねる
正答
誤答
④へ
⑥問題 3 の回答を訂正するかどうかを尋ねる
正答
誤答
誤りを訂正する
訂正しない
⑧1rad の意味を確認する
⑤へ
⑦問題 2 と関連させ, 式の意味を確認する
⑨問題 4 の問題の意味を確認する。理解できていない場合は，π/2 などの例を】使って確認する。
⑤へ
⑩問題 4 1 ラジアンの回答理由，回答を訂正するかどうかを尋ねる
正しく説明
誤りを訂正する
訂正しない
⑪インタビュー全体を通して, 一般角や弧度法に対する認識や考えが変わったかどうか，調査の感想等を尋ねる。（インタビュー終了）

4. インタビュー調査の発話記録

(1) 予備調査での児童の発話記録

単独インタビュー（前野小①）プロトコル（児童 A）	
時間	発話項目［　］内は表出行動（時間：発話開始時）A:児童，I:筆者
0’00	1.I:こんにちは。
0’03	2.A:こんにちは。
0’04	3.:I えっと，1 週間前にこの，アンケートに答えてもらったのは覚えてるかな。うん。でね，今日は，その結果をみて，ちょっと A ちゃんに聞きたいことがあって，ちょっとお話を聞かせてもらってもいいかなって思って。よろしくね。
0’16	4:A よろしくお願いします。 ［質問紙を提示する］
0’30	5:I じゃあ，まず，一問目かな，1 番の問題についてちょっと聞きたいことがあるんだけど，えっと，まず，で，こう○をつけてもらったよね。それぞれどうして角だと思ったか説明してもらってもいいかな。
0’50	6.A:えっと…
0’56	7.I:例えば…アはどうして角だと思った？
1’00	8.A:…
1’06	9.I:えっと，角，うーんと，じゃあ，A ちゃんが思う角って，ちょっと書いてもらってもいい？［紙を渡す］これが角だよって。
1’15	10.A:［紙に書く］
1’22	11.I:［紙に書いてもらったものを指しながら］うん，どうしてこれが角だと思った？
1’26	12.A:えっと…
1’33	13.I:［イを指さして］これは？この曲がっているのも角かな？
1’39	14.A:これは，わかんなかったから，自分がこれかなって思うのに○つけたから…
1’43	15.I:○つけた？
1’44	16.A:だから。
1’45	17.I:そっか，そっか。じゃあ，えっと，オは，ここ［オの右端］，○ついてるよね。こっち［左端を］○つけなかったのは？
1’52	18.A:どっちでもよかったんだけど，一応こっちにつけたの。
2’00	19.I:うんうん，そうなんだ。…じゃあ，キは凹んでいるところ 1 個だけ？○ついてるよね。これって，こっち側［もう一方の凹部を指しながら］は角？
2’15	20.A:つける…つけようとはしたんけど，時間がなくなっちゃったから…
2’21	21.I:うんうん，そうなんだ。そっかそっか。じゃあ，えっと，角の，それぞれの角の大きさ，例えば，アの角の大きさってどこだと思う？指さしてもらっていいかな？このアの大きさってどこ？
2’43	22.A:…
2’53	23.I:じゃあ大きいの使ってみようか。［赤い 2 本の棒を提示する］こうあったら，ここの角の大きさってどこになると思う？
3’02	24.A:角の大きさ？
3’04	25.I:うん。

3'05	26.A:…ここ？［先端を指さす］
3'22	27.I:うんうん。［棒を使いながら］角の大きさって，4 年生の時習ったと思うんだけど，こう線があったときに，この白い線が赤い線まで…こうやってくるっと動くよね。そのときに，ここからこの赤い線までこれだけ回ったよっていう大きさのことを角の大きさっていうのね。思い出したかな？
3'52	28.A:うん。
3'54	29.I:そうすると，じゃあ，アの角の大きさってどこになるかな？
4'00	30.A:…
4'24	31.I:うん，じゃあ 1 番の問題はあとにして 2 番の問題にいくね。［棒を使いながら］2 番の問題でいま角の大きさってここからここまで，この棒が赤い所までこうくるっと動いたこの大きさ，この大きさが角の大きさだよね。そうするとじゃあ，1 番は，㋐と㋑の角の大きさを比べてるんだけど，A ちゃんは㋐の方が大きいですって答えてくれたんだけど，どうして㋐の方が大きいって思った？
5'00	32.A:［扇形を指しながら］この三角，こっちの方が大きいから。
5'12	33.I:うんうん。
5'13	34.A:でもよくわかんなかった。
5'15	35.I:うん，じゃあ，2 番の㋐と㋒は，どうして大きさが同じだと思った？
5'23	36.A:…
5'30	37.I:［1 を指しながら］これとこれは三角でみたのかな。じゃあ，これとこれはどうやって？
5'35	38.A:これとこれも黒い所気にしないで，こう三角で考えた。
5'41	39.I:うんうん。黒い所気にしないで三角で考えたんだ。そっか。じゃあ，えっと，…最後，3 番のこれとこれは三角でみたのかな？ん？
5'58	40.A:わかんなかったけど，［㋒を指して］こっちの方が大きいと思ったから。
6'04	41.I:うん，こっちのどこが大きいと思った？
6'09	42.A:こっち。［辺を指す］
6'12	43.I:うんうん，この長さ？
6'13	44.A:うん。
6'14	45.I:そっか，そっか。じゃあ，いま，角の大きさってここからここまで広がった大きさだよって言ったよね。いまね，［OHP シートを取りだす］例えば，㋐と㋑の大きさを比べるよ。あはね，これなんだ，これ㋐ね。で，㋑がこれなのね。そうすると，じゃあ，2 つ重ねてみてごらん。
6'38	46.A:［重ね始める］
6'49	47.I:うん，ぴったりここの先が合うように重ねてごらん。うん，ここ合わせて，もうちょっと，こっちかな。うん，ここと ここが合うように重ねると，どう？2 つの大きさってどう？
7'00	48.A:…
7'09	49.I: ㋐と㋑ってどっちの方が大きいとか，大きさってどう？㋐と㋑の大きさって。
7'14	50.A:こっち…
7'18	51.I:うん？ここ？㋐の方が大きい？

7'22	52.A:うん。
7'26	53.I:ここからここまでこうくるっとまわった大きさだよね。「い」の方もここからここまでくるっとまわった大きさだよね。どっちがたくさん回った？
7'43	54.A:［㋐を指す］
7'45	55.I:こっち？…じゃあね，こうだよ［棒を回しながら］，ここからここまで回った大きさと，ここからここまで回った大きさ，ね，どっちがいっぱい回ってる？
8'05	56.A:…［㋐を指す］こっち…
8'26	57.I:こっち？…じゃあ，一緒に回してみようか。重ねるよ。重ねて，じゃあこうして，スタートはここね，一本ね，で，赤いのだけ回してごらん。
8'40	58.A:［回しはじめる］
8'41	59.I:うん。
8'46	60.I:うん，そうすると，2 つ回ってる？回ってる大きさはどう？
8'52	61.A:同じ。
8'53	62.I:うん，そうそう。同じなんだよね，角の大きさって回ってる，どれだけ回ったかなっていう大きさだから，こうみると，こっちの方が大きく見えちゃうかもしれないんだけど，実は同じなんだよね。うん，そう。じゃあ，次はこっちの紙［2 枚目の質問紙］のほうに行くね。じゃあね，次はね，分度器と定規を使ってね，ちょっとね，答えてほしいんだけど。まず，1 番ね，どうやって測ったかもう 1 回やってもらってもいい？
9'23	63.A:［測り始める］
9'34	64.I:うん，そこに合わせて，どこを読んだ？
9'39	65.A:ここ。
9'40	66.I:うん，ここ？うん。でね，60 っていうのはどこの？数字かな？
9'47	67.A:［目盛りを指す］
9'48	68.I:うん，そうだね。じゃあ，えっと，5 番はどうやってやった？
9'55	69.A:5 番は…［測り始める］
9'57	70.I:うん。
9'58	71.A:ここ［30° ］の，大きさを測って，円は，100…いやちがう，360° だから，ここ，30° だから，それから，360° から 30° を引いて，330。
10'13	72.I:はーい，うん，わかった。えっと，2 番はどうやってやった？
10'19	73.A:［測り始める］
10'24	74.A:これじゃわからないから，線を延ばして…はかった。
10'32	75.I:うん，測って，どこの数字，どこみた？
10'35	76.A:…ここ…［上の目盛りをさす］
10'53	77.I:上？上の数字かな？
10'55	78.A:上の数字で測ったんだけど…
11'01	79.I:うんうん，じゃあ今もう一回測ってみたら答えは変わる？
11'03	80.A:たぶん変わる。
11'05	81.I:うん，何度になる？

11’07	82.A:120°？
11’08	83.I:うん，そうだね，120°だね。
11’13	84.A:［左回りの目盛りを指して］こう見ちゃったのかもしれない。
11’16	85.I:うんうん，そっか，下みると，そうだよね，あ，分度器って下と上といつ上の目盛りみる？
11’25	86.A:こう，…線がこっち［2 番を指しながら］にあるときは，上の目盛りだと思ってた。
11’39	87.I:うん，1 番のときは上と下とどっちの目盛りで見た？
11’41	88.A:こっち［下を指す］。
11’43	89.I:うん，で，こっちのとき，2 番のときは？
11’46	90.A:上。
11’48	91.I:そっか。5 番のときは？
11’53	92.A:5 番のときは，…こっち［下を指す］。
11’55	93.I:下？
11’56	94.A:下。
11’57	95.I:そっか。じゃあ，3 番はどうやってやった？
12’02	96.A:3 番は［測り始める］こうして［下向きにする］
12’11	97.I:うん，さかさまにして…
12’15	98.A:測って…
12’17	99.I:うん，そこがいくつ？
12’20	100.A:…えっと，［下の目盛りを読みながら］105？
12’36	101.I:うん，105。
12’38	102.A:うん，だから，360°を引いた。
12’47	103.I:そっかそっか。うん，えっと，360 から測った，この測った角をいつも引いて答えてるのかな？
12’55	104.A:うん。
13’00	105.I:うん，わかった，うん，じゃあもしね，［全円分度器を提示する］こういう分度器ってみたことある？
13’06	106.A:みたことない。
13’08	107.I:みたことないよね，これね，実はね，これ 1 個で 360°まで測れるの。これだと，180°までしか測れないでしょ。でもこれだと，ほら，大きい角まではかれるのね。それでね，これを使って 5 番を測ってもらってもいいかな？
13’35	108.A:どうやってはかるの？
13’43	109.I:どうやってはかったらいいかなあ。このときは，0 の所に合わせるよね，うんそうそう。そうすると…
13’50	110.A:［測り始める］
13’54	111.I:大きさ，何度になってる？わかるかな？
13’56	112.A:［迷う］
14’11	113.I:うん，ここが 0 だから…すると？ここの大きさ？

14’20	114.A:…えっと，これ？
14’29	115.I:うん，ここの線みて，…
14’36	116.A:うーん。こっちが…こっちで 330° ？
14’43	117.I:うんうん，そうだね。こう 330 になってるよね。うん，この分度器が…分度器を使うとこれと，これより（半円）もこの分度器（全円）の方が便利だなって思うところはある？
15’00	118.A:ある。
15’02	119.I:どういうところが便利だと思った？
15’04	120.A:360 までちゃんと測れるところ。
15’07	121.I:うん，これ（半円）のときと，この（全円）分度器で測ったときとどうかな？
15’12	122.A:こっち（全円）の方が使いやすい。
15’13	123.I:使いやすい？どうして？
15’15	124.A:測ったり，引いたり，下に使ったりしなきゃならなかったけど，全部が測れるから。
15’28	125.I:そっかそっか，はい，ありがとう。…じゃあね，次ねこの 2 番ね，さっき 120° だよってこたえてもらったやつを，この大きさをもし，分度器がないときに，2 番の大きさを三角定規のこの角度を使って測ってくださいって言ったらどうやって測る？
15’51	126.A:［測り始める］
15’57	127.I:いっぱい使ってもいいよ，三角定規があったときに，三角定規の大きさは知ってるよね。うん，じゃあ，2 番の大きさを三角定規だけで求めてくださいって言ったらどうする？
16’13	128.A:［測り始める］
16’25	129.I:そっか，うん，それだとどうして 120° なの？
16’29	130.A:ここ 30° で，ここ 90° だから足すと 120° 。
16’34	131.I:そっか，んじゃあ，もし，分度器がなかったらこうやって測らなきゃだよね，でも分度器…もし，えっと三角定規しかなかったらここの大きさ，角の大きさを求めるのって，分度器があるのとないのとどっちか大変？
16’57	132.A:ない方が大変。
17’00	133.I:ない方が大変？どうして？
17’04	134.A:こう角とかを色々組み合わせたりしなきゃいけないから，時間がかかる。
17’09	135.I:時間がかかる，うん，そっか。はい，ありがとう。じゃあね，最後ね，4 番の問題について聞くね。えっと，まず，4 番の問題に入る前にこの紙に 210° の角を描いてもらってもいいかな？210° ，うん。
17’29	136.A:［描き始める］
17’57	137.A:210° ？
17’59	138.I:うん。もしよかったら，300 度描いた時のをみてもいいよ。
18’05	139.A:［描き始める］［筆算をし始める］
19’34	140.I:うん，これは？最初，これは，どうやってやった？360？
19’48	141.A:150° で 210 にはならないと思った。
1953	142.I:どうして？
19’54	143.A:…

19’58	144.I:さっき，150° に線とったよね。それで？引っ張ってみると…
20’07	145.A:［描き始める］
20’19	146.I:うん，で，ここ？これは，どうして 180 から引いたの？このやり方だとできなさそうだった？
20’35	147.A:うん。
20’36	148.I:そっか，そっか。うん，じゃあね，4 番の問題みてみようかな。うん，どういう風に 300° を描いたこの説明と一緒に，描き方を説明してもらってもいいかな？
20’49	149.A:…
21’01	150.I:えっと，じゃあね，どうやって 300° 描いた？うん，そう測って…
21’13	151A:60° 描いて，360 から 60 を引くと，ここの角のところは 300° 。
21’26	152.I:うんうん，そっかそっか。このとき（3 の⑤の測定）と同じかな？このときと同じ？
21’32	153.A:うん。
21’34	154.I:うん，んじゃあね，最後に，またこれ（全円）を使って，300° を描いてもらえる？
21’49	155.A:［描き始める］［目盛りに迷い始める］
22’45	156.I:0 はここだよ。
23’14	157.I:0 はここで，うん，どっちの目盛りで見てる？黒いの？赤いの？赤い方でみてみよっか。
23’22	158.A:赤い方だと…
23’25	159.I:赤い方でみるとここが 0 で，こう増えていくと…
23’30	160.A:［300 のところを指さす］
23’32	161.I:うん，そこしるしつけてみようか。うん，それで，結ぶと…うん，そうそう，これで 300° ができたね。うん，これひっくり返したら同じ。どうだった？使ってみて？
23’57	162.A:目盛りがいっぱいあって，ちょっと。
24’01	163.I:あ，こっち（3 番）のときは使いやすかった？
24’03	164.A:［うなずく］
24’04	165.I:うん，これはいっぱいあって？
24’06	166.A:いっぱいあって，どこ描けばいいかわからなかった。
24’09	167.I:わからなかった？はい，ありがとう。じゃあ，これで終わりにするね。ありがとうございました。
24’12	168.A:ありがとうございました。

単独インタビュー（前野小②）プロトコル（児童 B）	
時間	発話項目［　］内は表出行動（時間：発話開始時）B:児童，I:筆者
0’00	1.I:よろしくお願いします。
0’01	2.B:よろしくお願いします。
0’03	3.I:じゃあ始めるね。この間，1 週間前にアンケートをやってもらって，ちょっと聞きたいことがあったので今日は残ってもらいました。えっと，まず，1 番なんだけど，この○つけてもらったところが角だと思ったのかな？
0’18	4.B:はい。
0’19	5.I:うん，えっと，どうしてアは角だと思ったの？
0’23	6.B:えっと…
0’27	7.I:うん，じゃあね，角だって思うものを 1 個描いてもらってもいい？どういうのが例えば角なのかな。角ってどういうのって聞かれて，こういうのだよって描いてあげるとしたら？
0’44	8.B:［直角を描く］
0’48	9. I:うんうん，こういうやつ？
0’52	10.B:こういうの。
0’53	11.I:うん，じゃあ，イはどうして角じゃないと思った？
0’56	12.B:こっちが曲がっているから，角じゃないかなって思った。
1’01	13.I:これ（ウ）は？
1’02	14.B:こっちは両方曲がってるから違うと思った。
1’04	15.I:うんうん，これ（キの凹部）は？
1’06	16.B:うんと…
1’20	17.I:角かなって思った？
1’21	18.B:［うなずく］
1’22	19.I:うん，そっかそっか，じゃあね，これ（イ）曲がってるから角じゃないっていったよね，じゃあこれも（カ）？曲がってるから角じゃない？
1’29	20.B:と思った。
1’31	21.I:うんうん，じゃあオは？
1’33	22.B:オはただの線だから…角はないから…と思った。
1’40	23.I:そっか，はい，んと，じゃあねここ（キの凸部）は角？
1’46	24.B:こっちは，どっちとも曲がってるから角じゃない。
1’52	25.I:うん，じゃあ，例えば，アの角の大きさってどこ？
1’57	26.B:［アの先端を指す］ここ？
1’59	27.I:うん，えっと，エの角の大きさってどこ？
2’05	28.B:［エの直角部分を指す］
2’06	29.I:うんうん，そうだよね，［2 本の棒を提示する］角の大きさって，こう 2 本，白い線があったときに，白い線が赤い線までどれぐらい回ったかなっていうここだよね，うん。はい，そしたら，2 番の問題にいくね。2 番の問題は大きさを比べてるんだけど，まず 1 番で，㋐と㋑の大きさを比べてるよね。で，㋐の方が大きいですって答えてくれているんだけど，そ

	れはどうして㋐の方が大きいと思った？
2’41	30.B:…大きさは同じなんですけど，こっち（㋐）がちょっと長かったから大きいのかなって思った。
2’51	31.I:うん，大きいって思った？ここが長いから？じゃあね，2 番は㋐と㋒はどうして㋒の方が大きいなあって思った？
3’03	32.B:ここ（扇形）が大きいから。
3’07	33.I:黒い所が？
3’08	34.B:同じくらいで，ここ（弧の長さ）が大きかったから。
3’11	35.I:ここ（弧）の長さ？
3’14	36.B:ここ（辺）の長さは，同じくらいでここの長さ（弧）が長いから。
3’22	37.I:うんうん，じゃあ 3 番の㋒と㋓は，どうして㋒の方が大きいと思った？
3’26	38.B:ここ（辺）が短いから。
3’32	39.I:ここ（㋒）はこれ（辺）が長いから？
3’37	40.I:そっか，うん，今ね，例えばね，，㋐と㋑の角の大きさをくらべるとさ，さっきさ，角の大きさってさ，［2 本の棒を使って］ここからここまで回った大きさだよっていったよね。，㋐と㋑を重ねてくらべてごらん。［OHP シートを提示する］
3’50	41.B:［重ねる］
3’55	42.I:うん，先を合わせて…。そうそう。どうかな？
4’03	43.B:同じ。
4’04	44.I:同じ？うん，これやって，ここ（辺）は長いけど同じでいい？
4’12	45.B:［うなずく］
4’14	46.I:うん。えっと，じゃあね，2 枚目にいくね。じゃあね，まず，③ってどうやって測ったか，もう一回やってもらってもいい？
4’38	47.B:［測り始める］
4’44	48.B:こうして（下向き），測って，ここと足して…
4’49	49.I:ん？どこと足すの？
4’51	50.B:上のここと。ここ，180° 足して…
4’59	51.I:ああ，うんうん，分けたの？上と下と。
5’00	52.B:［うなずく］
5’01	53.I:ふんふん，あ，この線（水平線）ってそういう意味だったの？
5’03	54.B:［うなずく］
5’04	55.I:そっか，そっか，じゃあね，2 番の線ってどういう意味？
5’07	56.B:ここを測ったら，最初のやつは，ここまで届かなかったからわからなかったから，伸ばして…
5’18	57.I:うんうん，んで，58 っていうのはどこをみて 58 になった？
5’23	58.B:こうして，ここをみたら 58 だから。
5’27	59.I:そっか，じゃあね，ここ（②）は下の目盛り見たんだ？じゃあ，こっちは？①はどうだった？

5’42	60.B:あ，間違ってた。…こうやって，ここ（①）は，こうした（上向き）ときに 60 だったから…
6’00	61.I:うんうん，上と下どっちの目盛りよんだ？
6’03	62.B:下だった。同じじゃない…
6’08	63.I:こっち（②）はどっちの目盛り読んだらいい？
6’10	64.B:本当は上。
6’11	65.I:上？上のどこ？
6’12	66.B:上のこっちの目盛り読んで。
6’19	67.I:うん，いいよいいよ。んっと，5 番はどうやってやった？
6’28	68.B:これは，ここ（30）を測って，360°から引いて…
6’38	69.I:うん，そっかそっか。うん，じゃあ，えっと，こういう分度器（全円）があるの知ってるかな？
6’43	70.B:ううん。知らない。
6’44	71.I:うん，これね，この分度器（半円）を上と下でこうやって合わせたようなのね，でね，これ（全円）をみると何度まで測れるかわかる？
6’54	72.B:360°？
6’58	73.I:うんうん，そうそう。うん，じゃあこれを使って 5 番測れる？
7’03	74.B:えっと，目盛りが…［測り始める］
7’07	75.I:0 の目盛りはここにあるのね。
7’11	76.B:こうか…
7’19	77.I:ここだよ，0。
7’24	78.B:こうか…こうだ。…ここだから…
7’54	79.I:うん，ここに 0 を合わせて，うん，すると？0 でしょ？うん，
8’03	80.B:…330°？
8’10	81.I:うんうん，そうだね，今さ，これ使って測ってもらったんだけど，このいつも使ってる普段使ってるのとどっちが使いやすかった？
8’24	82.B:こっち（半円）のほうが足したり引いたりするのが計算したあとでまた測るのが，だからこっち（全円）の方がやりやすかった。
8’34	83.I:そうか，はい，じゃあね，分度器使って 5 個測ってもらったんだけど，もし分度器がなくって三角定規はいっぱいあったら，三角定規のかどを使って，例えば②の大きさを測ることはできる？
8’50	84.B:［測り始める］
8’55	85.I:何個使ってもいいよ。
9’04	86.I:うんうん，そうすると？何度になる？
9’10	87.B:ここは，90°で，こっちが 30°だから足して 120°
9’17	88.I:うんうん，そうだね。じゃあもしこっち（直角二等辺三角形）の三角定規がなくって，この三角定規だけだったらどうする？
9’25	89.B:［並べる］

9’40	90.I:うん，そっかそっか。ここの 90° とこれね。うん，じゃあ，この 90° は使わないでどうする？
9’49	91.B:えー，［並べる］
10’03	92.I:うんうん，そうすると，どういう風に計算できる？
10’06	93.B:こうか。30° と 30° と 60° 。
10’16	94.I:うん，そっか。うん，じゃあね，いま，三角定規しかないときと分度器があるときってこれ（三角定規）しかなかったときってどう思った？
10’27	95.B:こっち（三角定規）の方が何度って正確に，っていうか，こっち（分度器）だと目盛りがいっぱいあってこうして長さが足りない時とかできなくて，でもこっち（三角定規）だと 30° とか 60° とか 90° とかわかるので，こっちの方がわたし的には使いやすかったかも。
10’58	96.I:そっか，この角を測るのにはかな。それじゃあ，これ（三角定規）しかなかったら，…んっと，じゃあ，これ（分度器）の方がいいよっていうことってある？これしかないとき。
11’14	97.B:こういう問題（⑤）のときは，これ（三角定規）じゃやりづらいかなって。
11’25	98.I:うんうん。
11’29	99.B:うんと，もしかしたらこれとこれ（2 種類の三角定規）だけじゃ測れないときもあるし，そういうときに使える。
11’40	100.I:はい，うん，わかった，ありがとう。じゃあ，最後に 4 番の問題ね。えっと，4 番の問題をやる前に，210° の大きさを描いてもらってもいいかな？210° 。
11’49	101.B:［描き始める］
13’13	102.I:で，どこが 210° ？
13’19	103.B:［210° を指さす］
13’20	104.I:うん，どうやって今描いた？口で説明してもらってもいい？
13’24	105.B:180° をまず描いて…180° に，210° は 180° に何度足せばいいか考えて，それで 30° だったから，30° を足して。
13’43	106.I:うん，そっか。うん，じゃあ，同じように 300° もどうやって描いたか説明できる？
13’49	107.B:180° を描いて，引いて，120° だったから，こっちで 120° 出して描いた。
14’08	108.I:そっか。うん，じゃあね，またこれ（全円）を使って，これを使って 300° って描けるかな？
14’15	109.B:［描き始める］
14’19	110.I:0 が…こっち。うん…。
14’49	111.B:角がどこだかわからない…
14’53	112.I:うん，まず，線引いてみようか。線引いてみて…うん，で，その線に，同じだよ，この分度器（半円）と同じで，0 を合わせて…0 ここだよね。
15’10	113.B:うん。
15’12	114.I:300 はどこかな？わかる？300 は？ぐるっといって…
15’16	115.B:［300 を指さす］
15’18	116.I:うんうん，そこだね。

15’24	117.B:こうして…［しるしをつける］たぶん，この辺…［中心がわからなくなる］真ん中がずれちゃった。これに合わせて…［中心にしるしをつけてやり直す］
16’16	118.I:うん，で，300°ってどこ？
16’20	119.B:300°は…ここ？こうなるから［240°を指す］。あ，違う。
16’32	120.I:違う？うん，ここに新しく描いていいよ。
16’34	121.B:こっちかな［300°を指し直す］？
16’37	122.I:うんうん。
16’45	123.B:でも，こっちから数えたら 60°になっちゃう。
16’52	124.I:0 から始めると…？
17’05	125.B:こっち［逆回りの目盛りをさす］？
17’07	126.B:うんうん，今，これ（全円）で描いてみて，こっち（半円）と比べてどうだった？こっちと比べて。
17’21	127.B:えっと，こっち（半円）があると…こっち（半円）だと 2 回やらなきゃいけないから。こっち（全円）だと線が引けなくて，真ん中がよくわかんない。
17’29	128.I:うん。
17’30	129.B:こっち（半円）だと，待って，90°って合わせると，こっち（全円）だと真ん中で，丸くなっちゃってるから，点が打てない。
17’44	130.I:うんうん。測るときはどっちの方が便利？
17’46	131.B:こっち（全円）の方が便利だけと，描くときはこっち（半円）の方がいい。
17’53	132.I:はい，わかりました。ありがとう。これでおしまいです。ありがとうございました。
17’55	133.B:ありがとうございました。

ペアインタビュー（前野小）男子 2 名プロトコル（児童 S&Y）	
時間	発話項目［　］内は表出行動（時間：発話開始時）S,Y:児童，I:筆者
0’00	1.I:今日は，1 週間前に 2 人にやってもらった，そのアンケート覚えていると思うんだけど，これで 2 人に聞きたいことがあったので，残ってもらいました。よろしくお願いします。
0’13	2.S&Y:よろしくお願いします。
0’15	3.I:じゃあ，順番に聞いていくね。えっと，まず，Y くんのほうから聞いていくね。Y くんは，1 番の問題で，アとエだけに角ですって選んでくれたんだけど，イ，ウはどうして角じゃないって思った？
0’36	4.Y:こういう…。曲がり，曲がったというか，こういう線がちょっと，角じゃないと思った。
0’52	5.I:そう思った？じゃあカもそうかな？
0’54	6.Y:［うなずく］
0’56	7.I:キも？
0’57	8Y:［うなずく］
0’58	9.I:じゅあ，オはどうして角じゃないと思った？
1’01	10.Y:いや，水平線だったから…角ではできない…
1’04	11.I:と思った？
1’06	12.Y:［うなずく］
1’07	13.I:はい，ありがとう，じゃあ，S くんは，アとエとオとカに〇をつけてるんだけど，イとウはこれ，やめたの？
1’18	14.S:はい。
1’19	15.I:それは？どうして？
1’22	16.S:あの，授業中のときに，なんか，曲がり角のときにはなんか角がないようなことを言われたような気がしたから。
1’30	17.I:ああ，思い出したんだ？はい，えっと，じゃあね…オはどうして角だと思った？
1’48	18.S:うっ！［笑う］…うーん…なんでだろう？
2’01	19.I:［笑う］なんでだろう。Y くんは水平線だから角じゃないって言ってるんだけど。
2’09	20.S:うーん。
2’11	21.Y:（小声で）下，はかれないっしょ？
2’14	22.S:俺の間違いかも…
2’19	23.I:うん，じゃあね，オが角か角じゃないか確かめてみようか。［2 本の棒を提示する］角ってこの白い線がくるっと赤い線までどれだけ曲がったかなっていうを表す大きさだっていうのを多分去年習ったと思うんだけど，そうすると，オは角かな？角じゃないかな？
2’42	24.S:角じゃな…
2’47	25.I:回してみていいよ。オは角か角じゃないか…白い線が赤い線まで回ったときの大きさを角の大きさっていったら，オになるときってある？
3’06	26.S:［回しながら］ここか…？ん？こう？
3’16	27.I:Y くんはどう？
3’22	28.Y:［一直線をみせる］

3'23	29.I:S くんは？
3'24	30.S:［一直線を見せながら］こうだと思う。
3'28	31.I:こう？うん，このときは，2 人ともいまやってくれてる，これ（赤）がここ（白）からスタートしてくるっといって，こうなったときはオだよね，これ。
3'38	32.S&Y:うん。
3'39	33.I:だから，オも実は角ってみれるんだよね。今，ここからここまでまわったのを角の大きさだよってちょっと頭に入れてもらって，で 2 番の問題に行くね。えっと，じゃあ，2 番の問題は 4 つの角の大きさを比べる問題なんだけど，まず 1 番の問題から聞いていくね。1 番は，㋐と㋑の大きさを比べてるのね。で，Y くんは，㋐の方が大きいですって答えてくれてるんだけど，それはどうして㋐の方が大きいって思った？
4'23	34.Y:…
4'32	35.I:（解答用紙に）いっぱい線が引いてあるけど？
4'35	36.Y:…
4'48	37.I:なんとなくかな？じゃあ，S くんは，大きさは同じですって答えてくれてるんだけど，どうして同じだと思った？
4'55	38.S:あの，ここ㋐の角とこの角（㋑）は同じで，ただここ（辺）の長さが変わっただけだから同じ。
5'02	39.I:同じだと思った？はい，じゃあね，実際に確かめてみよっか。［OHP シートを提示］これが，Y くんにやってもらおうかな，これが㋐で，これが㋑だよ。そうすると，2 つの角の大きさ，重ねてごらん，うん。
5'20	40.Y:［重ねる］
5'23	41.I:そうするとどうかな？
5'24	42.Y:同じ。
5'25	43.I:同じ？どうして同じだと思った？
5'27	44.Y:…㋐はでもこれ…㋐の方がやっぱ大きいと思う。
5'39	45.I:大きいと思う？どうして？
5'40	46.Y:うんと，赤い線（㋐の辺）が少しはみ出ているから。
5'47	47.I:はみ出てるから，うん，どう思う？S くん，ここの，ここがちょっとはみ出てるからこっちの方が大きいって言ってくれてるんだけど。S くんはどう思う？
6'02	48.S:そう，…そうだと思います…。
6'05	49.I:そう？でも，角の大きさってここからここまで回った大きさだよ？そうすると？
6'17	50.S:同じか。
6'18	51.I:同じ。うん，これはね，S くんが言ってくれた，㋐がここからここまで回った大きさで，「い」はここからここまで回った大きさだよね。そうすると，2 つはどうかな？回った大きさは？
6'49	52.S&Y:同じ。
6'50	53.I:うん，そうだね。同じだね。うん，じゃあね，次は 2 番の問題に行くね。2 番では Y くんは，㋒の方が大きいですって答えてくれてるんだけど，これはどうして㋒の方が大きい

	って思った？
7’03	54.Y:えっと，㋐より長いと，ここ，黒いところが長いと思ったから。
7’15	55.I:はい，うん，じゃあ，S くんはどうかな？
7’17	56.S:Y と同じです。
7’21	57.I:うん，じゃあ比べてみよっか。次は S くんにやってもらおう，どうぞ。
7’28	58.S:［重ねる］
7’34	59.I:うん，実際に重ねてみると，どっちが大きいか，大きさは同じかって意見変わった？
7’41	60.S&Y:変わった。
7’44	61.I:はい，じゃあ次は 3 番の問題に行くね。3 番は㋒と㋓ね。㋒と㋓なんだけど，Y くんは㋓の方が大きいですって言ってくれてるんだけど，これはどうして㋓の方が大きいって思った？
8’00	62.Y:うんと…㋒はここまでだけど，㋓は升で例えると，こっちはあれ？でも，ちょっと，うーん，4 つで，升で例えると，3 で，「え」は…あ，でも同じと思うけど，4 か 3 だと思う。
8’33	63.I:4 か 3？
8’34	64.Y:えは。
8’35	65.I:はい，じゃあね，S くんはどうして㋒の方が大きいと思った？
8’40	66.S:あの，さっき，こっち（㋐）と同じで，ここ（㋐）はこっち（辺）が長いけど，待って。えっと，ここ（㋐）とここ（㋑）の角は同じで，ただ，こっち（㋐）のここ（辺）だけが伸びて，ここ（㋑）と違かっただけで，こっち（㋒）もここ（辺）は少し長いだけで，こっち（㋓）は短くて，ただ，角だけだから，こっち（㋒）の方が大きいと思った。
9’07	67.I:ああ。ここ（㋒の辺）がただ伸びてるだけだと思った？
9’10	68.S:うん。
9’12	69.I:はい，うんじゃあ，えっと実際に重ねてみようか？Y くんにやってもらおうかな，はい，どうぞ。
9’22	70.Y:［重ねる］…ここが…。
9’30	71.I:うん，そうすると？
9’33	72.Y: ㋒の方が…
9’34	73.I:どっち？どっち，㋒の方が大きいかちっちゃいか，同じか。
9’39	74.Y: ㋒は大きい。
9’41	75.I: ㋒が大きい？S くんはどう思う？
9’45	76.S:㋒の方が…いや，違う，㋓の方が大きい…ん？［㋒と㋓の辺と頂点を合わせて重ねてみる］㋓の方が大きい。うーん，でもなんか。
10’08	77.I: ㋒の方が大きいと思うのはどうして？
10’13	78.S:うん，あの，重ねたときに，この場合はこっち（「う」の広さ）の方が大きいけど，こっち（㋓）はこっち（横にはみ出した部分）がはみ出てるから。
10’22	79.I:この，こっち（横にはみ出した部分）がはみ出てるから？
10’24	80.Y:この，こっち（㋒の広さ）と…こっち（㋒の広さ）が少しこっち（横にはみ出した部分）にくれば。なんか。

10’30	81.I:うん，じゃあ，こう重ねたらどう？［頂点のみ合わせて重ねる］
10’35	82.S:…う？
10’40	83.I:う？うんと，［2 本の棒を提示］じゃあね，㋒はここからここまで開いた大きさだよね。
10’52	84.S:うん。
10’53	85.I:じゃあ，㋓は？㋓はどこからどこまで開いた大きさ？
11’01	86.S: ㋓は…［回して開く］ここ。
11’16	87.I:うんうん。そうすると，どっちの方がたくさん白から赤まで開いてる？
11’21	88.S: ㋓か。
11’22	89.I:うん。
11’25	90.Y: ㋓。
11’26	91.I:そうだね。じゃあ，今 2 番の問題で実際にこういう風に重ねてみて，2 人とも答えが変わっていったよね。うん，こういう風にやってみるのと，こう普通にこう並べてあるのを見るのだと，どういう風に，どう違うとか，どっちがわかりやすいとかあった？
11’49	92.S:こう開いた方がわかりやすいと思った。
11’52	93.I:これを使って？うんうん，Y くんはどう思った？
11’56	94.Y:S くんと同じで，そっち，最初はこっち（OHP シート）でやってみるとわかりやすい。同じとか，あ，どっちも違うとかとも思うけど，そっちの，なんだろ，図？図（OHP シート）みたいなのだと，はっきりどっちが大きいのかわかる。
12’21	95.I:わかりました。ありがとう。じゃあ，次 2 枚目の方に行くね。えっと，2 枚の方は，じゃあまず 1 番。2 人ともまたもう 1 回 2 人とも測ってもらってもいいかな？どういう風にやったか。
12’41	96.S&Y:［測り始める］
12’45	97.I:Y くんはどうして 60° だと思った？
12’46	98.Y:最初に，90° をやって。
12’51	99.I:うん，どこが 90° ？
12’52	100.Y:［分度器を置き直す］ここ。あれ，普通にこれは測ってやった。
12’59	101.I:うんうん，どこの目盛り読んだ？
13’03	102.Y:ここ（下の目盛り）？
13’05	103.I:ここ？下？
13’06	104.Y:いや，ここの［下の目盛りの 60° を指す]。
13’08	105.I:うん，S くんはどうやった？
13’10	106.S:あの，あの，これ，90° は，こう（60° の水平線）とこういうふうになってて［定規を垂直にあてる]，これは 90° より小さいから，だから，こう［分度器を置く］で 60 の目盛りを読んだ。
13’29	107.I:読んだ？はい，ありがとう。じゃあ，2 番はどうやったかやってもらってもいいかな？
13’34	108.S&Y:［測り始める］
13’46	109.I:S くんはどうやってやった？
13’49	110.S:えっと，90° より大きいっていうのはわかってるから，だからこの下の目盛りじゃな

	くて上の目盛りを読んだ。
13’58	111.I:読んだ？120 ってどこからどこまでが 120？分度器だと。
14’00	112.S:分度器？
14’01	113.I:うん，どこからどこまでが 120？
14’02	114.S:ここ［上の 0 から 120 を指す］から，120，ここまで。
14’08	115.I:うん，Y くんはどう思った？
14’10	116.Y:［答えを指して］ここ間違ってたんだけど，60°じゃなくって，50…50…58？
14’26	117.I:58，57 くらいかな？うん。
14’33	118.I:（Y くんの解答に対して）じゃあ，これ，180－60 ってなってるけど，どこが 180？
14’38	119.I:［分度器をはずして水平線を指でなぞる］ここ。
14’39	120.I:うんうん，それでどこを引いたの？
14’41	121.Y:ここ（180）引く，こっちの 57 の線と 180°があり，直線を引いて，答えを出した。
14’56	122.I:はい，3 番を測ってもらってもいいかな？3 番はどうやってやったかな？
15’01	123.S&Y:［測り始める］［Y は解答用紙を逆さまにする］
15’22	124.I:うん，どうやってやった？
15’24	125.S:計算でやっちゃった。
15’25	126.I:計算ってどういう計算でやった？
15’26	127.S:あの，こっちの線（180°の線）を引いて，ここが，直線が 180 だから，180°で，もともとはこうとこう（③の 2 本の辺）なってたから最後のここ（下向きの辺）を分度器で測って…なんだったっけ？ん？75°だったから，180 足す 75 をやって 255°。
16’00	128.I:はい，Y くんはどう？
16’02	129.Y:いや，ちょっと…。間違えちゃった。
16’04	130.I:どこ間違えた？最初どうやったの？
16’09	131.Y:最初は 180…これ，180°と，75 引いて，でも間違えちゃったんだけど。
16’23	132.I:うん，今ならどういう風にやる？
16’27	133.Y:今は，180°とこっちの長い（下向きの辺）のと，短いこっちの線（水平線）のところを足してやる方法だと思うけど。
16’38	134.I:うんうん。わかった。ありがとう。じゃあ，5 番やってもらってもいいかな？5 番はどうやってやった？［Y は解答用紙を元の向きに戻す］
16’50	135.S:あの計算…。
16’52	136.I:計算？どういう計算でやった？
16’54	137.S:あの，これ，一回りしたら 360°だから，これまだ一回りしてないから，この角…［分度器を下向きから上向きに置き直す］ここの角を測ったら 30°だったから 360 引く 30 で
17’13	やった。
17’14	138.Y:あ，間違えちゃった。
17’18	139.I:間違えちゃった？やり方は同じかな？S くんと。うんうん。
17’20	140.Y:［上向きに置いて］きっと，この 30 が，こっちまでいっちゃった。
17’22	141.I:あー，うんうん。そっか。じゃあ，2 人に，この，こういう分度器があるの知ってる？

