

氏名(本籍)	久保隆貴(埼玉県)
学位の種類	博士(理学)
学位記番号	博甲第5618号
学位授与年月日	平成23年3月25日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当
審査研究科	数理解物科学研究所
学位論文題目	A Symbolic-Numeric Study of Extended Hensel Construction (拡張ヘンゼル構成の数式・数値的研究)
主査	筑波大学教授 理学博士 磯崎 洋
副査	筑波大学教授 理学博士 若林 誠一郎
副査	筑波大学教授 理学博士 笠原 勇二
副査	筑波大学准教授 理学博士 坂井 公

論文の内容の要旨

ヘンゼル構成は、最初は有限体上の構造に関する代数的研究の成果として浮上して来たもので、小さな位数の体での計算結果を利用して、大きな位数をもつ拡大体での計算結果を得ようとするものである。台数を中心とした分野で多くの応用例を持つが、それを多変数の場合に拡張した拡張ヘンゼル構成を応用して、数式・数値融合計算を目指す近似代数で役立つ手法が、近年、模索されている。

拡張ヘンゼル構成は1999年にSasaki, Kakoによって提案された、特異点での多変数代数方程式のべき級数解法である。3変数以上の多変数多項式を扱うことができ、また特異点でのべき級数展開を能率よく行うことができることなどから、多項式の因数分解やべき級数環上での解析的因数分解などにも応用されており、現在では計算代数における重要な手法の一つとなっている。

本研究では、その一環として、拡張ヘンゼル構成を平面代数曲線から定まるモノドロミー群の計算法に応用した。モノドロミー群を定めるには、浮動小数係数の多項式から収束べき級数根を計算して臨界点の近傍での解析接続を行う必要があり、厳密な数式処理でも、数値計算でも、その手法には大きな困難を伴う。本論文では拡張ヘンゼル構成の場合、その計算を浮動小数点係数で行なっても、構成途上でたまっていく誤差は独立で蓄積が小さい、すなわち浮動小数係数や臨界点の扱いに対して、構成法が頑強であるという特徴を生かし、安定した結果を導くことができた。

平面代数曲線の通常点における各根を臨界点を周回する曲線に沿って解析接続すると、根の間の置換が生ずる。この置換により生成される群がモノドロミー群であり、その計算はガロア逆問題やアーベル写像への応用などの観点から現在でも盛んに研究されている。浮動小数点を用いた実際の計算においては、臨界点から臨界点を超える領域で収束するべき級数は計算できず、展開点が臨界点に近いほど計算途上での誤差の蓄積が大きくなり安定した結果が得られないことが知られている。そのため、通常は臨界点を大きく避けるか、収束円盤内で何度もべき級数展開を行い、誤差蓄積への注意を払いながら計算を行っている。

この困難を解消するために用いるのが拡張ヘンゼル構成である。拡張ヘンゼル構成は臨界点を展開点とするピュイズー展開を用いるため、臨界点の近傍での展開を何度も行う必要がなく、効率の面でも大変すぐれ

た手法であるといえる。2変数の場合には、ニュートン多項式の因数分解とユークリッドの拡張互除法を用いて与えられた多項式の因数分解を得る。各因子がヘンゼル因子である。各ヘンゼル因子からピユイズー展開を求める。

計算機実験として具体的な2変数多項式を与え、各根の間に生ずる置換を計算した。臨界点を判別式より近似的に求め、各臨界点を展開点とするピユイズー級数根の計算を浮動小数係数を用いて行った。得られたモノドロミー群は展開点を中心とする円状に数値を代入し、その値を実部と虚部とに分けて描画することにより視覚的にも理解することができる。

これらの結果により、本研究で提案した手法は浮動小数係数を扱う場合にも安定した結果を導くことが分かった。また臨界点の近傍で何度も解析接続を行う必要がなく、各ピユイズー級数を並列的に計算できることから、従来よりも飛躍的に効率のよい手法であるとの結論を得た。

審 査 の 結 果 の 要 旨

代数的な研究から生まれてきた着想を、解析的な要素を多分に持つ数式・数値融合計算に効率的に適用する方法というのは、近似代数という分野が抱える大きなテーマである。拡張ヘンゼル構成の応用は、その意味での流行の1つとも言えるが、その計算を浮動小数点係数で行なっても誤差の蓄積が小さいという点に着目し、平面代数曲線のモノドロミー群の計算に応用するというのは、着眼点がきわめて優れており、独創的な研究といえる。実際、従来の計算手法よりも飛躍的に効率を高めることができた。計算代数の複素代数幾何への応用という意味でも重要であり、2変数のみならず多変数の場合への拡張も期待され、その価値は極めて高い。

よって、著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。