

氏名(本籍)	安 ^{あん} 保 ^ほ 勇 ^{ゆう} 希 ^き (青森県)			
学位の種類	博士(数学)			
学位記番号	博甲第5623号			
学位授与年月日	平成23年3月25日			
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当			
審査研究科	数理物質科学研究科			
学位論文題目	A study on generic structures, existentially closed models, and random bijections (ジェネリック構造、存在閉モデル、およびランダム全単射についての研究)			
主査	筑波大学教授	理学博士	坪井明人	
副査	筑波大学教授	理学博士	田島慎一	
副査	筑波大学准教授	博士(理学)	木下保	
副査	筑波大学准教授	博士(数学)	塩谷真弘	

論文の内容の要旨

理論(公理系)の分類はモデル理論の大きな目標の一つである。安定性、単純性、lownessなどはその分類に用いられる概念の代表例である。本論文ではこれらのモデル理論で重要とされる諸概念について考察を与えている。特に次の3つの問題に焦点をあて、それらの考察を第2章、第3章、第4章でそれぞれ行っている。

1. ジェネリック構造の安定性に関する問題。
2. ランダムグラフにランダム全単射を付加した構造の単純性に関する問題。
3. 存在閉モデルのカテゴリーにおける lowness についての問題。

第2章ではジェネリック構造に関する Baldwin の問題に部分的な解を与えている。Frisse 構成法は、HP (Hereditary Property)、JEP (Joint Embedding Property) および AP (Amalgamation Property) と呼ばれる良い性質を持つ有限構造から、はり合わせにより可算構造を作る方法である。この構成法自体もモデル理論的に興味深い構造を作る方法と知られていたが、Hrushovski はさらに構成法を精密化して、非常に強力な構成法を発見した。この構成法によってできる構造をジェネリック構造と呼んでいる。Hrushovski はモデル理論における多くの未解決問題をこのジェネリック構造を用いて解いた。しかし Baldwin は、ジェネリック構造による構成にも限界があると考え、安定だが超安定ではないジェネリック構造は存在しないと予想した。安保氏はある種の弱い条件のもとに、Baldwin の問題を肯定的に解いた。この結果は池田宏一郎氏との共同研究である。

第3章では、与えられた構造に関数を付加する問題を扱っている。新たな関数を付加した構造を考えることは非常に有益なことが多い。例えば、代数閉体の構造に非常にランダム性を持つ自己同型写像 σ を付加する構造は ACFA と呼ばれ、Hrushovski が Manin-Mumford 予想をモデル理論的に解くために用いられたこと

でよく知られている。一方、桔梗氏の結果から、ランダムグラフとよばれる無限グラフに自己同型を付けた理論のモデル随伴理論は存在しないことが分かっている。安保氏の結果はこの結果に関連して、ランダムグラフにランダムな全単射を付加した構造について考え、モデル完全性、単純性などの重要な性質をその拡張構造が持つことを示した。

第4章では、lowness について考察している。単純性は完全な理論（公理系）に対して定義される概念であり、単純性を持つ理論のモデルのクラスでは、独立性概念が定義できるなど有益な性質を持つ。しかし、完全でない公理系の中にも有用な公理系は存在し、存在閉モデルのクラスを考察することは重要と考えられている。また完全理論においては、lowness を持つ場合、モデル理論的に重要な概念である strong type と Lascar strong type の同等性が知られている。安保氏は、存在閉モデルのクラスにおいて、lowness を定義して、この仮定のもとに上の二つの type の同等性を示した。

審 査 の 結 果 の 要 旨

扱っている3つの問題は、何れもモデル理論において重要な問題であり、多くの研究者が興味を持つ問題である。安保氏の行った研究は、これらの分野の発展に少なからず影響を与えられ、数学的にも評価できる結果である。特に第1の問題に関連する結果（池田氏との共同研究）は重要と思われる。仮定をつけての肯定的解決ではあるが、その仮定は多くの知られたジェネリック構造が自然に満足する仮定であり、決して強い仮定ではない。また、今後 Baldwin の問題の反例を探そうとする場合は、この仮定を満たさない構造にだけ注目すればよいことが分かり、問題解決への道筋を与えた結果としても評価できる。

よって、著者は博士（数学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。