	こういう分度器があって，みんなが普段使ってる分度器をこう 2 つ合わせたようなやつなのね。これを使って，5 番の角度を測ってもらってもいいかな？
17’43	142.S&Y:［測り始める］
18’08	143.I:うん，これ，0 がここなんだ。ここが 0。どう？この 0 の線に合わせて…。どう？読めそう？
18’55	144.S&Y:330°。
18’58	145.I:読めた？いま 2 人にこれ使ってもらったんだけど，普段使ってるこれ（半円）と比べてどうだった？
19’05	146.S&Y:こっちの方が簡単だった。
19’07	147.I:どうして？S くん，どうして？
19’09	148.S:こっち（半円）は，180°までしか測れないけど，こっち（全円）は 300…何度だ？
19’17	149.Y:（小声で）360 だよ。
19’18	150.S:あ，360 だから，計算しないでもこっちの方が簡単にできる。
19’26	151.I:Y くんは？
19’27	152.Y:こっちでは 180，あ，200 とか，大きい数字は，この普通の分度器は 180°で，［分度器を下向きにする］もう 1 回こうやんなくちゃいけないから。ちょっと，あれ，時間稼ぎになっちゃうけど，360 まであったやつの方が 200°でも普通に測れるからいいと思います。
19’58	153.I:はい，ありがとう。じゃあね，最後 4 番の問題に行くね。4 番の問題は 300°の描き方を説明してもらう問題なんだけど，じゃあもう 1 回 300°の描き方を説明してもらってもいいかな？あ，こっち（半円）で。
20’23	154.S:あれ，どこの線だっけ？
20’32	155.I:どういう風に描いたか。んじゃ，S くん，どういう風にかいたか説明してもらってもいいかな？
20’36	156.S:はい，あの，最初に直線を引いて，直線は 180°で，それで次に足し算，180°であと…［解答用紙の図をみて］あ，間違えちゃった。180°で，あと 300°には 120°必要だから，だから残りの 120°を描いたんだけど，90°より小さくなっちゃって。
21’07	157.I:え？どこが？
21’08	158.S:あ，120°は 90°より大きくならないとだめだから，でもこれ小さくなってるから…。間違えた。
21’20	159.I:ここが 180°で，あと 120°足りないんだよね。そうすると，どこが 120°になってるの，いま？
21’26	160.S:いま，こっちの［下向きの 120°の線をなぞる］。
21’28	161.I:うん，そうすると？この中に 300°が潜んでるよ。ここが，180°だよね，で，いまどこが 120°？
21’42	162.S:［下向きの 60°を指す］ここ？ん？
21’44	163.I:［下向きに分度器を置き直す］どこ 120°？
21’50	164.S:ここか［下向き，左回りに 120°を取り直す］。

21’56	165.I:うんうん。
21’59	166.S:120°。ここだ［下向き，左回りに 120°をさす］。
22’00	167.I:うん，そうすると，新しく線ボールペンで引いていいよ。
22’06	168.S:［引き直す］
22’17	169.I:うん，そうすると，どこが 300°になる？
22’20	170.S:ここ［180＋下向き 60 を指す］。ん？あれ？違う，これはない…
22’36	171.I:180°と。
22’42	172.S:ここ，120。
22’45	173.I:120 ってどこからどこが 120？ここの目盛り今見てるよね，下の方の。
22’48	174.S:はい。
22’50	175.I:そうすると，どこからどこまで 120°？
22’52	176.S:ここからここまでが 120°［120 の線をなぞる］。
22’57	177.I:うん，0 はどこ？
23’00	178.S:0？ここ。
23’01	179.I:うん，そうすると？どこからどこが 120°？
23’04	180.S:ここ(0)からここ(120)。
23’05	181.I:うんうん，そしたら，どこが 300°になる？
23’09	182.S:ここが 120…。
23’16	183.I:うん，180°は？
23’19	184.S:こっちか［水平線をなぞる］。
23’20	185.I:うん，すると，300°は？
23’24	186.S:ここ，120°で，180…。180 足すと…
23’43	187.I:120°はここだよ。
23’45	188.S:あ，こっちか。
23’50	189.I:うんうん，そうだね。じゃあね，Y くんはどういう風に描いたのかな？
23’57	190.Y:180°の数直線を描いて，計算で，300…あれ，求める 300°と最初に描いた 180°を引いて，120°になって，120°の，こうやって［下向きに置く］，120°の目盛りを描いた。
24’29	描いた？はい，ありがとう。これで，2 人への質問はおしまいにします。ありがとうございました。
24’31	191.S&Y:ありがとうございました。

ペアインタビュー（前野小）女子 2 名プロトコル（児童 E&N）	
時間	発話項目［ ］内は表出行動（時間：発話開始時）E,N:児童，I:筆者
0'00	1.I:こんにちわ。今日は 1 週間前にやってもらったアンケートについて，2 人に聞きたいことがあって，今日は残ってもらいました。よろしくお願いします。
0'09	2.E&N:よろしくお願いします。
0'10	3.I:じゃあ，まず，1 番の問題を見てほしいんだけど，1 番の問題で角だと思うものを選んでもらったんだけど，覚えてる？
0'35	4.E&N:[うなずく]
0'36	5.I:うん，じゃあ，まず，順番に E さんから聞いていくね。E さんは，アとエとオとカに〇つけてるよね？カはどこが角だと思って〇つけた？
0'55	6.E:ここ[直角の部分をなぞる]。
0'58	7.I:ここ？どうして？
0'59	8.E:ここが直角…。
1'05	9.I:直角になってるから？うん，じゃあ，イとウとキはどうして選ばなかったのかな？
1'15	10.E:曲がったりしてるから。
1'16	11.I:ああ，どこが？
1'18	12.E:[ウを指して]上と下がちょっと。
1'19	13.I:うんうん，はい。じゃあ，次に N さんの方に聞いていくね，じゃあ，N さんは，ア，イ，ウ，エ，オ，カ，キって全部に〇つけてもらってるんだけど，キってここに〇ついてるよね？こっち（もう一方の凹部）はどうかな？こっち側に〇をつけなかったのはどうして？
1'48	14.N:うーん，こういう（オ）直角だと，1 つだけいつも〇をつけてって言われて，2 つあったけど，1 つに〇をつけた。
2'10	15.I:うんうん，N さんはここ（キ）に〇つけてるけど，E さんは〇ついてないよね？いま E さんが，曲がってるから，イとかウとかはつけなかったって言ってたんだけど，N さんはどう思う？
2'23	16.N:…うーん，間違ってたのかもしれない…。
2'51	17.I:うん，2 人ともアは〇ついてるんだけど，このアの角の大きさってどこかな？指さしてもらってもいい？この角の大きさ。
3'00	18.E&N:…
3'09	19.I:うん，ここのアの大きさってどこだと思う？
3'14	20.E:ここ[2 辺の上をなぞる]？ここが大きさ。
3'23	21.I:うんうん，角の大きさって，えっと，[棒を取り出す]いまこの白い棒があったときに，白い棒が赤い棒までどれくらい回ったかっていう，この大きさだっていうのを習ったのを覚えてる？
3'43	22.E&N:うん。
3'44	23.I:そうすると，2 番からはこの角の大きさ，どのくらい回ったかっていうのを調べるよ。じゃあ 2 番の問題に行くね。2 番は㋐，㋑，㋒，㋓の 4 つの角の大きさ，角の大きさね，[棒を見せながら]どれくらい回ったかっていうのを比べる問題なんだけど。んじゃあ，1 番の

	問題ね。1 番はあといの大きさを比べてるんだけど。まず，E さんに聞くね。E さんは 3 番，大きさは同じだよって選んでるんだけど，どうして同じだと思った？
4’52	24.E:この色の塗ってあるところが同じ。
4’58	25.I:同じくらいだから？ありがとう。N さんはあの方が大きいって答えてくれたるんだけど，どうしてあの方が大きいって思った？
5’08	26.N:うんと，この（あ）大きさから比べると，こっち（い）の方がちっちゃいから，
5’16	27.I:ん？どこがちっちゃい？
5’17	28.N:ここ[辺をさす]
5’19	29.I:ここ？
5’20	30.N:ここ（辺）のところがあの方が大きかったから 1 にしました。
5’27	31.I:はい。うん，いま，2 人は 3 番と 1 番でちょっと答えが分かれちゃってるんだけど，確かめてみよっか。
5’38	32.I:えっと，[OHP シートを提示]ここにあといがあるんだけど，じゃあ，これを 2 つ重ねてみると，こういう風になるんだけど，これでどうかな？あといのどっちが大きいか，大きさが同じか。E さんはどう思う？
6’22	33.E:大きさは同じ。
6’23	34.I:N さんは？
6’24	35.N:大きさは同じだと思う。
6’30	36.I:ん？大きさは同じだと思う？重ねてみて思った？
6’36	37.N:思った。
6’37	38.I:うん，わかった。じゃあ，2 番の問題に行くね。2 番はあとうの大きさを比べてるよね。2 人とも 2 番のうの方が大きいですって答えてくれてるんだけど，E さん，どうして「う」の方が大きいと思った？
6’57	39.E:これ，うの塗ってある方が大きいから。
7’01	40.I:ああ，こっち（あ）とこっち（う）だったら，こっち（う）の方が塗ってあるところが大きいよね。N さんはどうかな？
7’10	41.N:うーん，E さんと同じでこっち（う）の方が大きいからこっちにしました。
7’15	42.I:はい，じゃあまた実際に確かめてみよっか。[OHP シート]じゃあ，E さん，重ねてもらってもいいかな？
7’25	43.E:[重ね始める]
7’32	44.I:うん，そうすると，大きさはどうかな？
7’34	45.E:…同じ…
7’39	46.I:同じ？N さんはどう思う？
7’43	47.N:…うーん。
7’52	48.I:角の大きさって[棒を提示]，ここからここまでぐるっと動いてくねって。
8’01	49.N:同じ…
8’03	50.I:同じ？うん，じゃあ 3 番の問題にいってみようか。3 番は，うとえ，この 2 つを比べてるんだけど，まず，E さんは，うの方が大きいって答えてくれたんだけど，これはどうして

	㋒の方が大きいと思ったの？
8'23	51.E: ㋓の方が大きいけど，塗ってあるほうが…。
8'31	52.I:黒い？
8'32	53.E:[うなずく]
8'33	54.I:はい，じゃあ N さんは㋓の方が大きいです，っていってくれてるんだけど，どうしてそう思った？
8'42	55.N:うーん。[升に指を広げながら]幅が大きかったからこっち（㋓）の方が大きいと思った。
8'49	56.I:あ，どこの幅？
8'52	57.N: [升に指を広げながら]ここがちょっと，大きかったから，こっち（㋒）より。だからこっちを選びました。
9'05	58.I:じゃあ，意見が分かれちゃったので，実際に，じゃあ，今度は N さんに重ねてもらおうかな。はい。
9'12	59.N:[頂点のみを合わせる]
9'23	60.I:うん，そうするとどうかな？
9'27	61.E: ㋓の方が大きい。
9'28	62.I: ㋓の方が大きい？重ねてみるとわかる？
9'30	63.E&N:うん
9'33	64.I:んじゃあ，こう横に並べてみてみるのと，実際に，直接合わせて重ねるとどっちの方が比べやすいと思う？
9'49	65.E:重ねた方がやりやすいと思う。
9'55	66.I:え？それは？
9'57	67.E:見ただけだと大きさとかわからないけど，重ねてみるとわかりやすい。
10'08	68.I:N さんはどう思う？
10'09	69.N:重ねた方が見やすいと思います。そのままみると大きさとかわかりづらいけど，重ねてみるとわかりやすいから。
10'35	70.I:わかりました。うん，じゃあ，これで 1 枚目の方はおしまいにして 2 枚目の方でまた聞いていきます。じゃあ，3 番の問題の問題をみてほしいんだけど，3 番の問題からはこの分度器を使ってほしいんだけど。じゃあ，まず，①の，どうやって 60° ってなったか，2 人ともやってもらっていいかな？
11'03	71.E&N:[測り始める]
11'11	72.I:どうしてここが 60 だとわかったの？
11'13	73.E:ここの線が 60° になってる。
11'17	74.I:うん，N さんはどうやった？
11'23	75.N:ここの線が 60° だから。
11'26	76.I:はい，じゃあ次に 2 番はどうやったかな？
11'33	77.E&N:[測り始める][E は分度器を斜めに用いる。]
11'47	78.I:もし直したかったら直してもいいよ。じゃあ，E さんはどうやって 120 だと思った？

11’52	79.E:こう斜めに測ったときに 120° だった。
12’00	80.I:どっちの目盛り読んだ？
12’02	81.E:下。
12’03	82.I:下。はい。じゃあ，N さんはどうやった？
12’08	83.N:…
12’10	84.I:いまやってみてどう？
12’13	85.N:うーん，ああ，間違ってて，こっちから読んでたから。本当は 120° だった。
12’24	86.I:今はどっちの目盛りで読んでる？
12’28	87.N:[上の目盛りをなぞる]こっちの目盛り。
12’29	88.I:うん，この紙を最初に答えたときはどっちの目盛りで読んでた？
12’40	89.N:こっち[左回りになぞる]。
12’51	90.I:うん，じゃあ次に 3 番の問題をどういう風にやったかもう 1 回やってもらってもいいかな？
12’58	91.E&N:[測り始める][E は下向き]
13’07	92.I:うん，じゃあ，E さんはどういう風にしてやった？
13’09	93.E:最初にここに 180° の線を引いて，それで置いて測ったら。
13’20	94.I:どこの目盛り読んだ？
13’22	95.E:[下向き上側 115° の目盛りをなぞる]ここ。
13’23	96.I:ああ，うんうん。
13’24	97.E:それで，全部で 360° だから，引いて 285° 。
13’32	98.I:そっか。えっと，[下向きに分度器を置く]ここ（水平線）が 180° ってして，ここ？[下向き上側 115° の目盛りをなぞる]ここが 75？
13’42	99.E:うん。
13’43	100.I:じゃあ，N さんは？どうやった？
13’47	101.N:[下向きに置く]ここ（水平線）を 180° として，そして，ここ（90° の線）は，270° なので，ここに 270° の線を思い浮かべて，そこから，270° は 90° のところなので，そこからこの線を足すと 115° になりました。
14’16	102.I:ん？270 から足したの？
14’19	103.N:ん？引い…引いたら，255° になりました。
14’27 14’50	104.I:はい，じゃあ 2 人で答えが分かれちゃったんだけど，ここは，[分度器を下向きに置いて]E さんは，いまここ（③の残りの大きさ）が 75° っていってたんだけど，もう 1 回読んでみるとどうかな？
15’04	105.E:[下向きに置いて測り始める]うーん。[115° の線上をなぞる]
15’12	106.I:75° ？N さん，いま E さんはここは，75° だよって言ってるんだけど，どうかな。
15’18	107.N:[E の解答用紙を覗き込む]うーん，えー。…えー。[首をかしげる]
16’00	108.I:ここだよ[下向き 115° をなぞる]。
16’05	109.N:うーん，90° だと思います。
16’11	110.I:90° ？ここが 90° だよね，うん，とするとここは（115° ）？

16’18	111.N:115 くらい…。
16’40	112.I:[2 本の棒を提示する]これって，ここからこう開いてるよね。うん，そうすると，分度器をあてると，ここからここまでだよね。そうすると，上と下とどっちの目盛りで読んだらいいかな？
17’06	113.E:上？
17’08	114.I:上？そうすると何度になってるかな？
17’10	115.E:115°。
17’11	116.I:うん，そうだよね。じゃあ，次は 5 番の問題をみてほしいんだけど，5 番の問題はどういう風にやったか教えてもらってもいい？
17’26	117.E&N:[測り始める]
17’37	118.I:E さんはどうやった？
17’38 17’52	119.E:[上向きに使って下の辺に 0 を合わせる]最初にここととここを測って，30°で，全部で 360°だから 360－30 で 330。
17’54	120.I:はい，N さんはどうやった？
17’56	121.N:[下向きに使って上の辺に 0 を合わせる] ここを最初に測って 30°で，1 週が 360°だから，360 から 30 を引いて 330。
18’10	122.I:はい，2 人とも 330°だね。じゃあね，ここでね，新しい道具としてね，こういう分度器があるの。知ってた？
18’18	123.E:知らない。
18’19	124.I:うん，これね，360°まで測ることができる分度器なんだ。これだと 180°までしか測れないでしょ。でも，これは，上下 2 つ合わせたようなやつ。これを使って 5 番を測ってもらってもいいかな？
18’37	125.E&N:[測り始める][2 人とも目盛りに迷う]
18’45	126.I:うん，0 がねここにあるの。うん，そうそう。そうするとどうかな？
18’58	127.E:330°。
18’59	128.I:どこみた？
19’00	129.E:ここ[目盛りに指をさす]。
19’05	130.I:うんうん。[N さんに]ん？ここだよ。
19’08	131.N:…330°。
19’18	132.I:ん？どこに描いてある？
19’20	133.N:[外側の黒い目盛りを指す]ここ。
19’21	134.I:うんうん。じゃあいま 2 人，これ（全円）を使ってやってもらったんだけど，こっち（半円）を使ってやってもらったときと，どこか違った？どっちが使いやすいとか，何か感想ある？
19’38	135.E:こっちは目盛りがたくさんあってわかりにくいけど，360°まで測れるのでやりやすいと思う。
19’49	136.I:うん，N さんはどう思った？
19’51	137.N:こっちの方が 360°まで測れるので便利だと思います。

19’59	138.I:はい。じゃあ，最後 4 番の問題にいくね。じゃあ，この 4 番の問題に入る前に，普通のこの半分の分度器を使って 210°を描いてもらってもいいかな？
20’27	139.E&N:[描き始める][2 人ともはじめに水平な線分を描く][E は直後に分度器を下向きに置く]
20’52	140.E:計算してもいいですか？
20’53	141.I:うん，いいよ。
21’00	142.N:[定規を水平線に垂直に置き線分を引く]
21’01	143.I:[E に対して]270 じゃなくて 210°ね。うん，いいよ，そのまま上から描いて。
21’04	144.E:[360－210 を筆算し，下向きに分度器を置く]
21’15	145.N:[90，180，270，360 の数字を描き，下向きに分度器を置く。左回り 30°のところにしるしをつける]
21’56	146.E:間違えた…。[再度 180＋150＝330 を筆算する]ん？
22’30	147.I:もしよかったら，300°どういう風に描いたか見てもいいよ。
22’36	148.I:うん，じゃあ，どういう風にやったか説明してもらってもいいかな？
22’38	149.N:じゃあ，まず，合わせて，足すという字みたいなのを描いて，だからここは 180°なので，180°から，270°，180°なので，180…270－180 で 30 なので，180 から 30 を足して 210°になりました。
23’10	150.I:はい，ありがとう。じゃあ，300°の描き方も同じように説明してもらってもいいかな？
23’24	151.N:えっと，90°に線を引いて，まず，9×1 が 9，9×2 が 18，9×3 が 27 として，27°を 270°として，そこから 30 足すと 300°になって，そこから…
23’49	152.I:9×3 が 27 って 1 個が 9 なの？27°？27 を 270 としてっていうのはどういうこと？3 つ分ってこと？
24’13	153.N:うん。それで，そこから 30 足すと 300°になって，これをここ（270）に線を引いて[分度器を下向きに置いて]30 を足して 300°になりました。
24’31	154.I:はい，ありがとう。じゃあ，E さんは 210°，どういう風に描いたの？
24’48	155.E:まず全部で 360°だから，360 から 210 を引いて 150°になって，ここから 150，[分度器を下向きに置いて]（水平線から）150°。
25’12	[N さん退席]
25’14	156.I:ありがとう。じゃあ，300°はどうやって描いたか説明してもらっていいかな？
25’21	157.E:ここに同じような線を引いて，ここは 300°だから，全部で 360°だから，360°から 300°を引いて 60°で，[分度器を下向きに置いて]ここから 60°を引いて 300°。
25’45	158.I:うんうん，ここは 360 から 60 引いたっていうのは頭の中でやった？
25’56	159.E:引くのは頭の中でできるから暗算でやった。
26’06	160.I:で，60°になって，60°だけ描こうと思った？
26’07	161.E:うん。
26’08	162.I:うん，じゃあ，ごめんね，N さん帰っちゃったんだけど，さっきのこれ（全円）を使ってこっちの紙にもう一度 300°を描いてもらってもいいかな？新しく，この辺に。

26’23	163.E:[0 から円弧を左回りに描き始める]
26’47	164.I:うんうん。それで。
26’48	165.E:[円の中心がないことに気付き，再度分度器と円弧を合わせる][中心を描き，線分で結ぶ]
27’08	166.I:うん，じゃあ，これ（半円）で描いたときと今これ（全円）でこれを描いた時とどう違った？どっちの方がやりやすかった？
27’25	167.E:こっち（全円）のほうが，ここ（0）から 300 まで一気にはかれるからやりやすかった。
27’31	168.I:はい，わかりました。じゃあ，これで聞きたいことおしまいです。ありがとうございました。
27’39	169.E:ありがとうございました。

児童インタビュー①（丹後小）プロトコル（児童 K）	
時間	発話項目［　］内は表出行動（時間：発話開始時）K:児童，I:筆者
0’00	1.I:よろしくお願いします。
0’01	2.K:よろしくお願いします。
0’09	3.I:えっと，1 か月位前になるかな，このアンケートに答えてもらったのは覚えてるかな。
0’16	4.K:はい。
0’19	5.I:あ，よかった。今日は，K さんが答えてもらったのにちょっと聞きたいことがあって，残ってもらいました。じゃあ，順番に，1 番の問題から聞いていくね。まず，1 番の問題で，このアからキの中から角だと思うものを選んで〇をつけてもらったんだけど，K さんは，まず，じゃあ，この紙に，K さんが友達に角って何？って聞かれてこういうものだよって描くとしたらどういうのを描くかな［紙と鉛筆を渡す］？この定規使ってもいいし，何使ってもいいよ。
1’05	6.K:［迷う］
1’09	7.I:お友達に角ってどういうのって聞かれたらどうかく？
1’12	8.K:［三角定規を 1 組手に取り，組み合わせ直角を描き，直角のしるしをつける］
1’36	9.I:このしるしは直角っていう意味？
1’45	10.K:うん。
1’46	11.I:はい，じゃあ，今選んでもらったアからキの中で，アとウとエとカを選んでもらってるよね。それぞれどうして選んだのかっていうのをちょっと聞きたいんだけど，まず，アを角だと思ったのはどうしてかな？
2’09	12.K:まっすぐ線が交わってるから。
2’18	13.I:交わってる？
2’20	14.K:…線…なんか。
2’34	15.I:うん，これ（初めに描いた直角）はどうやって説明する？これが角だよって言ったときは？
2’40	16.K:こことここが交わったやつ。
2’47	17.I:うんうん，じゃあ，うはどうして角だと思った？
2’52	18.K:…
3’00	19.I:これも線と線かな？これでも曲がってるよ。
3’07	20.K:…。
3’15	21.I:うん，じゃあ，えはこれ（描いたもの）と一緒かな？
3’17	22.K:うん。
3’21	23.I:うん，じゃあ，かはここ（直角）だけ選んだのはどうしてかな？
3’23	24.K:えっと，ここは線と線が交わっているから。
3’28	25.I:ああ，同じかな，うん，じゃあ，ほかのこういうの［キを指す］を選ばなかったのはどうして？
3’35	26.K:これは，線が…［キの曲線部をなぞる］
3’42	27.I:曲がってる？

3’43	28.K:うん。
3’45	29.I:はい，わかりました。じゃあ，えっと，実は 1 番の問題って，こうアからキまであるんだけど，仲間分けができて…。［角（赤）とそうでない部分（黒）で区分されているアからキの拡大図を提示する］で，この赤い 2 つの線からできてるのあるよね。これが全部，角，ここ（カの直角）とかここ（エの直角）とか。で，この黒いのからできてるのは角じゃないところなのね。そうなったときに，角っていうものをどういう風にお友達に説明する？この赤いのは角で黒いのは角じゃないよってなったら，赤いのを説明するときってどういう風にいう？
4’47	30.K:直線になってるから…
4’54	31.I:何個の直線？
4’56	32.K:2 本。
4’59	33.I:うんうん，はい，わかりました。えっと，それぞれの角の大きさってどこになる？アだったらどこの大きさになる？
5’09	34.K:［アの尖った部分を指さす］ここ。
5’13	35.I:うんうん，じゃあ，エは？
5’15	36.K:［直角部分を指さす］ここ。
5’16	37.I:うんうん，じゃあオはどこかな？
5’18	38.K:ここ［オの中心部を指して 180°分の大きさを指で描く］？
5’23	39.I:うんうん，［1 点を中心に回転する 2 本の棒を提示する］この棒を使ったら説明できるかな？いま，これってこうやってくるくる回るんだけど，これをつかったらオの大きさって説明できる？
5’36	40.K:［回して一直線に広げる］
5’45	41.I:うんうん，どこからどこまでの大きさになる？
5’50	42.K:［右回りの 180°を指でなぞる］
5’51	43.I:これが？
5’54	44.K:角。
5’55	45.I:角。この棒が回るっていうのを使って説明できる？これがぐるっと回るっていうの。
6’00	46.K:…。わかんない。
6’08	47.I:うん，はい，いいよ，オは，［2 本の棒を重ねる］最初，こうスタートして，赤い線がぐるっと回るとこうなるよね。このどれだけ回ったかなっていうここがオの大きさ，このぐるって回った大きさ，ここが，今 K さんが指してくれた大きさになるのね。
6’34	48.K:［うなずく］
6’37	49.I:うん，じゃあ，1 番の問題はこれで終わりです。次は 2 番の問題聞くね。えっと，2 番の問題は，㋐から㋓の 4 つの角の大きさをえっと，比べてもらってるんだけど，じゃあ，(1)は，㋐と㋑の大きさを比べてるんだけど，1 の㋐の方が大きいって答えてくれてるんだけど，どうしてどうして㋐の方が大きいと思った？
7’04	50.K:…
7’33	51.I:うん，なんとなく㋐の方が大きそうだった？うんうん，じゃあ，実際にここにあるか

	ら，もう1回やってみようか？［OHPシートを提示する］これがⓐね，で，これがⓘね，これを2つ重ねてみるとどうかな？やってみていいよ。
7’53	52.K:［重ねる］同じ？
8’02	53.I:ん？同じ？うん。もし，さっき，これ（2本の棒）でさ，こう回った大きさだよって確認したよね。これ使うと説明できるかな？
8’13	54.K:［棒を広げ，OHPシートの上に置き，迷う］
8’30	55.I:うん，ⓐは，ここからここまで回った大きさだよね，くるっと。
8’32	56.K:［うなずく］
8’35	57.I:うん，そしたらⓘも？ⓘはどこからどこまで回った大きさ？
8’43	58.K: ［棒を広げ，OHPシートの上に置く］
8’48	59.I:うんうん，そうすると，2つの大きさは？
8’50	60.K:同じ。
8’52	61.I:同じ，うん。そうだね，じゃあ，(2)ね，ⓐとⓤの大きさ，今度比べてるんだけど，ⓤの方が大きいですって答えてくれてるんだけど，これはどうしてⓤの方が大きいと思った？
9’15	62.K:黒くなってるところが…
9’17	63.I:うん，黒くなってるところが？広い？大きい？
9’20	64.K:［うなずく］
9’24	65.I:うんうん，そっかそっか。でも，今，［2本の棒を使って］角の大きさってくるって回った大きさ，ここからここまでくるって回った大きさだよって確認したよね。そしたら答えはどうなりそうかな？
9’35	66.K:…
9’42	67.I:［OHPシートを提示］ⓐとⓤ。じゃあ，これ，くるってまわった大きさ。重ねてみてもいいよ。
9’59	68.K:［重ねる］
10’07	69.I:どうかな？
10’08	70.K:同じ。
10’09	71.I:うん，そうだね，くるって回った大きさを使うとどういう風に説明できるかな？
10’19	72.K:［2本の棒を広げて置く］ここ。
10’26	73.I:うん，そこからそこまでと，あともう一個は？
10’30	74.K: ［2本の棒を広げて置く］
10’34	75.I:うん，そうだね，そうすると2つの大きさが同じだってわかるよね。はい，次に，3番。ⓤとⓔの大きさは，ⓤの方が大きいって答えてくれてるんだけど，これはどうしてⓤの方が大きいと思った？
10’51	76.K:［ⓔを指しながら迷う］
11’05	77.I:さっき，ⓤはこっちの方が広いよっていったよね。これ（ⓔ）は?
11’12	78.K:…
11’22	79.I:うん，じゃあ，今だったらどう答える？［OHPシートを提示］
11’25	80.K:同じ？

11’27	81.I:同じ？うん，なんで同じだと思った？
11’32	82.K:…［㋓を指しながら迷う］
11’48	83.I:うん，じゃあ重ねてみよっか。これが㋒でこれが㋓ね，そうすると重ねてごらん。
11’52	84.K:［㋒の上に㋓を重ねる］
11’59	85.I:どう？
12’01	86.K:違う。こっち（㋓）の方が大きい。
12’05	87.I:うんうん，㋓の方が大きい，どうしてそう思った？
12’07	88.K:ここ［㋓の弧の長さをなぞる］。
12’13	89.I:うん，これ（2 本の棒）で説明できる？回った大きさで説明できるかな？
12’16	90.K:うがこれ。
12’22	91.I:うん，㋓は？
12’25	92.K:［さらに棒を広げる］
12’28	93.I:うん。
12’30	94.K:少し大きい。
12’32	95.I:うん，少し大きく回ってるよね，うん，いいよ，これで 1 枚目の質問は終わりにするね。うん，じゃあ，実際に横にこう並べてみてみるのと，こうやって重ねてみたりするのと，どっちがわかりやすいと思った？
12’51	96.K:重ねてみる方がわかりやすい。
12’55	97.I:うん，それはなんでわかりやすかった？
13’00	98.K:見てやるよりも重ねた方がどっちが大きいとかそういうのがわかりやすい。
13’08	99.I:うんうん，じゃあ，角の大きさをこれから見るときにどういうところに気をつけてみようと思った？
13’15	100.K:［OHP シートのうとえをみながら迷う］
13’22	101.I:これ（2 本の棒）使ってもいいよ。
13’23	102.K:［2 本の棒を広げる］
13’30	103.I:角ってどういう大きさだと思った？
13’32	104.K:…。
13’44	105.I:うん，例えば，これ（㋒）とこれ（㋓）だったら，㋒はここからここまで回った大きさだよね。うん，㋓は，ここからここまで回ってるよね，そうすると，角の大きさってどういうものだって思った？
14’02	106.K:…この線が，えっと，横に広がるほど大きくなる。
14’22	107.I:うんうん，はい，ありがとう。うん，じゃあ，次 2 枚目の方に行くね。3 番の問題は 1 から 5 まで 5 つの角の大きさを分度器で測ってもらった問題ね。で，じゃあ，えっと，まず 1 番の問題はどうやったのかもう一回やってもらってもいいかな？
14’50	108.K:［分度器を置く］ここの…。
15’01	109.I:うん，合わせて。
15’04	110.I:どこの目盛り読んだ？
15’05	111.K:［上向き，左回りの 60°を指す］この線が 60°だから。

15’12	112.I:うん，はい。じゃあ 2 番はどうやってやった？
15’16	113.K:［分度器を置いて，上向き，右回りの 120°を指す］ここ。
15’28	114.I:今度はどっちの目盛り見た？
15’30	115.K:ここ。
15’32	116.I:上。うん。はい，わかりました。じゃあ，次に 3 番をやってもらってもいいかな？
15’40	117.K:［分度器を下向きに置く］
16’05	118.I:まず最初にどこの目盛り読んだ？
16’10	119.K:［下向き，左回りの 105°をなぞる］
16’12	120.I:うん，どことどこの間？
16’14	121.K:えっと，線（0）と線（105）の間。
16’20	122.I:うん，何度になってる？
16’26	123.K:115°？
16’27	124.I:うん，それで 255°っていうのはどうやって出したのかな？
16’34	125.K:360，一回りが 360°だから，ここが 105 ってわかったから，360 から 105 を引いて 255°になりました。
16’50	126.I:はい。じゃあ，4 番はどういう風にしたかやってもらってもいい？
16’58	127.K:［はじめ上の辺に 0 を合わせた後，下の辺に合わせ直し，右回りで測ろうとする］
17’21	128.I:うん，こっち（下の辺）に合わせてるのかな。どこの目盛り読んだ？
17’26	129.K:ここ（上の目盛り）の 45°。
17’38	130.I:うん，じゃあ，最後に 5 番はどういう風にしてやったかな。
17’41	131.K:ここが 30°で，全部で 360°だから，360°から 30 を引いて 330°。
18’00	132.I:はい，いつもこういう（③，⑤）ふうに大きな角を測るときって，360 からって頭で計算してる？
18’06	133.K:うん。
18’09	134.I:はい，わかりました。じゃあ，今測ってもらった 5 番の問題なんだけど，［全円分度器を提示］こういう分度器があるの知ってる？
18’18	135.K:ううん。
18’22	136.I:これね，普段使ってる分度器ってこういうのだよね，この 180°までのやつ。でね，この分度器（全円）は，1 周，360°まで測ることができる分度器なのね。うん，じゃあ，これを使って 5 番測ってもらってもいいかな？
18’42	137.K:［迷う］
18’48	138.I:うん，0 の目盛りがここにあるの。そうすると何度になるかな。
19’04	139.K:30°。
19’07	140.I:うん，ここ（0）からここ（330）は？
19’17	141.K:360°？
19’18	142.I:ここからここが 360 で，いまここを 0 にするとここからここまでぐるっと回ると何度になってる？
19’31	143.K:330°

19’32	144.I:うんうん，この分度器だと 360°まで測れるんだけど，いまこの分度器とこの分度器（半円）の 2 つを使って 5 番を測ってもらったんだけど，どっちの方がやりやすいとかやりにくいとかあった？
19’50	145.K:こっち（半円）の方がやりやすい。
19’57	146.I:やりやすい？それは？
20’00	147.K:これは目盛りがたくさんあって…
20’15	148.I:見づらいかな？うん，じゃあ，いま，5 番まで測ってもらったんだけど，［135°の角を提示］次，6 番っていう角があって，いま用意してきたのね。で，6 番の角を，じゃあ，分度器がないときに，6 番の大きさを測ろうって思ったときに，うんと，今ね，［中心角が 30°，45°，60°の扇形を提示］いろんな大きさのね扇形があるのね，これを使って，どれ使ってもいいよ，どれ使ってもいいし，組み合わせてもいいんだけど，で，これを使って 6 番の大きさを説明してもらってもいいかな？
21’05	149.K:［45°，30°の順に扇形を 1 枚ずつ並べる］
21’19	150.I:使わない色があってもいいよ。全部使ってもいいよ。
21’28	151.K:［60°の扇形を最後に並べる］
21’30	152.I:うんうん，じゃあこう並べたときにお友達にこの大きさを説明するっていったらどうやって説明する？
21’39	153.K:…。
21’45	154.I:どれが何個とか。
21’50	155.K:緑（45°）が 1 個と白（30°）が 1 個とピンク（60°）が 1 個。
21’58	156.I:うん，そうだよね，じゃあね，今度は三角定規を使って，2 種類あるんだけど，三角定規のこの 2 種類を組み合わせてこの大きさを測ってもらってもいい？
22’14	157.K:［1 枚ずつ取る］
22’22	158.I:うん，どの大きさの角を使ってもいいよ。
22’23	159.K:［45°の含まれる三角定規の直角部分と 30°を合わせた後，60°に合わせ直す。それでも合わないことに気付き，もう一枚 45°の含まれる分度器を手に取り合わせる。］
22’44	160.I:うんうん，そうすると，これだとどうやってお友達に説明する？
22’49	161.K:…。
22’56	162.I:これ，大きさわかるかな？数字で言えそう？
22’57	163.K:130…。
23’02	164.I:これ（直角）1 個って何度だっけ？
23’04	165.K:90°。
23’05	166.I:これ（45°）1 個は？
23’08	167.K:45°。
23’09	168.I:うん，そしたらここの大きさって数字で言えるかな？
23’11	169.K:135°。
23’20	170.I:うんうん，そうだよね，じゃあ，最後に分度器を使ってこの大きさ測ってごらん。
23’26	171.K:［分度器を置く］

23’35	172.I:うん，何度になってる？
23’36	173.K:135°？
23’44	174.I:うんうん，そうだね，じゃあこの角の大きさを，この扇形を使って測るのと，三角定規を使って測るのと，分度器を使って測るのと 3 つやってもらったんだけど，どれが一番わかりやすかった？大きさだけ知るときにどれが一番わかりやすかった？
24’07	175.K:［分度器を手に取りながら］分度器。
24’10	176.I:分度器？うん，それは？
24’11	177.K:…
24’21	178.I:うん，じゃあ，こっち（三角定規）は何が面倒くさかった？
24’25	179.K:…こっちはなんか，いちいち，どこが 45 とかそういうのを考えて，足して，考えないといけないから。でも，分度器は線が当たってるところをみただけでわかるから。
24’53	180.I:そっかそっか。じゃあ，この扇形のこれはどこが面倒くさかった？
24’55	181.K:角度がわかんない。
24’59	182.I:うん，わかんない。はい，ありがとう。じゃあ，最後，4 番の問題に行くね。えっと，4 番は，300°の絵を描いてもらったんだけど，じゃあその前にこの紙に 210°の角を描いてもらってもいいかな？210°［分度器と定規を渡す]。
25’22	183.K:［水平な線分を引き，左端に分度器の中心を合わせ，上向き，左回りに 30°を取り，残りの 330°を 210°として示す］
26’15	184.I:うん，今どういう風にやった？最初線引いてたよね，最初線引いて，［分度器を上向きに置く］こうしてた？うん，どこの目盛り読んだ？
26’29	185.K:210°の角度を描くんだから，えっと，360−210 をして，まず 150°のところに何か矢印をつけて…。
26’47	186.I:150°ってどこからどこまでが 150°？
26’57	187.K:（30°の目盛りを指した直後に）間違えちゃった。
26’58	188.I:間違えちゃった？もう 1 回描いてもいいよ。
27’00	189.K:［線分を引く］
27’06	190.I:線を引いて，うん，150°って，ここが 0 だとしたらどこまでかな。
27’15	191.K:［上向き，左回りの 150°の目盛りを指し，150°を描く]。
27’47	192.I:うん，そうすると，どこからどこまでが 150°になる？
27’49	193.K:［150°にしるしをつける］
27’51	194.I:うんうん，そうすると 210°ってどこになる？
27’55	195.K:［210°を指して］ここ？
27’57	196.I:うん，そうだね，はい，ありがとう。じゃあ，最後に 300°をどうやって描いたか，この説明のところをもう一回この図を見ながら説明してもらってもいいかな？
28’10	197.K:まず，定規で一本引いて，そしたら分度器を，線と合わせて，60°の位置に。
28’22	198.I:どこが 60°になってる？
28’30	199.K:ここが 60°だから，しるしをつけて線を引いて周りが 360°だから。
28’44	200.I:はい，ありがとう。じゃあ，これで K さんへの質問はおわりにします。ありがとうご

	ざいました。
28’47	201.K:ありがとうございました。

児童インタビュー②（丹後小）プロトコル（児童 M）	
時間	発話項目［　］内は表出行動（時間：発話開始時）M:児童，I:筆者
0’00	1.I:よろしくお願いします。
0’02	2.M:よろしくお願いします。
0’23	3.I:えっと，一か月位前にこのアンケートに答えてもらったのは覚えてる？
0’30	4.M:はい。
0’32	5.I:うん，じゃあ今日は M さんにこの答えに気になったことがあって，残ってもらいました。じゃあ，1 番の問題から順番に聞いていくね。1 番の問題はこのアからキの 7 個の中から角だと思うものを全部選んでねって問題なんだけど，まず最初に M さんがお友達に角ってどういうの？って聞かれて，こういうのだよって説明するとしたら，どういう風に説明する？
1’07	6.M:［一組の三角定規を組み合わせて直角を描き，直角のしるしを付ける］
1’53	7.I:うん，この絵を使ってどういう風に説明する？
1’57	8.M:…。
2’04	9.I:これは直角？直角のつもりで描いたのかな？
2’06	10.M:うん。
2’07	11.I:うん，じゃあ，こっちの問題に戻ると，この○のついてる所が角だと思ったのかな？そしたら，じゃあ，あはどうしてここが角だと思った？
2’26	12.M:うーん…。
2’55	13.I:うんと，じゃあ，イとか，イはどうして角だと思った？
2’57	14.M:…。
3’16	15.I:なんとなくかな？じゃあ，例えば，こういう所（カの曲線と直線からなる所）は角じゃないと思った？それは？こういう所とか，こういう所（キの凸部）とか。
3’26	16.M:［キを指して］曲がっているから。
3’42	17.I:曲がってる？これ（カの曲線と直線からなる所）は？
3’57	18.M:…。
4’12	19.I:うん，いいよ，じゃあ，今ね，アからキの形を仲間分けしてみたのね。で，今，赤い 2 つの線からできてる形と，この黒い線からできてる形っていうので，今仲間分けしたのね。この赤い線からできてるのがこの角っていう形だとすると，角っていうのをどうやってお友達に説明する？
5’12	20.M:直線と直線から交わっている。
5’17	21.I:うん，どこで交わってる？
5’21	22.M:［アの尖った部分を指して］ここ。
5’27	23.I:うん，オはどこで交わってる？
5’30	24.M:［線分の中心の点を指す］
5’31	25.I:［2 本の棒を提示する］うん，じゃあ，オってどういう風に説明できる？
5’45	26.M:［2 本の棒をオの図に合わせる］
6’00	27.I:うん，じゃあ，いいよ。じゃあ，次に，アの角の大きさってどこになるかな？
6’09	28.M:［アの尖った部分を指して］ここ。

6'13	29.I:うん，どこからどこ？
6'15	30.M:ここ（右側の辺）からここ（左側の辺）。
6'18	31.I:それってこれ（2 本の棒）使うと説明できるかな？
6'23	32.M:［2 本の棒を広げて］
6'59	33.I:うん，じゃあ，オはどうやって説明できるかな？
7'00	34.M:［オの図の上に置いて］ここ（左側の辺）からここ（右側の辺）。
7'08	35.I:そうだよね，この線がここ（左側の辺）からここ（右側の辺）まで，ぐるっと回ってできた形って見ることができる？うん，そうすると，えだったらどこからどこまでぐるっと回った形って言える？
7'29	36.M:［エの水平な線分に合わせて，一方の棒を回す］
7'38	37.I:うんうん，そうだね，ありがどう。じゃあ，次に 2 番の問題に行くね。2 番の問題は，㋐から㋓の 4 つの角の大きさを比べてもらう問題ね。まず，1 番で㋐と㋑，この 2 つの角の大きさを比べてるんだけど，M さんは㋐と㋑の角の大きさは同じだよって答えてくれてるんだけど，どうして角の大きさは同じだと思った？
8'06	38.M:この最初の所と最後の所も同じだし，見た目でもこの大きさは同じだと思ったから。
8'25	39.I:うんうん，はい，ありがとう。じゃあ，次の（2）の㋐と㋒を比べるときに，㋒の方が大きいよって答えてくれてるんだけど，これはどうやって㋒の方が大きいと思った？
8'39	40.M:これはここ（㋒）の升の数も多いし，見た目でも大きいから。
8'43	41.I:うん，どこが大きかった？
8'47	42.M:［弧の長さを指す］
8'51	43.I:あ，この長さ？うんうん，㋐と㋑はこの長さ（弧の長さ）も同じ？
8'53	44.M:うん。
8'54	45.I:うん，それで，㋐と㋒はこの長さ（弧の長さ）が？
9'04	46.M: ㋒の方が大きいから。
9'08	47.I:うんうん，そっかそっか。じゃあ，実際に重ねてみよっか。［OHP シートを提示］これが㋐でこれが㋒ね。そうすると重ねてごらん。
9'18	48.M:［㋐の上に㋒を重ねる］
9'24	49.I:そうすると，2 つの大きさってどうかな？
9'25	50.M:［㋒の上に㋐を重ね直す］㋒の方が大きい。
9'34	51.I: ㋒の方が大きい？どうして？
9'36	52.M:…。たぶん，ここ（㋐の弧の長さ）よりここ（㋒の弧の長さ）の方が長い。
9'49	53.I:うん，そっか。じゃあ，さっき角の大きさって，こうぐるっと回った大きさだよってこれ（2 本の棒）を使って考えたよね。うん，じゃあ，㋐の大きさって，ぐるっと，これ使うとどこからどこまでって言える？
10'02	54.M:ここからここまで。
10'05	55.I:うんうん，［もう 1 つ 2 本の棒を提示する］じゃあ，㋒の大きさってどこからどこまでって言える？
10'10	56.M:ここからここまで。

10'17	57.I:うんうん，そうすると，回ってる大きさってどうかな？
10'21	58.M:大きさは…。
10'29	59.I:ここからここまでぐるっと回った大きさと，ここからここまで回った大きさ。どっちがたくさん回ってる？
10'43	60.M: ㋒。
10'44	61.I:うん，じゃあ，重ねてみよっか。重ねてみるとわかりやすいよ。重ねてみてぐるっとやってごらん。
10'52	62.M:［2 本の棒を回す］
11'00	63.I:回り方はどうかな？㋐と㋒。
11'05	64.M:…。同じ？
11'14	65.I:うんうん，回り方は同じだよね。そう，あもうも，回り方は，㋒の方がはみ出てるけど，回ってる大きさは同じだよね。じゃあ最後に 3 番，(3) を聞くね。えっと，(3) は，㋒と㋓で㋓の方が大きいよって答えてくれてるんだけど，どうして㋓の方が大きいと思った？
11'35	66.M:この升の所は㋒のほうが大きいけど，㋓は幅がひろいから。
11'39	67.I:どこの幅が広い？
11'42	68.M:ここの黒い所の幅が㋓は広いから，大きいと思いました。
11'46	69.I:はい，わかりました。じゃあ，M さんが角のこういう大きさを比べるときに，一番最初に目を付けるよってところはどこ？
12'04	70.M:…。［㋐の扇形を指す］
12'11	71.I:うん，この黒い所？この黒い所の大きさ，広さ？
12'13	72.M:［うなずく］
12'14	73.I:ここ（㋒の弧の長さ）の長さはどうかな？この黒い所の長さはみる？
12'21	74.M:うん。
12'23	75.I:はい，わかりました。じゃあ，次に 2 枚目の方に行くね。次は，3 番の問題は 1 から 5 の角を分度器を使って測ってもらったんだけど，まず，1 番の角をどうやって測ったか，もう一回やってもらってもいい？
12'44	76.M:［上向きに置く］
13'03	77.I:うん，それでこう置いてどこから？
13'07	78.M:［下側の目盛りを指して］ここの 0 からこっちの 60 まで。
13'12	79.I:この 60 を読んだ？わかった。うん，じゃあ。2 番はどういう風にしてやった？
13'16	80.M:2 番は，こっちの上の目盛りで…。
13'25	81.I:うん，ここのこっちの目盛り，上の目盛りかな。うん。いいよ，じゃあ，3 番はどうやってやった？
13'35	82.M:［上向きに置く］3 番は，一回こうやって。
13'38	83.I:うん，上に置いて。
13'39	84.M:それで 180° で，180° だから，ここ（分度器）をこうやって（下向きに）置いて，ここ（0）からこう線を［下向き 105° の線をなぞる］…。
13'50	85.I:ここ（0）からここ（105）？うん，それが何度になってる？

13’58	86.M:7…。105°，105°足す 180 をして…285。
14’26	87.I:いま，ここを最初こう（上向きに）置いてくれて，ここからここまで 180°だったよね。で，そのあと，こっち，下向きに置いたときはここ（0）からここ（105）までを読んだ？
14’37	88.M:…。うん。
14’38	89.I:でも，いま，3 番ってここ（0）からここ（180）まで行ったあと，次はどこからどこまでなの？
14’49	90.M:［180 から 255 までを指す］
14’50	91.I:うん，そうすると何度になってる？
14’52	92.M:［再度下向きに置いて測る］75°？
14’59	93.I:うんうん，そうだね，今これを測ってみて，下向きに使うときにどこに気をつけなきゃいけないとか思った？
15’07	94.M:こっち（180）から（255 まで）こうやって（下向きに）測るときは，こっち（0 から右回り）からじゃなくて，こっち（180 から左回り）から測る。
15’15	95.I:うんうん，そうだね。はい，そうだね，じゃあ次に 4 番の問題をもう一回やってもらってもいいかな？
15’19	96.M:［紙を斜めに動かし，下の辺に 0 を合わせる］0 からで，45°。
15’42	97.I:うんうん，そっかそっか。じゃあ最後に 5 番の問題をやってもらってもいいかな。
15’50	98.M:［初め上向きに置き，上の辺に 0 を合わせたあと，下向きに置いて上の辺に 0 を合わせる］ここに最初に合わせてまた 180 になるから下のと合わせて，180 足す 150。
16’23	99.I:はい，このときは 180 足す 150 で考えた？で，これ（③）も，180 足す 75？
16’35	100.M:うん。
16’37	101.I:はい，わかりました。じゃあ，次に実は 5 番の角の次に 6 番の角の大きさっていうのがあって，いまね，ここ（0）からここ（135）までの角の大きさを知りたいんだけど，分度器とかがないってことを考えて，いまね，このピンク（60°）と白（30°）と緑（45°）があるのね。これを使うと 6 番の大きさって表せるかな？並べてごらん。
17’11	102.M:［60°，45°，30°の順に上から並べる］
18’11	103.I:うん，じゃあ今お友達にこの角の大きさを説明するとすると，どうやって説明する？緑が何個とか…。
18’15	104.M:…。ピンクが 1 個と緑が 1 個と白が 1 個。
18’44	105.I:うん，そうだね，でもこれだと大きさがよくわかんないよね。じゃあ次に，三角定規のこの角を使って測ってもらってもいいかな？2 種類あるから好きなの組み合わせていいよ。
19’00	106.M:［30°の含まれる三角定規の 90°と 45°を合わせる］
19’11	107.I:それだとどうやって大きさ説明する？数字で説明わかるかな，この大きさ？
19’20	108.M:ここが 90°で，ここが 45°だから，90＋45。
19’27	109.I:うんうん，そうだね，じゃあ最後に分度器使って測ってもらってもいいかな。
19’33	110.M:［分度器を置く］
19’58	111.I:すると，何度になってる？

20’03	112.M:130…
20’11	113.I:うん，130…30 と 40 の間かな？
20’18	114.M:…145？…135？
20’37	115.I:うんうん，そうだね。実はこの角の大きさって今測ってもらった 135° なんだけど，いま，この 3 つの図形を使ったのと，三角定規で測ったやつと，最後分度器で測ったのと，3 通りの方法で測ってもらったよね。どれが一番わかりやすかった？大きさを調べるのに。
21’03	116.M:三角定規。
21’06	117.I:三角定規？どうしてそう思った？
21’08	118.M:三角定規はちゃんと三角のところが何度とかだからそれを足せば，分度器みたいに何度とか目盛りがなくて読みやすいから。
21’25	119.I:うん，分度器は目盛りがあるから読みにくい？
21’29	120.M:うん。
21’30	121.I:これ（扇形）はどうしてやりにくいと思った？
21’33	122.M:角度とかないし…
21’41	123.I:友達に説明するときどうだった？
21’42	124.M:…角度とかがついたりしてないし，わかりづらい。
21’59	125.I:はい，ありがとう。じゃあ，最後に 4 番の問題について聞くね。じゃあ，まず，4 番の問題の質問に入る前に 210° の角度を描いてもらってもいかな？
22’17	126.M:［分度器を上向きに置いたまま悩む］計算してもいい？
22’46	127.I:うん，いいよ。
22’47	128.M:［360－210 の筆算をし，分度器を下向きに置き直して右回り 150° にしるしをつけ，線を引き，最後に水平な線分を引いて，210° の大きさを表す］
23’32	129.I:うん，どうやって今描いた？
23’35	130.M:ここが 180° の線だから，180 ってわかるように線を引いて，それで，210° だから 180 を引いて，30° になって，ここ（180）からここ（210）までが 30° だから。ここに線を引いて 210° 。
23’59	131.I:はい，ありがとう。じゃあ 300° の描き方も説明してもらってもいいかな？
24’04	132.M:さっきと同じようにここ（水平）に線を引いて，180＋180 は…
24’17	133.I:どこが 180＋180？
24’23	134.M:この，ここ線引いて，ここ（上の 0 から 180）が 180 で，上と下の 180 を足すと 360° で，360 から…360 から…
24’50	135.I:この－60 っていうのは？
24’51	136.M:…
2456	137.I:［分度器を上向きに置く］こうして 180 描くよね？それを描いて，それで，もう一個の 180 っていうのが？
25’01	138.M:こっちの［水平線より下の部分を指す］
25’02	139.:うん，どっち側？
25’05	140.M:［分度器を下向きに置く］それで…

25’09	141.I:うん，全部で 360 で。
25’13	142.M:この 360 から…
25’20	143.I:60 引く？
25’24	144.M:60 を引いて
25’26	145.I:うん，それはどこの 60 かな？分度器だと。どこが 60 だと思った？
25’40	146.M:…
26’16	147.I:もしよければ直してもいいよ。［紙を渡す］そうすると。180 の線を引いて？
26’23	148.M:［水平な線分を描き，置き方をしばらく悩む］360 から 300 を引くと 60 になるからその 60 を…［分度器を下向きに置く］引くからこっち（0 の目盛り）からここ（60）に引いて…［下向き，右回り 60°の線を引き，180＋60＝240 の部分を指す］ここが 300°。
27’13	149.I:うん，ここ（上半分）が 180°で，今，上が 180 で，今下をやって 60°って測ったよね。うん，そしたら今 300°だから，ここ（上半分）180 で，あと？60°だけちっちゃいんだよね？360 より。そうすると，300°ってどこになる？
27’35	150.M:…
27’51	151.I:ここ（上半分）が 180°で，うん，ここだけで 180°だよね？で，360°から 60°だけ引いたんだよね？引いたのってどこからどこを引いた？
27’58	152.M:［0 から下向き，右回りの 60°を指す］ここからここ。
28’01	153.I:うん，そうすると残りは？
28’03	154.M:［300°の大きさを指す］
28’08	155.I:うんうん，全部で 360 で，引いたところがどこ？
28’14	156.M:［0 から下向き，右回りの 60°を指す］ここ。
28’20	157.I:うん，そうすると残りは？
28’22	158.M:［300°の大きさを示す］
28’28	159.I:うん，そうだね，そこが 300°だね。はい，ありがとう。じゃあ，これで M さんへの質問は終わりです。ありがとうございました。
28’36	160.M:ありがとうございました。

⑵本調査での児童・生徒の発話記録

児童インタビュー（前野小４年①）プロトコル（児童U）	
時間	発話項目［　］内は表出行動（時間：発話開始時）U:児童，I:筆者
0’00	1.I:えっと，一週間前，先週この２枚のアンケートをやってもらったんだけど，Uちゃんが答えてもらったことについて，もうちょっと聞きたいなぁって思ったところがあったので，今日はこの朝の時間を使ってやらせてもらいます。よろしくお願いします。
0’20	2.U:よろしくお願いします。
0’21	3.I:じゃあまず，問題１についてなんだけど，問題１の問題文の意味はわかったかな？
0’30	4.U:［うなずく］
0’33	5.I:うんうん，じゃあ,「ア」と「ウ」について，角だと思うって答えてくれてるんだけど，どうして「ア」と「ウ」を選んだのかな？
0’44	6.U:「ウの☆を指す」ここが…。［エの☆を指す］ここやイの所は丸くなってるから。
0’52	7.I:うん，どこが丸くなってる？
0’54	8.U:ここ とかここ。［イとエの☆を指す］でも，こっち（アとウの☆）は丸くなってない。
0’59	9.I:丸くなってない。まっすぐの線でできてるのね。うん，じゃあ，今ここに，ウとエの形した同じものがあるんだけど，例えば，こういう所（ウの左上のかど）って角だと思う？
1’16	10.U:…。あんまり。
1’20	11.I:あんまり？それは？
1’22	12.U:…。
1’25	13.I:うん，ここ（エの☆）は角じゃないって言ってくれたよね？ここ（エの左下の端）とかはどうかな？
1’30	14.U:違う。
1’32	15.I:角じゃない？それはどうしてかな？
1’34	16.U:丸いから。
1’36	17.I:うん，丸くなってるからね。ありがとう。じゃあ次に，これ（くさび）と時計と，あと，床にある旗と，数字の４と５と７のこの６個の中から，順番にここが角ですよ，とか角じゃないですよって言っていってもらってもいいかな？まず，これ（くさび）についてはどうかな？ここが角だよって思うところはあるかな？
2’20	18.U:［左端を指す］例えば，ここが角だと思う。
2’25	19.I:うん，ここが？うん，ここ（凹部）はどうかな？
2’30	20.U:ここも角。
2’34	21.I:じゃあ，時計には角があるかな？
2’36	22.U:うん。［12と３の間を指す］
2’42	23.I:立ってる旗には角があると思う？
2’44	24.U:［旗の足元を指す］
2’45	25.I:うん。じゃあ，数字の４の中には角があるかな？
2’52	26.U:ここ（上）と，ここ（左）と，ここ（交差している所）４直角。
2’55	27.I:そこは４つ？
2’57	28.U:うん。

2’58	29.I:はい，じゃあ，5 にはどこかあるかな？
3’00	30.U:ここここ［直角 2 か所を指す］。
3’05	31.I:うん，7 はどうかな？
3’08	32.U:ここここ［2 か所を指す］
3’10	33.I:はい，ありがとう。えっと，じゃあ，いま例えば，時計だったらここが角だよって言ってくれたよね？で，授業のときに，確か，先生が例えばこういうのがあったときに，角が 2 か所あるよって言ったの覚えてる？
3’38	34.U:はい。
3’39	35.I:どことどこかな？
3’40	36.U:ここ（劣角）とここ（優角）。
3’43	37.I:そうそう。内側と外側にあるんだよね。そうすると，時計にも？
3’47	38.U:ここ（優角）。
3’48	39.I:うん，これ（くさび）もあるかな？
3’52	40.U:［凹部の外側を指す］ここか。
3’53	41.I:うんうん，そうだね。じゃあ，次に 2 番の問題に行くね。2 番では，この 4 人の人が角についての意見を言ってるんだけど，えっと，このしんいちさんが，回った大きさって言ってるよね。でね，角の大きさっていうのを回った大きさっていうので表すことってできるかな？
4’34	42.U:出来ると思う。
4’36	43.I:例えば，これ（時計）だったらどうなるかな。
4’38	44.U:［針を 3 から 12 まで右回りに回す］
4’40	45.I:うんうん，例えば 90°回ったっていったら？
4’46	46.U:［12 から 3 まで動かす］
4’50	47.I:うんうん，こっち周りと？
4’54	48.U:こっちもある［12 から 9 まで動かす］。
4’56	49.I:うん，そうだね。じゃあ，この旗だったら，90°っていうのはどう表せるかな？回った大きさって表現できるかな？
5’00	50.U:…。
5’04	51.I:例えば，こう横になってて。
5’08	52.U:できる。
5’09	53.I:うん，どうやって？
5’11	54.U:［横に寝かせたまま，右回りに 180°回転させる］
5’13	55.I:うん，じゃあこうやって立たせてみたらどうかな？
5’21	56.U:［垂直に立たせる］
5’28	57.I:うん，こっちの旗を立たせて 150°とかできるかな？
5’35	58.U:［悩む］…。
5’49	59.I:うん，例えば，ちょっと斜めにしてみたりしたらどうかな？
5’57	60.U:［うなずく］

6’00	61.I:これだと，どこが 150° になるかな？どこからどこが 150° になるかな？
6’10	62.U:ここ（床）からここ（旗の棒）。
6’12	63.I:うん，そうだね。はい，ありがとう。次に 2 番の問題に行くね。2 番の問題では，4 つの㋐から㋓の大きさについて 4 人の人が比べている問題ね。(1) については，㋐と㋑，(2) では㋐と㋒ね。でね，両方とも「辺の開き具合が」って答えてくれてるんだけど，それぞれ辺の開き具合ってどこのことを指したのかな？
6’46	64.U:［㋐の弧の長さを指す］
6’48	65.I:ここ（弧）の長さ？
6’51	66.U:ここ［弧に近い升目の辺をなぞる］。
6’59	67.I:うん，この升目の数？
7’01	68.U:はい。
7’02	69.I: ㋑だったらどこになるの？
7’06	70.U:ここ［弧に近い升目の辺をなぞる］。
7’07	71.I: ㋒は？
7’12	72.U:ここ［弧に近い升目の辺をなぞる］。
7’14	73.I:それは，このともかさんの意見を参考にした？
7’16	74.U:うん。
7’21	75.I:うん，じゃあ，3 番は「黒くぬってあるところの広さ」って答えてくれてるんだけど，それは，㋒と㋓のそれぞれどこの所かな？
7’32	76.U:ここ，黒いところ。
7’34	77.I:黒い所，全部？
7’35	78.U:うん。
7’39	79.I:それは，ようすけさんの意見を参考にしたのかな？
7’41	80.U:うん。
7’43	81.I:うん，どうして 3 番だけようすけさんの意見を参考にしたのかな？
7’48	82.U:こっち（う）よりもこっち（㋓）の方が黒くぬってあるから。
7’55	83.I:これ（㋐）とこれ（㋒）は開き具合でみたよね。こっち（3 番）は開き具合でみなかったのはどうして？
8’02	84.U:色々な意見をみたかったから。
8’04	85.:I そっか。じゃあ，実際に開き具合ってどういうのかみてみたいんだけど，(1)で例えばこれは㋐ね，で，これがいね。で，開き具合って言ったとすると，先生も授業のときにやってくれたと思うけど，それが最初は 2 本の線が重なってるよね。それが，くーってこっちまで開いたとき，これを開き具合っていったよね。うん，そうすると，今同じようにやってみると，今，同じように，㋑の開き具合を示してもらってもいいかな？
9’02	86.U:［2 本の棒を開く］
9’04	87.I:うんうん，そうだよね。そうすると，開き具合ってどうかな？㋐と㋑って。
9’11	88.U:こっち（㋐）。
9’12	89.I:こっちかなぁ。重ねてみようか？㋐と㋑と重ねてみるとどうかな。

9’19	90.U:［2 枚のシートを重ねる］同じ。
9’24	91.I:うん，ここから同じようにスタートして，くーって開いていくと。
9’26	92.U:［開きながら］同じ。
9’30	93.I:うん，そう，同じなんだ。開き具合って，2 つ，同じになるの。そうすると，今ここに「う」があるんだけど，㋐と㋒だったら開き具合はどうかな？
9’47	94.U:［両方を見比べる］同じ？
9’50	95.I:同じ？じゃあやってみようか。［シートを重ねる］
9’56	96.U:［重ねたシートの上から 2 本の棒を開く］
10’01	97.I:うんうん。そうだよね。そうすると，開き具合を見るときって，どこをみればいいかな？
10’11	98.U:ここ（㋒の弧をなぞる）。
10’13	99.I:うん，どこからどこまで？ここ（基線）からどれだけ。
10’18	100.U:［2 本の棒を開きながら］ここからこれだけ。この分だけ。
10’20	101.I:うんうん。まわってる形かな？
10’23	102.U:うん。
10’27	103.I:はい，ありがとう。じゃあ，2 枚目の問題に行くね。2 枚目の 4 番の問題について聞きたいんだけど，まず，4 番の問題に入る前に，分度器と定規を使って，260°の絵を描いてもらってもいいかな？授業のとき，プリントにも入ってたと思うんだけど。描けるかな。
11’07	104.U:［描き始める。水平な線分を引いた後，分度器を下向きに置く］こっちの方がいいや。［分度器を裏面にひっくり返し，下向きに 80°を取る］。
11’54	105.I:うん，どこかな。260°。丸くしるしを付けてほしいんだけど。
11’59	106.U:ここ，延長線を引いて。180 とここ（80）で，260°。
12’06	107.I:はい，ありがとう。えっと，じゃあ，こっちの問題に行きたいんだけど，300°の描き方，どうやって描いたのか説明してもらってもいいかな？
12’19	108.U:はい，ここ延長線を引いて，ここ 180°足す，ここ（120°）の角度を測ってやった。
12’30	109.I:うん，300°ってやったのね。うん，ありがとう。でね，授業の時に雄太さんの考えと律子さんの考えと 2 つやったよね？律子さんの考えがこの 180°よりっていうので，雄太さんの考えが，この 360°からっていうやつ。いま，U ちゃんは，律子さんの考えを使ってやってくれたんだけど，どうして律子さんのやり方でやろうと思った？
13’10	110.U:律子さんの方がわかりやすかったから。
13’13	111.I:うん，どこがわかりやすかったかな？
13’15	112.U:延長線を引いて，180°足すここ（120°）の角度を足す方がしやすかったから。
13’26	113.I:うん，どれだけ足したらいいかっていうのはこれを描く前から頭の中とかで考えたりしたの？
13’32	114.U:うん。
13’34	115.I:じゃあ，雄太さんの考えは，どうしてわかりにくかったかな？
13’39	116.U:なんか，ここ（360 から引く角度）はなんか。引くっていうのが。…。
13’49	117.I:うん，そっか。じゃあ，いまね，雄太さんの考えを使ってもう一回 300°って描ける

	かな？
13’58	118.U:描ける…。
13’59	119.I:うん，描いてみよう。雄太さんの考えを使うと，ここの大きさ（360 から引く角度）は何度にすればいいかな？
14’10	120.U:うーん…。
14’18	121.I:雄太さんは，これは 210°の大きさを描こうとしたときに，360°から 210°に足りない部分を先に描いて引いてあげたんだよね。そうすると，もし，300°を描くんだったら，360°に何度足りない，ここが何度になったら 300°になるかな？
14’56	122.U:［210°の図を基に 360 から引く角度を数え始める］。
15’01	123.I:うん，ここに描いてもらった絵があるんだけど，雄太さんのここの矢印（360 から引く角度）はどこだと思う？
15’08	124.U:ここ［60°の部分を指す］。
15’09	125.I:うんうん，そこの大きさって何度になる？
15’12	126.U:60°。
15’14	127.I:うん，どうやって計算した？
15’18	128.U:360°から 300 を引いて 60°。
15’21	129.I:うん，ということは，ここ（360 から引く角度）は何度になればいい？300°を描くために雄太さんの考えを使うと，最初に考えなきゃいけない大きさは？
15’35	130.U:ここ（360 から引く角度）の大きさ。［210 度の図を基に目盛りを数え始める］140°？
16’00	131.I:うん，210°を描こうと考えるなら，先にここの 150°の大きさを描いてあげればいいんだよね。そうすると，いま 300°を描きたいんだったら，先にここの大きさ（60°）を描いて挙げないとだめだよね。うん，その考えを使って 300°を描いてもらってもいいかな？
16’22	132.U:［下向きに分度器を置き，30°をとる。］
16’40	133.I:うん，どこが 300°になった？
16’44	134.U:ここ（330°を指す）。
16’50	135.I:いま，ここ（30°）何度とった？
16’56	136.U:150…。
17’04	137.I:ん？雄太さんの考えだとここ（360 から引く角度）って何度だったっけ？
17’11	138.U:360°から 30°？
17’14	139.I:うん，いいよ，最後まとめで，律子さんや雄太さんの考えをまとめて描いてくれたことがあるんだけど，180°より大きい角度は延長線や三直角のたしざんやひきざんの方法でって描いてあるんだけど，これ，どういう意味だか説明してもらってもいい？
17’33	140.U:180°より大きい角度は，延長線や，三直角，1，2，3 直角［300°の図を指さす］のたしざんや引き算でできる。
17’51	141.I:例えば，これ（300°）だったら，3 直角の足し算，引き算ってどうなる？
17’59	142.U:えっと，90°，180°，90°。
18’05	143.I:うん，で？

18’08	144.U:それで，270°。
18’12	145.I:あと足し算？はい，わかりました。じゃあ，例えば，180°より大きい角度，こういうのをあるよね，こういうのが出てきたときに，U ちゃんが気を付けていることってある？
18’33	146.U:延長線を描く。
18’38	147.I:延長線？うん。延長線を引いて，下向きに，こうして逆さまに分度器使うよね？そういうときに気を付けてるってことある？
18’49	148.U:うーん，［分度器を下向きに裏返す］こっちに向ける。
18’56	149.I:うん，裏返しにして目盛りを読むときに，目盛り 2 か所あるよね？そのときに気を付けてることある？
19’03	150.U:例えば，ここは（下向き）160°で，180°に足したら 20°で 200°だからここで 20 ってする。
19’26	151I:うんうん，例えば，180 から 20°とるときに，こっちだったら 20 の目盛りになるけど，こっちだったら違う目盛りになっちゃうよね。そうやってみるときに気を付けてることってあるかな？
19’46	152.U:160 じゃなくて，20 をみる。
19’52	153.I:うんうん，例えば，こう下で取ったときに 120°取るときに，こっちにも 120 ってあるよね？でも？
20’05	154.U:こっちの。
20’07	155.I:見ないように工夫してる？
20’11	156.U:うん。
20’12	157.I:はい，わかりました。じゃあ，これで U ちゃんに聞きたいことはおしまいです。ありがとうございました。

児童インタビュー（前野小 4 年②）プロトコル（児童 T）	
時間	発話項目［　］内は表出行動（時間：発話開始時）T:児童，I:筆者
0’00	1.I:1 週間くらい前にこの 2 枚のアンケートをやったのを覚えてる？
0’05	2.T:［うなずく］
0’07	3.I:うん，今日ね，T 君にね，この T 君が答えてくれたことをみて，もうちょっと聞いてみたいなと思って朝の時間に来てもらったので，よろしくお願いします。
0’20	4.T:よろしくお願いします。
0’22	5.I:じゃあ，早速，1 番の問題から順番に聞いてくね。じゃあ，1 番の問題，この問題，何を聞いてるかってわかった？
0’37	6.T:うん。
0’38	7.I:うん，で，この T 君は，アとウのところを角だと思って○を付けてくれているんだけど，どうしてアとウのところの☆に○をつけたのか教えてくれる？
0’57	8.T:これ（イ）は，なんか曲がってるし，まっすぐじゃないし，曲がってるから。これ（エ）も曲がってるから。
1’12	9.I:こっちも曲がってるから？［アを指して］ここは？
1’18	10.T:ここも角。まっすぐ。かくかくってなってるから。
1’21	11.I:ここ（ウ）はどうして☆のところに○？
1’25	12.T:ここも同じように。［直線をなぞる］
1’31	13.I:うん，そっか。いま，ここにね，エと同じやつとウと同じやつがあるんだけどね，いまここに☆があって，ここにも☆があるよね。ここ（ウの右上）とかはどう？
1’44	14.T:角じゃない。
1’47	15.I:どうして？
1’48	16.T:ここが曲がってる。
1’50	17.I:うんうん，ここがまっすぐでも駄目？
1’53	18.T:うん。
1’54	19.I:駄目。そっか。じゃあ，ここ（エ）の☆は角じゃないっていってくれたよね，この外側。［内側を指す］ここはどうかな？
2’00	20.T:角じゃない。
2’03	21.I:角じゃない？どうして？
2’05	22.T:かくかくってなってない。
2’09	23.I:ここ（エの左下の先端）はどう？
2’13	24.T:［曲線をなぞりながら］こうなってるから違う。
2’15	25.I:うん，じゃあ，エの中に角はあるかな？
2’18	26.T:ありません。
2’19	27.I:ない？じゃあ，ウの中は？
2’21	28.T:ウの中は 1 つだけある。
2’23	29.I:1 つだけ？ここの☆がついてるところ？
2’25	30.T:うん。

2’27	31.I:はい，ありがとうございます。じゃあ，次にこの 4 つの絵以外にね，用意してきたのがあって。このね，ブーメランみたいな形のやつと，時計と，いまこれは床に旗が立ってると思ってね。あと…。この 3 つがあるんだけど，まず，左から角だと思う所を指さしてもらってもいいかな。もしなければ，ないって言ってくれていいんだけど。
3’04	32.T:ここ（くさび形の先端）とここ（時計の長針と短針の間）と…。
3’07	33.I:どこ？
3’09	34.T:ここ（時計の長針と短針の間）。あと，ここ［旗の根元を指す］。
3’13	35.I:どこ？
3’14	36.T:ここ（旗の棒）とここ（平面）の間で。
3’20	37.I:うんうん，これは，こっち側（垂直）に，上の方向にぴって立ってるけど，それでもいいんだ？
3’27	38.T:これを横にしたら，これ（時計の針）みたいに。
3’33	39.I:うんうん，同じような感じになるんだね。
3’34	40.T:［うなずく］
3’35	41.I:うんうん，ありがとう。じゃあ，次にこの 3 つ以外にね，今度は数字を用意してきたの。4 と 5 と 7 っていう数字があるんだけど，それぞれ順番に角と呼べるところがあったら指さしてもらってってもいいかな？
3’56	42.T:4 は，この角（上の端）とこの角（左側の端）とここ（交差）。
4’00	43.I:うん，そこ（交差）は？そこは？ここ？
4’03	44.T:［十字の 4 つの直角を指す］こことこことこことここ。
4’06	45.I:あ，4 つあるんだ？
4’07	46.T:あと，ここ（上の端）とここ（左側の端）。
4’09	47.I:うんうん，5 はどうかな？
4’11	48.T:［2 つの直角を指す］こことここだけです。
4’13	49.I:こことここだけ？ここ（直線と曲線からなる部分）はどうかな？
4’15	50.T:ここが曲がってるから駄目。
4’16	51.I:駄目。うん，7 はどうかな？
4’19	52.T:これは，ここ（左）とここ（右）。
4’23	53.I:こことここ，2 つ？はい，ありがとう。じゃあ，次に，さっき，この旗が立ってるのを見せたんだけど，これで 30° って作ることできるかな？これ（旗）とこれ（平面）で。角があるってさっき言ってくれたよね？
4’53	54.T:これをこう…［ななめに立てようとする］。
4’57	55.I:うん，どこが 30° になる？もし斜めにこうやったら？
5’02	56.T:ここが 60° だったり，90° だったり［旗を動かす］。
5’04	57.I:うんうん。
5’05	58.T:こうやったら 90° で。こうやったら，30° くらい。
5’11	59.I:うんうん，じゃあ，0° って作れる？
5’12	60.T:0° はそのままこうやって。［旗を外す］

5'14	61.I:何もないのが？旗をどうにか，旗を使ったらどうにか出来るかな？
5'21	62.T:旗を使ったら…。できない。
5'23	63.I:できない？こうなってるのは？［旗を横に寝かせる］
5'26	64.T:こうなってるのは，横になってるのは 0°くらいかもしれない。
5'32	65.I:うんうん。
5'35	66.T:こうやって横になれば 0°だけど…。[旗を横に寝かせながら悩む]
5'41	67.I:難しい？はい，わかりました。じゃあ，もしこれ（横に寝かせた状態）が 0°だったら 180°ってどうなる？
5'55	68.T:180°はこう［旗を反対側に倒す]。
6'00	69.I:ああ，そうなんだ，なるほどね。ありがとう。じゃあ，旗を使ったから，次に時計を使ってやってほしいことがあるんだけど，今，時計の針が 12 時の状態，12 時を指していたとして，ここから角っていうのを作ろうとするとどうなるかな？
6'24	70.T:［針を時計回りに 1 周回していく］こうやって回していく。
6'31	71.I:うん，そうすると，できる角…。例えば，ここ（12 時）から好きなように回してって角を作ってもらってもいい？
6'37	72.T:［12 時 15 分を作る］これで 90°。
6'39	73.I:うんうん，どこが 90°になる？
6'41	74.T:ここが 90°［12 と 3 の間を指す]。
6'45	75.I:うんうん，じゃあ，もう 1 個くらい作ってもらってもいい？
6'48	76.T:［12 時 30 分を作る］これで 180°。
6'52	77.I:そっかそっか。じゃあ，ここ（12 時）から，いま，90°作ってもらったんだけど，他にも 90°って作り方あるかな？
7'02	78.T:あとは，こういうの［12 時 45 分を作る]。で，これ（12 時 30 分）だと 180°で…。［反時計回りに回していく］
7'10	79.I:［反時計回りに 12 時 15 分を作る］こうなったらどう？
7'12	76.T:これだと 90°じゃなくて，…。60 じゃなくて…。
7'17	77.I:何度だ？
7'18	78.T:270°。
7'19	79.I:うんうん。そっかそっか。
7'22	80.T:［さらに反時計回りに回して 12 時をつくる］これで，360°になる。
7'24	81.I:［12 時 15 分を作る］じゃあ，いまこうなったときって，こうなったのの，大きさの角度っていうのは，いま 270°って言ってくれたんだけど，でもさっきもこういう大きさ作ってくれたよね。それは何度だった？
7'40	82.T:90°。
7'41	83.I:うんうん，その 2 つの角って何が違った？
7'43	84.T:これはこっちから（反時計回りに）回して 90°，これはこっちから（時計回りに）回して 90°。そうすると，これ（12 時 45 分）は 270°になって…。
8'01	85.I:うん，そっか。はい，わかった，ありがとうございます。

8’10	86.I:じゃあ，最後にこのブーメランのやつね。いまね，ここ（凹部）の大きさが角だよって言ってくれたじゃん？
8’21	87.T:ここ（左の先端）も。
8’23	88.I:うん，ここも，ここも。あとは？
8’27	89.T:あとは，ここ（凹部）もかなぁ…。［悩む］さっき忘れちゃった。
8’33	90.I:うん，いいよ。いまね，時計の針と同じように今ここにくるって回る棒があるんだけど，ここの大きさを，置いて回してもらってもいいかな？
8’45	91.T:［外側の大きさに合わせて棒を開く］
8’50	92.I:うん，そうすると，角って，これ（時計）だと 2 か所あるって言ってくれたよね。回り方によって。これ（楔形の凹部）もそうなるかな？
9’02	93.T:これは，こう置けるけど［凹部そって棒を置く］，これがそのままこうなると［さらに時計回りに回し，三角形を作る］，ここに角ができる。
9’17	94.I:うんうん，そっかそっか。例えば，これ（時計）で 12 時からこっち（12 時 15 分）にしてもらったのと，12 時からこうして（反時計回りに 12 時 15 分）こうしてもらったのと，2 回，2 個あったよね。例えば，いまここで 12 時だよ［凹部の上の辺と 2 本の棒を合わせる］ってみることができたら，ここ（凹部）ってどういう風に表すことができる？
9’42	95.T:これは，こっち回り［時計回りに 12 時 15 分を指す）の 90°と同じで，［再度凹部の上の辺と 2 本の棒を合わせる］またこっちからやると［反時計回りに回す］270°みたいになる。
10’02	96.I:うんうん，そっかそっか。じゃあ，ここの大きさってこう回り方によって違うのかな？
10’10	97.T:［うなずく］
10’11	98.I:うんうん，じゃあ，ここ（凹部）の角って何個ある？
10’15	99.T:角は 4 か所。
10’20	100.I:4 か所？
10’24	101.T:［図形内の角を指す］こことこことこことここ。
10’25	102.I:ああ，そうか，4 か所。うん，はい，いいよ，ありがとう。じゃあ，1 番の問題で最後に聞くのが，T 君が友達に角って何？って聞かれたときに，角っていうものは，角って言うのはこういうものを言うんだよっていうのを口で説明するとしたら，何て説明する？
10’44	103.T:角っていうのは…。なんだろな。
10’47	104.I:こういう（アウ）のが角で，こういう（イエ）のが角じゃないよっていうのをお友達に説明するとどうやって説明する？
11’01	105.T:えーとね…。
11’04	106.I:わかんないかな？
11’05	107.T:わかんない。
11’07	108.I:うん，じゃあね，これ（イエ）とこれ（アウ）の違いって何かな？
11’09	109.T:これ（ア）とこれ（イ）は，これ（ア）はまっすぐな直線だけど，これ（イ）は曲がってる直線だから角とは言えない。
11’18	110.I:うんうん，両方とがってるのは持ってるけど駄目？

11’21	111.T:駄目。ここが曲がってるから駄目。
11’24	112.I:うんうん，はい，わかりました。ありがとう。じゃあね，2 番の問題に行くね。2 番の問題はあからえの 4 つの角についてね，4 人のお友達がいろんな意見を言ってくれてるのね。で，1 番では㋐と㋑について比べてもらってるんだけど，T 君は㋐の方が大きいですって答えてくれてて，で，その理由でね，黒くそまっているところって説明してくれてるのね。それってどこ？鉛筆使って指してもいいよ。
11’58	113.T:［鉛筆を使って］ここの黒い所［塗ってある部分を○で囲む］。
12’01	114.I:うんうん，こっち（㋑）だったら？
12’02	115.T: ［塗ってある部分を○で囲む］ここ。
12’04	116.I:この黒く塗ってあるところね。
12’05	117.T:うん。
12’06	118.I:うん，で，そこにあてて，鉛筆にしるしをつけてって，それってどうやってやったの？
12’10	119.T:えっと，まず，ぴったり黒い所が中に入るようにこうやって，で，大体ここら辺にしるしを付けて（角の弧を鉛筆の先でイメージする）。で，それとこれ（㋑）を合わせて。
12’25	120.I:あぁ，鉛筆の先をあてて比べたんだ？
12’29	121.T:それで，㋐の方が角が大きいから。
12’31	122.I:大きかった？
12’33	123.T:うん。
12’34	124.I:ふーん。そっか。じゃあ，例えば 2 番で㋐と㋒についても比べて，そこでは㋒の方が大きいですって答えてくれてて，そこも黒く染まっているところって答えてくれてるんだけど，それも鉛筆使ってやったの？
12’52	125.T:それは鉛筆ではない。
12’54	126.I:ん？それはどうやってやったの？
12’55	127.T:黒く塗ってあるところがこっち（㋒）の方が多いから，こっちの方がもっと多いから［指を広げながら説明する］，こっちの方が大きいかなと。こっち（㋒）は（辺を）もっと伸ばせば，もっと大きくなるから。
13’10	128.I:うんうん，この黒く染まっているところって考えたのは，この 4 人のお友達の意見の誰かのを参考にした？
13’16	129.T:いや，参考にはしてないけど，自分で考えた。
13’19	130.I:自分で考えたんだ。ようすけさんが黒くぬってあるところって言ってるけど，これは，お友達，参考になった？別に？
13’29	131.T:自分でここは関係なく自分でやった。これ（3 番）も自分で。
13’36	132.I:3 番も自分で？3 番はどうやってやったの？
13’38	133.T:3 番は，ここ（㋒の幅）よりもここ（㋓の幅）の方が大きくなる。開いてあるから。
13’47	134.I:うんうん，それは目でみて判断した？目で見て，あ一広そうだなって思った？
13’50	135.T:うーん。
13’52	136.I:それとも，なにか数えたり，升目とか何か数えたりとかした？
13’57	137.T:うーん。

14’00	138.I:眺めて，あー広そうって思った？
14’01	139.T:うんと，自分の手で［指で辺の間の長さを測るようにする］。
14’04	140.I:あー，手で測ったんだ。はい，ありがとう。じゃあ，この 3 つどれも 4 人のお友達の意見見ないで，T 君が自分でやったのかな。
14’15	141.T:うん。
14’17	142.I:はい，ありがとう。じゃあ，いまね，4 人のお友達がせっかく言ってくれてるから見てもらいたいんだけど，えっと，しんいちさんがね，辺アイが辺アウまで回った大きさを比べるといいと思いますって言ってくれてるのね。これはどういう意味だかわかるかな？
14’37	143.T:辺アイが…。
14’41	144.I:うん，例えばね，これ（2 本の回転する棒）で，辺アイとアウだとしたときに，この回った大きさってどういうことだと思う？
14’52	145.T:回った大きさは，［棒を広げる］ここ（基線）からこうやってまわしてできる［反時計回りに回す］。
15’10	146.I:はい，じゃあ，今ね実際に，㋐と㋑の大きさについて比べてみるね。いま，ここに，㋐と㋑の 2 つ持ってきたんだけど，これをしんいちさんの考えで，今説明してくれた回った大きさっていうので，それぞれ表してもらっていいかな？その棒を使って。
15’39	147.T:［㋐の上に棒を開いて乗せる］回った大きさは。
15’42	148.I:どこが最初スタートかな？
15’43	149.T:ここの，赤いしるしのほうから…。
15’45	150.I:うん，赤い線が最初スタートで，で？
15’48	151.T:これでこうやる［もう 1 本の棒を反時計回りに回転させる］。
15’50	152.I:おおー。じゃあ，㋑の回った大きさも同じようにやってもらっていい？
16’01	153.T:こうして開いて。
16’13	154.I:おおー。
16’14	155.T:で，これ（㋑の上に重ねた棒）とこれ（㋐）を重ねたら大体は同じ。
16’17	156.I:おっ。同じ？同じ？ああ，じゃあ，T 君さ，㋐の方が大きいって，鉛筆でやったら㋐の方が大きいって言ってたじゃん？
16’25	157.T:［もう一度棒を㋑の上に置いて確かめる］同じかも。
16’29	158.I:同じ？重ねてみよっか。重ねてごらん。あ，㋑の方が上の方がわかりやすいかな。はい。
16’41	159.T:［シートを重ねる］
16’43	160.I:うん，どうやって重ねたらいいかな。
16’45	161.T:ちょっとずらして。［2 つをぴったり重ねる］同じ。
16’51	162.I:おおー。同じ。あ，じゃあ，こうやって重ねてみるとわかりやすいかな？
16’55	163.T:わかりやすい。
17’00	164.I:うんうん，わかりました。じゃあね，いま，こうやって大きさを比べてみて，角の大きさを比べようって思ったときに，T 君が気を付けなきゃいけないなって思ったこととかある？

17’15	165.T:…。
17’18	166.I:ん？ここを見たら角の大きさって比べられるんだっていうのが分かったとか？
17’26	167.T:うーん。特にないかな。
17’30	168.I:うん，お友達に，例えば，㋐と㋑の大きさ，どっちが大きいかってこうやって比べたらいいんだよって説明するとしたらどうやって説明する？この 4 人のお友達の意見使ってもいいよ。
17’47	169.T:えーと，どうやって説明するかな。［悩む］
17’58	170.I:もし，この 2 本の棒があったらどうかな？
18’01	171.T:んと，これ（㋐と㋑の比較）だったら，これを（㋐で）開いて，それをまたいに重ねて，同じって。
18’23	172.I:同じだよってするんだね。はい，わかりました，ありがとう。じゃあね，2 枚目の方に行くね。うんと，2 枚目はね，4 番の問題について聞こうかな。うん，こっちこっち。えっと，4 番の問題で 300°について描いてもらってるんだけど，300°，今 T 君にここに説明してもらってるんだけど，これもう 1 回説明してもらっていい？どうやってやったか。分度器使って。
18’57	173.T:頂点から線を引いて，直線をひいてから…。
19’01	174.I:ああ，ここ（上）の直線をね。うんうん。
19’05	175.T:引いて，定規，あ，紙を裏側（逆さ）にして，［分度器を上向きに使う］分度器で 60°のあたりをやって。
19’19	176.I:どこが 60°になる？
19’20	177.T:ここが 60°で［上の目盛りの 60 を指す］。
19’22	178.I:うん，どこからどこが 60°になる？
19’24	179.T:ここ（0）からここ（60）［時計回りになぞる］。で，300°だから，これ全部合わせて 360°だから，［基線をなぞる］180°を使って，60°を使えば，300°になるから。
19’42	180.I:うんうん，じゃあ，この絵だとさ，角ってこうやってまるくしるし付けるよって先生言ってたよね。この絵だと 300°でまるのしるしつけるとどこになる？
19’54	181.T:［角のしるしをつけながら］まるつけるの忘れてた。ここが 300°になる。
19’58	182.I:あぁ，そこが 300°ね。はい。わかった。でね，T 君ね，ここで 360－300＝60 って式描いてくれてるよね。360 ってどこ？
20’12	183.T:この…。［弧をなぞる］
20’16	184.I:うん，どこからどこ？はじめの線は？
20’18	185.T:ここ（水平な線分）から，こう［反時計回りに 1 周指で弧を描く］。
20’20	186.I:うんうん。で，300°っていうのはどこ？どこからどこ？
20’24	187.T:ここ（水平な線分）からここ（300°の線分）。
20’28	188.I:うん，で，60°っていうのは？
20’30	189.T:60°は，ここ（基線を延長した線分）からここ（300°の線分）。［その後，60°の間をなぞる］
20’38	190.I:うんうん，始まりの線はどこ？

20’40	191.T:始まりはここ（基線）。
20’43	192.I:そっか。じゃあ，今の説明をこの棒を使ってできるかな？
20’50	193.T:うーん，まず，頂点からこうまっすぐして。［2 本の棒を重ねて基線を表す］
20’54	194.I:うん，360 っていうのは？
20’55	195.T:ここ（基線）からこうやって。［反時計回りに 1 回転させる］
20’59	196.I:うん，ぐーってやって。で？
21’02	197.T:それで，それから 60°，360 から 60 を［時計回りに 60° 回転させる］。
21’10	198.I:おお。そこは戻るの？
21’11	199.T:60° をこうやって［60° の線をなぞる］そうして，300° になる。
21’19	200.I:はい，ありがとう。これって，授業でやった雄太さんの考えだよね？雄太さんの考え，覚えてるかな？
21’25	201.T:うーん…［首をかしげる］。
21’29	202.I:（授業で配布したプリントを見せながら）でね，雄太さんの考えとは別に律子さんの考えってあったの覚えてる？律子さんの考え。
21’33	203.T:僕は律子さんの考えの班だった。
21’36	204.I:そうだよね，T 君，律子さんの班だったよね。うん，じゃあね，律子さんのやり方だと描けるかな？
21’45	205.T:はい。
21’46	206.I:ああ，じゃあ，描いてもらってもいいかな，その下に。はい。
21’51	207.T:［水平な線分を引く］頂点から…。［頂点の左側にも線を引こうとする］
22’03	208.I:ん？そこは？どういう線？
22’06	209.T:延長線。
22’07	210.I:ああ，延長線を引くんだね。
22’12	211.T:延長線を引いて，それで，180° で，それで，紙を反対にして，［分度器を上向きに使う］。ここ（右端の 0）の 0 から。
22’31	212.I:あっ，ここは 0 なんだ。
22’32	213.T:で，ここから 60° だから。［反時計回りに 60° まで弧をなぞる］。［下向き左回りの 60° の線分を引く］
22’39	214.I:うん，60° ？あ，でも，どこの 60° 読んだ？
22’43	215.T:ん？ここ（下向き左回りの 60° ）の目盛りを指す。
22’47	216.I:あぁ，ここ（下の目盛りの）の 60° ね。
22’48	217.T:うん。
22’49	218.T:で，60° で。［紙をもとの向きに戻す］
23’04	219.I:うん，そうすると，どこからどこまでが 60° になってるの？
23’08	220.T:ここ（180° の線分）からここ（下向き 60° の線分）。
23’10	221.I:うんうん。
23’14	222.T:で，ここ（下の 120° をなぞる）が 300° 。
23’15	223.I:ここからここが 300° ？

23’17	234.T:ここからここは 300° じゃなくて…。［下向きの 60° と足して 180° をなぞり迷う］
23’24	235.I:300° はどこだ？
23’25	236.T:…。
23’28	237.I:うん，［分度器を上向きに置く］ここが，上が，今ここ延長線引いてくれたよね？
23’34	238.T:うん，それで，延長線があって，これのここが。［180° の弧を 180 から 0 に向かって右回りに描く］（結果として 1 週分の弧が描かれる）
23’41	239.I:上のと同じかな？
23’42	240.T:いや，同じじゃない。
23’44	241.I:同じじゃない。あれ？［もう一度分度器を上向きに置く］ここ，こう置くよね。で。
23’46	242.T:これで 180 で。
23’47	243.I:さかさにしてくれたんだよね？
23’49	244.T:［紙を逆さまにする］うん。
23’53	245.I:逆さまにして，うん，逆さまにすると。さっき。60 って言ったよね？
23’55	246.T:［先ほど描いた下向き左回りの 60° を指して］ここが 60 になってるけど，こっちかな。［下向き右回りの 60 を指す］
24’08	247.I:ああ，どうして？
24’10	248.T:これ（最初に描いた 300° ）と同じ（向きの線）だから。
24’11	249.I:ああ（苦笑），これと同じだからね。うん，同じか，そっか。180° に足りない大きさを考えるんだよね，律子さんって。
24’21	250.T:うん。
24’22	251.I:そうすると，300° って 180° にあと何度足りないかな？
24’27	252.T:180° に？300° ？うーん，60° …。くらいかなぁ。［分度器の 60° のめもりをなぞる］
24’43	253.I:うん，180° にあと何度足したら 300° になるかなぁ。
24’47	254.T:うーん。
24’59	255.I:じゃあ，これ（最初に描いた 300° ）と同じように線を引くとどうなる？
25’01	256.T:これは，ここ 60° に線を引く。（下向きに 120° とっている認識はしていない）
25’05	257.I:うん，それで？
25’07	258.T:それで，ここに線を引いて。
25’12	259.I:おお，それでどこからどこが 300° になるの？
25’14	260.T:ここ（下向き 60° ）からここ（0）［紙を下向きにしたまま，時計回りに 300° を取る］。
25’20	261.I:はい，ありがとう。じゃあ，最後に，T 君に聞きたいの，これで最後なんだけど，今ね，こういう 180° を超える角があるよね，これとか，3 番とか 5 番とか。こういうときに，こういう角度が出てきたときに，T 君が気をつけてることってある？分度器使ったりするときに。
25’44	262.T:あんまり，ないかな。
25’46	263.I:例えば，こういう（問題 3 の①）角度の時ってどうやって測る？

25'51	264.T:［分度器を上向きに置いて 60° を測定する］こうやって。
25'56	265.I:うんうん，じゃあ，3 番（255°）とかになっちゃったらどうなる？
26'00	266.T:3 番とかになったら，ひっくり返して，ここ。
26'10	267.I:でも，分度器って 180° までしか描けないよね？でも，こういう大きい角度を描かなきゃいけないときってあるよね？そういうときって，あ，ここを気をつけようみたいなのある？180° を超える角度の時は，絶対こういうことするんだっていうのとか。
26'29	268.T:うーん，分度器とか紙を反対にする。
26'35	269.I:ああ，反対にするんだ。反対にするとどうしていいの？
26'37	270.T:反対にすると，180° がこう［分度器を下向きに置く］で，それで，ぐるっと回れば［分度器を左回りに回して上向きにする］，また，360° がここまでになって，ここ（水平な線分）が 180 ってわかって，ここ（180 を超える部分）がわかる。
27'00	271.I:ああ，なるほどね。ひっくり返したら今度はここ（180）が 0° になるのね。
27'03	273.T:はい，0° になって。
27'10	274.I:それをわかりやすくするためにひっくり返すの？
27'12	275.T:180° になって，これは反対にするとあまりわからないから。下向きに置く。
27'22	276.I:おお。なるほど。ありがとう。最後に，このプリントでね，180° を超えたときの，その律子さんの工夫のまとめでね，180° より大きい角度は延長線や 2 直角のような方法で測ることができるってまとめてくれてるんだけど，延長線の意味は分かったんだけどね，2 直角のような方法でってどういう意味？
27'46	277.T:うーん？ここが 1 直角，2 直角で…。
28'00	278.I:律子さんの考えのことかな？
28'02	279.T:忘れちゃった。
28'03	280.I:忘れちゃったかぁ。はい，いいよ，大丈夫だよ。これで，T 君に聞きたいことはおしまいだよ。どうもありがとうございました。

児童インタビュー（前野小４年③）プロトコル（児童 G）	
時間	発話項目［　］内は表出行動（時間：発話開始時）G:児童，I:筆者
0'00	1.I:1 週間くらい前にこの 2 枚のアンケートについて答えてもらったの，これは覚えてるかな？
0'08	2.G:うん。
0'09	3.I:うん，G 君が答えてくれたこの 2 枚の答えを見て，もうちょっと G 君に聞きたいなって思ったことがあったので，今日はこの朝の時間に来てもらいました。よろしくお願いします。
0'25	4.G:よろしくお願いします。
0'26	5.I:じゃあ早速始めるね。まず，1 番の問題なんだけど，1 番の問題，何を聞いてるかっていうのはわかった？
0'37	6.G:うん。
0'38	7.I:うん，そしたら，角だと思うものに〇をつけましょうってことで，ウに〇をつけてくれてるよね。これ，どうしてウに〇を付けたの？
0'50	8.G:えっと，この，ここ（☆が挟まれたウの 2 辺）が交わって角になってる。
1'00	9.I:うんうん，交わってるっていうのは，どこ，どの線とどの線が交わってるのかな？
1'05	10.G:［ウの 2 辺を指しながら］この線とこの線で，ここ（☆）が角。
1'11	11.I:うんうん。じゃあ，アって一回付けてやめたんだよね。それはどうして？
1'19	12.G:えっと，…ここのはしっこの三角形のここ（☆）が直角じゃない。
1'36	13.I:直角じゃない？
1'37	14.G:うん。
1'38	15.I:角じゃない？
1'39	16.G:こっち（ウ）の方が直角に交わってるから角。
1'44	17.I:うんうん，これ（ウ）はさ，線と線が交わってるから角だってさっき言ってくれたよね？これ（ア）は線と線とが交わってるとは言えない？
1'54	18.G:言える。
1'55	19.I:言える？うん，でもこれ（ア）は角じゃないのかな？
2'01	20.G:…［うなずく］
2'02	21.I:うんうん，今ここにウとエと同じ形のものがあるんだけどね，ウでね，今ここに☆がついてるよね，それでここが角だって言ってくれたよね。例えば，こういうところ（左下）が角ではないのはどうして？
2'18	22.G:えっと，ここ切ったところが丸くなってるから，ここの丸いところの切れ目は全部直角じゃない。
2'32	23.I:ん？直角？
2'33	24.G:ううん，角ではない。
2'35	25.I:角ではない？じゃあ，エは今ここ，外側に☆がついてるよね？これも角じゃないよって答えてくれてるんだけど，それも曲がってるから？
2'45	26.G:うん。
2'48	27.I:うん，じゃあ，この（☆の）内側もそうかな？ここにもし☆がついてたらどうかな？

2’53	28.G:…。違う。
2’55	29.I:違う？ここ（左下）は？
2’57	30.G:これも違う。
2’59	31.I:うん，じゃあね，ウの中で角と思う所は☆の所だけ？
3’05	32.G:うん。
3’08	33.I:うんうん，わかった。じゃあね，最後に聞くんだけど，こういう（ウ）風に，もし全部の辺がつながってるのと，こうやって（ア），これつながってないよね，1 か所，アとかイとか。これって，角だって G くんが思うときに，全部の辺がつながっているときと，つながっていないところがあるのだと，何か違うかな？
3’35	34.G:違わない。
3’38	35.I:そんなには違わない？これ（ア）をみるとき，アの角だっていうのをみるときにはどこだけを見る？
3’48	36.G:うーん，ここの（☆）…。
3’51	37.I:うんうん，じゃあね，今日はそれ以外に，4 つのものを持ってきたんだけど，1 個はこのブーメランみたいな形とね，あと時計と，あとこの床に旗が立ってるって思ってね。じゃあ，今この 3 つの中から，左から，ここは角だよっていうのを指さしていってもらってもいいかな？まず，これ（楔形）についてはどう？
4’23	38.G:これは…角はないと思う。
4’32	39.I:角はないかな？うん，あ，いいよ，じゃあね，時計は角を持ってるかな？
4’43	40.G:うーん，持ってない。
4’46	41.I:持ってない？じゃあね，床に旗が立ってる，これには角があるかな？
4’53	42.G:ある。
4’54	43.I:うん，どこかな？
4’55	44.G:えっと，［旗のかどを指す］この，ここ。
4’56	45.I:ああ，そっかそっか。じゃあね，この旗のこの形の所は考えないで，立ってる棒と床だけをみたときには角はあるかな？
5’06	46.G:ある。えっと，床のこの端っこが角。
5’16	47.I:ああ，ここが角。うん，じゃあ，この立ってる棒あるよね，棒とこのまっすぐなこの床あるよね？こことここって角作ってるかな？
5’27	48.G:うーん，作ってる。ここ（棒）とここ（床）の間。
5’35	49.I:うん，作ってる？うん，この角と同じ大きさを時計の針で表現できるかな？
5’40	50.G:うーん…。
5’54	51.I:難しいかな？
5’55	52.G:うん。
5’56	53.I:うん，いいよ，ありがとう。じゃあね，今ね，この形（楔形）について聞きたいんだけど，今，G くんはウの☆のところが角だよって言ってくれて，そこはまっすぐな線ではさまれてるからって答えてくれたよね？これ（楔形）ってまっすぐな線で挟まれている所ってないかな？

6’19	54.G:うんと，ここ（左端）。
6’22	55.I:うん，ここ？あとあるかな？
6’26	56.G:あとは，ここ（下）とここ（上）。
6’29	57.I:うんうん，でもこの形の中には角はない？
6’35	58.G:うーん…。
6’42	59.I:☆がつけられそうな所ないかな？
6’43	60.G:ない。
6’45	61.I:ない。そうか。どうして☆がつけられないと思った？
6’51	62.G:うんと…。やっぱり 90° じゃないから。
7’06	63.I:ああ，こういう風（ウの☆）みたいになってないとだめなの？
7’08	64.G:うん。
7’09	65.I:うん，じゃあさ，もしこの時計の針がこういう風に 12 時 15 分みたいに指してたらこれは角になるの？
7’17	66.G:うん，なる。
7’22	67.I:なる？でも例えば，12 時 5 分みたいなのだったら角じゃないの？
7’24	68.G:うん。
7’26	69.I:そうなんだ，はい，わかりました。じゃあね，次にこの 3 つ以外に，数字を用意してきたのね，4 と 5 と 7 っていう数字なんだけど，順番に角を持ってる所があれば，ここが角だよって思うところがあれば指さしてもらってもいいかな？
7’47	70.G:［4 の交差点を指す］ここ。
7’51	71.I:うん，そこは何か所あるかな？
7’56	72.G:この 1 か所に，ここと…。
7’58	73.I:何個かに分かれてる？何個に分かれてる？
8’02	74.G:3 個。
8’04	75.I:3 個？どことどことどこ？
8’06	76.G:こことここ))とここ。［外側 3 か所を指す］
8’08	77.I:うんうん，ここ（内側）はどう？ここ。
8’09	78.G:あ，4 か所かな。
8’12	79.I:4 か所？ここ（左側）とかはどうかな？
8’14	80.G:角じゃない。
8’16	81.I:角じゃない？やっぱりここが，きちっきちって曲がってないと駄目かな？
8’24	82.G:うん。
8’27	83.I:うん，じゃあね，5 のここ（交差している所）はどうかな？
8’30	84.G:ここは角。
8’33	85.I:うん，何か所あるかな？
8’34	86.G:1 か所。
8’36	87.I:1 か所？どこ？☆つけるとしたらどこかな？
8’37	88.G:ここ（交差の上の部分）。

8'41	89.I:ここ（交差の下の部分）はどうかな？
8'42	90.G:ここと 2 か所。
8'47	91.I:2 か所ね。うん，じゃあ，ここ（曲線と直線の交差）はどうかな？この 5 のここ。
8'49	92.G:ここは角じゃない。
8'53	93.I:それはどうしてかな？
8'55	94.G:ここが丸くなってるから。
9'00	95.I:ああ，じゃあ，丸くなってたり，こう，かくかくってなっててもちゃんとまっすぐぴっぴってなってなくて，直角より小さくなってたりしたら角じゃないんだ？
9'14	96.G:うん。
9'15	97.I:うん，じゃあ 7 はどうかな？
9'16	98.G:7 は，ここ（左側），1 か所でここ。
9'23	99.I:うん，これは 90°っぽく見えたからかな？
9'25	100.G:うん。
9'26	101.I:うん，じゃあここ（右端）はどうかな？
9'29	102.G:ここが斜めになってるから，角じゃない。
9'39	103.I:うん，じゃあ，今ね，12 時 15 分の時にはこれは角だよって言ってくれたよね。うん，じゃあ，もう 1 個これと同じ大きさの角って作れるかな？
9'54 9'59	104.G:うんと，[時計回りに回し 12 時 45 分を示す] こっちにして。そうすれば，こっち（針の間）が角。
10'01	105.I:うんうん，こう（12 時 45 分）なったときって，もし 12 時からこう 15 分まで回ったとき，これって何度？
10'10	106.G:90°。
10'11	107.I:90°だよね。うん，じゃあ，もう 1 個 90°を作ろうってなったときには，いまこうやってくれたよね。これ（12 時 15 分）とこれ（12 時 45 分）って同じ大きさだけど何か違うかな？
10'26	108.G:どちらも 90°。
10'29	109.I:90°？でも，指してる時間は違うよね？こう，12 時から 90°回る回り方と，12 時 45 分に回るのとでは，角がこう 2 つあるっていうのは授業でやったのは覚えてるかな？
11'03	110.G:うん。
11'04	111.I:うん，例えばこういう角だったら 2 か所あるっていうのを勉強したんだけど，どことどこにあるかって覚えてる？
11'17	112.G:うーん…。
11'28	113.I:うん，1 個はこれ（劣角）だよね。もう 1 個はどこかな？
11'36	114.G:うーん…。
11'51	115.I:もう 1 個は，こうやったときのこっち側？外側，2 か所角があるよってやってたの覚えてるかな，先生が。
12'05	116.G:覚えてる。
12'07	117.I:思い出した？うん，そうするとさ，今さ，この形（楔形）見せたんだけどさ，ここと

	かさ，90°にはなってないんだけど，角って色々90°以外にも大きさあるよね？［分度器を見せながら確認する］
12’29	118.G:うん。
12’30	119.I:だから，こういう所もまっすぐな線で出来ている所は角になってるのね。そうするとさ，今ねここ（凹部）を見てほしいだけどさ，ここって何か所角あるかな？
12’43	120.G:ここは，ここ［2 辺をなぞる］。直角？
12’54	121.I:角？もう，そこだけかな？今，角って 2 か所あるっていったじゃん。そうすると，1 個はここ（外側）になるよね。もう一個は，他にないかな？
13’14	122.G:他はここととここ［各辺を図形内に伸ばす］。
13’25	123.I:ん？どうやって線引けばいいの？［鉛筆を渡す］
13’26	124.G:［各辺を図形内に伸ばす］ここ。
13’28	125.I:ああ，伸ばすの？
13’29	126.G:うん，伸ばせば，ここに直角ができる。
13’33	127.:I ああ，角ができるのね。伸ばしてここ［外側の対頂角を指す］？
13’40	128.G:そこと，あと（両隣）こことここの 3 か所。
13’44	129.I:ってことは全部で何個？
13’45	130.G:4 個。
13’47	131.I:4 個あるんだ。角って 180°を超えることってないの？
13’54	132.G:ある。
13’55	133.I:うん，そうすると，こういうふうに見えないかな？同じじゃない？［劣角と優角の示されたシートを提示する］
14’01	134.G:うん，同じ。
14’05	135.I:そうすると何か所かな？1 個はここの赤い所だよね。
14’17	136.G:ここの［凹部の優角を指す］辺に合わせて角ができる。
14’24	137.I:そっか，うん，じゃあね，最後 1 番の問題で G 君に聞きたいことがあるんだけど，お友達に角ってどういうものって聞かれたときに，こういうものだよって口で説明するとしたら何ていう？
14’38	138.G:えっと，辺，あれ？直線が交わってできた…ん？…。あの，角を直角っていう。
15’14	139.I:うん，直線があれば，直線は何本？
15’18	140.G:直線は 2 本あればいい。
15’20	141.I:で，ここ，これ（4 の上部）も直線 2 本だよね？でもこれは角じゃないんだよね？
15’30	142.G:…。
15’55	143.I:直角じゃないから角じゃないのかな？
15’57	144.G:うん。
15’58	145.I:はい，わかりました。じゃあ，次 2 番の問題に行くね。2 番の問題は，㋐から㋓の 4 つの角を比べてるのね，で，4 人のお友達がそれぞれ意見を言ってるんだけど，1 番の問題で，G 君は，㋐と㋑を比べてて，㋐の方が大きいですって答えてくれてるのね。その理由として，㋑は辺の開き具合が小さいからって答えてくれてるんだけど，どこが小さいの？

16’33	146.G:［㋑の辺を指して］ここの直線の長さが小さいから。
16’43	147.I:あ，ここ？辺の長さ？
16’45	148.G:辺の長さが小さいから，ここの角の開き具合が小さい。
16’52	149.I:ああ，どこの長さをみたの？開き具合って言ったときにどこは短いって思ったの？
17’02	150.G:直線が短いと思った。
17’04	151.I:あ，ってことはここの間をみたの？
17’06	152.G:うん。間。
17’07	153.I:間。へー。ここ（イの辺同士の距離）とどこを比べたの？
17’13	154.G:ここと，ウの…。
17’16	155.I:あ，ウとイの間？
17’17	156.G:うん。
17’18	157.I:こっち（㋐）のウとイの間と，こっちのウとイの間を比べたの？
17’20	158.G:うん。
17’21	159.I:うん，その考えって，この 4 人のお友達の考え，誰かのを参考にした？
17’34	160.G:［ともかさんを指す］
17’35	161.I:ともかさんを参考にした？うん，どうしてともかさんを参考にしたのかな？他の 3 人じゃなくて。
17’40	162.G:えっと，ともかさんがわかりやすかったから。
17’48	163.I:わかりやすかった？ようすけさんの黒くぬってある広さとか，しんいちさんの辺アイがアウまで回った大きさっていう意味はわかった？
17’57	164.G:うん。わかったんだけど，一番わかりやすいのはともかさんだった。
18’02	165.I:うん，わかった，いいよ。次に（2）では，㋐と㋒について比べてて，今度は辺の長さが㋒の方が大きいから，角の大きさは㋒の方が大きいですって答えてくれてるんだけど，これは，辺アウとかアイの辺の長さだけでみたの？
18’29	166.G:ううん。これは，ともかさんとようすけさんの考えを合わせて考えた。
18’34	167.I:どうやって合わせて考えたの？
18’37	168.G:まず，開き具合の角を…。
18’47	169.I:開き具合っていったら，さっきの，ウとイの開き具合って 2 つとも同じだよね？
18’53	170.G:うん，まず最初にここ（ウとイの距離）をはかって，それで，黒くぬってあるところを…見て，広い方が。
19’10	171.I:あ，どこが広かった？
19’13	172.G:えっと，こっち（㋒）が広かったから。
19’18	173.I:ああ，黒くぬってあるここの，さんかくみたいな形が？
19’20	174.G:うん。
19’21	175.I:うんうん。
19’23	176.G:広かったから，㋒の方が大きい。
19’28	177.I:大きいと思った？はい，わかりました。えっと，じゃあ，最初，さっきはアイとかアウの辺の長さをみたあとにウとイの間をみたって言ってたよね？今度はアイとかアウの長

	さを最初にみた？これ（辺の長さ）もみて，この間の長さもみて，最後黒いところみたの？
19’58	178.G:うん。
20’01	179.I:はい，じゃあ，次に最後，(3) は，㋒と㋓について比べてるよね。㋒と㋓についてはどうやって比べた？
20’12	180.G:えっと，(2) と同じように考えて…。
20’23	181.I:最初に辺の長さをみたの？
20’25	182.G:見て…。
20’26	183.I:辺の長さ見たらどうだった？
20’27	184.G:こっち（㋓）の方が大きかった。
20’30	185.I:大きかった？辺の長さは？
20’36	186.G:辺の長さは，開き具合は（㋓の方が）大きかった。
20’38	187.I:ああ，ここ（ウとイの間）を見たの？でもここの長さってさあ，同じじゃない？イとウの間って。どこが大きいと思った？
20’50	188.G:直線の開いたところ。
21’00	189.I:ああ，いっぱい開いてると思った？うんうん，この黒いところはみた？この黒いさんかくみたいなとこ。
21’05	190.G:うん，見た。
21’06	191.I:見た？黒いさんかくのところは参考になった？
21’08	192.G:うん。
21’10	193.I:どうして参考になったの？
21’14	194.G:えっと，こっちの直線が，開き具合が大きくて，黒い，開いている所も大きかった。
21’30	195.I:大きかった？はい，わかりました。じゃあね，今から本当にこれがあってるかどうか確認していくね。まずは，1 番はね，㋐と㋑についてなんだけど，㋐っていまこれね。で，㋑はこれね。で，いまね，えっと，いまこのしんいちさんの言ってる言葉をみてほしいんだけど，辺アイがアウまで回った大きさをくらべるとよいっていってくれてるよね？それって，この棒をつかって示せるかな？ここがアイで，ここがアウだよ。そうすると，アイがアウまで回った大きさってどういうこと？
22’30	196.G:…。えっと，これ？ここが最初で［アウからアイまで左回りに回転させる］
22’40	197.I:うんうん，ぐるっと。ここが最初で，これが㋐の大きさ？
22’48	198.G:これがあの大きさ。
22’50	199.I:うん，そうだね，じゃあ，次はこの青い（棒の）方でいの大きさもしんいちさんの意見使って表してくれる？
22’56	200.G:えっと，こうやって［アウからアイまで左回りに回転させる］，で，こうやって［㋑の大きさに開いた青い棒を㋐のシートの上に乗せる］。
23’21	201.I:おお，そうするとどうかな？
23’23	202.G:そうするとこっち（㋐）の方が大きい。
23’25	203.I:大きい？回った大きさだよ。両方ともいまこれ回った大きさだよね。
23’29	204.G:うん。

23'30	205.I:重ねるよ？［ⓘをⓐに重ねる］
23'35	206.G:同じ。
23'36	207.I:同じ？そうだね。じゃあ，回った大きさって考えると，さっき，G くんはⓐの方が大きいって答えてくれたんだけど，実はこの 2 つの同じなんだね。じゃあね，今度は私，何も言わないから，ⓐとⓤの大きさについて比べてみてもらってもいいかな？この 2 つの棒，使ってもいいよ。
24'07	208.G:（ⓐから始める）あの大きさは，これぐらい［アウからアイまで左回りに回す］。
24'18	209.I:それが回った大きさね，ⓐのね。
24'20	210.G:うん。
24'21	211.I:じゃあ，ⓤはどう？
24'22	212.G: ⓤは。［アウからアイまで左回りに回し，ⓐのシートに合わせる］合わせると，ちょっと違う。…。開いてるのが違う。
24'45	213.I:違うかな。同じかな。わかりにくかったら，このシートも重ねてみよう。ⓐとⓤを重ねてみるとどうかな。大きさどうかな。
25'00	214.G:同じ。
25'12	215.I:同じ？そうだね，回った大きさってみてみると同じなんだね。じゃあね，今，実際にこれ（棒）とかこの透明のを（シート）使って大きさを比べてみて，これから G くんが角の大きさを比べるときにどういう所に気を付けたらいいって思った？
25'44	216.G:角度…。分度器を使ってここの角度を測って角度を知る。ここが 180° で。
25'53	217.I:うん，もし，この棒があったらどうやって比べたらいいかな？これ（質問紙の図）だと，なんか，自分の目でみてるだけだとちょっとわかりにくいけど，こういうのがあったらどういう風にしてやって比べていけばいいと思った？
26'08	218.G:えっと，これ（棒）を開いて，ここ（辺）に合わせて求めて，これ（棒）を取って，ここ（もう一方の角）の上に置く。
26'40	219.I:移して大きさを比べればわかる？
26'42	220.G:うん。
26'45	221.I:はい，じゃあ，この棒を開いて確かめればいいんだね。はい，わかりました。ありがとう。じゅあね，次 2 枚目の方に行くね。2 枚目はじゃあ，3 番，色々な角の大きさを測ってもらったんだけど，③をね，もう 1 回測ってもらっていい？どうやったか教えてもらっていい？
27'10	222.G:［分度器を上に置く］うんと，ここ（基線）の，［延長線を指でなぞる］ここ（③）の角度は 180° を超しちゃってるから，こうやってさかさまにして，ここ（左の水平線）の 180 で，ここの，180 から，ここまでの角度を足して［255° の線分をなぞる］。
27'46	223.I:うん，そこまでは何度？ここまでって。
27'48	224.G:ここまでは，75 で，180 と足した。
28'02	225.I:あ，足したのね，はい，いいよ。じゃあね，この⑤はどうやってやった？
28'06	226.G:⑤は，まずここ（上の辺）に分度器を当てて，ここを 180° だから…。
28'18	227.I:あ，そうなんだね，また 180° から超えちゃったところを測ったら，何度だった？

28’25	228.G:で，この超えた所が 150 で，足して 330°。
28’30	229.I:おおー，そっか。あのさ，授業のときに，律子さんの考えと雄太さんの考えってやったの覚えてる？
28’34	230.G:うん。
28’35	231.I:うん，でさ，いま G くんが説明してくれたのは律子さんの考えだと思うんだけど，もう 1 個雄太さんの考えってどうだったか覚えてるかな？
28’45	232.G:覚えてる。
28’46	233.I:うんうん，雄太さんの考えってどういう考えだった？
28’49	234.G:えっと，ここ（⑤の上の辺）に延長線をひかないで，逆さにして，それで，ここ（分度器を下向きにしたときの左側）に 180 の目盛りがついてるから，ここ（150）を測った。
29’18	235.I:ああ，それって律子さんの考えのこと？雄太さんの考え，覚えてるかな？雄太さんの考えって，［授業プリントを見せる］いま，ここの大きさ（210°）を知りたいんだけど，ここの大きさ（210°）を知りたいのに，雄太さんはここの大きさ（150°）を測ったんだって。これが雄太さんの考えなんだけど，これを使うと⑤ってどうやって測れるかな？
29’38	236.G:［分度器を下向きにし，⑤の下の辺に 0 を合わせる］…。
29’45	237.I:知りたい角じゃないところを測ってるの。
29’53	238.G:えっと，［分度器を上向きにする］ここの角［30° を指す］。
30’00	239.I:うん，そこは何度かな？
30’02	240.G:ここは 30° で，30°。…。
30’10	241.I:うん，そこは 30° だよね。そこは知りたい角度じゃないよね。雄太さんの考えだと，
30’12	知りたい角度を知るにはどうしたらいいかな？
30’20	242.G:うん，知りたい角を知るときには，えっと，30° を測ったあと…［分度器を下向きにし，⑤の下の辺に 0 を合わせる］ここに，ん？こうして，［⑤の上の辺をなぞり戸惑う］。
30’47	243.I:うん，③だったら雄太さんの考え，どうやって使うかな？知りたい角じゃないところを測って。
30’55	244.G:えっと，ここ（105°）を測って［右回りになぞる］，ここ（255）［右回りになぞる］。
30’58	245.I:うん，何度になる？
31’02	246.G:えっと，105°。
31’07	247.I:うん，それで，知りたい角を知るときにはどうしたらいいかな？
31’09	248.G:…。ここ（180）を測って，［下向きに置く］こうすると律子さんの考えになっちゃう。
31’22	249.I:ああ，律子さんの考えになっちゃうね。そっかそっか。［授業プリントを見せる］雄太さんは反対側の角度（150°）を測ってどうしたんだっけ？ここ（210°）を知るために。
31’32	250.G:（③を使って）うんと，ここ（105°）を測って，ここ（255°）が問題の角だから，［分度器を下向きにする］ここ［水平な線分をなぞった後，分度器を縦に置き，255° の線に合わせる］…。
32’03	251.I:うん，その下の間の方を測って？で，ここ（255°）を知るときにはどうしたらいいんだっけ？

32'12	252.G:えっと，［分度器を縦に置き，255°の線に合わせる］…ん？［分度器を上向きに置き 180°を測る］。…。
32'31	253.I:⑤って，もうちょっとして 1 周しない？
32'37	254.G:うん。
32'39	255.I:でもそれにあと何度足りないんだろう？
32'42	256.G:うんと，あと 30°。［分度器を上向きに下の辺に合わせて 30°を測る］
32'44	257.I:うん，ってことは雄太さんってどうやって考えたかな？30°だけ先に測って，うん。
32'58	258.G:30°を先に測って，で，引き算した。
33'05	259.I:うんうん，どういう引き算したの？
33'07	260.G:えっと，360－60 して 300 ってした。
33'12	261.I:うん，360 ってどこからどこまでが 360？
33'15	262.G:えっと，［⑤の上の辺を指す］ここからで 1 周するの。
33'22	263.I:ああ，これ（⑤の上の辺）を始まりの線として，どうなるの？
33'28	264.G:ここ（⑤の上の辺）からこうやって［左回りに 330°の弧をなぞる］。
33'30	265.I:おお，で，30°はどこ？
33'39	266.G:30°はここ［330 から 360 までをなぞる］。
33'40	267.I:そこなんだね，それでここ（30°）をひいて，残りが 330°，うん，はい，ありがとう。じゃあ，最後 4 番の問題に行くね。4 番は，えっと，300°をかいてもらったんだけど，もう 1 回どうやって描いたのか分度器を使って説明してもらってもいい？
34'00	268.G:えっと，この分度器の目盛りが 180°までしかないから，さかさまにして，180°をここの目盛り（分度器の上の 180 の数字を指す）にあてて，それで，ここの大きさを測る。［300°の線分をなぞる］
34'29	269.I:ああ，うん，そこは何度？
34'31	270.G:ここは，足し算をして測る。
34'35	271.I:ああ，律子さんの考えを使ったんだね。じゃあ，その 120 っていうのは分度器を使う前に頭の中で計算したの？
34'42	272.G:うん。
34'43	273.I:どうやって計算したの？
34'47	274.G:えっと，180－60。
34'53	275.I:180－60。それはどうして 180－60 なの？
34'57	276.G:120 になるには，60 を引かなくちゃだめだから，ここの 60°［分度器を下向きに置き，360 から 300 までをなぞる］。
35'12	277.I:ああ，120°足りないよ，180°にあと 120°足りないよって，120°あわせるとって，この 120 ってどうやって出したの？
35'21	278.G:120 は，［分度器を下向きに置く］ここ（180）からここまで（300）開いた角。
35'33	279.I:うんうん，300°になるには 180 にあと何度足りないかなって考えたの？
35'40	280.G:うん。足し算で，180 足す 120 は 300 って。
35'54	281.I:その 120 っていうのは，180－60？でやったの？

36’00	282.G:うん，ここの目盛りを見て。
36’05	283.I:ああ，そこの目盛りをみて，120 になるには 60 ひけばいいって？
36’10	284.G:ここ（360）から測って，ここ（360 と 300 の間）が 60 って。
36’12	285.I:ああ，そういうことか。じゃあ，この矢印，ここ先っぽ，矢印ついてるよね？いまの説明使うと，どういう風になるの？
36’21	286.G:律子さんと同じで…。［分度器を上向きに置く］
36’28	287.I:でも，矢印ってどこがスタート？
36’31	288.G:矢印はここがスタートで，まず，上で 180.
36’35	289.G:上で，どこからどこまでが 180 なの？
36’37	290.G:ここ（0）からここ（180）までが 180［それぞれの線上をなぞる］。
36’40	291.I:うん，でも矢印ってこの矢印くるって回ってるよね。
36’44	292.G:うん。
36’45	293.I:どこからどこまで回ったの？180°までで。
36’50	294.G:ここ（0）からここ（180）まで回ればいい。
36’55	295.I:ああ，うん，それでまだもう少し先まで矢印回ってるけど，それは何？ここまで回って，この先も回ってるってどういうこと？
37’07	296.G:180 を超えて，ここ（180）からここ（300）までが…。上が 180 で，こっち（下の 120°）はこっち（300）まで 120°回ったからここが 120。
37’32	297.I:うんうん，で，300°っていうのは全部？もっと？
37’38	298.G:全部。
37’39	299.I:うんうん，じゃあ，さっき 60 っていう数字言ってくれたよね？60 ってどこからどこまでって矢印で描けるかな？
37’48	300.G:うん，えっと，ここまでが 60°［300 と 360 の間に 300 と同じ向きの矢印を付ける］
37’58	301.I:ああ，その間がね。うん，はい，わかりました。それは式で言えるかな？
38’13	302.G:えっと…。
38’15	303.I:もし，ここまでが 300°で，ここからここが 60 だったら何か式，引き算とか足し算とか言えるかな？
38’22	304.G:引き算。
38’24	305.I:何て言えばいいかな。
38’25	306.G:えっと，300－60＝240.
38’35	307.I:ああ，さっき，この問題（問題 3 の⑤）で雄太さんの考え，確認したよね？雄太さん，ここの間（30）を測って残りのここ（330）を知ったってやつ。それを使うと，300°って描けるかな？いま，律子さんの考え使って描いてくれたけど，雄太さんの考え使っても描けるかな，300°。
39’04	308.G:…。
39’17	309.I:描けそう？
39’18	310.G:描けそう。
39’19	311.I:うん，じゃあ，描いてみようか。はい，どうぞ。［定規と分度器を渡す］雄太さんは

	知りたいところじゃないところを先にやるんだよね。そうすると，知りたいところじゃないのっていま何度かな？300°描くんだったら。
39'43	312.G:うーん，ここの 60°。
39'50	313.I:うんうん，じゃあ，やってみようか。その下に描いていいよ。知りたいところじゃない所をまず最初に描くんだよね。
40'05	314.G:まず，こうやって［水平な線分を引く］
40'08	315.I:知りたいところじゃないところってどこ？
40'10	316.G:ここ［下向きの 60°を指す］
40'15	317.I:うん，それってどこからどこまで回った大きさなの？
40'20	318.G:ここ（0）からここ（120）まで。
40'28	319.I:あ，雄太さんの考えって，知りたくないところをはじめにやる方法だよね。そこって何度だっけ？
40'35	320.G:そこは，120…60°。
40'42	321.I:60°。うん，ってことは，知りたくないところの目盛りを先に読むときにはどこの目盛りを読めばいいかな？
40'50	322.G:ここの［下向き 60°の目盛りをなぞる］…。ここの 120°だけど，ここの上の目盛りは 60。
41'01	323.I:ああ，今度はこっちの目盛りを見るんだね。それで 60°かいてみようか。
41'06	324.G:［下向き 60°を取る］
41'14	325.I:そうすると，どこからどこまでかな。いま，ここの目盛りの 60 をみてくれたよね。どこからどこが 60°？
41'22	326.G:えっと，［下向き 60 から 360 までの弧をなぞる］ここの間。
41'29	327.I:間。うん，出発はどこ？スタートは？
41'33	328.G:スタートは…。ここ（下向き 60）かここ（360）。
41'42	329.I:あ，両方あるんだ。で，残りの知りたいところはどこ？描きたかったところ。
41'47	330.G:知りたいところは，ここ［0 から 300 までを左回りになぞり矢印を描く］。
41'54	331.I:ああ，なるほどね。はい，わかりました。あ，じゃあ，G くんに，あ，今描いてもらった 300°をこの棒を使って表せるかな？この棒，180＋120＝300 っていうのを棒を使って表せる？
42'20	332.G:うんと…。
42'25	333.I:うん，青いのをスタートにしよっか。180 って？
42'27	334.G:180 はここまで［左回りに 180°回転させる］
42'29	335.I:うん，120 は？
42'30	336.G:ここ（180）が 0 で，120 は［さらに左回りに 120°回転させる］
42'36	337.I:おお，うん，それぐらいだね。で，300 って？
42'41	338.G:300 は，ここ，これが 180 だから［延長線をなぞる］，120 をたす［300°をなぞる］。
42'52	339.I:足した数？うんうん，じゃあ，雄太さんのこっちの考えだと表せるかな？スタートがここで，雄太さんの場合は，360°から 60°を引いたら 300°になるっていう考えなんだけ

	ど，そうすると 360 ってどこからどこ？
43’13	340.G:360 は，ここの 1 周［1 周左回りに回転させる］
43’20	341.I:うん，1 周，ぐるっとだよね。で，知りたくないところの 60 って？
43’32	342.G:知りたくないところの 60 は…［360 から右回りに 60° 戻す］
43’35	343.I:ああ，戻るの？
43’38	344.G:戻る。
43’40	345.I:うん，戻って，知りたい 300 って？
43’45	346.G:300 は，えっと，ここ（0）からここ（300）までの［0 から 300 まで左回りに弧を描く］。
43’50	347.I:おお，向きはどう？こっち（0）からこっち（300）？それともこっち（300）から？
43’56	348.G:こっち（0）からスタートしてるからこっち（左回り）。
44’25	349.I:はい，わかりました。じゃあね，一番最後の質問なんだけど，G くんが③とか⑤とか，300° とか，180° を超えちゃう角度ってあるよね。分度器 1 回じゃ測れないの。そういうのが出てきたときに，これだけは気を付けてるよってことある？こういうのが出てきたときに，僕は頭の中でこういうことをやるよ，とか，分度器を使うときにこういうことに気を付けるよっていうところあるかな？
44’45	350.G:特にない。
44’48	351.I:特にないかな？うんうん，180 を超えちゃったって思ったときに何かするかな？
44’52	352.G:分度器を逆さまにする。逆さまにしたり，延長線を引く。
45’00	353.I:あ，このプリントに描いてくれたことかな。このプリントに，G くんはね，180° を超える角は延長線や 4 直角の方法で測ることができるってまとめてくれてるのね。延長線は，私，どういう意味なのかわかったんだけどね，4 直角の方法ってどういう風にやるの？
45’19	354.G:4 直角は，えっと，ここの 90° が 1 直角で，次の 180° が 2 直角で，ここの 270 が 3 直角で，最後のここが 4 直角。
45’55	355.I:で，ここの大きさ（210°）を知りたいときには 4 直角の方法でどうするの？
45’59	356.G:えっと，まず，ここが 1 直角で，180 が 2 直角で，それに足して。
46’12	357.I:ああ，2 直角にどれくらい超えてるかって考えるの？
46’13	358.G:うん。
46’15	359.I:はい，わかりました。じゃあこれで G くんへの質問を終わりにします。ありがとうございました。

児童インタビュー（前野小 4 年④ペア）プロトコル（児童 D&R）	
時間	発話項目［　］内は表出行動（時間：発話開始時）D,R:児童，I:筆者
0’00	1.I:1 か月位前にこの 2 枚のアンケートに答えてもらったの，覚えてる？
0’05	2.D&R:うん。
0’09	3.I:うん，それで 2 人が答えてくれたことについてもうちょっと詳しく聞きたいなって思って，2 人に集まってもらったのね。色々質問するので，思ったことを答えてください。よろしくお願いします。じゃあ，まず最初に 3 番の問題を見てほしいんだけど，3 番の問題で色々分度器で角度を測ってもらったんだけど，もう一回 2 番の角度を測ってもらってもいいかな？うん，どういう風にやったのか，あとで聞くからもう一回②の角度について測ってもらってもいい？
0’50	4.D&R:［②（120°）を測り始める］
0’55	5.I:答えがわかったら手をあげてもらってもいいかな。あ，うん，じゃあ，D くんの方から聞いてみようかな。どうやって測った？
1’02	6.D:うんと，この…［角の頂点をなぞる］この辺（水平な線分）に分度器を合わせて，この，この角度［目盛りをなぞる］を測る。
1’15	7.I:うん，どこの数字読んだ？
1’16	8.D:60。
1’19	9.I:60？うんうん，ここ分度器さ，2 つ数字あるよね？ここ，下の方（60）を選んだのはどうして？
1’29	10.D:うーん…。
1’32	11.I:0 はどこだと思った？
1’34	12.D:0 は，ここ［上向き，右回りの 180°の目盛りを指す］。
1’36	13.I:ここ？うん，それでここの 60 を読んだの？
1’40	14.D:うん。
1’43	15.I:うん，はい，ありがとう。じゃあ，R くんはどうやって測ったのかな？
1’48	16.R:うんと，D くんと同じでまず，辺の所に合わせて，あの，角度を測ったら。
1’59	17.I:うん，どこの目盛り読んだ？
2’01	18.R:ここ。［120 または 60 を表す目盛りを指す］
2’03	19.I:うん，2 つ数字あるよね，上と下と。
2’07	20.R:下の方（60）で読んだ。
2’09	21.I:うん，それはどうして？
2’11	22.D:うーん…。
2’18	23.I:どこが 0 だと思った？
2’21	24.D:こっち（上向き，右回りの 180 の目盛りを指す）。
2’22	25.I:ん？ここ？
2’27	26.D:ここ。
2’30	27.I:うん，わかりました。んじゃあね，2 人に聞きたいんだけど，2 人とも今こうやって合わせてここの下の 60°の所を見たよって言ったよね。でね，もとの線ってどこかな？②の。

2’47	28.R:ここ［②の水平な線分をなぞる］。
2’50	29.I:うんうん，もとの線は何度？
2’53	30.R:［2 人とも分度器を重ねる］もとの線は…。
2’55	31.I:もとの線を何度にするんだっけ？測るときは。
3’00	32.D:180°。
3’01	33.I:180°？…ん？
3’05	34.D&R:…。
3’11	35.I:角度って何度から始まるんだっけ？
3’15	36.R:この 0 から 180 まで［左回りに 0 から 180 までをなぞる］。
3’18	37.I:うん，そうだよね，そうすると 0 に合わせなきゃいけないよね，もとの線を。すると，上と下の目盛り，どっちの目盛りで読んだらいいかな？もとの線がここのまっすぐな線だとしたら，上と下とどっちの目盛りで読んだ方がいいと思う？
3’42	38.D:上（120°）？
3’43	39.I:上？R くんはどう？
3’46	40.R:下。
3’47	41.I:下？下で読むとここまでだよね，次の線は［120 の線をなぞる］。それで 60 ってしたのかな。
3’52	42.R:…。
4’03	43.I:うん，じゃあ，①（60 度）をやってみようか。①はどうやってやった？
4’08	44.D&R:［2 人とも測り始める］
4’13	45.I:うん，D くんはどうやってやった？
4’15	46.D:こっち（②）と同じように。
4’17	47.I:うん，もとの線はどこ？
4’18	48.D:もとの線はこれ［水平な線分をなぞる］。
4’21	49.I:うん，で，どっちの目盛りで読んだ？
4’25	50.D:ここ［下の目盛り 60 を指す］。
4’27	51.I:ここ？うん，で，始まりは？
4’29	52.D:［下の目盛り 0 を指す］
4’31	53.I:ああ，ここを 0 にしたんだ。うん，R くんはどうやってやった？
4’36	54.R:水平な所に合わせて。
4’38	55.I:はじめの，はじめの目盛りの数字は何？
4’42	56.R:60？
4’44	57.I:ん？はじまりの線はどこ？
4’46	58.R:はじまりの線はここ［水平な線をなぞる］。
4’48	59.I:うん，そこの数字はいくつ？
4’49	60.R:0。
4’50	61.I:0。うん，っていうことは，下の目盛りを読んだんだ？
4’54	62.R:うん。［下の目盛りをなぞる］

4’55	63.I:うん，はじまりの線は 0 なんだね。っていうことは，②は上と下とどっちの目盛りで読んだらいいかな？
5’03	64.R:［②を再度測り直す］
5’05	65.I:はじまりの線が 0 だよ。
5’08	66.R:上？
5’10	67.I:うん，そうだね。そうすると②って何度になるかな？
5’16	68.R:120？
5’20	69.D:うーん，100…。
5’21	70.I:うん，100 を超えてるよね。R くんも大丈夫そう？120 ちょっとくらい？うん，ありがとう。じゃあね，次，④はどうやって測ったか思い出して，やり方教えてもらってもいいかな？
5’44	71.D&R:［測り始める］［R は分度器を縦方向に置く］
5’47	72.I:どうやってやったっけ？わかったら手を挙げてね。どうやってやったっけ？
5’58	73.D:あれ？［はじめは R と同様に縦方向に置くが，その後置き方に迷う］
5’59	74.I:もとの線を 0 にするんだよね。
6’14	75.R:135°？
6’15	76.I:ん？どうやってやった？
6’21	77.R:ここに合わせて測った。［一方の線が水平となるように，紙を回転させ，分度器を水平に用いる］
6’23	78.I:うん，どこの目盛り読んだ？
6’24	79.R:ん，ここ。［下の目盛りを指す］
6’25	80.I:あ，ここ？下。はじまりの線はどこ？
6’28	81.R:ここ［左側の 0 の目盛りをなぞる］。
6’32	82.I:ああ，はじまりの線って何度なんだっけ？
6’34	83.R:0°。
6’38	84.I:うん，っていうことは，上と下の目盛りどっちでよんだらいいのかな？
6’41	85.R:下？
6’45	86.I:下かな。上と下，どっちがはじまりの線になってる？
6’50	87.R:下。
6’52	88.I:下は，数字いまいくつになってる？
6’56	89.R:0。
7’00	89.I:ん？いまここの数字いくつになってる？
7’04	90.R:180 で，だから 140°。
7’14	91.I:うん，いま上の目盛りだとどこまでになってる？
7’16	92.R:ここ［目盛りをなぞる］
7’17	93.I:うん，そうすると，上の目盛りで読むといまいくつになってる？
7’22	94.R:45°？
7’23	95.I:うんうん。D くんはどうやってやった？

7'24	96.D:たぶん，こう…［分度器を左側の辺に合わせ，斜めにおく］
7'27	97.I:うん，45°って答えてるんだけど。
7'29	98.D:こうして，ここ，45°［目盛りをなぞる］。
7'32	99.I:ああ，はじまりの線はそうするとどうなるのかな。
7'36	100.D:はじまりの線はここ［上 180°，下 0°の目盛りをなぞる］。
7'38	101.I:うん，で，目盛りはどっち読んだ？上と下。
7'40	102.D:下。
7'42	103.I:うん，そうだね。はい。じゃあ，次に③，③ってどうやってやったかもう一回やってもらってもいい？
7'53	104.D&R:［2 人とも初めに上向きに分度器を置く］
8'00	105.R:［紙を逆さまにする］はい。［紙をもとの方向に戻す］えっと，まず，ここに延長線を引くと［指で延長線を示す］，180°になるから，だから，反対にして［紙を逆さまにする］，こうやって，そして測ったら 75°で，180 と 75 を足して。
8'32	106.I:おお，それって授業のときに誰さんの考えとかでやってたっけ。そうだよね，律子さんの考えで使ってたやつを使ったんだね，はい。D くんはどうやってやった？
8'41	107.D:［分度器を下向きに置く］この部分を測る…。
8'47	108.I:あ，どこの数字読んだ？
8'50	109.D:…。下の。［105°の部分を指す］
8'55	110.I:うん，下のところの測ると，75°になっているよね。75°ってどこからどこまでのことを言っているのかな。
9'00	111.D:75°？
9'04	113.I:うん，75°ってはじまりの線はどこで，どこからどこまでが 75°？
9'10	114.D:はじまりの線は…［下の辺をなぞる］
9'16	115.I:うん，そこが 75°ってことは，いま D くんは下の目盛りを読んでるんだよね。下の目盛りのはじまりってどこ？
9'24	116.D:ここ？［下の辺をなぞる］
9'30	117.I:70，60，50…って下がっていくとここだよね。［上 180°，下 0°の目盛りの 0 を指す］でも，今はじまりの線ってどこ？
9'35	118.D:ここ［③の右側の辺をなぞる］
9'40	119.I:うん，そうするとどうしたらいいかな，いまここからここが 75°だけど，③ってまだあるよね。
9'52	120.D:あ，延長線？
9'53	121.I:そうだね，R くんが言ってくれたんだけど，これ，最初延長線を引いてやるといいよって言ったよね。R くん，D くんに説明してもらってもいい？どうやってやったか。
10'09	123.R:まず，延長線を，ないけど引いたつもりで［指で延長線を引く］。
10'14	124.I:［鉛筆を渡す］ああ，ここに延長線を引くのね。
10'16	125.R:［延長線を引く］引いて，180°になるから，180°よりこっちの方が大きいから，だから，［紙を逆さまにする］こうやって，180°の辺と合わせて，そして，下の目盛りか

	ら［0 から 75 に向かって弧を描く］75° を選んで，そして，180° と 75° を足したら答えが出た。
10’56	126.I:そうだね，じゃあ，D くんが測ってくれた 75° っていうのはこの図（R の回答用紙）で言うとどこになるのかな。D くん。
11’04	127.D:ん？この図で…
11’07	128.I:うん，D くんが測ってくれた 75° っていうのはどこになるのかな。どこからどこまでが 75° になると思う？
11’15	129.D:ここからここ？
11’21	130.I:ん？始まりの線はどこになるかな。あ，分度器当ててもいいよ。そうするとどこからどこになるかな。
11’33	131.D:［上向きに分度器を置く］ここからここ？［180 から 0 をなぞる］
11’40	132.I:ん？ここからここだと 180° だよ。さっき，どうやってやったっけ？一番最初。
11’44	133.D:こうやって［下向きに分度器を置く］
11’45	134.I:そうだ。逆さまにしたんだよね。そうすると，どこからどこが 75° になってる？
11’57	135.D:ここ（180）からここ（255）？［それぞれの線分を指す］
11’59	136.I:そうだね，今 R くんが延長線を引いてくれたよね，そう，延長線を引くと 75° っていう角度が出てくるよね。うん，そう，いいよ。じゃあね，最後に⑤どうやってやったか，2 人ともやってもらってもいい？
12’11	137.R:［下側の辺に合わせて上向きに置く。上側から下側に向かって弧をなぞる］
12’38	138.I:もし答え直したかったら変えてもいいよ。
12’40	139.R:［150° に訂正する］はい。
12’50	140.I:はい，どうぞ。
12’52	141.R:まず，線に合わせて，［下側の辺をなぞる］そして，ここの角度を測るんだから，ここの角度［30° を指す］だとちっちゃくなっちゃうから…。
13’15	142.I:ちっちゃくなっちゃう？どこが？
13’18	143.R:ここ，ここの［鉛筆で 30° にしるしをつける］，ここの角度は 30° で，だけどここの角度［上側から下側に向かって 330° の弧を描く］を測りたいから…。
13’29	144.I:そう，そこの部分を測りたいんだよね。だから，どこの目盛りを読んだ？
13’31	145.R:上。
13’33	146.I:上，うん。はじまりの線はどこ？
13’35	147.R:ここ？［下側の辺をなぞる］
13’36	148.I:ここ？で，上の目盛り読んだの？
13’39	149.R:うん。
13’40	150.I:うん，そうすると，150° ってなるんだけど，150 ってどこからどこまでをこの分度器は表しているのかな。
13’49	151.R:うーん。
13’50	152.I:［分度器の目盛りを左回りになぞりながら］150，140 って順番に戻っていくと…。一番最初の数字の所ってどこ？

13’57	153.R:［左側の 0 に鉛筆でしるしをつける］ここ？
13’59	154.I:あ，そうだね。ということは，ここ（0）からここ（150）は 150°だけど，⑤ってまだ大きくない？
14’08	155.R:うん。
14’10	156.I:うん。それってどうやって考えたらいいかな？
14’15	157.R:［分度器の置く位置に悩む］［下向きに一度置こうとしてやめる］
14’26	158.I:D くんは？
14’31	159.D:［180°から 30°に訂正］…。
14’40	160.I:はじまりのせんはどこかな？
14’42	161.D:はじまりの線？
14’43	162.I:うん，0 は？
14’45	163.D:［下側の辺を指す］ここ？
14’46	164.I:うん，じゃあ，下の目盛りで読んだんだ？
14’48	165.D:うん。
14’49	166.I:うん，で，そのまま見て，30 はどこ？
14’53	167.D: ［下側の目盛りの 30 を指す］
14’54	168.I:おお，それってどこからどこが 30 なの？
14’56	169.D:ここ［30°を指す］。
15’01	170.I:うん，でも⑤ってそこじゃないところ指してない？
15’03	171.D:…。
15’14	172.I:さっきの R くんがやってくれた延長線のやり方で 2 人でやってみようか？うん，じゃあ，下の線に合わせて引いてみようか。
15’30	173.D&R:［下の辺に定規を合わせて延長線を引く］
15’45	174.I:うん，そうすると，③と同じように。うん，どうやってやった？
15’49	175.R:③と同じように延長線を引いたら，ここの 180°になるから，［分度器を下側の辺に合わせて置く］，だから測って。
15’58	176.I:うん，上は？
16’01	177.R:測って，150°になるから，180 足す 150°で 300…330°？
16’12	178.I:うんうん，D くんはどうやってやったらいいと思う？
16’14	179.D:［分度器を下側の辺に合わせて置く］…。
16’18	180.I:延長線を引いて？まずどこからどこまで測ったらいいかな。上向きに使ったら。
16’25	181.D:…。
16’40	182.I:最初はここ（0）とここ（150）の上の部分を見ればいいんじゃない？
16’42	183.D:うん。
16’44	184.I: そうすると，そこは何度になってるかな。
16’46	185.D:［150 の目盛りをなぞる］…。
16’52	186.I:はじまりの線はどこかな？
16’54	187.D:［下側の辺をなぞる］ここ？

16'55	188.I:うん，はじまりの線はここで［延長線をなぞる］，そうすると，上と下とどっちみたらいい？
17'03	189.D:上？
17'04	190.I:うんうん，このままぐいーって見ていくとどう？［0 から右回りに弧を指で描く］
17'06	191.D:150°？
17'07	192.I:うん，そこが 150°だよね。で，⑤は残りあるよね。残りはどうやって測ったらいい？
17'17	193.D:［分度器を下向きにしようとして悩む］
17'20	194.I:ここからここまでが 150°だったよね。あと，残りの下の部分はどうやってはかったらいい？
17'26	195.D:［分度器を下向きに置く］
17'29	196.I:そうそう，するとそこは何度になってる？
17'34	197.D:ん？
17'38	198.I:下，全部になってない？全部。
17'40	199.D:うん。
17'41	200.I:うん，それ全部って何度だっけ？
17'43	201.D:180°？
17'44	202.I:うんうん，そうだよね。だから，さっき R くんが言ってくれたみたいに上が 150°で，下が 180°だから，足して 330°って。答えてくれたのね。
18'02	203.D:［解答用紙に 330°と描きこむ］
18'04	204.I:うん，はい。じゃあね，次は 4 番の問題に行くね。4 番は 300°の絵を描いてもらったんだけど，じゃあ D くんの方から，どうやってこの 300°を描いたのか，この説明をみながらもう一回やってもらってもいい？どうやってやったか, 分度器と定規を使って説明してもらってもいいかな？
18'28	205.D:えっと，［定規を置く］どこでもいいから，線を引いて，［分度器を下向きに置く］同じ所において…。ん？どうやって？ん？130°？［130 の目盛りをなぞる］。あ，ここ，延長線…。
19'18	206.I:もし忘れちゃったらもう一回下にやり直してもいいよ。
19'28	207.D:［定規と分度器を用いて再度 300°を描き始める］
19'32	208.I:うん，R くんはどうやって 300°を描いた？
19'35	209.R:［分度器を上向きに置く］…。
19'48	210.I:最初上向きに置いた？
19'50	211.R:うん。
19'51	212.I:でも，延長線引いてくれてるよね。うん，延長線引いてどうしたらいいかな。
19'59	213.R:［分度器を下向きに置く］…こっちに置いたけど，180°足す 60°は 300 になってないから…。
20'18	214.I:うん，でもここが 60°だよね。300°になってない？何度になってる？
20'26	215.R:240°。
20'28	216.I:どこからどこが？

20’30	217.R:ここ（0）からここ（180）［下半分をなぞる］
20’32	218.I:ここからここ？始まりの線をどこにすると 240°になるの？
20’35	219.R:［300 から 0 に向かって右回りに弧を描く］ここ。
20’43	220.I:うん，［分度器を下向きに置く］これで，どこが 60°？
20’45	221.R:ここ［300 を示す辺をなぞる］。
20’48	223.I:うん，始まりの線はどこ？
20’49	224.R:ここ［0 及び延長線をなぞる］。
20’50	225.I:うん，0 から 60 だよね［指でその間をなぞる］。あと，240 っていうのは？
21’10	226.D:（再度描き直した図をもとに）
21’17	227.I:延長線引いて，延長線引くと何がいいんだっけ？［分度器を下向きに置いて悩む］
21’40	228.I:この 130°ってどうやって出した？
21’45	229.D:120 と 130 の間くらい…。
21’47	230.I:うん，0 はどこ？
21’49	231.D:［右側の辺（0）を指す］
21’50	232.I:うん，ここ（0）からここ（下側の辺）が 130 で，あとは，300°だから？
21’56	233.D:120°？
22’01	234.R:180 足す 120 は 300。
22’12	235.I:うん，じゃあ，R くんはどうやってやった？
22’17	236.R:あの，さっきと同じように，［分度器を上向きに置く］ここが 180°で，そして，［紙を逆さまにして分度器を上向きに置く］あの，ここ（右側の 0）の…じゃなくて。
22’29	237.I:はじまりはそこ？
22’31	238.R:じゃなくて，ここ（左側の 0）からここまで［右回りに 60°なぞる］，だけど，うーん，60°になってるんだけど，ここから測ると 120°になってるから。
22’55	239.I:どこから測ると 120°？
22’58	240.R:ここ（右側の 0）。［左回りに 120°なぞる］
22’59	241.I:ああ，下の目盛りだとね。
23’02	242.R:こっち（右側の 0）から測ると 120°になってるから，こっち（右側の 0）から測って，［左回りに 120°なぞる］120 にして，［120 にしるしをつける］あと，ここが 60°で。［紙を 90°回転させる］だけど，ここ（上半分）にも 180°ができてるから，あとはここの角度（180°）とここの角度（120）をやれば，180 足す 120°で 300°。
23’34	243.I:おお，ってことはどこからどこまでが 300°になるの？
23’38	244.R:ここ，うんと，180°と［延長線をなぞる］。
23’41	245.I:180°のしるし，丸をつけていいよ。180 のしるしはどこになる？
23’48	246.R:うん…［180 から 0 に向かって弧を描く］
23’51	247.I:うん，そこと，あとどこ？
23’56	248.R:あと，ここ（下向きの 120°）？
23’57	249.I:うんうん，ってことは，0 はどこ？0 の線は？
23’59	250.R:0 の線はここ［基線及び延長線をなぞる］。

24’03	251.I:うん，こっち（基線）とこっち（延長線）どっちかな？
24’06	252.R:こっち［基線をなぞる］。
24’07	253.I:うん，そうだね。D くんはどうかな。
24’10	254.D:…。
24’17	255.I:うん，じゃあ，R くん，ここからここっていう 300°，大きい丸のしるし付けてもらってもいいかな。
24’28	256.R:300°？
24’32	257.I:うん，300°全部を指す大きい丸の印。
24’35	258.R:［下向き 120°の辺から右回りに 0°までしるしをつける］
24’36	259.I:おお，なるほどね。D くんはどうやってやった？
24’42	260.R:［分度器を下向きに置く］130°だから…。
24’52	261.I:どうして 130 っていう数字が出てきた？
24’57	262.R:［分度器を下向きに置いたまま悩む］うーん，［測定の問題の⑤を見る］330°…。
25’22	263.I:うん，じゃあ，2 人で 300°の描き方を考えてみよう。［ゆうたさんの考えとりつこさんの考えの描かれたプリントを渡す］300°ね，いまね，授業で 2 つ，ゆうたさんの考えとりつこさんの考えが出てきたよね。そうすると，じゃあ，りつこさんの考えから行こう。りつこさんの考えっていうのは，延長線を引いて，で，延長線，180°までした分度器 1 回でできないよね。だから，300°を描くときには延長線を引いて，それよりも何度大きいかなっていうのを考えたのがりつこさんの考えね。そうすると，□って何が入るかな。
26’10	264.R:うんと…。
26’13	265.I:300°は 180°よりも何度大きいかを考えると？
26’24	266.R:［□に 120°と描く］120°？
26’34	267.I:うんうん，180 に 120 足りないんだよね。じゃあね，いま 2 人に示してほしいんだけど，この棒を使って。［2 人にそれぞれ回転する棒を渡す］180 ってこれで示せるかな。青い線をはじめの線とすると。最初，こうやって，これがはじまりの線。［2 人に棒の使い方を教える］そうすると，180 ってどうやって表せる？
27’00	268.R:［右回りに青い棒を 180°分回す］
27’02	269.I:おお。
27’03	270.D:…。180°？
27’12	271.I:うん，180°，このはじまりの線がこの青い線ね。で，180 って言った時にはこうなるよね。［左回りに青い棒を 180°分回す］まず最初に，ここがはじまりの線で，ここからぐるっとこう回ったんだよね。さらにそれよりも大きいんだよね。じゃあ，120 ってどうやって表せるかな。ここまで 180．ここからぐるーって回って 180．で，さらに，300°ってどこまで回るの？
27’44	272.R:ここ？［プリントに示された 300°の線をなぞる］
27’47	273.I:うん，回してもらってもいい？
27’50	274.D&R:［さらに 120°分回転させる］
27’51	275.I:うんうん，ってことは，はじめをこうしたときに［2 本の棒をはじめの状態に戻す］，

	300°ってどれくらいの大きさって表せる？
28’00	276.R:［0から左回りに300°回す］半分？
28’05	277.I:うん，半分超えて？
28’09	278.D:［0から左回りに300°回す］
28’10	279.I:うんうん，それがりつこさんの考えだよね。じゃあ，次にゆうたさんの考えね，ゆうたさんはどうやってやったかっていうと。
28’17	280.R:延長線引かない。
28’19	281.I:うん，延長線引かないでどうやってやったんだっけ？
28’21	282.R:えっと。
28’24	283.D:そのまま？
28’26	284.I:うん，じゃあ，Dくんの方から聞いていこうかな。どうやってゆうたさんやったんだっけ？
28’30	285.D:［回転する棒を使う］延長線じゃなくて…。［回転する棒を0から300まで回す］
28’42	286.I:うん，どこ測ったんだっけ？
28’43	287.D:ここ［300と360の間をさす］。
28’47	288.I:うんうん，そうだよね。そうすると，ゆうたさんは360よりも300がどれだけ小さいかっていうのを最初考えたんだよね。ってことは□は何が入るかな。
29’01	289.D&R:［□に60°と描く］
29’04	290.I:うんうん，それってどこからどこまでのことを指しているの？この絵の中で。
29’07	291.R:ここ［300と360の間を指す］
29’10	292.I:うん，じゃあ，そうだよね，そしたら，360っていうのはこの棒を使うと表せるかな？どこからどこまでを360って表せる？青いのをはじめの線とすると。
29’22	293.R:まず，ここ（0）からここ［左回りに1回転させる］。
29’31	294.I:うんうん，［Dに対して］これをはじめの線とすると，これで180だよね，360っていうと？
29’43	295.D:［180から360まで左回りに回転させる］
29’44	296.I:そうそう，一周しちゃうんだよね。で，360 - 60，引く60ってどういうこと？引く60ってどういうこと？
29’52	297.R:えっと，まず，300°で？
29’59	298.I:うん，360°っていうのはここからこう一周したんだよね。で，引く60っていうのはどういうこと？一周しました，引く60は？
30’11	299.R:ここの角度？［300と360の間を指す］
30’12	300.D:［60°分右回りに回転させる］
30’14	301.I:そうそう，戻すんだよね。いまDくんがやってくれたんだけど，一周こうやってなるよね，で引く60っていうのは？
30’25	302.D:そこから角を戻して。ここ［0から300の間を指す］の角度を測ると，ここ（300）までって考えて。
30’38	303.I:そう，0から1周して，戻すってことは，結局どれだけ回ってるの？

30’47	304.R:一周じゃなくて。
30’48	305.I:一周回って戻ってるんだから，結局どれだけ回ってるの？
30’55	306.D&R:［棒が 300° に開いた状態で悩む］
31’00	307.R:これくらい？
31’02	308.I:うん，一周回って戻ってるってことは結局？
31’07	309.D:3 直角。
31’10	310.I:うん，3 直角とちょっとくらいだよね。うん，はい，いいよ。じゃあね，2 人に聞きたいんだけど，3 番と 4 番の問題をいまやってみて，180° を超えちゃった角度あったよね，③とか⑤とかこういう（300°）やつ。これを，こういう 1 回の分度器じゃ測れない時，D くんから聞いていくね。何か気を付けていることってある？
31’38	311.D:えっと…。えっと，［③に分度器を下向きに置く］この辺に合わせて。
32’06	312.I:うん，どこの辺に？
32’08	313.D:ここ［③の上側の辺をなぞる］。
32’10	314.I:ああ。
32’12	315.D:ここの辺の所に合わせて測る。
32’16	316.I:うんうん，180° を超えるところはどうやって見てる？
32’20	317.D:180° を超える所は…。
32’27	318.I:うん，1 回では測れない所。そこを見るときに，何か分度器を読むときに気をつけてることってあるかな。
32’33	319.D:…。
32’43	320.I:こういう（60° や 120°）だとやらないけど，こういう（255°）だとやるよっていうのとか。
32’48	321.D:延長線を引く？
32’50	322.I:うん，延長線を引くのか。うんうん，R くんは何か気を付けていることある？
32’59	323.R:［⑤に分度器を置く］うーん…。
33’01	324.I:③とか⑤やるのと，①や②やるのだと，こういうこと違うよ，こういうこと気をつけてるよってある？
33’11	325.R:うーん…。なんだろう。［④に分度器を置き直す］
33’34	326.I:うん，いいよ，じゃあね，2 人とも最後の質問ね。今日⑤の問題を測ってみて，2 人とも答え直したよね。今日⑤の問題をもう一回やってみて，何かここに気を付ければ 330 ってわかったっていうことあった？じゃあ，D くんから聞いてこう。
33’51	327.D:延長線を引くっていうのと…。
34’05	328.R:あ，わかった。
34’08	329.I:［D に対して］どうして最初 180 って答えちゃったんだと思う？
34’11	330.D:延長線を引かないでそのまま。
34’15	331.I:うん，延長線引くと測りやすい？
34’17	332.D:うん。
34’18	333.I:R くんはどうして，330° に答えを変えたよね。そうするためにはどうしたらいいと

	思った？
34’30	334.R:うんと，ここは 30°になってるんだから，330°と 30°を足すと 360°でぴったりになるから，ゆうたさんの考えみたいにまた広げて 30°だけ測ると，360°引く 30 で 330 になると思う。
35’01	335.I:はい，わかりました，いいよ。じゃあ，時間なので，これで 2 人への質問を終わりにします。ありがとうございました。
35’08	336.D&R:ありがとうございました。

児童インタビュー（前野小４年⑤）プロトコル（児童 X）	
時間	発話項目［　］内は表出行動（時間：発話開始時）X:児童，I:筆者
	（途中でビデオカメラが故障し，最初から取り直し）
2’30	1.I:よろしくお願いします。じゃあ，4 番の問題について，どうやって 300°を X ちゃんが描いたかを，もう一回説明してもらってもいいかな？
2’42	2.X:はい。まず 1 本のもとになる線に，180°の線をやって［左側の水平線を指で描く］，で，ここが 180°なので，分度器を反対にして［逆さまにする］，それでここの 0（右側の 0）からここ（下向き 120 の線）までを。
3’11	3.I:あ，うんうん，それはどこの目盛りを読んだの？
3’13	4.X:ここの目盛り［120 を指す］。
3’14	5.I:上（120）の目盛り？
3’16	6.X:うん，それで 120°になったので，180，これはもとから 180…［右回りに 180 を指で描く］。で，ここの全ての角［左回りに 1 周を指で描く］
3’28	7.I:一周？
3’30	8.X:一周が 360°で，360 引く 120…。あ，120？360 引く…あれ，どうやったっけ。ここの間が［下向きの 60 を指す］。
3’46	9.I:どこが 120°になった？
3’48	10.X:ここのところが 120°で，ここ［水平線をなぞる］が 180°だったから，この上が 180°で，それでここ（180 と 240 の間）が 60°だったから…。うーん。
4’02	11.I:あ，そっかそっか。ここで，こうやって線を，延長線を引くんだよね［180°を示す水平な線分を描く］。そうすると？
4’12	12.X:180…。
4’15	13.I:ここ（上半分）が 180°？うん。
4’19	14.X:それで，ここが 60 で。
4’23	15.I:ん？どこが 60 になる？
4’24	16.X:ここ［下向き 60°の線分をなぞる］。で，ここが 60 だから，それで，300°。
4’30	17.I:うんうん，えっと，その 60 とか 120 っていうのはどういう風にして求めたの？
4’40	18.X:うんと，こうやって逆さに分度器を当てると，そうするとここに 120°ができる［120 の線をなぞる］。
4’54	19.I:うんうん，何か頭の中で足し算とか引き算とかした？
4’57	20.X:［うなずく］
4’59	21.I:どういう足し算とか引き算とかした？
5’00	22.X:えっと，どういう…。なんだろう。
5’08	23.I:なんか，授業のときにりつこさんの考えとかゆうたさんの考えってやってたよね。うん，ああいうのを使うとどういう足し算とか引き算だったのかな。
5’19	24.X:それだと，360－60 で 300，で，120＋…60？
5’34	25.I:うんうん，そっかそっか。じゃあ，それは，この絵を描く前に頭の中で，あ，120°を描かなきゃとか，60°を描かなきゃっていうのは，そういう足し算，引き算で頭の中から

	描く前にやった？
5’50	26.X:うん。
5’51	27.I:うんうん，はい。じゃあもう一回確認してみようか。まず，120 ってどこかな？
6’01	28.X:これ（分度器）を，こうしてみると［上向きに置く］…。
6’04	29.I:どこからどこが 180°？
6’06	30.X:この，延長線を引いた，この上の部分が 180°で。
6’09	31.I:うんうん，始まりの線はどこかな？0 の線はどこかな？
6’12	32.X:ここの線。［水平線の右半分をなぞる］
6’14	33.I:うんうん，その線で。で，180 の線はどこ？
6’17	34.X:ここ（延長線）。
6’18	35.I:うんうん，そうするとどこからどこまでが 180 かな？
6’20	36.X:ここ（180）からここ（0）まで［水平線をなぞる］。
6’22	37.I:うん，で，60 っていうのは。どこが 0 で，どこが 60？
6’29	38.X:ここ（0）が 0 で，ここまで（下向き 120°）が 60。
6’34	39.I:どこから，あ，ここ（180）からここ（240）の間？
6’37	40.X:［うなずく］
6’38	41.I:うんうん，それで，120 っていうのは，どこが 0 で，どこが 120？
6’42	42.X:ここ［下向き 120°をなぞる］。ここの水平な線があって。ここ（下向き 120）の線からここの線（水平線）まで。
6’53	43.I:ああ，ここ（下向き 120）が 0 なんだ？で，この線（水平線）が 120 の線？
6’56	44.X:こっち（水平線）が 0 でこっち（下向き 120）が 120 の線。
7’00	45.I:ああ，っていうことは，ここが 180 で［上向き，左回りに 180 の弧を描く］，ここが 60 で，ここが 120 なんだ［回転をイメージできるように一周弧を描く］？
7’05	46.X:うん。
7’08	47.I:そうすると，300°ってどこからどこまでになるかな？
7’12	48.X:ここ（0）からこう，ここ（240）まで［左回りに弧を描く］。
7’14	49.I:おお，ここ（上半分）が 180 で，ここが 60 で，ここが 120 だよね。［それぞれの場所に数字を描く］
7’22	50.X:うん。
7’23	51.I:そうすると，300°ってここ（0）からここ（240）かな？
7’28	52.X:うーん…。
7’45	53.I:うん，じゃあ，授業のときにりつこさんの考えってやってもらったと思うの［延長線の示されたプリントを提示する］。これを使うと，えっと，180，まず，この式（180°＋□＝300°）の□の中には何が入るか分かるかな？
8’04	54.X:120。
8’05	55.I:うん，そうだよね。120 が入るよね。で，そうすると，もう一回これで 300°描けるかな？線引けるかな？
8’25	56.X:120…。

8’26	57.I:まず，ここ（0）がスタートだよね。
8’27	58.X:ここがスタートで［基線を指でなぞる］。で，120…。120°。
8’35	59.I:うん，じゃあ，120だと思う所に線を引いていいよ。どんな感じ？
8’40	60.X:［下向き120°に線を引く］
8’55	61.I:うん，そうすると，どこからどこが120°だと思った？
8’59	62.X:ここ（180）からここまで（300）［指で弧をなぞる］。
9’02	63.I:ああ，っていうことは，こうすると，上に置くと，まず最初の0ってどこ？初めの線。
9’12	64.X:ここ（180）。
9’14	65.I:うん，一番最初のときは？
9’16	66.X:［0を指す］
9’17	67.I:うん，一番最初の線はここで，180は？
9’19	68.X:ここ（180を指す）。
9’20	69.I:うん，で，次に120°を測るときにはどうするの？
9’26	70.X:120を測るときにはこうやって［分度器を下向きにする］。
9’32	71.I:ああ，分度器を逆さにして，で，ここ（180）の線はどうなるのかな。さっき，ここの線って180だったよね。で，いま，下向きに使うとこの線ってどうなるのかな？
9’42	72.X:まっすぐな線の上。
9’45	73.I:ああ，それって数字で言うといくつになるのかな？
9’48	74.X:0。
9’50	75.I:ああ，0の線になったんだ。ってことは，読んでる目盛りは上と下，2つあるけど，どっち見てる？
9’54	76.X:下。
9’55	76.I:おお，そうか。はい，わかりました。じゃあ，今の考え，この棒（回転する棒）を使って表してほしいんだけど，今，180＋120＝300っていう風に300°のことを考えてくれたよね。始めの線をこの青い線だとしたら，まず，180ってどういう風に表せるかな？
10’20	77.X:［反時計回りに180°開く］
10’22	78.I:うんうん，そこまでか。で，次に120っていうのはどうやって表すかな？180ｔ＋120ってどうやって表す？
10’36	79.X:120…。
10’44	80.I:ここまで回ると180で，で，足す120ってことはどういうことかな？
10’54	81.X:ここから120°を回して…。
10’57	82.I:回してもらってもいい？
10’59	83.X:うーん，どうしたら。
11’05	84.I:うん，ここまでで180だよね。最初0だったのが回って，180まで回って。そしたら，足す120ってあとどうやって表せるかな？
11’23	85.X:120…。
11’28	86.I:この（プリントの）絵を見てもいいよ。
11’40	87.I:足すってことは，もっと回るってことだよね。

11’41	88.X:［うなずく］
11’42	89.I:うん，もっとどうやって回ったらいいかな？
11’43	90.X:えっと，こっちに回ると［さらに 120°反時計回りに回転させる］
11’45	91.I:うんうん，どこら辺くらいまで？
11’49	92.X:ずっといって，ここら辺［およそ 300°あたりで止める］。
11’51	93.I:うん，その辺くらいまでね。うんうん，ってことは，300°ってどういうのが 300°かな。どういう風に回ったのが 300°かな？
12’00	94.X:ここ（0）からここ（300）までぐるっと回ったのが 300°。
12’03	95.I:おお，はい，わかりました。じゃあ，次に，りつこさんの考えの他にゆうたさんの考えでやったのは覚えてる？
12’08	96.X:うん。
12’09	97.I:うん，ゆうたさんって，えっと，こういう風にして 300°を描いたのね［360－60 の図が描かれたプリントを提示する］。これって，どういう風にして描いたのか説明できるかな。
12’27	98.X:うーん。例えば，まず，一周した所が 360°だから，そこから 300 にするには，360 から 60 になるから，この一周した所の［時計回りに一周なぞる］，ここ（60）の部分が［時計回りに 60°なぞる］，60 だから，そこに線を引いて，ここが 300°［反時計回り 300°をなぞる］。
12’57	99.I:あ，そうやって考えたんだ。じゃあね，今説明してくれたことをこの棒を使って説明できるかな。この回るやつで。
13’09	100.X:これは，一周したところが 360°だから。
13’15	101.I:うん，まず，一周させようか。ぐるっと一周させると 360 で。
13’21	102.X:一周で 360 になって。そして［再度 0 から 300 までを反時計回りに回し直す］，ちょうどこれくらいで 60°だから，ここのところを引いて，ここが［反時計回りに 300°を指でなぞる］。
13’41	103.I:ああ，ってことは，最初こうスタートしてぐるっと 1 周するよね。これで，360 なんだけど，引く 60 ってことは，60°どうすればいいの？
13’56	104.X:測って…。60°をはかって，そうして，うーんと，360 だからそこから 60 を引くと 300°になる。
14’18	105.I:おお，こうぐるっと回って 360 で，で，60 っていうのはどっちの方向に回ってる？
14’25	106.X:どっち…。
14’30	107.I:時計回りかな。それとも時計と反対かな。
14’35	108.X:時計と…？
14’38	109.I:反対？ってことはこう［時計回りに 60°回転させてみる］？
14’41	110.X:違うな。こっち。［反時計回りに回す］60。
14’45	111.I:こっち（時計回り）に 60？うんうん，そうだよね。1 回，0 からスタートして 360 までいっちゃったんだけど，行きすぎたってなって 60°戻ってるのかな。
14’58	112.X:うん。
14’59	113.I:うんうん，そうすると，全部で結局 300°ってどこからどこまで回ったことになる？

15’05	114.X:ここ（0）からここ（300）まで［反時計回りに指でなぞる］。
15’10	115.I:うんうん，はい，わかりました。ありがとう。はい，では，X ちゃんに聞きたいことはこれで終わりなので。ありがとうございました。
15’19	116.X:ありがとうございました。

児童インタビュー（前野小 4 年⑥）プロトコル（児童 C）	
時間	発話項目［　］内は表出行動（時間：発話開始時）C:児童，I:筆者
0'00	1.I:じゃあ，1 週間くらい前にこの紙のアンケートに答えてくれたのは覚えてるかな？
0'10	2.C:はい，覚えてます。
0'12	3.I:うん，じゃあね，今日 C ちゃんが答えてくれたことについてもうちょっと聞きたいなって思ったので，ここに来てもらいました。よろしくお願いします。
0'24	4.C:よろしくお願いします。
0'27	5.I:えっと，C ちゃんに聞きたいのは 4 番の問題についてちょっと聞きたいんだけど，4 番の問題，300°を描いてもらったんだけど，どうやって描いたのかこの説明をみながらもう一回説明してもらってもいいかな？
0'40	6.C:えっと，学校で習ったやり方なんですけど，180°はこういう風にもう直線をひいちゃえばできたってことになっちゃうので，180＋120 は 300°になるので。
0'55	7.I:あ，それは，この，ここ（図の下にある筆算）で計算したのね。
0'58	8.C:うん，それで，じゃあ，ここ［下向き 60°を指す］に 120°を描いて，300°［240 から 0 まで時計回りになぞる］にしました。
1'04	9.I:あー。それは，りつこさんの考えを使ってやったのかな。
1'08	10.C:うん。
1'12	11.I:うん，そっかそっか。じゃあ，いまここ（180°）に C ちゃんは線を引いたんだ？線があるって頭の中で考えた？
1'17	12.C:うん。
1'18	13.I:うんうん。［180°を表す線を引く］そうすると，ここがもしこうやって，線があると思ったら，ここ（上半分）は 180°？
1'25	14.C:はい。
1'26	15.I:120°はどこかな？
1'28	16.C:120°はここです。［180 から 240 の間をなぞる］
1'30	17.I:おお，じゃあ，分度器を使って実際に，ここからここが 180°で，ここからここが 120°だよって教えてもらってもいい？
1'37	18.C:はい，えっと，［上向きに置く］ここが 180°。［180 から 0 まで時計回りになぞる］
1'47	19.I:あ，ここ（180）からスタートね。
1'48	20.C:うん，どっちから数えてもいいんです。
1'50	21.I:うん，でも C ちゃんはここ（180）から読んだの？0 はどっちの目盛りで読んだ？上の目盛りと下の目盛りと，分度器って 2 つあるよね。
1'58	22.C:そのときは，あの，あ，時間ないかなって思って，こっち（180）から一気に。
2'02	23.I:あ，そっち（180）から読んだんだね。ってことは，ここ（180）が 0 で，ここ［時計回りになぞる］が 180 って読んだんだね。
2'07	24.C:はい。
2'08	25.I:うん，いいよ。じゃあね，120°はどこからどうやってやった？
2'10	26.C:［質問紙を逆さにする］こういう風に回して，［分度器を上向きに使う］で，えーと，こ

	こ（180）から，あれ？ここ（左回り 60°）かな？
2’23	27.I:どっちから読んだ？
2’25	28.C:こっち（0）から。あ，でもこっち（0）から読むと 60°。あ，描き間違えた。
2’29	30.I:あ，描き間違えた？
2’32	31.C:本当はこっち（0）から読んだら，普通は，ここ（120）が 120 で，300°になる。
2’37	32.I:ああ，そっか，そっか。じゃあ，もしこっち（180）から読んだらどうかな。
2’41	33.C:そしたら 120［180 から右回りに 120°描く］がここにできる。
2’43	34.I:ああ，ってことは，300°の位置，変わるよね？丸いしるしの部分。どういう風に丸いしるしの部分変えられるかな？［質問紙の向きを元に戻す］
2’51	35.C:うーん…。
3’00	36.I:上側，ここ全部で 180°だよね。で，いま，120 の位置がどこだか，間違えちゃったのかな。うん，そうすると，こう測るよね。［分度器を下向きに置く］そうすると，120 って，今どこからどこまでってわかったんだっけ？
3’19	37.C:ここ（360）からここ（240）と，ここ（180）からここ（300）。
3’23	38.I:ああ，ってことは，もし，ここ（360）からここ（240），上の目盛りで読んだ場合，これ（解答の図）でも，120°の線って引けてるよね。
3’32	39.C:はい。
3’33	40.I:うん，そうすると，どこからどこが 120°になるんだっけ？
3’37	41.C:ここ［240 と 360 の間をなぞる］
3’38	42.I:うんうん，ここからここが 120°になるんだよね。そうすると，結局どこからどこまでが 300°になるの？
3’47	43.C:ここ（0）の直線［水平線をなぞる］からここ［時計回りに 300°をなぞる］
3’49	44.I:おお，じゃあ，ここ（180）を 0 と見ればいいんだ？
3’51	45.C:うん。
3’52	46.I:はい，わかりました。じゃあね，授業でね，今のはりつこさんの考えだよね。で，授業では，もう一個ゆうたさんの考えってやったよね。ゆうたさんの考えでやると，300°ってこういう風に描けるんだけど，［プリントを提示する］ここの下の□の式ってどういう風になるかわかる？
4’12	47.C:はい，60°です。
4’15	48.I:うんうん，OK，で，そうすると，ゆうたさんはこういう式を使って，どうやって描いたのか説明してもらってもいい？
4’21	49.C:えっと，一回りは 360°になるので，それから 60°を引くと 300°になるから，この問題では 300°を描くってことなので，反対側の角（60）を描いて，こっちからこういう感じで。［300 から時計回りに 0 までなぞる］
4’42	50.I:ってことは，300°がここになるんだ？
4’43	51.C:はい。
4’44	52.I:うんうん，じゃあ，今，説明してくれたことを，この棒（回転する棒）を使って説明できるかな？じゃあ，まず，りつこさんの方からやってみようか。最初，あ，ここ（180）が 0 だ

	ったんだっけ，さっき。うん，そうすると，ここからどうやってやるのが 180 かな。［基線を 180 に合わせて棒を置く］
5’05	53.C:180 は，こういう風に（180 を基線に時計回りに 180°回転させる）。
5’07	54.I:おお，半分だけ回すのね。で，次に 180°に何するんだっけ？300°にするには？
5’15	55.C:120°を足す。
5’17	56.I:うん，それってどう表せるかな。棒を使うと。
5’23	57.C:棒を使うと…。
5’26	58.I:こうスタートするよね［180 から 0 まで時計回りに棒を回す］。そうすると，180 まで行ったよね。で，次に 120 って，あと 120 ってどう表せる？
5’33	59.C:うーん，分度器使ったりするけど，大体こんな位かな［さらに時計回りに 120°回す］。
5’38	60.I:ああ，さらにもっと回るわけね。
5’40	61.C:うん。
5’41 5’45	62.I:ああ，はい，じゃあ，ゆうたさんの考えだとどうかな？ゆうたさんの考えだと，360－60＝300 っていうのを，いま棒を回す様子で表せるかな？
5’57	63.C:うーん，一回回ってこれが 360 だとすると，ここが 60°だとすると［60°分棒を開く］，そうすると，ここの部分を取って，まわりが 300°になる。
6’15	64.I:うん，じゃあ，もしここ（0）からスタートして一周するよね。これで 360 だよね。で，300 にするにはどうしたらいいの？
6’22	65.C:ここ（360）からちょっと。60°。ちょっと。［時計回りに 60°回す］
6’25	66.I:ああ，戻るんだ？
6’27	67.C:はい。戻ったり，行くときに［反時計回りに弧を描く］，60°の所で止まる。360 の前の 300 で。
6’34	68.I:ああ，はい，わかりました。じゃあね，C ちゃんが 180°を超える角度って一回じゃ測れないよね，分度器って 180°までしかないから。だから，こういう角度とかこういう角度を何度かなって知りたいなって思ったときに気を付けていることってあるかな？
7’01	69.C:えっと，最初の 0 のここの線からこういう風に線（延長線）を引いて測ってる。
7’08	70.I:ああ，こう色々筆算してくれてるけど，そういうのもするのかな？
7’15	71.C:はい，ちょっと頭の中で考えられない時もあるので，頑張って。
7’20	72.I:ああ，じゃあ，頭の中で考えてから，こういうのを描いたり測ったりしてる？
7’27	73.C:はい。
7’29	74.I:はい，わかりました。じゃあね，最後ね，このプリントじゃない問題で，C ちゃんに聞きたいことがあるんだけど，えっと，棒を使って今，一周が 360°だよってやってくれたよね。この棒って 1 回転以上なるかな？
7’50	75.C:何回転も出来ると思う。
7’54	76.I:できる？そういうものって C ちゃんの回りにあったりする？何回転もするものって。見たことあったりする？
8’05	77.C:うーん。うふふ。でも一回転しちゃうと，また一回転しちゃうこともあるし。
8’12	78.I:ああ，うんうん，じゃあ，一回転以上しそうなこともあるんだね。うん，じゃあね，角度

	って 360° で一回転だよね。
8’25	79.C:うん。
8’26	80.I:うん，360 より大きい角度ってあると思う？
8’33	81.C:うーん，あるかなぁ。(笑)
8’34	82.I:あるかなぁ？じゃあね，今ねここにね，時計に似たようなこういうのがあるんだけど，［円盤を提示する］じゃあ，針がね，バナナから出発して一回転するのね。でね，一回転して，メロンのところでとまると何度になるかな？
8’53	83.C:120° ？
8’54	84.I:うん，バナナが一回転して，メロンの所にとまるんだよ。［針を回す］そうすると？
9’06	85.C:え，一回転で 360 だから，480° ？
9’15	86.I:おお，なるほどね。今，360° より大きい角度がでてきたよね。そういうこともあるのかもね。じゃあね，C ちゃん，今，バナナから出発してどこどこの所にとまると何度になるっていうの，好きなの作ってもらってもいい？私，いま，バナナから出発してメロンで止まると 480° って言ったんだけど。他に，バナナから出発してどこで止まると何度ってある？
9’43	87.C:バナナから出発して，一回転してブドウにとまると 390° ？
9’54	88.I:おお，はい。わかりました。うん，これで，C ちゃんに聞きたいことは終わりなので教室に戻ろうね。ありがとうございました。
10’04	89.C:ありがとうございました。

生徒インタビュー（伊奈高２年①）プロトコル（生徒 N）	
時間	発話項目［　］内は表出行動（時間：発話開始時）N:生徒，I:筆者
	（弧度法に関するインタビューの前に一般角に関するインタビューを実施する）
4’45	1.I:1 番の問題については以上です。じゃあ，次に 2 番の問題に行くね。2 番の問題は，まず，問題の意味はわかったかな。
4’54	2.N:…なんとなく（笑）
4’55	3.I:なんとなく，うん，そうだよね。じゃあね，まず（1），ここの所では，1 ラジアンっていうのがどういうのかっていうのをこの図（図 3）を使って説明してて，（1）でこれ（図 4）の中心角を選んでくださいっていう問題なんだけど，今，N さんは 3 ラジアンを選んでるんだけど，それはどうして 3 ラジアンを選んだの？
5’21	4.N:えっと，これ（図 3）とこれ（図 4）は，あの，見た目では同じ大きさなので，で，ここが 1 で，ここが 1 でそれで 1 ラジアンなので。
5’34	5.I:ああ，3 倍，3 倍で？
5’35	6.N:はい（笑）
5’36	7.I:で，3 ラジアンだと思った？
5’37	8.N:思いました。
5’37	9.I:ああ，なるほどね。うん，そうすると今，1 ラジアンっていうのがどういうのかっていうと，その，弧度法っていうのは，半径に等しい長さの弧に対する中心角だから，半径が 1 で，弧の長さも 1 だったときに 1 ラジアンなのね。半径と弧の長さが等しいときに 1 ラジアンだから，そうすると答えどうなるかな。
6’03	10.N:あ，ウですか。
6’04	11.I:そうそう，1 ラジアンになるのね。じゃあね，いまそういう風に 1 ラジアンを捉えるとすると，（2）の問題に行きたいんだけど，（2）は，えっと，これ（図 5）と同じ弧の長さのものをこの 5 つから選んでもらうんだけど,アとイを選んだ理由をそれぞれ答えてもらってもいいかな。絵かなんか描いたかな，それとも頭の中で自分で？
6’33	12.N:えっと，ちょっと，描いてないです（笑）
6’35	13.I:うん，じゃあ，まずアを選んだ，半径も半分で中心角の大きさも半分の扇形だと思うんだけど，図 5 と比べると。これを同じ弧の長さだと思ったのはどうしてかな？
6’50	14.N:えっと，こっち（図 3）を見て，（笑）1 ラジアン，1 ラジアンで，全部等しかったので（笑）。こっち（図 5）も同じかなと思って選びました。
7’01	15.I:あ，じゃあ，イはどうしてこれだと思った？
7’05	16.N:イは…。
7’12	17.I:もしどうして選んだのか忘れちゃったら，今だったらどうやって考える？
7’18	18.N:同じものですか。
7’20	19.I:うん，これと同じ弧の長さを持つもの。
7’23	20.N:…。え，ふふっ。アとエですか？
7’57	21.I:エ？エはどうしてそう思った？半径が 2 倍になるよね，2 倍になって。
8’06	22.N:こっち（ア）の両方 2 倍？

8’10	23.I:ああ，でもこれ（半径）は 2 倍になってないよね。
8’11	24.N:あ，そうか。あれ？えっと…。
8’23	25.I:うん，じゃあ，図 5 の弧の長さって弧度法で表すと何になると思う？
8’26	26.N:弧度法？ θ ？
8’35	27.I:うんうん，そうだよね，ここが，半径が 1 で弧の長さも 1 だったときに 1 ラジアンだから，いま中心角が θ になってるから。
8’46	28.N:ここ（半径）とここ（弧の長さ）が同じかな。
8’50	29.I:うん，ってことはここ（図 5 の弧の長さ）は弧度法で表すと。あ，ここ（中心角）が θ ラジアンだよね。ってことは，ここ（弧の長さ）っていうのは？
9’01	30.N: θ ？
9’02	31.I:うんうん，そしたらこの中から弧の長さが θ になるものって選べそう？
9’10	32.N:え？ふふっ。
9’14	33.I:あ，絵描いてもいいよ。
9’16	34.N:えっと，［ア～オの扇形を描き始める］　アが…。イが…，あ，これ違う。［イとウを候補から削除する］［エとオの扇形を描く］　これ（エ）とこれ（オ）ですか？
10’12	35.I:これ？エとオ？かな？
10’22	36.N:あれ？ウもかな。
10’26	37.I:うんうん，この弧の長さが θ になるには，例えば，半径が 2 だったら，あ，ここ（図 5 の半径）伸ばして，伸ばしてみると，ここ半径が 2 倍になるよね。で，ここ（半径 2）と同じ長さになるには，もしこのまま（中心角が）同じ大きさだったら…。
10’50	38.N:あ，2 θ だ。
10’52	39.I:うんうん。
10’54	40.N:あ，半径が 1 じゃなくて 1/2？
10’55	41.I:そうそう，そうするとこれ（イ）かな。うん。
11’04	42.N:ウは $\theta/2$ だから。
11’06	43.I:うん，そうすると， $\theta/2$ だと，これ（図 5）の半分になるじゃん。
11’09	44.N:はい。あ，はい。あ，そっか。
11’18	45.I:うん，いいよ，じゃあ 2 枚目に行くね。うん，ここの問題（問題 2）では，半径が 1 で，弧の長さが 1 だったときに 1 ラジアンっていう，半径に等しい長さの弧に対する中心角っていうことを意味してたっていうことを，ちょっと頭に入れておいてもらって，で，3 番の問題に行きたいんだけど。3 番の問題の意味は分かったかな。
11’46	46.N:3 番は…。えっと。［問題文を読み直す］
11’55	47.I:あ，うん，もう一回読みなおしてもいいよ。
12’00	48.N:［答案を見直す］
12’29	49.I:この半径が 1 で，中心角が θ ？のここ（弧）の長さを求めたいって思っている A さんがいて，で，弧の長さを求めるには，中心，えっと，半径の 2 倍× π × $\theta/2\pi$ ，一周が 2π だからその分のいくつで計算したら，弧の長さが θ になったっていうのね。で，この考えだと，弧の長さが θ っていうもので表されているんだけど，それについてどう思うかっていう

	のを聞いたのね。で，そしたら弧の長さがθでいいかっていう…。
13’15	50.N:［アに○をつけ，解答を訂正しようとする］
13’16	51.I:あ，いいと思う？なんで？
13’20	52.N:え，弧の長さの求め方って，直径？直径×π？
13’39	53.I:うん，そのπっていうのは？
13’40	54.N:180° なんですけど。
13’48	55.I:ああ，一周が2π？
13’50	56.N:一周…分のでやってるので。
13’57	57.I:ああ，じゃあ，これ，どうしてこのときはこう描いちゃったんだと思う？
14’03	58.N:あんまり考えてなかった（笑）
14’05	59.I:あまり考えてなかった（笑）？
14’07	60.N:えっと，なんか，多分問題の意味が分かっていなかった。
14’11	61.I:ああ，なるほど，わかりました。あ，じゃあ，えっと…。
14’25	62.N:あ，でも，多分ここ，角度と，ここ…あれ，ここ（弧の長さ）を求めるんですか。
14’36	63.I:うん，ここ（弧の長さ）がθになったんだって，A さんは。で，その考えについて合っているか間違っているか，選んでほしかったの。
14’46	64.N:あ，多分，こっちが一緒になることはあまり考えられない。
14’55	65.I:ああ，なるほど，うん，ここ，同じθなんだけど，このθ（弧の長さ）って何？
15’02	66.N:ラジアン。
15’05	67.I:うんうん，で，ここのθ（中心角）っていうのは？
15’12	68.N:ラジアン。ん？θ？
15’14	69.I:うん，このθ，このθ（弧の長さ）が表しているものは何？
15’21	70.N:長さ？
15’24	71.I:うん，長さだよね。で，ここのθ（中心角）が表しているのは？
15’27	72.N:角度？
15’28	73.I:うん，でもこれは同じθでいいの？
15’33	74.N:大丈夫？［首をかしげる］
15’35	75.I:多分大丈夫？どうして？
15’40	76.N:…。ラジアン？
15’46	77.I:うんうん，もしあれだったら，図 3 のこれ使って説明できるかな。これでも，どれでも使ってもいいけど。
15’55	78.N:［図3に対して］えっと，1ラジアンが，ここととここが一緒の場合は1ラジアンで表せて…。えっと，ここが2だと，2倍になる。えっと，で，これ（弧の長さと中心角が 1）が同じ。
16’20	79.I:ああ，ってことは，同じ文字だけどいいんだ？違うものを表していても。
16’26	80.N:多分［首をかしげる］
16’28	81.I:うんうん，わかりました。じゃあ，最後に4番の問題に行くね。4番の問題の意味はわかったかな（笑）。初めてだよね，こういうのやるの。

16’41	82.N:ふふっ。はい。
16’46	83.I:普通の分度器ってこうやって何度っていう目盛りしか描いてないんだけど，今回高校で新しく弧度法っていうのを習って，弧度法の目盛り？のついた分度器を作ろうっていうので，そのラジアンを単位とするやつね。
17’06	84.N:けど，わからなくて…。
17’09	85.I:初めてだよね，こういうのね。うん，一応ここ（180°）に1ラジアンの目盛りを打ってくれてるんだけど，これは？
17’18	86.N:（笑）なんか，ラジアンとπがごっちゃになっちゃって。それで，変になっちゃった。
17’23	87.I:そうだよね，180°がπラジアンで，πラジアンで。
17’31	88.N:（笑）それと，なにか，ふふっ。
17’32	89.I:ああ，1πみたいに？あ，で，1ラジアン，みたいな？
17’33	90.N:はい（笑)。なんか間違ってます。
17’37	91.I:うんうん，そっかそっか。じゃあ，もし今，半径に等しい弧の長さに対する中心角を1ラジアンってすると，1ラジアンの目盛りって取れるかな，今なら。
17’52	92.N:半径が？
17’53	93.I:うん，半径に等しい長さの弧，だから，例えば，半径が1だったら弧の長さも1のとき，1ラジアンじゃん。半径が3だったら，弧の長さも3のときに1ラジアンじゃん。
18’05	94.N:はい。
18’06	95.I:そういうの使うと，1ラジアンの目盛りって。
18’11	96.N:あ，同じ。［180°を指す］
18’13	97.I:あ，そこになる？半径の長さってどこになる？
18’16	98.N:［定規を使って90°から垂線を下し，直径を2等分する］ここ。
18’21	99.I:うん，大体この辺だよね，で，半径の長さっていうのは？
18’24	100.N:半径の長さは…ここが半径。
18’30	101.I:うん，半径だよね。ってことは，そこと同じ長さが1ラジアン，そうすると。
18’40	102.N:はい，だから［0°から90°の間に矢印を描き，1とする］
18’45	103.I:あ，ここ？
18’48	104.N:ん？あ，はい。
18’49	105.I:ここ（半径）とここ（半円の弧の長さ）って同じかな？
18’51	106.N:あれ？すみません，えっと，半径と同じですよね。
19’01	107.I:うん。あ，こっちに描き直していいよ。［新しい解答用紙を渡す］
19’05	108.N:［問題2の図3を見る］両方同じで1ラジアンなんですよね。
19’10	109.I:うん，そう。例えば，じゃあ，半径が1，いや，r，いまここ（半径)，長さよくわからないからrってしたら，どこがrだったら1ラジアンになるの？
19’31	110.N:どこが？
19’34	111.I:うん，ここ（半径）をrとすると，1ラジアンの目盛りがこのどこかにつくと思うんだけど，どこがrだったら，こういう風に1ラジアンってできるの？
19’48	112.N:ここ（半径）と同じ長さの場合［目盛りに沿って弧をなぞる］。

19’55	113.I:ああ，そうだよね，だから，ここの長さが r になればいいんだよね。じゃあ，どうやって，実際に求めて…。
20’07	114.N:え？（笑）
20’09	115.I:求めてみれそうなんだけど（笑），例えば，何か知ってる，ラジアンと度数法の対応関係ってある？
20’21	116.N:度数法との対応関係？
20’22	117.I:うん，何度だったら何πとか。
20’26	118.N:…。180°で 2π？
20’29	119.I:うん，180°だったら，あれ，2πだっけ？
20’34	120.N:あ，π。
20’36	121.I:うん，πだよね。で，これπっていうのは単位何だっけ？
20’39	122.N:…。
20’41	123.I:度数法と弧度法だから。180°のときの，180°っていうのがここだよね。うん，これを何で表したのが弧度法なんだっけ？
20’55	124.N:…えっ？180°？
21’10	125.I:このπっていうのはどこを指してるの？180°と同じことを指してるんだよね。
21’12	126.N:はい。
21’14	127.I:ってことは，180°のどこかを表しているからπなんだよね。
21’18	128.N:［鉛筆で半周をなぞる］ここ？
21’21	129.I:うん，長さだよね。そうすると，いま 180°で，半分，半周分，これでπなんだよね？
21’30	130.N:はい。
21’35	131.I:そしたら，いま 1 ラジアンを求めたいんだよね。そしたら，大体何度になるってわからない？ここの長さが全部でπなんだよね，ここ（0）からここ（180）が。で，いま，いくつの長さを求めたいんだっけ？
22’03	132.N:あ，あ，ラジアン，1 ラジアン？
22’05	133.I:そうだよね。1 ラジアン，ここ全部でπで，ここの長さが 1 だったときに，大体何度になるか知りたいんだよね。
22’15	134.I:はい。
22’17	135.I:そしたら求められないかな。これ（1 ラジアンとπラジアン），同じ単位のラジアン。
22’30	136.N:1 ラジアン？
22’36	137.I:およそでいいよ，およそで。うん。
22’43	138.N:え…。3？
22’52	139.I:3？どうやってやったの？
22’55	140.N:［3.14 と記入し，半周を 3 で割ることをい説明する］
23’08	141.I:ああ，3.14 だから，ああ，3 で割って？うんうん，180 割る 3？うん，まあ大体，およそ。
23’17	142.N:60°？
23’19	143.I:うん，正確に計算すると 57．何度になるんだけど，そうすると，1 ラジアンの目盛り

	は大体 50 と 60 の間くらい。になるっていう問題でした。はい，じゃあ，これで 4 問，聞きたいことは終わりなんだけど，最後にこの 2 枚の問題を解いてもらったとき，それから今日こうやってお話して，何か感想とか，自分の弧度法に対する考え方とか何かあった？
23’55	144.N:なんか…。公式，公式のような，のとごちゃまぜになってたような。
24’06	145.I:ああ，どういう公式？
24’08	146.N:なんか，公式というか，ラジアンとπとか。180°とπと混ざってたりだとか，色々ぐちゃぐちゃになってて，基本なところがきちっと出来てないような。
24’27	147.I:ああ，わかりました。うん，じゃあ，これで N さんへのインタビューを終わりにします。ありがとうございました。
24’32	148.N:ありがとうございました。

生徒インタビュー（伊奈高 2 年②）プロトコル（生徒 O）	
時間	発話項目［　］内は表出行動（時間：発話開始時）O:生徒，I:筆者
	（弧度法に関するインタビューの前に一般角に関するインタビューを実施する）
6’25	1.I:じゃあ，次に，2 番の問題も問題文をもう一回読んで。
6’32	2.O:ラジアンって何だっけっていう。［問題文を見直す］
6’48	3.I:で，2 番の問題では，まず一番最初に弧度法っていうのがどういうものかっていうのを説明してるよね。で，半径に等しい弧の長さに対する中心角っていうものを単位としたときに表す方法だってしてるんだけど，それはどういう方法なのか，この絵で説明できる？
7’07	4.O:半径に等しい長さの…あ，えーと，ここ（半径）とここ（弧）の長さが同じってことですよね。
7’14	5.I:うん。1，1 だったら。
7’17	6.O:それに対するここ（中心角）が別に何度であろうと，ここ（半径）とここ（弧の長さ）が 1 だったらこいつ（中心角）は 1 だと。
7’22	7.I:うん。ってことはそれをもとに 1 番を考えた？
7’30	8.O:多分，今自分は，言えたので，分かってくれたと思います。過去の俺も（笑）。
7’35	9.I:ああ（笑）。これ（図 4）は，3，3 なんだけど，これは 1 ラジアンって選んだのは，それは？
7’45	10.O:そうだ。違いますね。
7’46	11.I:どうして？違う？
7’47	12.O:これ，いや，今の自分は，というか，過去の自分は，なんだろう，［答案に描きこまれた 1/1 や 3/3 を指す］これが多分分数が描かれているから，多分割った。
8’03	13.I:ああ，割ったの？
8’04	14.O:はい，1/1 にして，ここが 3/3 になってるんで，多分そうしたんだと思います。でも今だったら 3 にします，俺。
8’11	15.I:どうして？
8’12	16.O:あの，さっき言ってた，あの，ここ（半径）が 1 で，ここ（弧の長さ）が 1 だから，ここ（中心角）がいくらなんでも，みんなが 2 って言っても俺は 1 だと思うので，いま，これが 1 と 1 なので，それが，今 3 と 3。
8’27	17.I:3 倍だから？
8’29	18.O:はい，なので，ここは 3。
8’33	19.I:3 ラジアン？でも，ここは，半径に等しい長さの弧に対する中心角だから，半径が 1 でしょ。で，それに等しい長さの弧，だから弧の長さも 1 なんだよね，そのときに 1 なんだよ。
8’47	20.O:おかしいですね（笑）。おかしいぞ。
8’48	21.I:ってことは，半径と弧の長さが等しければいいんじゃない？
8’55	22.O:そうですね，半径と弧の長さが等しい。…。もう一回，もう一回お願いします。
8’59	23.I:え？えっと，半径に等しい長さの弧に対する中心角だから，半径が 1 でしょ，それに等しい長さの弧っていうのはこれだよね。で，それに対する中心角っていうのがこれだよね。

	で，それを 1 ラジアンってするんだよね。半径が 1 で弧の長さも 1 だったら 1 ラジアンだよね。それがもし半径が 3 で弧の長さが 3 になったら，半径が 3 で，弧の長さも 3 だから，両方等しいよね。そのときの中心角ってどうなる？
9’46	24.O:そのとき…。
9’53	25.I:半径に等しい弧の長さに対する中心角を 1 ラジアンとするんだよ。
9’59	26.O:ってことは，1 か。
10’01	27.I:半径が 3 で，弧の長さも 3 だから。
10’06	28.O:じゃあ，ここが 5 と 5 でも 1（ラジアン）ってことですよね。
10’08	29.I:そういうこと。
10’11	30.O:はい，過去の自分も今の自分も違ってた。ああ，そういうことか。
10’19	31.I:うん，じゃあ，次に，いますっきり…。
10’22	32.O:ひねくれてますね，これ（笑）。
10’23	33.I:ごめんね（笑）。次，（2）ね。（2）は，これ，半径が 1 で，中心角の大きさが θ ラジアンだったときに，弧の長さが等しいものをこの 5 つの中から選べっていう問題で，過去の O くんはエを選んでるんだけど，その理由をもし思い出せたら言ってほしいんだけど。
10’54	34.O:うわぁ，これ，もっとメモっとけばよかった，ちゃんと。これ，半径 1/2…。
10’58	35.I:それか，もし，今だったらこれを選ぶとかでもいいんだけど。その，1 ラジアンがすっきりしたところで。
11’06	36.O:そっか。［（1）を指して］たまたま合ってたってことですよね，昔の俺は（笑）。え？半径が 1/2 で中心角 θ /2…。純粋にちっちゃいだけですよね，で，ちっちゃい三角形描いて，それでちっちゃいと思ったんだ，これ。で，それから，半径 2，でかい…。
11’39	37.I:半径が 2 で，中心角が θ ってことは。
11’42	38.O:半径が変わっただけで。
11’44	39.I:うん，だからここが伸びたんだよね，うん。
11’47	40.O:多分，それ，なんか，これ（図 5）を基準にして考えているんですよ，で，これ（ア）だと，半分でちっちゃい，これ（イ）はでかい，半径はちっちゃいけど角度が大きい，で，（ウは）半径 2 で，これ（中心角）ちっちゃい，で，これ（オ）も半径は 1 なんだけど角度は小さいから，って考えたら，これ（図 5）ときっちり先端の，先端のというか θ の部分が重なる…あ，そしたら俺，角度だけで考えてるのか［首をかしげる］。なんだ，これは。
12’24	41.I:今だったらどうやってやる？
12’29	42.O:［問題を読み直す］
12’42	43.I:うん，ちなみにここ（図 5）って半径が 1 でここ（中心角）が θ ラジアンだよね。とすると，弧の長さはいくつになるの？図 5 の場合。
12’52	44.O:図 5 の場合，これ（図 4）と比較してですか。
12’54	45.I:ううん，これだけで見たときに。
12’55	46.O:これだけ…。
12’58	47.I:うん，弧の長さはいくつになるの？
12’59	48.O:今までの俺の予想…，習ってきたことを駆使してやれってことですか（笑）。

13’03	49.I:うん，これ（図 3）を使ってもいいよ。1 ラジアンの，さっきすっきりした，1 ラジアンの定義を思い出してもいいし。
13’16	50.O:…。え，これ（図 3）ってこれ（図 5）に使えるんですか。
13’22	51.I:うん，だって，これ（図 3）は半径が 1 で，これ（図 5）も半径が 1 でしょ。で，中心角の大きさがこれは 1 ラジアンだけど，こっちは θ ラジアンになってるでしょ。で，その時の弧の長さっていうのは，参考にならない？この図 3 って。
13’38	52.O:…。あれ？ここ（半径）が 1 だったら。
13’44	53.I:うん，（弧の長さ）1 だよね。
13’45	54.O:で，ここが 2 だったら，（中心角の大きさを）なんて読んだらいいかわからないじゃないですか。
13’49	55.I:どうして？
13’51	56.O:だって，1 の場合は 1 ラジアンって言われてるけど，2 の場合は何て読んだらいいのか。
13’55	57.I:え，でも，3 と 3 のときは 1 ラジアンだったよね。
13’58	58.O:そっか，あ，でも今ここ（半径）が 1 じゃないですか，3，いや，ここ（半径）とここ（弧の長さ）の数字が違う場合は教えられてないじゃないですか，そしたら。
14’11	59.I:ああ，でも，例えば，半径に等しい長さの弧だよね，例えばここが 1 で，たまたまここも 1 だったらこれも 1 ラジアンになるけど，ここが θ になってるってことは。
14’20	60.O:なんでもいいってことですか。
14’22	61.I:なんでもいいというか，ここ（弧の長さ）は？
14’28	62.O: θ ですか。
14’29	63.I:そうそう。
14’32	64.O:え，θ なんですか？えー？
14’33	65.I:なんで，そう思う？
14’34	66.O: θ なんですか？
14’35	67.I:うん。θ だよ。
14’40	68.O:なんか，あ，そうか。今のは，こっちですっきりしたのは，こことここが。数学，あ，まあいいや，1 と 1，3 と 3 で同じ，こことここが 3 で同じだから 1 ラジアンだってことには気がついたんですけど，ここ（図 5 の半径）が 1 で，でもここ（弧の長さ）はわからないじゃないですか。
15’14	69.I:うん，わからないけど，いまここが θ ラジアンで表されているんだよ。で，θ ラジアンっていうのは何なのかって言ったら，ラジアンっていうのは弧の，等しい弧の長さで角の大きさを表すものなんだよ。
15’34	70.O:そうでしたっけ（笑）。
15’37	71.I:うん，定義に帰ると（笑）。
15’40	72.O:そうすると，何だか分からなくなってくる。ってことは，これ（エ）じゃない，絶対違うわ。…。これ（ウ）か，あとはこれ（イ）だ。
15’53	73.I:うん，それはどうやって判断した？

15’55	74.O:あの，その話で行くとなんですけど，まあ，どっかが半分になるならどっかを 2 倍にするじゃないかっていう。やりました。
16’08	75.I:うん，はい，わかりました。で，今これですっきりしたところで 2 枚目に行くね。2 枚目も多分複雑な問題だから思い出してほしいんだけど。
16’20	76.O:あったな，これ（笑）
16’21	77.I:うん，あったよね，3 番はまず，半径が 1 で中心角の大きさが θ，これも弧度法だよ。
16’31	78.O:弧度法ですね。
16’32	79.I:うん，で，弧の長さを求めたいなって A さんが思ったの。それで，A さんは，半径が 1 で，中心角の大きさが θ だから，2×，半径の 2 倍かける，中心角っていうのは一周が 2π で，ここが θ だからっていって，掛け算をしてここ（弧の長さ）を求めようとした。普通に全体を円と考えたときに，扇形の弧の長さをもとめるってこうやるよね，普通ね。
17’02	80.O:はい。
17’03	81.I:で，それでやった結果，ここが θ になっちゃったんだって。それは，良いの，悪いのっていう。その解き方は合っているのか間違っているのかを選んでもらって，で，それはどうしてっていうのを描いてもらった問題なんだけど。思い出した？
17’19	82.O:これは，なんとなく。これは，めっちゃ考えた気がして，覚えてる気がします。
17’25	83.I:で，聞きたいのが，えっと，昔の O くんは，ここの π が円周率 3.14 で，ここの 2π の π っていうのが 180°？
17’43	84.O:あ，θ です。多分これ θ のこと，あ，180°か，はい。そうです。
17’46	85.I:うん，これが 180 の π で，これが 3.14 で，2 つの π が 1 つの式の中で使われているのに違うから，こう，2 つの π と π が消えるみたいにやっちゃいけないって描いてくれてるの。これは，どういう意味？
18’02	86.O:あの，これ，あの，俺がそのとき思ったのは，今も全くわからないですけど，多分過去の自分が考えたのは，これが π じゃないですか，円周率の π，いや思ったのが円周率の π と 180°の π を普通計算してあとで消しちゃうじゃないですか。
18’28	87.I:うん，消すね。
18’29	88.O:それをしていいのかなって普通に思って，こっち，意味合いは 3.14 で，こっちだとなんですか，π。うーんと，なんか使われ方の意味合いが違うのかなって思ったので。
18’51	89.I:一概に消せないと。
18’52	90.O:はい，公式とかも全然覚えてなくてやったので，今，これでいいのかなって。
19’01	91.I:だから，ここ（解答用紙の理由の記述），2×3.14 って描いて，直して描いてるんだ。
19’05	92.O:はい，で，2π は 180×2 で 360 で，っていう風に描いた，でもそうするとできないじゃないですか。割れないじゃないですか。という意味で描いた。
19’14	93.I:うん，おかしいと。
19’16	94.O:けど…。
19’17	95.I:けど，今の自分はどう思う？
19’19	96.O:今の自分はどう思う…。良いと思います。
19’23	97.I:これ，過去の自分は合ってる？

19'24	98.O:過去の自分は，えっ。今の俺の知識だけだと，この式がわからなかったので，ここのπが同じπだから別に約分，約分というか，約分しちゃってもいいんじゃないっていわれたら納得します。(笑)
20'02	99.I:ああ，はいはい。で，これは，さっき，1枚目のときの，さっき散々迷った扇形と同じだよね，これ。
20'13	100.O:はい，同じですね。
20'14	101.I:ってことは，もうさっき，ここの長さはθだよって言っちゃたんだけど，だけど，ここは実は良いのね。で，それはなんでかっていうのを考えていきたいんだけど。その，θ/2πってこれ，弧度法だから，θ/2πっていったときのこの2πっていうのは，まあ，もちろん360，2πこれだけをみれば360に変換するのとか授業でならうでしょ。なんだけど，この2πっていうのはどこを指しているの？
20'52	102.O:円周。円周…，そうか同じか。
20'57	103.I:うん，で，ここのθっていうのはどこを指しているの？
21'00	104.O:これ，あの中心角。
21'03	105.I:これ？ここ（θ/2π）のθだよ。
21'07	106.O:あれ？じゃあ，180°分の…。そっか，直径かける円周×…。
21'25	107.I:これは，一周分の長さ分の，この（θ/2π）θっていうのは？
21'32	108.O:ここじゃないですか［中心角を指す］。
21'36	109.I:角の大きさのこと？
21'37	110.O:はい。中心角。
21'40	111.I:うん，でもこれって実は2πラジアン，2πっていうのはこの円一周分のことを指していて，それ分の。長さ分の角の大きさでいいの？
22'00	112.O:2π…。角の大きさ。
22'04	113.I:うん，ここっていうか。
22'11	114.O:ここが［円周を指す］。
22'14	115.I:うん，ここが2πで。
22'18	116.O:で，θで。
22'28	117.I:ここが，2かけるπかける1っていうのは円周全体だよね。この前半は。で，θ/2πをどういう風に考えるかっていう。
22'40	118.O:2π，θ/2π。なんか中学校の時に計算をしていて，覚えてというか，見覚えがあったのが，360分のなんか角度があって，それで。
23'01	119.I:ああ，それで，円の一部で考えてってやつだよね。
23'05	120.O:なので，俺はやっぱりこうかなって思って。
23'10	121.I:うん，そしたらこの2πってどこになる？
23'14	122.O:360？円周。
23'20	123.I:うん，で，これ（2π）分のこれ（θ）。で，前半は円周全体。だから。弧の長さはθでも構わないっていう。
23'36	124.O:はい，納得しました。あれですよね，これ（π）はもう同じでいいんですよね，同じ

	というか，いや同じじゃないですけど。
23’47	125.I:同じだよ。
23’51	126.O:同じ，か。はい，納得します（笑)。
23’53	127.I:（笑）
23’55	128.O:いや，いいのかなって思ったんですよ。今までやったことがなくて。こういう風に，わからなかったんですけど。はい。
24’07	129.I:両方とも長さだよ。
24’10	130.O:そっか。はい。
24’16	131.I:はい，というか。これ2πもラジアン，2πラジアンっていうもので，このθっていうのもθラジアンっていうものなのね。で，ラジアンっていうのは何だったかっていうと，一見角の大きさをこう表しているように見えるんだけど，長さを使って表しているものなのね。
24’34	132.O:はい，あー，はい。
24’35	133.I:うん，だから，これも長さ，長さの比を表してて。
24’38	134.O:ああ。そっか。
24’40	135.I:で，これ（2×π）ももともと円周だから長さでしょ。
24’42	136.O:はい。
24’45	137.I:だから，これ，実は角の大きさを使っているように見えて，全然長さの掛け算をやってるっていう問題でした。
24’52	138.O:ああ，なるほど。ああ，角度，角度だけど，角度分の角度のは，長さ。
25’04	139.I:そう。弧度法の定義みると。
25’08	140.O:はい，納得しました。

生徒インタビュー（伊奈高 2 年③）プロトコル（生徒 Y）	
時間	発話項目［　］内は表出行動（時間：発話開始時）Y:生徒，I:筆者
	（弧度法に関するインタビューの前に一般角に関するインタビューを実施する）
4’42	1.I:1 番の問題はこれで終わりで，次 2 番の問題に行くね。2 番の問題からは弧度法の問題に入るんだけど，まず，問題に入る前に，ここの 1 ラジアンっていうのがこういうものですよっていうのを図 3 の扇形を使って説明してるんだけど，ここの意味はわかったかな。
5’00	2.Y:わかりました。
5’01	3.I:うん，どういう風にして 1 ラジアンを捉えた？
5’03	4.Y:1 ラジアンは，半径を 1 として，同じ長さを取って，弧として。その，角…。
5’12	5.I:ああ，大きさ？
5’13	6.Y:はい。
5’14	7.I:はい，じゃあ，今の考えを使って，（1）はどうしてウを答えたかっていうのを説明してもらってもいい？
5’23	8.Y:えっと，ここが 3 で，同じ長さだけ弧の長さを取っているので，これ（図 3）と同じことだと思って 1 ラジアンにしました。
5’30	9.I:あ，辺の長さ，これ 3 倍になってるけど。
5’33	10.Y:1 対 1 だから。
5’34	11.I:ああ，比で捉えたのね。はい，わかりました。じゃあ，次（2）に行くね。（2）では，この図 5 の扇形と弧の長さが同じ扇形？これと弧の長さが同じになるのを選んでって問題なんだけど，これはどうしてウをえらんだのかな。
6’02	12.Y:［問題を見直す］あんまり覚えてないです。
6’09	13.I:ああ，今だったらどうやってやるかな。
6’12	14.Y:今だったら…。これ（ア）。
6’38	15.I:うんうん，それってどういう扇形になるかな。
6’40	16.Y:半径が 1/2 で，中心角も半分だから同じ。
6’53 6’57	17.I:ああ，でも，半径が半分で中心角も半分だと，こんな感じになるよね［図 5 に描きこむ］。
7’08	18.Y:（笑）そうですね。
7’10	19.I:そうすると，これと同じになりそうなのってどれかな。
7’14	20.Y:ん？これ（イ）ですか？
7’17	21.I:あ，それはどうして？
7’28	22.Y:2θなので，ここが 2 倍になるじゃないですか。それで，2 倍の所から，半径も 2 倍なので，そこから同じくらいのを取ったら，同じになると思って。
7’35	23.I:うんうん，図 5 の弧の長さってわかるかな。
7’36	24.Y:1 です。
7’38	25.I:1？それはどうして？
7’43	26.Y:ここ（半径）が 1 だからと思って。
7’44	27.I:ああ，同じ長さってこと？

7'45	28.Y:はい。
7'55	29.I:でも，今ここ，θラジアンだから，ここが1と1だったら1ラジアンだけど，ここがθになってるってことはこの長さはどうやって表せるかな。文字使うと。
8'05	30.Y:…。
8'18	31.I:もしここの角の大きさが1だったら，1，1で1ラジアンになるけど，いまここがθになってるってことはここの長さってどうやって表せるかな。
8'20	32.Y:わかりません。
8'49	33.I:わからない？えっと，半径と同じ弧の長さ，弧の長さが同じになったときに1なんだよね，ってことは今，中心角の大きさがθで表されているから，ここの長さはどうかな。これと同じだったら1になるけど。今，それがθなんだよ。ってことは，ここは？
8'52	34.Y:そこは，θマイナス1？
9'36	35.I:θ？ここのθってこの長さの比で捉えた表し方だよね，弧度法って。ってことは，ここが，全部1周を考えたうちのこのθ分だよね。で，ここ（中心角）の大きさが1だったら，ここ（弧の長さ）も1だけど，いま，ここの大きさがθで表されているんだから，ここのθていうのは長さの比で表されているんだよね。ってことはここは？
9'51	36.Y:比を表しているんですよね。えっと。ちょっとわからない。
10'19	37.I:わからない？うん，ここは，半径が1で弧の長さが1だったときに1ラジアンなんだよね。弧の長さ全部が1だったときに，中心角を1で表すから，ここがもしθってことは，これ，いま同じような扇形で表されちゃってるけど，ここの長さはθで表せるっていうのはわかるかな。
10'21	38.Y:ここ（中心角）がθだからですか。はい。
10'33	39.I:うん，θラジアンだからあくまでも。だから，弧度法っていうのは長さの比で表されている角の大きさだから。あくまでもこのθっていうのは長さのことを表しているんだよ。
10'37	40.Y:はい。
10'48	41.I:という問題でした。じゃあ次に3番の問題に行くね。3番では，これはどういうことをやればいいかっていうのは分かった？
11'05	42.Y:…。［問題を見直す］はい，わかりました。
11'45	43.I:うん，Aさんっていう人がこの扇形の弧の長さを求めたいってしてて，扇形の弧の長さって，半径の2倍かける円周率かける中心角の大きさで求められるよね。で，それでそのまま素直に計算したらここの長さがθで表される。それに対して，弧の長さがθで表されてることに対して，正しいか間違っているかを選んでもらって，その理由を描いてもらったんだけど，これはどうしてアを選んで，こういう理由を描いたの？
11'56	44.Y:えっと，弧の長さを求める式で，2πrかける360分のここ（中心角）。
11'58	45.I:ああ，ここ（中心角）が度の場合で，あてはめて考えたんだ。
12'14	46.Y:はい，であるから，これをθを使って表すとこの式になって，それを計算するとθになったので，やっぱりθ。
12'18	47.I:うん，この2π分のθとこのθってそれぞれ何を表しているのかわかる？
12'28	48.Y:2πは360をラジアン表示したときで，θはここ（図）の角度。

12’34	49.I:あ，角度ね，あー，でも。あ，じゃあ，このπっていうのは？
12’35	50.Y:πっていうのは円周率。
12’41	51.I:円周率ね。ってことは，このπとこのπって同じπ？違うπ？
12’42	52.Y:同じだと思う。
12’49	53.I:同じ？どうして？これは角度ってさっき言ったよね，でもこれは円周率って言ったよね，さっき。違くない？
12’55	54.Y:…。π＝円周率っていうのが残ってたので。
13’13	55.I:うん，この円周の長さ全体を表してて，いま，この2πっていうのは，いま角の大きさって言ってくれたんだけど，角の大きさっていうよりも，ラジアンだから，角の大きさを何で表しているのかな。
13’14	56.Y:角の大きさを長さ。
13’38	57.I:そうそうそうそう。だから，これ全体が2πでそれ分のここ（中心角に対する弧）の長さなんだよね。だからこれも長さだし，πも円周率だから長さだし，θ/2πも長さの比で表された分数だから，結局これは角度とか長さがごちゃごちゃになってる式じゃないっていう。
13’44	58.Y:はい。
13’54	59.I:そういう問題でした。で，えっと，じゃあ，次に最後4番の問題に行くね，4番の問題はこれはどんなことをやればいいかはわかった？
13’58	60.Y:わかりました。
13’59	61.I:うんうん，それでどんなふうにやってくれたのかな。
14’25	62.Y:180°でπラジアンっていう長さで，180°でπラジアンにして，πを，その円周率の3.14に直して計算すると，そのxが1。…，［解答を見直す］
14’28	63.I:あ，3.14ラジアンで180°だから，1ラジアンを割ったんだ。180割る3.14で。
14’30	64.Y:はい，割って。
14’33	65.I:それで，割って大体57°？
14’38	66.Y:はい。
15’00	67.I:はい，わかりました。で，えっと，じゃあ，えっと，この問題については聞くのは以上なんだけど，この問題をやってみて，それから今日こうやって話してみて，何か一般角とか弧度法について，何か感じたことはありますか。
15’14	68.Y:えっと，ずっと 2πっていうこれを角度だと思ってたんですけど，今日，これが長さって聞いて，全部πは長さなんだって。
	69.I:ああ，はい，うん，わかりました。では，これで，Yさんへの質問を終わりにします。ありがとうございました。
15’17	70.Y:ありがとうございました。

生徒インタビュー（伊奈高２年④）プロトコル（生徒 K）	
時間	発話項目［　］内は表出行動（時間：発話開始時）K:生徒，I:筆者
	（弧度法に関するインタビューの前に一般角に関するインタビューを実施する）
3'21	1.I:じゃあ，次に２番の問題に行くんだけど，２番以降は弧度法の問題なんだけど，２番はこの問題に答えてもらう前に，この図３を使って，１ラジアンっていうのがどういうものかっていうのを説明してるのね。で，この図を使って，１ラジアンっていうのがどういうものか，説明できる？
3'46	2.K:1 ラジアンっていうのは，半径と弧の長さが１対１になるときに１ラジアンになる。
3'52	3.I:あ，それを考えて（1）もこれにしたの？
3'56	4.K:はい。
3'57	5.I:うんうん，３と３で？
3'59	6.K:はい。
4'00	7.I:はい，わかりました。じゃあ，今の考えを使って，図５の，今，今度は中心角と半径はわからなくて，弧の長さがわからない状態にあるんだけど，この場合，ここの長さってどうやって表せるかな？
4'22	8.K:えっと，…もう一回いいですか。
4'25	9.I:うん，今，両方とも半径と弧の長さがわかってて，中心角が１ラジアンっていうのを求める問題だったんだけど，今度は半径と中心角がわかってて，弧の長さが分からない状態にあるのね。で，ここの長さを知りたいっていったときに，この上の考えを使って何かできるかな。
4'46	10.K:えっと，ここの，半径とここの角をかけたような気が。
4'58	11.I:ああ，そういう公式がね，$\ell = r\theta$ みたいな。
5'02	12.K:多分そんなようなの。
5'03	13.I:ってことは，これ使うと，θ だよね，この長さ。で，その式使ってイウを選んだの？
5'10	14.K:はい。
5'11	15.I:うんうん，はい，わかりました。ありがとう。でね，今，その公式を知らない A さんがいて，その A さんが同じこの図５と同じ扇形の弧の長さを，いま，K くんは θ って公式使って求めてくれたんだけど，その公式を知らなかったから，普通に A さんは円の一部と考えて，扇形の弧の長さを求める事ってできるよね，中心角全体分のここって考えて。
5'46	16.K:はい。
5'47	17.I:うん，そのやり方でやったのがこの式なのね。で，そうすると，半径が１で，その２倍の直径かける円周率 π かける 2π，2π っていうのはこの大きさ全体だよね，それ分のこの中心角の大きさ θ でここを求めたの。そうすると，２と π と 2π で消えてここの長さが θ になったって。で，A さんは，ここの角の大きさを表すものと，ここの弧の長さを表すものと，両方 θ になっていいのかな，っていうので，戸惑っている状態でいるのね。で，それに対してどう思うかっていうのを答えてもらったんだけど，ここでは，弧の長さは θ ではおかしいって K くんは選んでくれて，その理由としてここでは π の意味が違うって答えてくれてるんだけど，それってどういうことかもう一回説明してもらってもいい？

6'48	18.K:えっと，この，ん？θが角度で。えっと，ここの（式の前半の）πっていうのが 3.14 で，それで，ここの（後半の 2π）πっていうのが 180 になるじゃないですか。
7'11	19.I:180。うん，弧度法から度数法に直すと 180 になるよね。うん。
7'16	20.K:それで，それをそのままやったとしたら，2 かけるπのおよそ 6.28 で，それとここの 2πが 360 で。
7'28	21.I:ああ，要するに，この（前半の）πっていうのが長さのπで，ここのπっていうのが角度のπだから，長さと角度では帳消しできないって意味？
7'39	22.K:はい。
7'42	23.I:ああ，でも今，ここの 2πってラジアンだよね，で，θっていうのも弧度法で表されているラジアンだよね。そうすると，ここの 2πとかθって，ここの図の中でいうとそれぞれどこを表していると思う？この 2πってどこを表してる？
8'03	24.K:2πは，ここの全体。［360° を描く］
8'08	25.I:で，θは？
8'10	26.K:θはここ［図の中心角を指す］ですかね。
8'11	27.I:ああ，もし弧度法っていうのが，その，弧の長さに，中心角に対する弧の長さで表す方法なんだけど，それだとどうかな？
8'28	28.K:それだと，θで良いと思います。はい。
8'30	29.I:それはどうして？
8'33	30.K:えっと，ここの，えっと，πが，2πが全体で，で，θがここで。あれ？
8'53	31.I:2πラジアン分のθラジアンってことだよね。この分数って。そうすると，今，ラジアンの考えってどういうものかって言うと，その中心角の大きさに対応して，対応する弧の長さで表す表し方なんだよね，だから，2πとか，θっていうのは角に対応する弧の長さを表しているっていうのは分かるかな，ラジアンだから。
9'24	32.K:はい。
9'28	33.I:θもこのθっていう大きさに対応するここの長さを表しているから，だからこの 2πとかθって一見角度を表している分数に見えるんだけど，実はこれって円周と扇形のそれぞれの長さの比を表しているっていうのはわかる？
9'53	34.K:はい。
9'55	35.I:そうすると A さんの考えってどうかな。
9'59	36.K:うーん。
10'08	37.I:2πっていう角の大きさに対する長さ，分の，θっていう角の大きさに対する長さって考えれば。
10'18	38.K:そうすると，アなのかな。
10'25	39.I:そうだよね，そうすると，一見これ角の大きさを表す分数に見えて，長さかける角度で打ち消し合っておかしいって最初思っちゃうんだけど，これ K くんが描いてくれた理由みたいに。でも，実は，ラジアンの定義に戻って考えると，実は 2πとかθっていうのはそれぞれ，円一周分のこれだけっていう長さ分の長さになってるから，これ全部長さを表す数字や文字になるから，打ち消し合っても全然構わまくて最後にθが残ってもおかしくはない

	っていう問題。意地悪な問題だったんだけど。で，最後に 4 番の問題なんだけど，4 番は，1 ラジアン，さっきから 1 ラジアンがたくさん出てきているんだけど，その 1 ラジアンが度数法の分度器だと大体どの辺りにあるのかなって。ラジアンって角の大きさを表すものだから，表そうとすれば絶対分度器上のどこかで表せる，対応する目盛りがあるはずで，それを描いてもらったんだけど，これは，どうして 1 ラジアンの目盛りをここに振って，こういう理由を説明したのか，もう一回説明してもらってもいい？
11’46	40.K:えっと，確か。
11’55	41.I:半径と弧の長さが等しいっていうのは？
11’59	42.K:そこは，こっち（1 枚目）のところから。
12’00	43.I:ああ，前半に描いてあるやつだよね。で，いま，これが今半径だとしたら。
12’13	44.K:えーと，ここの…。ん？半径 1 だとして，直径が 2 で，それで，2π が 360° じゃないですか。
12’36	45.I:うん，2π が 360° 。うん，そうだよ。
12’40	46.K:で，ここまでの長さっていうのは 2π の半分の長さじゃないですか。
12’44	47.I:うん，180 っていうのはここからここまでの角度だよね。で，弧の長さっていうのは？
12’50	48.K:弧の長さっていうのは，こっち（問題 3）とかでやってたように，2π…。
12’58	49.I:2π で 360 だから，半分だから。
13’00	50.K:そこで，直径かける円周率だから，それで，円周が出るじゃないですか。それで，円周が 6.28 で，その半分だから 3.14。
13’18	51.I:ああ，これ（2π）が 6.28 って考えたんだ。
13’19	52.K:はい。
13’20	53.I:これが 6.28 で，それの半分だから 3.14 って考えて。で？
13’28	54.K:その半径を 1 としているわけだから，これを大体 3 で割ったら，1.少し。そうなると，180 割る 3 をすると大体 60° なので，そうなると大体 60° 辺りかなと。
13’48	55.I:うんうん，ってことは，1 ラジアンに相当するのが大体これ割ると 60° くらいになるよね。ってことは，今，ここの数字を求めたかったんだよね。この 1 っていうのは 1 ラジアンのことだよね。ってことは，これは 3.14 ラジアンとか 6.28 ラジアンってこと？
14’10	56.K:ここの 3.14 とかはこの長さで，それを，半径と弧の長さが等しいっていうのが 1 ラジアンの定義で，半径を 1 としているので，それで，ここの長さを 1 とするには。
14’32	57.I:あ，じゃあ，あくまでもここの 3.14 とかっていうのは長さのこと？
14’35	58.K:はい。
14’36	59.I:で？3.14 で，ここの長さが 3.14 になったときに 180° だから，ここの長さが 1 になったときは 60° ？
14’47	60.K:はい。
14’48	61.I:はい，わかりました。ありがとう。じゃあ，今回この問題，4 問を解いたのと，私と今日 4 問振り返ったことを通して，何か感想とかある？自分が今まで勉強してきたこととか，弧度法について自分が知っていたこととここが違ったとか，ここは同じだったとか，なんか感じたこととかある？

15’13	62.K:ここの 2π分のθは角度だと思ってたんで，長さとして表せるだなって。
15’22	63.I:ああ，ここの分数の意味がね。はい，わかりました，ありがとう。じゃあ，これで K くんへのインタビューを終わりにします。ありがとうございました。

生徒インタビュー（伊奈高2年⑤）プロトコル（生徒G）	
時間	発話項目［ ］内は表出行動（時間：発話開始時）G:生徒，I:筆者
	（弧度法に関するインタビューの前に一般角に関するインタビューを実施する）
4’36	1.I:次に2番の問題に行くんだけど，2番以降の問題は弧度法の問題になるんだけど，まずこの問題に入る前に図3を使って1ラジアンっていうものはどういうものかっていうのを定義してるのね。この説明で1ラジアンっていうのがどういうものなのかっていうのはわかった？
4’59	2.G:はい，わかりました。
5’00	3.I:うん，じゃあ，もう一回説明してもらってもいい？
5’02	4.G:えっと，半径の長さと弧の長さが等しいときに1ラジアン。
5’13	5.I:1ラジアン。あ，じゃあ，その考えを使って，(1)も3と3だから1ラジアンってした？
5’18	6.G:あ，はい。
5’20	7.I:うん，いいよ。じゃあ，もし，その捉え方で正しいんだけど，そのときに図5っていうのは，半径が1で，弧の長さが分からないんだけど，その代わりに中心角の大きさがθってわかってるのね。そうすると，逆に，ここの長さって今の1ラジアンの考え使うとわかるかな？
5’44	8.G:あ，はい。
5’48	9.I:うん，いくつ。どうなるかな。弧の長さって。
5’53	10.G:えっと…。［図5を見ながら迷う］
6’47	11.I:うん，じゃあ，(2)で，この3つ（アウオ）がこの扇形の弧の長さと同じって選んでるんだけど，これはどうしてこの3つを選んだのかは説明できる？
7’05	12.G:えっと…。
7’11	13.I:もし今そう思わないっていうんだったら訂正してもらってもいいし。そのまま選んだ理由答えてもらってもいいし。
8’26	14.G:［しばらく考える］あ，えっと。あ，ウ，これ，訂正してもいいですか。
8’38	15.I:うん，どうやって訂正する？
8’41	16.G:半径1で，え，これ（図5）1ですよね。
8’44	17.I:うん，1。
8’45	18.G:で，［オを指しながら］中心角は$\theta/2$になると。
8’49	19.I:ああ，半分。じゃあ，オは違う？
8’52	20.G:はい。
8’57	21.I:ウとアはOK？
9’08	22.G:えっと，ウは正しい。
9’10	23.I:うん，アは？
9’12	24.G:アはこれの半分。あ，1/4になる。で，イが正しいです。
9’28	25.I:それはどうして？
9’30	26.G:えっと，半径が半分ってことは弧の長さが半分になるので角度が2倍ないと同じ長さにはならない。

9’40	27.I:うんうん，なるほど。はい，わかりました。じゃあ，いまここ（図 5 の弧の長さ）がちょっとわからないんだけど，それと同じこの扇形の問題を使った問題が 3 番にあって，3 番ではこの図 5 と全く同じ扇形の弧の長さを A さんは求めている問題で，で扇形の弧の長さって普通円全体を考えて，円全体の一部って考えれば，円周から求めることって出来るよね。それで，A さんはそういうふうに考えて，いま半径が 1 だからそれの 2 倍で直径で，直径かける円周率かける全体分のこの中心角で計算をしたのね。それはいいかな？この式の意味は。
10’34	28.G:はい。
10’38	29.I:うん，その式で計算すると，この 2×π とこの 2π が打ち消し合って結局 θ っていうのがここの長さを表すものだってなって，それについて，合ってるか間違ってるか，θ でここが表されてもいいかって判断してもらって，理由を描いてもらう問題だったんだけど，G くんがイを選んで理由をこうしたのは説明できる？なんでこう描いた？まず，どうしてここが θ だとおかしいと思った？この式自体は成り立たないと思った？
11’33	30.G:なんか，自分は θ は角度だけしか使ったことがなかったので。
11’48	31.I:うんうん，ここの長さが θ で表されることに違和感感じた？
11’53	32.G:はい。
11’54	33.I:うん，この求め方自体は？
11’57	34.G:あ，それは成り立つと思った。
11’59	35.I:成り立つと思った？うん，じゃあこの式の 2π っていうのは何を表していると思う？この図全体の中のどこを表していると思う？この 2π とか，ここの θ って。
12’39	36.G: θ はここの角度で［扇形の中心角を指す］。
12’40	37.I:うん，2π は？
12’48	38.G:えっと，［式を見直す］これが一周じゃなくて，半分。
13’08	40.I:ん？一周？
13’09	41.G:はい。
13’10	42.I:あ，360° みたいな。
13’14	43.G:360° 分のここの角度［中心角を指す］。
13’15	44.I:で，求めた？ってことはここの分数って角の大きさを表す分数？
13’24	45.G:はい。
13’25	46.I:うんうん，そうすると，1 ってここの半径で，2 ってその 2 倍で，かける円周率も長さで，長さかけるここの角度の分数をやって，勝手にここ，2π，2π で打ち消し合っても大丈夫？これって角度を表すものだよね。でも，前半のここって長さを表しているよね。長さかける角度ってやっていいのかな。
14’16	47.G:あ，ここ（1×π×2）が長さで，角度ってことは。
14’22	48.I:この式は間違ってる？A さんがこの式を立てちゃったことは。
14’28	49.G:はい。
14’30	50.I:でも，これって，2π とか θ って両方ともラジアン，弧度法で表されている角の大きさだよね。弧度法で表されている角の大きさっていうものは，どういうものかっていうのを 2

	番をみると，例えば，その図3をみると半径が1で弧の長さが1に対応する角の大きさが1ラジアンなんだよ。ってことは，弧度法っていうのは，半径に等しい弧の長さに対応する角の大きさを表すもので，ラジアンっていうものを単位として角の大きさを表す時って，それに対応する弧の長さで表しているっていうのは意味はわかってた？
15'24	51.G:あ，はい。
15'27	52.I:うん，そうすると，これ，2πって結局両方ともラジアンで表されているって考えると，図の中のどこになるのかな。
15'46	53.G:えっと，ラジアン？
16'00	54.I:うん，ラジアン。角の大きさに対応する弧の長さで表そうとするのがラジアンだよ。そうすると，この2πっていうのは，実質この角度に対応する弧の長さだから。
16'25	55.G:ああ，ここ？［円周を描く］
16'33	56.I:うん，円 1 周のことだよね。じゃあ，このθラジアンっていうのはこの図の中のどこを表しているの？
16'40	57.G:ここ［θに対応する弧をなぞる］。
16'41	58.I:うん，そうそう。だから，これって，一見θとか2πとか，角度を表していて，長さかける角度でできないって一瞬迷っちゃうんだけど，実は2πとかθってラ単位がラジアンだから，2πは1周の角の大きさに対する円周一周分のことを表していて，θっていうのはここの角の大きさに対応するここの長さのことを表している。だから，結局，分数も長さのことを表しているから，全部長さのことを表しているから，別にここは打ち消したりかけ合わせたりしても問題ないっていうそういう問題でした。
17'28	59.G:はい。
17'30	60.I:なので，θはかならずしも角度を表す単位っていうわけではないってことです。で，はい，じゃあ，えっと，最後に4番の問題なんだけど，4番は今までずっと話題になっている1ラジアンは角の大きさを表すものなので，分度器の中のどこかに表れるんじゃないかってことで，1ラジアンは大体どのあたりかっていうのを描いてもらう問題だったんだけど，これは，60°の所に 1 ラジアンの印を付けてもらってるんだけど，これはどうしてこういう風に描いたのか，もう一回説明してもらってもいい？
18'16	61.G:えっと。
18'19	62.I:正三角形になるっていうのは。
18'58	63.G:ああ，えっとなんか，えっと，自分はここにまず線を引いて［分度器の中心から60°の目盛りまで及び，60°の目盛りから0°の目盛りまでをそれぞれ直線で結び正三角形を描く］。
19'11	64.I:ああ，その正三角形を考えたんだ。
19'12	65.G:はい。
19'14	66.I:で，等しくなるっていうのは，半径が，え，ってとはここが半径で［分度器の中心から0°の目盛りまでをなぞる］，で，等しいのは？
19'26	67.G:のは，あの，なんか。
19'30	68.I:ここ（分度器の中心から 0°の目盛り）とここ（分度器の中心から 60°の目盛り）が

	等しくなるんだよね。
19’37	69.G:はい。
19’43	70.I:で？60°，半径…。等しくなるから？
19’56	71.G:あの，自分今までなんかラジアンの捉え方を間違えていたのかなって（笑）。
20’00	72.I:え，どうやって間違っていた？
20’02	73.G:（笑）いや，なんか，そのとき，これをやったときはここ（分度器の中心から 60°の目盛り）とここ（分度器の中心から 0°の目盛り）とここ（中心角 60°の扇形の弦）が全部等しい…。
20’13	74.I:ああ，ここ（弦）ね。弧の長さじゃなくてここの弦の長さで捉えちゃったのか。
20’18	75.G:はい，ここが等しいから 1 ラジアンかなって。
20’24	76.I:でも今だったら訂正する？
20’39	77.G:え，ここ（半径）の長さってわからないんですよね。
20’40	78.I:うん，でも仮に r とかってしたときに，いま半径に等しい弧の長さに対するのが 1 ラジアンだよね。ってことは，ここが r だとしたら，いまこれは正三角形だからここ（分度器の中心から 60°の目盛り）も r なんだけど。
21’00	79.G:あ，ここ（弧の長さ）も r になればいいんだ。
21’02	80.I:うん，ここも r にならなきゃ駄目だよね，うん。そうすると，今ここの長さが r になったときに，ここが 1 ラジアンって表せるんだよね。
21’12	81.G:はい。
21’15	82.I:そうすると，うんと，じゃあ，ヒントとして，180°に対応する弧の長さっていくつかな。
21’28	83.G:えっと…。
21’34	84.I:180 に対応する弧の長さだから。ここ，半径 r とすると。
21’42	85.G:えっと，rπ/2。
21’46	86.I:ん？2 分の？
21’48	87.G:2 分の r かけるπ。
21’52	88.I:ん？半径が r だから，直径は？
21’55	89.G:あ，2r。
21’56	90.I:うん，2r だよね。2r で，それの円周，πの，半分だよね。だから。
22’07	91.G:rπ。
22’08	92.I:うん，そうそう。πr で表せるよね。ってことは，今，180°に対応している長さがπr なんだよ。ってことは，今，r に対応している角度を知れればいいんだよね。
22’24	93.G:はい。
22’25	94.I:うん，そうすると，大体 r に対応する角度って何度になるかな。
22’42	95.G:［180/πと描く］
22’44	96.I:うん，そうすると，πって大体，こう 3.14 だから，大体，計算すると 57°くらいになる。うん，57.何度になるんだけど。だから，答えとしては 50 と 60 の間のこの辺？正三角形じゃなくて，ちょっと違うんだけど，57°くらいが 1 ラジアンになる。1 ラジアンに対応

	するのが 57°。180° をπラジアンってよく直すじゃん。360° を 2πとかって。
23’21	97.G:はい。
23’22	98.I:それと逆に，57.いくつっていうのを直すとちょうど 1 になるっていう。そういう問題でした。じゃあ，最後に，この 4 つの問題をやってみたのと，今日私と弧度法の問題とか 4 問振り返ってみたのと，あと，授業とかで色々弧度法とか一般角とか勉強したと思うんだけど，そういうのも踏まえて，自分の一般角とか弧度法に対する考え方とかで，こういう所が今日初めて知ったとか，この問題を通して考え方が変わったとか，なんか新しく気づいたとか，これは同じだったよ，とか，何か感想あるかな。
24’10	99.G:あの，3 番のこの公式が距離と角度のこれが成り立つっていうのは，はい。
24’24	100.I:ああ，初めて知った？うん，1 ラジアンの大きさについてはどうだった？
24’27	101.G:えっと，1 ラジアンはなにか，あの，最初の単元のはじめのときにしかやってなかったので。
24’36	108.I:ああ，ずっとここで間違えちゃったけどっていう。はい，わかりました。じゃあ，これで G くんへのインタビューを終わりにします。ありがとうございました。

⑶ 教師インタビューの発話記録

教師インタビュー（前野小）プロトコル（教師 Y）	
時間	発話項目［　］内は表出行動（時間：発話開始時）T1:教師，I:筆者
0’00	1.I:よろしくお願いします。こちらの 1 番から順番に質問させていただきます。まず，確認事項としてまず 1 つ目にこの小学校で使用している教科書はどちらになりますか。
0’15	2.T1:大日本です。
0’18	3.I:はい，で，今回インタビューをしてもらった児童がこの 6 名なんですけれども，この 6 名から先生が昨年指導された子どもはどなたになりますか。
0’29	4.T1:えっと，児童 A，B，E，N です。
0’37	5.I:はい，わかりました。それでは，指導案の方で確認したいことがあるんですけれども，まずこのレディネステストというのを事前にされたということで，まずこの①の問題に関しまして子どもたちにどのような解答がみられたか教えていただけますか。直角のある図形を答えましょうという問題に子どもにどのような答えがみられたかどうか。
1’06	6.T1:それは，正方形，長方形というような形，既習事項ですね，はい。
1’17	7.I:はい，わかりました，それで③の内容は未習内容ということですが，えっと，正答率が 63%で辺の長さと角の大きさを混同してしまっている子どもがみられたということなんですが，この問題に対して，えっと，どのように比べたら良いかという問いに子どもはどのように反応したかお答えしていただけますか。
1’44	8.T1:はい，まだ分度器の使い方っていうのはこれから習うので，どのような反応かっていったらやはり重ねるというのが子どもの解答にはみられたと思います。
1’59	9.I:はい，ありがとうございます。それでは質問の 5 番目の方に行きます。えっと，今回このレディネステストの結果を踏まえまして，この角の大きさの表し方を調べようという単元全体を通して先生が重点を置いたというところは特に何かございますか。
2’21	10.T1:えっと，指導案の 2 枚目に書いてあるかと思うんですが，分度器を使う，まあ単元でもありますので，そういう…分度器の使い方を，基本的な面で身につけていくということと，あと角の定義をしっかりできるようにするということですよね。あの，180°を超えてしまうと子どもたちは角っていう認識がなくなってしまうので，そういうところを理解させるっていうところを重点的にやったつもりです。
3’03	11.I:はい，えっと…
3’06	12.T1:流し方も教科書ではそういう流れになっているので，回転角，[手を使用しながら説明する]これが 90°，直角，2 直角，3 直角，4 直角が 360°っていう形で角の概念をその回転の概念を通して子どもたちが理解していくことが重要で。そういうことを意識してやったつもりですけれども。
3’34	13.I:はい，今の質問に関してなんですけれども，その角と角の大きさといったときにその 2 つの区別といいますか，その指導案にも少し書かれていたんですけれども，どこが角なのかを考えさせるっていったときに，角という図形としての角と，その図形が持つ角の大きさ，この 2 つの区別をさせるといったときに，どのような指導で留意されましたか。
4’00	14.T1:うーん，そうですね，角の定義がしっかりとわかっているということで，何ていうんですかね，頂点から，1 つの頂点から出ている，出てきているところが角っていうことで，

	そういうことからまず角っていうものをみて，そういう視点で子どもたちに考えさせるっていうことなんですけれども，まあやはり，180°を超えてしまうとやはり子どもたちの中では，やはり，うーん，これが角なの？っていう反応がやはり，えー，わからなかったのかなと。まあ，理解できている子は理解できているんですが，全体としてそういう姿がみられたのかと，はい。
5’01	15.I:はい，例えば直線になりますと，0°と 180°と 360°っていう 3 つの捉え方があると思うんですけれども，こういうものに対して子どもはどのような反応をされましたか。
5’11	16.T1:うんと，実際に操作できるものがありまして，それをもとに確認して，実際に回していって線の位置を確認していくっていう形で考えていったので，そういう操作活動として線が出てきたのでできたのかなと思いますが，実際にこういう（紙面に直線として書かれた形）形で出されてしまうと，子どもたちはやはり戸惑うというか，角としてやはり捉えきれないという児童がみられるっていうのもやはり現状にあります。
5’49	17.I:はい，ありがとうございます。それでは，質問の 7 番に行きたいと思います。普遍単位の，度を導入するにあたりまして，その，分度器を初めて使うときに，その分度器の構造と度というものをどのように関連させて指導されたか。
6’08	18.T1:関連ですか？
6’09	19.I:はい。
6’12	20.T1:もう，教え込みですよね，まあ，構造が実際に分度器を使って実際にこういう構造になっていて，えー，1 目盛りにつき 1 度だよ，っていうそういう形。
6’34	21.I:目盛りがこう，2 つ，右回りと左回りにあるって…
6’38	22.T1:そうですね，内回りと外回りにあって，それはどうしてかなって形で。それで，うーん，大きな角や向きの違いでどっちの目盛りを使い分ける，ええ，そんな形で，はい，指導しました。
7’02	23.I:はい，ありがとうございます。それでは 8 番の質問です。えっと，分度器で色々な角を測定されるといったときに，どのようにその，180°を超えない場合と 180°を超える場合のそれぞれ反応で，その子どもの反応で印象に残っていることはございますか。
7’23	24.T1:うーん…
7’26	25.I:例えば，180°より小さい角は測れていても，超えると測れなくなってしまったりだとか。
7’32	26.T1:もちろんそれはありますね，それは指導の中で出てくるものなので，180°を超えてしまったらどのような方法で測ることができますか，ということで，まあ，授業の中で扱うことにはなっているんですけれども。そういうところで，やっぱり，最初は既習事項ですよね，回転の角が大事になってくるんですよね，1 番最初。[手を使って]ここまで行くと 180°，それでここまで行くとしたら，この角（180 を超えた大きさ）を足してやれば 180 を超えた角でも補助線を引いて分度器で測ればいいわけですよね，足してやればいいんじゃないかっていうのと，4 直角，360 から残りの分度器で測れるところを引いたりっていうやり方を子どもたちが気づいていってほしいなと思って指導したつもりなんですが。その辺の指導でもやはり回転の角度っていうものをしっかり前時までのその既習の考えを身につけている

	子はやはりできるんですが，その段階で身につけていない子は，どうやって取り組んだら良いのかわからないというのが現状なのかなと思います。
9’01	27.I:ありがとうございます。では，9 番の質問に行きます。今回，いただいた指導案では 180° を超える大きさの角に 2 時間，4 時間目と 5 時間目で設けられているのですが，ここを重点的に 2 時間設けたというか, 何か先生が何か重点的に教えたかったという意向があったのかどうか教えていただけますか。
9’26	28.T1:まあ，その辺の気づきっていうことと，あ，分度器の操作ですね，基本的なことをしっかり定着させるという意味で 2 時間扱いにしました。その気づきって大事だと思うんですね，180° を超える角の測り方っていうところで，はい，活動を重要視したということと，分度器の使い方をしっかり身に付けた方がいいだろうということで，2 時間扱いにしました。
10’03	29.I:はい，今回 2 時間設けたことによって 180° を超える大きさの作図，分度器を使って描く場合に，その子どもたちの 180° を超える大きさに対する認識みたいなのが，2 時間測定に設けたことで何か効果といいますか，子どもの反応はみられましたか。
10’19	30.T1:うん，2 つの方法が子どもたちにはより定着したなってことですよね，360 から引いて角を作るっていうやり方と，180°，まあ補助線を引いてやって足してあげるっていうやり方，そういうものがある程度定着できたかなと思います。そこがねらいだったのかなと思います，はい。
10’51	31.I:はい，それでは 10 番の質問に参ります。その，今回の指導案でケーキの角の大きさを調べようということでそのケーキを取り扱っているのですが, そのケーキの分割を題材として取り上げた理由というのは何かございますか。
11’10	32.T1:まあ, より身近なものをあげて子どもたちに捉えさせようっていうのが考え方ですよね，まあ，パックマンでもいいんですが，子どもたちの身近な素材から，えー，課題としたのですね。身近なものから捉えさせるというのがやはりあります。
11’32	33.I:はい，例えばその，回転の大きさとしてということを意識させるために，ケーキのその，円のというか…
11’42	34.T1:そうですね，うん，円で捉えた方がわかりやすいというのももちろんありますね。
11’48	35.I:それで，実際の子どもたちの反応としても身近なものということで積極的に取り組んでいましたか。
11’53	36.T1:うん，そうだったと思います。
11’58	37.I:ありがとうございます。それでは，11 番の質問の方に行かせていただきます。えっと，計画の 6 時間目で三角定規の角を組み合わせて大きさを求めるという活動をされているのですが，その際に指導上留意したことは何かございますか。
12’15	38.T1:そうですね，うーん，まあ，三角定規ということで，90° である，1 つは必ず 90° であるということと，あと，その三角定規の特徴ですね，1 つは 2 つの角が等しい三角定規と，えー，全く違う三角定規があるということと，それと内角の和っていくんですけど，じゃあ，角度は何度になっているかということを子どもたち，自分で発見させるということにこう，ポイントを置いて指導したかなと思いますけど。

13’12	39.I:例えば，何か角度を測るときにこう，何個か角を組み合わせて 1 つの角を測っていくときに，使わせる大きさを限定したりだとかは。
13’22	40.T1:そういうことはちょっとやらなかったんですけど。
13’25	41.I:あ，はい，わかりました。で，そのような指導に対して子どもたちの反応は。
13’32	42.T1:うん，本当に機械的，機械的にやってしまったので。あとは組み合わせで，まあ，授業だと，うーん，[三角定規を用いて]こう組み合わせ方があると思うんですけど，組み合わせてできる角度ありますよね，そういうものを通して，角の大きさを意識して考えていくっていうようなやり方ですよね，そういうのを授業の中で取り上げていきました。
14’17	43.I:はい，ありがとうございます。それでは，12 番の質問です。分度器をその，使って角を作図する場面で，えっと，180 を超えない場合と超える場合で，角ということに対して子どもの反応に差がみられたかどうかということですが。
14’44	44.T1:やはり，あの，180° を超えない場合はスムーズにっていうんですかね，子どもたちは角度，指定された角度は作図できたかなと。やはり，180° を超えると補助線を入れたり，あるいは引いたり，っていうような流れで何通りかやり方はあると思うんですけど，そういう点で困難な児童がみられたというのがありますね。
15’13	45.I:はい，わかりました。ありがとうございます。それでは，13 番の方へ参ります。えっと，子どもの角の大きさに対する量感といいますか，えっと，何か先生が指導していく中で気付いたことはございますか。
15’28	46.T1:うーん，180…最初のころはですよ，最初のころは，180° を角としては捉えられない，角っていうのは尖っているものだと子どもたちの中にはあるということなんですよね。回転として示すと捉えられるのですが，こういう形（紙面上での直線）で描かれると，これが角なの？ってなってしまうので，そういう回転する…
16’06	47.I:実際に演示をすると？
16’08	48.T1:そう，演示すると大きさとして捉えられる，量感として捉えられると思いますね。ただ，直線として示されると捉えられないというのが現状にあります。
16’25	49.I:はい，例えば，その，90° を基準に考える子どもがみられたりだとか，直角なり何かを基準に 90° より小さい，大きいを捉える子どももみられましたか。
16’38	50.T1:もちろん，この指導案の中では，その直角とか 2 直角，そういう色々な角をみる流れの授業になってたと思うんですけど，予想をつける段階で。そういう児童はやはり既習事項が身に付いていて学力的にもいい子ができていたのかなとは思いますけど。
17’12	51.I:はい，それでは，最後の質問に参ります。この単元全体を通して，その，先生が印象に残っている子どもの発言だったり，反応，行動とか何か一番印象に残っていることはございますか。
17’26	52.T1:そうですね，うーん，…やはり子どもたちは，えー，こう，学力的に優秀な児童なのですが，引いてやればいい，4 直角は 360° だから，その，180° を超える例えば 200 何度なんていうものは，足してもよいけれども引いてやればいい，そういうところに気付いた児童がみれたということは，自分としては非常に自分の願いとするところでもあったので，それは嬉しかったですね，はい。

18’18	53.I:はい，例えば，描いたり測定したりする前に予め自分で筆算で計算してから描いたり測定したり。
18’24	54.T1:そうですね，はい，もうそれはかなり優秀な児童ですけどね。ええ。
18’29	55.I:はい，わかりました。それでは，これでインタビューを終わりにさせていただきます。ありがとうございました。

教師インタビュー（丹後小）プロトコル（教師 T2）	
時間	発話項目［　］内は表出行動（時間：発話開始時）T2:児童，I:筆者
0’00	1.I:よろしくお願いします。今日は，角の大きさの単元を指導された T2 先生に，どのような指導を昨年度なされたかということをお聞きさせていただきたく，時間を取っていただきました。インタビューの質問項目に関しましては，事前のお渡ししましたこのプリントにそってさせていただきますので，よろしくお願いします。
0’27	2.T2:よろしくお願いします。
0’28	3.I:まず，確認事項として，この学校で使用されている教科書は東京書籍でよろしいですか？
0’32	4.T2:はい，そうです。
0’33	5.I:はい，それで，この学校…えっと，先生は TT として昨年授業に携わったということなんですけれども，どのような授業形態を取られているかということを簡単にご説明いただけますか？
0’52	6.T2:えっと，2 クラスありまして，1 クラスはベテランの先生方ですね，だから，2 人が主になって，その場で自分たちのやっている中で臨機応変に主になり従になりという感じでやってきました。で，もう一人の方は若い先生だったので，えっと，主が私の方でやったんですけれども，こう時々こう声をかけて，その人に。で，ある場面では，主になってもらうという風にして，で，主には私が…
1’47	7.I:それでは，主には先生が授業を進めていくという感じで？
1’55	8.T2:はい，それから，TT ではないんですけれども，習熟度ということで 2 つ 3 つに分けて，この角度のときは，もう終わりの方で，もうほとんど授業が終わってあとは問題を解く，教科書とかドリルとか，あとプリントとかもあるんですけど，そういうのをやるときには，えっと，2 つに分けて。
2’31	9.I:あ，習熟度別に分けて？
2’32	10.T2:はい。
2’33	11.I:それまでには，TT で一斉授業？
2’35	12.T2:そうですね。
2’36	13.I:はい，わかりました。で，えっと，T2 先生は，今日インタビューを M さんと Y さんにしてもらったのですが，この 2 人の児童に対して指導されたのですか？
2’50	14.T2:はい，しました。
2’51	15.I:はい，わかりました。それでは，次に指導内容と児童の反応に関する質問ということで，えっと，3 番の質問になります。えっと，この角の大きさを調べようという単元全体を通して，先生が重点的にここを指導したいと意識してなさったことはございますか？
3’15	16.T2:そうですね…えっと，やはりこれは最終的には測れるということが大事なので，えっと，知識的なことも大事かもしれないけど，角度を実際に分度器を使って測るということを中心にしたことと，あと，導入の段階で，えっと，角度っていうものが子どもにとって捉えにくい概念で，この途中にも書いてあったんですけど，質問にも書いてあったんですけど，形としての角っていうのと，回転していくときの角っていうのに違いがあるので，そこの所を中心に。

4’20	17.I:その，4 番の質問にもちょっと書いたんですけれども，形としての角から，その回転の大きさとして角の大きさを捉えさせるときに，角の概念が拡張されますよね。その時に，先生が意識して発言されたり，何かそれに対してみられた子どもの反応はありましたか？
4’44	18.T2:そうですね，まず，教科書には風車が回ってたりだとか，それから…
4’50	19.I:時計？
4’51	20.T2:そうですね，はい，色々乗ってるんですけど，その中で一番捉えやすいのは身近にある時計かなって思ったんですね。それで，先生が子どもに教える用の時計があるので，それを子どもの前でぐるぐるっと針を回して，こう，後ろの方で針を回すんですけど。この針を回して何か気がついたことがあるかって聞くと，まあ，大体，時計というのは子どもたちは勉強してるので，長い針が一回りしただとか，それから，重なっているところがあるだとか，9 時とか 3 時だとちょうど直角になるとか，6 時だと一直線になるとか，12 時だとこう重なるとかっていうこととか。あとは，形だけだと形だけになってしまうので，こう長い針は 1 周するとか，短い針が 1 時間のうちに，まあ，何度とは言わないんですけれども，こうちょっとこの数字の 1 個分だけ動いているとか。そういうので入って，えー，ちょっと風車は扱いづらかったんですよね，そういうのがまず。そこで，図形じゃなくて，回転の大きさとして。あとは，［クルリンくんを取りだす］教科書で使っているのではなくて，こういうのを研修でやってるので，他の先生とも話し合って，［クルリンくんを演示する］こういうのを作って，こうやってできているというのを見せて，回転で捉えさせるという風にしました。
7’02	21.I:直線が回転した時の軌跡というか…。
7’09	22.T2:そうですね，これは結構インパクトがあって，こういうようなもの（2 本の棒からなるもの）はやはり空間で，こっち側も空間だから，捉えづらい，はい，こうやって動かして，このようにして［棒を回転させる］角度ができるってやったんですけど，子どもたちにとっては，回っていくとどんどん角度が変わるっていうのが捉えやすかった。これは，本当に導入のときしか使わなかったんですけれども。
7’47	23.I:回転の大きさとして捉えさせるのは有効だった？
7’49	24.T2:はい。あとは，この角の部屋っていうのが 4 つに分かれていて。なかなか子どもは 90°，［90° 未満の角を示す］こうなってても，80° とか言わない，これで 120° とか言うんですね。でもこれで 1 つの部屋，1 の部屋だから 90 より小さいよねと，そういう風に予想すると，こうすると，90° より大きくて 180° より小さいなっていうのを頭に入れながら分度器をあてるっていう活動はしたんですが。はい，こういうものを使いました。
8’37	25.I:ありがとうございます。それで，それに対して実際に子どもとしては，180° を超える大きさの角に対して子どもが躓いている様子というか, 苦手とする反応みたいなのはみられましたか？
8’58	26.T2:そうですね，もうやっぱり，ちょっと算数の苦手な子はもうどうしたらいいのかわからなくて。分度器が 180 までしかないからもうどうしたらいいのかわからない。それで，分度器をこう（上向きに）あてるまではどうにかなるんですけど，その残った角を，分度器をこうひっくり返す，ひっくり返していいのかな，とか，あるいは，補助線を引いてもとのものの向きを変えて分度器をあてる，っていう。そういうことがなかなか，こう，向きを変

	える。そうですね，だから，なかなか，やり方さえ分かれば，角度と角度が足せるっていうのはできるので，そういう。あと，引くっていうのもわかるので，やり方さえわかれば大体の子はできるようにはなるんですけど，分度器の扱いっていうので戸惑う子が多かったかなと思います。
10'08	27.I:その5番の質問にも関連するんですけど，分度器の構造とうか，その，10ずつ目盛りが振ってあって，さらに細かく1度っていうのがあって，という分度器の構造を子どもたちにどう教えられたのか，子どもたちに説明させたのか？
10'30	28.T2:そうですね，説明というか，まず子どもたちに分度器を渡して，この分度器で気がついたことある？っていうんですね。そうすると，大体の子が0から180まであるとか，こっち（右回り）からも0があってこっち（左回り）からも0があるとか，それから，上の方は目盛りが細かいけど中心に近いものは目盛りがないとか，ちょうど真ん中が90だとか，そういうことを色々いうんですね。10ずつ目盛りが打ってあるとか，そういうことを言うので，えーと，じゃあどうしてそうなってるんだと思う？と聞くと，例えばこっち（右回り）からも0°，こっち（左回り）からも0°っていうと両方から測れるとか。90°については，こうなってるから，じゃあ，直角の所が90なんじゃないかとか。そういうようなことを子どもたちが色々言ってくるので，そういうことから，分度器っていうのはこっち（右回り）からも回転するし，こっち（左回り）からも回転するよということを押さえたり，直角が90であることを押さえたりしていきました。だから，教師の方で，1度ってこれくらいだよ，とか直角は90°になっててねっていうのを言うのではなくて，分度器を使いながらそういうことを見つけさせるようにして。で，最終的には，1回転がまずは4直角っていうのを教えるんですね。それで，子どもは90°より大きいとか，180°になる，角が180になるっていうのは抵抗がありますよね。
12'38	29.I:はい，まっすぐになってしまうから。
12'40	30.T2:はい，え，まっすぐなのに角度があるの？ってなってしまうので，さっきのを使って，こうやって動かしていくと，こう出来た，この間，黄色くなってるこの間が角度だよってやってくと，ちょうどま上だと90°，直角が1個あって，ちょうどまっすぐになると2こあるから2直角，それで下に行くと3つあるからこれを3直角っていうんだねって言ったりと。あとは，2直角っていうと子どもが自然に3つあるから3直角だとかって言ったりしますし。場合によって言わない場合は，これが1直角っていうんだよって言えば，じゃあ2直角，3直角だって，じゃあ1周すれば4直角だって。で，そういうことが勉強出来たら，どうして360°ってしたかってすると，その，1年に地球が，あれ，360，ぐるって回るんですよね，それが考え方の中心になってるっていう。なんで360なのかは不思議ですよね。で，そういったりすると，納得して。あとは，太陽の向きとかで，中心に自分がいて，こういう風に回っていきますよね，で，こっちからこっちまで向くと90°向いてるっていう，こういうのを回転の角っていうんだよって。
14'36	31.I:体感として？
14'37	32.T2:そう，自分が中心になってこうやって。それって角度が生まれたもとですよね。
14'44	33.I:はい，60進法の考えというか。

14’50	34.T2:そうですよね，だからそういうことを教えて，文化会館の方を見て，ここからみてこっちを向くと 90°，反対を向くと 180°ってやると，180°っていう角がなんとなくわかるというか。
15’20	35.I:ありがとうございます。それでは，6 番の質問に参ります。分度器を使った測定においてその，手順というものがあると思うんですけど，それはこのようにどう書き方を指導されましたか？
15’34	36.T2:手順？…えーと，分度器による測定？
15’42	37.I:そうですね，分度器を使って，こう角を描くやり方？や測ったりする方法をどのように指導されたのか。
15’46	38.T2:ああ，そうですね，ちょっと待ってね［指導案を見る］えっと，そうですね，まずやっぱり順を追って，一番簡単なのは 90°より小さな角なので，まずそれをこうやって測るんだよっていう測り方を教えるんですね。90°より小さな角を使って，中心を合わせて，0 の線を合わせて，とか言って，まずはわからないので測り方を教えました。その次に，まあ，研究授業をやったということもあるんですけど，次は 90°より大きくて 180°より小さい角度を測ったときに，子どもたちに考えさせたんですね。これは何度か測ってみようって。で，どうやって測ったか発表してごらんって言ったら，もう素直に，中心をあてて 0°の線にあてて，こうやって測っていった子と，90°の所にしるしをつけてそこからさらに何度かってした子もいたんですね。その考え方っていうのが，その次に行くと役に立つ考えで，その 90°で分けなくてもいいんですけど，そういう測り方もあったんだね，って押さえて。それで，180°を超えるときには 180°までを測って，で，もっと出っ張っているところを 180°に足せばいいんだって持っていったというようにしました。
18’23	39.I:それはやっぱり先生が前の段階で 1 直角，2 直角というか，直角を基準になされた効果というか。
18’32	40.T2:そうですね，やっぱり，ありましたね。あとは子どもの中には工夫したいというか，ただ普通に測るというよりはひとひねりしたいという思いがある，工夫したいという子も中にはいるので，例えば，三角定規の 60°を使って，60°まで測ってそこに線を引いて，120°であれば，60°まで測ってしるしをつけて，自分は 60°だと知っているので，さらにそこから 60°を測って，60 がもう一回あるからっていうという風に。それはある意味無意味なことではあるんですが，そういうことを紹介すると子どもが次のステップのときにそういう測り方が使えるということで，私たちは見ててわざと取り上げるんですね，面白い測り方したねって。そういう風にいってあげると，自分の測り方はなかなかよかったのかなって思ってくれて。そういう風にして 180°を超える角もやりました。
19’59	41.I:次に 7 番の質問に参ります。三角定規，今も少しお話にあったのですが，三角定規の角を組み合わせて測定する場面があると思うんですけれども，そこでみられた子どもの反応だったり，指導するにあたって留意されたことってありますか？
20’21	42.T2:うーん，まず，あの，こういう角度がすって頭に入る子は，定規のここが 30°，60°，45°というのが頭の中にすっと入ってくるんですけど，なかなか入ってこない子は 30 と 60 の違いがわからないんですね。この 45 っていうのも，私たちにとってはなんでわからない

	のかがわからないんですけど，30，60，45っていうことは頭の中にはあるんだけど。
21’09	43.I:大きさとは捉えられずに？
21’10	44.T2:そうですね，そこがちょっと，なかなか何回も経験するしかないのかなと。あとは重ねてみてこっちの方が小さいからこっちが30°でとか，そういう風にしなきゃならないのかなって。あとは，重ね合わせて，例えば，［三角定規の60°と45°を重ねて］こんな風にしてここ（15°）の角度を測ろうっていうのをするんですね。でも子どもは最初どこの角度かわからないんですね，ここにこうやって線があればここだよってやってるのに，どこだかわからないんですよね。
21’53	45.I:重なっているところなんだけれども，どこが重なっている角なのかがわからない？
21’59	46.T2:そうですね，それで，そこに色を塗るってして，ここを際立たせる，ここだよって際立たせてみました。あとは，［60°＋90°を作る］こういう風に重なった場合には，ここが直角で，直角の所を塗って，こっちは60°でさらに塗ってとすると，子どもは90＋60だなっていうのがわかって。これは，分度器で測ってはいけない概念というが，なので，そういう風にして色を塗ってみました。
22’46	47.I:［90°と60°を重ねる］例えばこういう風に2つが重なったときというと，やはりどうしてもほかの所に目がいってしまうというか,そういう子どもも見られましたか？ここが角だっていう。
22’58	48.T2:そうですね，ここっていうのはわかると思うんですけど，例えば㋐とかってして，㋐はここの角度だなってことは，大体の子はわかるんですけど，ここだけだと，この大きさ（60°）には目がいかないんですよね，なんだか，線？線とか点とか，こう，目がいっちゃう。ここの開き具合というところに目がいかないんです。でも，あの，そういう子たちでも，やり方っていうんですか，わかるようになれば，重ねて引いたり足したりすることは難しくなかったと思うんですけど，とにかく，角の概念が難しかったかなと思います。
24’07	49.I:ありがとうございます。それでは,8番の質問に参ります。えっと,分度器を用いて色々な角を描いていくという場面で先生が取り上げた題材というか教材はありますか？
24’25	50.T2:えーと，時間もせまってて，ちょっと教科書，あまり覚えてないんですけど［教科書を開く］
24’39	51.I:回転する何か具体物というか，教材だったり。
23’58	52.T2:もう，あの，実際の話，えーと，ここ（教科書）には乗ってないですね，分度器を使って角を描く場面で扱った題材…うーん，あまり，素直に何度を描いてみましょうとか，そういうのが多かったですね。
25’38	53.I:そのときにやはり，180より小さい角と180を超える角に対して，子どもの描き方に対する反応の違いは見られましたか？
25’52	54.T2:そうですね，あの…。えーと，角度が，180°より大きくて360にかなり近い…
26’10	55.I:300°とか330°とか？
26’15	56.T2:そうですね，270°よりも大きい場合には，その小さいところを引いて，残りを求めるというのが多かったですね。
26’31	57.I:180°を基準とするよりも，360°にあとどれだけ足りないかっていう。それは，測る

	ときと捉え方に違いはありましたか？例えば，測るとき，330° を測るとき。
26'53	58.T2:測るときと描くとき？やっぱり，測るときに出来てる子は，描くときも同じ考えで出来ましてたよね。だから，やっぱりそこで，270° より大きいんだとか，そういう 3 直角とか 2 直角とか，よくわかってる子はそんなに間違わないんだけれども，そこをわかっていない子はどうしても間違っちゃうことが多かったですよね。
27'33	59.I:例えば, こう下向きに 180° を超えた場合には下向きに置いてこう目盛りをつけなきゃならない，そういうときに目盛りの読む方向だったり，どっちの目盛りを読まなきゃならないとかは。
27'51	60.T2:そうですね，やっぱり測ることをちゃんとやってれば，描くっていうのはそんなに差はなかったですね。測れる子は描けるし，測れない子は描くときも失敗しちゃう。
28'10	61.I:ありがとうございます。それでは，9 番の質問に参ります。あの，先ほどその回転の様子を見せるので話題になったんですけれども，0° ，180° ，360° のように直線が一直線になってしまうような角に対して，子どもの対する反応としては，角として捉えられないという…。
28'37	62.T2:そうですね，やはり角を形として捉えられない子はなかなか一直線に，えー，つながることができないと思いますね。やはり，角っていうと，中心があって 2 本の線があってｍとんがっている，多少広がっていたとしても多少がこうなっている,
29'08	63.I:くの字のような？
29'09	64.T2:そうですよね，そういう角度しか想像できないんですけど，［クルリンくんを提示する］このやり方でやると，一番最初もこう角度っていうねってなって，こうどんどんひろがっていって，まっすぐになって，これはどうなの？って聞くと，やっぱり中心があって，2 本の線があって, こういう風に回ってるからこれも角度だよってほとんどの子がいってたので，やっぱりこの効果はあったかと思います。
29'55	65.I:ありがとうございます。それでは，最後に 10 番の質問に参ります。えっと，角の大きさの単元全体を通して先生の印象に残っている児童の発言，行動，反応など何かございますか。何か印象に残っている…。
30'15	66.T2:そうですね，えっと，うーん，…。難しいな。［指導案をみる］
30'39	67.I:例えば，気になる，気になる児童が見られたりとか，印象に。
30'52	68.T2:すみません, だいぶ前のことなので忘れちゃいました, 今年はこれからなんですけど。無我夢中で毎回やってるので…。
31'02	69.I:いえ，大丈夫です。例えば，子どもからすごく多かった質問とか，こういうところにつまづいている子どもが多かったなぁとか，そういうことってありますか？
31'14	70.T2:あの, さっきも言ったように, えっと, 90° より小さい角を測ってるはずなのに, 90° 以上の，まあ，分度器を逆の目盛りで読んでしまってるんですけど，そういうのは，こう，勉強して，しばらく経ったときにそういう間違いをするっていうのは，実際にやったときには何とかわかるんだけれども，時間がたつと，忘れてしまうので，そういうのが定着できるのかなっていうのが悩みですね。
32'19	71.I:回転の大きさとして角の大きさを捉えることを定着させることが難しいと思います。

32’29	72.T2:そうですね，えっと…。あ，それとは離れちゃうかもしれないんですけど，このクルリンくんをやったときに，半分の形を太陽が出てきた形みたいとか，まんまるのときにはお月さまみたいというようなのがみられて。そういう形でなにか表したりすると，その時の形の印象が頭の中に残って，それは形になってしまうんですけど，それで，頭の中に入った子は回転の角は，だんだん移っていったときもなんか理解できているような気がしたんですね。
33’46	73.I:やはり，扇形から円になる，だんだん，円になるっていうことから角を捉えていくっていうのは角の…。
33’55	74.T2:そうですね，最初はケーキの 1 個分だ，それから，ピザの四分の一だって言ってる子がいて。そういう何かと一緒に捉えられた子は意外と，回転，回転量に移ってもある程度は理解できていたかなと思います。まあ，私たちからすると，月の半分だとか，満月とかって言ったときにそれが回転量にどうつながるのかなって思ったんですけど。
34’54	75.I:子どもとしては，円とか円の一部として捉えることで？
34’56	76.T2:そうですね，それを何かに例えるということで。そうすると回転として捉えられたかなって。
35’12	77.I:はい，色々とありがとうございます。これで，質問は終わりになります。どうもありがとうございました。
35’16	78.T2:すみません，お答えになったかどうか。ありがとうございました。

教師インタビュー（前野小 4 年）プロトコル（T3）	
時間	発話項目［　］内は表出行動（時間：発話開始時）T:教諭，I:筆者
0'00	1.I:では，始めさせていただきます。よろしくお願いします。
0'04	2.T:よろしくお願いします。
0'06	3.I:先日お渡しいたしました，この通りに進めさせていただきますので，よろしくお願いします。えっと，授業に関する質問の 1 つ目としては，この角という単元全体を通して，先生が重点的に指導をされたことというのは，特にございますでしょうか。
0'30	4.T:えっとですね，この授業をするにあたり，これまで担当してきた 4 年生の子どもたちの実態から，分度器，反対向き，角の向きが反対になったときどの目盛りを読んだらいいのか，っていうのが一番，分かってそうな子でもできない，っていうのが一番ちょっと感じていたので，あの，分度器はどういう作りになっているかっていうことを，どう着目させることで，両方向に目盛りがあるとか，あの，何て言うんですか，（水平な）線があるとか，これ（頂点を合わせる点）があるとか，そういうことに気づかせていくことで，なんでそうなっているのかなっていうことを気づかせていくことが，その一番重点をおいたことかなっていう。分度器のつくり，本当に短い時間だったんですけれども，そこに目をつけさせるってことに今回は，重点をおいてみたという感じですね。
1'50	5.I:はい，わかりました。単元全体の目標として，その，回転の大きさとして角の大きさを捉えて，角の大きさを描いたり測ったりっていうのはどうですか。分度器の仕組みのほかに，角の大きさをどう捉えさせるかっていうことについては。
2'10	6.T:えーとですね，図形としての角の段階で，子どもたちの実態からこういう場合はこう，こういう場合はってわけてしまうと，捉え方として分からなくなってしまう子がでてきてしまうかもしれない，というのもありまして，図形としての角として捉える段階でも，角というのはこう，動きなんだよっていう，そういうのを少し押さえておきました。その時作った，その，教具って言うほどのものでもないんですけど，
2'48	7.I:あ，授業でちょっと回していた？
2'50	8.T:はい，ちょっと。ああいうのを使ったり，教科書の後ろにある円の中にある，こうパックンみたいなのですか，そういうのを使うことで回転角を意識させたっていうのはあるんですが，その身の回りにある時計を見せたりだとか。ただ，あまりそこにこだわってしまうと，子どもたちの中にはその能力的にも心配な子たちもいるものですから，そこはちょっと重視せずにやりました。
3'25	9.I:わかりました。この単元に入る前に，その図形としての角を勉強するときに，角っていうそのものも，その 1 点を共有する 2 つの辺でできる形っていうことで角というものが導入されるんですが，それと今回のそのつながりっていうのはどのように意識されましたか。
3'47	10.T:うーん，そうですね。図形としての角，そうですね，今言ったような，開き具合と，それとこう，何て言うのかな，関連付け，うまく言えないんですけど。
4'17	11.I:その 3 番の質問にも関係するんですけど，辺の長さや，角の大きさを表すこの面積というかこの広さを角の大きさだって捉えてしまって，こっちとこっちだったらこっちの方が大きいと答えてしまうような，こう児童はみられましたか。

4’40	12.T:あ，実際にはその面積という感じでやってしまうと，角の大きさ，面積としてみてしまって間違ってしまう子はみられました。
4’57	13.I:例えば，開き具合って言うのを混同してしまったり，ここの幅を測ってしまったりっていうのは。
5’04	14.T:ありましたね。
5’07	15.I:そのような子どもに対して，先生はどのような対応をされましたか。
5’10	16.T:ちょっと，あ，面積としてはこちらはあの，例えば黒板に描いたりとか，プリントでも。面積のことについては 1 つは扱わないようにしたということと，で，そういう，重ねてみたり，あるいは辺の長さを伸ばしてみたりっていうのを使って，ああ，同じだねって比較させたくらいですね。
5’42	17.I:ああ，その直接重ねてこう。
5’45	18.T:はい，それくらいですね。
5’46	19.I:はい，わかりました。では，4 番の質問に参りたいんですけれども，えっと，直角を単位としてまず初めに 1 直角，2 直角として角の大きさを表したあとに，分度器を導入すると思うんですけれども，どのようにして分度器を導入していったかということについてはいかがですか。
6’10	20.T:分度器そのものは，あの，3 年生でコンパスを用意するときに一緒に用意してきて，分度器そのものは結構子どもたちは知ってはいたんですよね。ただ，どういうものかって言うことについては，知っている子もいれば知らない子もいるということで，角を測るための道具なんだよっていうことをお話しまして，で，その後，先ほどお話ししましたように，分度器っていうのは角を測るためにどういう作りになっているのかなっていうのを子どもたちに見つけさせたような。
7’00	21.I:目盛りがこう両方の向きにあったりだとか，あとは例えば，こう 10 ずつになっているのはものさしに似てる，これまで子どもたちが測った色々な測定の道具に関連付けて。
7’19	22.T:そうですね，子どもたちに気づかせていったので，大きい目盛りと小さい目盛りがある，こうものさしを丸くしたような感じだということには子どもたちも気づきまして。で，ものさしが大きい目盛りから読んだよ，で次に小さい目盛りを読んだよ。じゃあ，分度器も同じかなってことで, その角を測るときには大きい目盛りから読んだらいいねってことで関連性をちょっと持たせながら, 子どもたちの気づきをもとに関連するのをやったって感じかな。はい，ちょっと忘れちゃったような，ええ。
8’09	23.I:わかりました，では 2 枚目の方に行きたいんですが，そのときにおそらく一緒に度という単位も出てくると思うんですけれども，それについてはどういう風に分度器の構造，特徴と関連されたかっていうのは。
8’31	24.T:あまり，えー，ごめんなさい，あまりそこまではやらないで単位として度があるということを知らせておきました。ただ，理科で気温の度との間違いもこれまでの子どもたちの中であったので，やはり気温の場合と違って，記号だけだよっていう確認を取った程度で。
9’05	25.I:そのときに，どっちの目盛りから読むと，左回りの目盛りだとこう読んで，右回りの目盛りだとこう読むみたいな回転の大きさとして捉えさせるとか, 開き具合として捉えさせ

	るっていうような留意をされて？
9’33	26.T:というか，分度器のしくみを子どもたちに確認させたときに目盛りが 2 つあるよってことだったんですね。で，なんで 2 つあるのかな，こっちにも 0 と 0，180 あるよ，180 が反対になってるよっていうのに子どもたちが気づきまして，じゃあ，なんで反対向きになってるのかなって。これは，反対からの角を測るためのだっていうのに子どもたちは気づきまして。そこは思いのほか，今までの子どもたちは向きが違うと測り方を間違えるっていうのがあったんですが，今年の子どもたちは，分度器のしくみに気付いたのか，今までの子どもたちに比べると間違える子が少なかったかなって。こちらもそんなに，反対，うん，どちらからも開いてる方が，0 の方から開いているときはこちらの目盛りで，こちらから開いてる時は 0 はこっちだよ，っていうことはちょっとは確認しましたが。
10’56	27.I:今回は気づいてくれた？
10’58	28.T:はい，そこはすんなりと行っていた気がします。
11’03	29.I:ありがとうございます。それでは，6 番の質問に行きますが，えっと分度器で一通り角を描いたり測ったりした後に，どのようにこの単元を終えられたかってことをお聞かせ願いたいのですが。
11’18	30.T:はい，えっと，三角定規を用いて角の大きさですね。三角定規の，角って子どもたち，思いのほか量感がないんですね。図形としての量感もないというか。重ねてみたりとかして，1 番小さい所はどこかな？っていっても結構子どもたちには小さいっていうのがわからなくて，じゃあ，尖っている所が小さいね，一番尖っている所はどこかなって。同じところもあるね，なんて友達のと合わせたりっていうのをやったっていうのと。あと，こちらで，プリントを用意しておきまして，そこを分度器で測って，三角定規は何度になってるのかなって。
12’33	31.I:こう，三角定規を重ねて引き算や足し算をするような授業はどんな風に？
12’38	32.T:はい，それもしました。それは，あの，問題を見て三角定規を合わせるね，で，そうするとここは何度かなとか，あと，引き算の場合，重ねた場合，どういう風に重なってるのかなとか，ああ，じゃあ，ここだね，じゃあ，もとのところは何度かなってことで，実際に三角定規を使って問題のように重ねて。
13’20	33.I:辺とかを合わせて重ねるのは比較的よくできていた？
13’22	34.T:そうですね，あ，ただ，あの，合わせる方は，三角定規の角の大きさを覚えている子は合わせる場合は出来たんですけれども，重ねた場合と引き算っていう感覚は子どもたちには捉えにくいようで。出来ない子に関しては練習させました。個別指導ということで。あと，どこをどうしたらそういう形になるのか，っていうのが難しいみたいで，そのあたりは練習させましたね。
13’58	35.I:わかりました，ありがとうございます。では，えっと，7 番の質問に参りますが，えっと，今ちょうど角の大きさが大きい，小さいっていうのが，先ほど先生が三角定規でもわからない子どもが多かったとおっしゃていたんですが，全体を通して角の大きさがおよそ何度と見当づけるときに，子どもたちの角の大きさに対する量感が不十分かなと思われた場面はその他にございましたか。

14’26	36.T:そうですね，あの，例えば，120°だったりして，という問題だったときに反対に読んでしまう子がいて，それをあの，120 じゃなくて 60 としてしまって，で，答えかけたから OK みたいな感じで平気でいる子がいて。じゃあ，120°っていうのは，まず 90°より大きいのか小さいのか，予想を立てようということで。あるいは 180 よりも大きいかな，小さいかな，360 に近いかなっていう，そういうのを練習した感じですね。練習したり，あとは実際に測ったりとか。そうですね。
15’25	37.I:基準としてはやはり直角より大きい，小さい？直角を基準に 2 直角とか，3 直角とかそういう？
15’31	38.T:そうですね。はい。
15’34	39.I:で，例えば，0°とか 180°とか 360°のようにこう，一直線になってしまうような，その 2 辺が見えなくなってしまうような角度に対して,これは角度ではないと戸惑う児童もみられましたか？
15’52	40.T:そうですね，あの，三角定規を重ねたときかな？三角定規を重ねて，こういう風になるときありますよね。そうするとどうしてもここが一直線なので，何度かどういう風に捉えて良いかわからないということで，分度器のここ，角の頂点と同じように分度器の頂点だよってことで，子どもの言葉であの，一緒に考えさせたんですけど。じゃあ，分度器が，1 直線が，2 本の線がちょうどまっすぐになったときのことだねっていう風に。で，分度器は 0 から 180 だから，ぴったり開いたときはどこかに頂点があって，あるんだね，っていうこと，見えないけど頂点はあるんだね，180°だねってことはあの，一緒に確認しました。あと，0°なんですけれども，0°は私も確認しないでいきまして，まあ，開いていない状態だよって。ただあまり，0°は押さえないでしまったかなというのが，ちょっと反省しているところです。
17’20	41.I:その，回転の，先生がつかってらしたこう回る教具を使って，0°からだんだん回していって 180°，さらに 1 周して 360°，みたいなところはありましたか。
17’38	42.T:そうですね，その状況に応じて，子どもたちが分かりづらそうだなと思った時にはそれを使ってやりました。
17’51	43.I:8 番の質問に参りますが，単元全体を通して，先生の中に印象に残っている反応，発言，行動などは何かございますか。
18’07	44.T:そうですね，1 番この角の学習で，うん，なんていますか，子どもたちの理解を確認していく上で，良い子どもたちの反応だなって思ったのは，先ほど言いましたように，分度器の作りで，あの，目盛りが両方になってるっていうのが反対向きの角度を測るためのものなんだっていったのがやはり一番，子どもたちにもインパクトが強くて。反対向きの角度を測るときには反対向きの目盛りを読むんだっていう意識がそこでついたのかなっていうのがありましたね。
18’54	45.I:例えば，180°を超えてしまう角度だと下向きにこう分度器を使うことがあると思うんですが，そういうときにも子どもたちの気づきっていうのが，こう役立っていると感じましたか。
19’07	46.T:そうですね，あの，この 4 年の子どもたち，本当こちらから教えたこと，話を聞かな

	いもので，こちらから教えたこと，気付かせようと一生懸命ここだよここだよって言ったことはあまり印象として残らない子たちで。自分たちで気付いたり，だれかが発表したりとかっていうのは結構残る子たちなので，その角度は反対向きから測るんだってことは子どもたちには強く残ったのかなっていうのがあります。
19’48	47.I:はい。以上が授業に関する質問なんですが，あと最後に調査，質問紙調査の反応でみられた子どもたちの反応について，先生にお聞きしたいことが 2 つほどありまして。1 つ目があの，分度器を使って 300° を描いてもらう問題を出したんですが，この問題に対して，りつこさんの考えという表現を使った説明があって，あとゆうたさんの考えとしてこう表現をして答えた子どもたちが何人かみられたんですが，あの，実際何時間か観察させていただいたときにも，このりつこさんの考えっていう子どもの考えがでてきたんですが，その後の授業でも，りつこさんの考え，ゆうたさんの考えというような表現を使ってずっとなされていたのかどうか。
20’40	48.T:そうですね，どちらかというと，子どもたちに描かせたワークシートの中には，りつこさんの考えは足し算の考えだね，で，ゆうたさんの考えは引き算の考えっていうことを子どもたちも描いていたし，黒板にも貼っていたので，その子どもたちの，意見？意見でもっていくのが一番だと思ったので，りつこさんの考えは延長線を引いて足し算，というりつこさんの考え，ゆうたさんの考えということで，やっていきましたね。はい。
21’29	49.I:最後の質問としては，同じこの問題に関してなんですけれども，どちらかというとそのりつこさんの考えで描いた子が多くみられまして。観察させていただいた授業では，まだはじめて 180° 登場したっていうのもあって，なかなか分度器をどう使ったらいいのかっていうのも戸惑う子どももみられたのですが，その後どのような対応をされていったのかという。あの，ちょうど休校になってしまったので，その後どんな授業をされたかっていう。
22’12	50.T:そうですね，一応，あのとき子どもたちに発表させたのを，えっと，一番子どもたち，角を測る上でも描く上でもネックになるところなので，再度りつこさんの考えというのはどういう考えだったかなというのを発表してもらった子と一緒にみんなで確認して，で，実際にりつこさんの考えで描いてみようていうことをやりまして。で，同じように，ゆうたさんの考えについても 1 時間取りました。で，あとは出来ない子は個別対応で。で，どちらかというとその後子どもたちはあの，180° を超える問題，特に 360° に近い問題ですか，それについても，どちらかといえばりつこさんの考えでやってる子が多くて。そのゆうたさんの考えのよさはどういうところかなっていうのはやったんですが，どうしても子どもたちにはりつこさんの考え，足し算にするっていう方に行ってて。なぜかなーって考えたときに，180，ね，360 に近い角度だとここにこういう風に書いてありますよね［角の大きさを指す扇形を描く］。そうすると，子どもたちはここ（扇形）を測るという意識が強いので，きっと。
23’45	51.I:ああ，指されていない方に目を向けるのが難しい？
23’47	52.T:はい，というのがこの子たちの実態だなっていうのを感じまして。だから，角のテストなんかも，今日も計算力テストをやったんですが，ここを計算して測った子（ゆうたさんの考えを使って）というのは本当に出来る子。何人かだけでしたね。どうしても足し算，引

	き算っていうと，引き算の方が苦手なんですよね，この子たちは。なので，どうしても足し算の方に行くっていう傾向があります。でもこの（ゆうたさんの考え）よさもこれからね，学習していく中でよさも再度学習する中でやっていけたらなって思います。
24’42	53.I:わかりました。それでは，これで先生への質問を終わりにしたいと思います。ありがとうございました。
24’45	54.T:こちらこそありがとうございました。