

小中高にわたる関数の発達に関する調査研究
(第一次報告)

筑波大学附属駒場中・高等学校

礒田 正美

小中高にわたる関数の発達に関する調査研究（第一次報告）

筑波大学附属駒場中・高等学校 磯田 正美

構成

- | | | | | |
|---------|----------|---------|---------|----------|
| 1. 研究目的 | 2. 研究の観点 | 3. 調査方法 | 4. 調査結果 | 5. 調査データ |
|---------|----------|---------|---------|----------|

I. 研究目的

関数は、数、表、式、グラフ等の多様な表現を基に記述され、様々な現象の分析・考察で有効に利用される数学的考えである。しかし、関数を難しいと感じ、その利用を苦手とする児童生徒が多い。その原因は、関数は場面に応じて表現の仕方が変わる性格を備えているため、関数の表現の仕方の指導に焦点が当てられるためと考えられる。実際、関数を表現するための力を児童生徒がもたないままに指導が積み重ねられたり、関数の表現の仕方の指導が個々の児童生徒の関数的思考の発展の実態とは関係なく扱われたりすることが多いのではないだろうか。関数の表現力の発達やそこでの思考の変容をふまえた教育課程や学習指導過程の関関が求められる。この問題意識の基で最終的な研究目的として「関数の表現力の発達やそこでの思考の変容をふまえた関数の学習指導を進めることによって、児童生徒がより高次の関数の考えを利用できるようになるための学習過程を実現すること」を設定した。

この目的のために昨年度の研究では、関数を有効に活用できる能力を育て、生徒の理解に基づくカリキュラムの実現をめざし、小中高にわたる関数領域の思考の発達を調査した。はじめに、研究の視点として次の3点を設定した。

- A. 関数の活用の観点から事象の問題解決力の発達調査
- B. 思考の変容の観点から関数の表現方法の変容の調査
- C. AとBの関係の調査

2. 研究の観点

次に上記視点A～Cに対する、小中高それぞれに所属する共同研究者（志水廣；筑波大学附属小学校、山中和人；東京学芸大学附属竹早中学校、磯田；代表）による実際の経験と予想、教育課程の反省などの論議を経て、以下のような発達をみるための観点を設定した。

発達についての観点

観点1. 小学校から高校にかけて事象を関数で考察するさいの考察の方法が変わるのではないか？

- 例えば、
- ・小学校；表から法則化
 - ・中学校；表，式，グラフの利用
 - ・高校；微分法の利用

観点2. 小学校から中学校にかけての表の見方が変わるのではないか？

- 例えば、
- ・変化の見方 VS 対応の見方
 - ・対応関係の表現の仕方 $y = f(x)$ とするか、 $f(x, y) = 0$ とするか

観点3. 小学校から中学校にかけてグラフのかき方がかわるのではないか？

- 例えば、
- ・折れ線→曲線
 - ・離散量では点だけ取るか点を結ぶか
 - ・変域は意識するか、また、意識の仕方は変わるか

観点4. 変化の見方が変わるのではないか？

- 例えば、
- ・表からグラフへ；
表：変化→対応
グラフ：点プロット→増減の様子→関数のグラフ
 - ・変化の割合；
中2一定，中3 (y の増加量) / (x の増加量)，高2微分係数

3. 研究方法

発達の実態を知る為に上記の観点に対する調査を進めた。調査方法は、同時期に同じ問題で複数の学年に調査をして、集団全体の傾向から個人の発達の傾向を探る形式である。当初、小中高同一問題で調査を行なうことを考えた。しかし、小学校は事象の考察が学習の中心であるのに高校は関数自体の考察が学習の中心であり、小学生と高校生ではかなり知識・技能に相違があることなどから、「小学生と中学生」を対象とした調査問題（小中問題）と「中学生と高校生」を対象とした調査問題（中高問題）を用意して、2系統に分けて調査を進めることにした。それぞれ6，7問の問題で構成された1時間の記述式テストで調査を行なった。調査は、一般の公立の小学校4年から高校2年（調査校の事情で実際には高2ではなく高3で行なった）の生徒に対して各学年150名前後で行なった。実施時期は、昨年11，12月である。

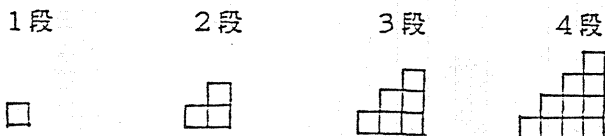
4. 調査結果

調査問題と調査結果は以下の通りである。現在、上記の観点からの詳しい分析を、志水・山中・磯田、個々に進めており、その成果は改めてこ日本数学教育学会誌に投稿する予定である。

A. 小学校中学校問題

問1. 1辺の長さが1cmの正方形の紙を、下の図のように、階段の形につんでいきます。

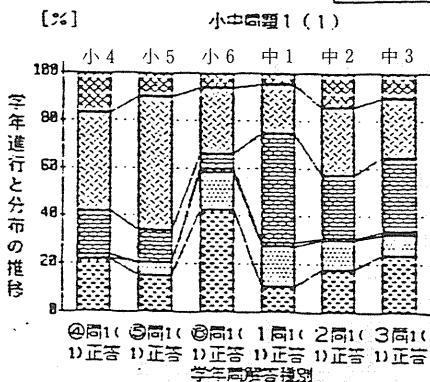
次の間に答えなさい。



(1). 階段の段数を増やしていくとき、まわりの長さはどのようにかわっていきますか。

また、そのわけをかきなさい。

まわりの長さの変化に関する解答

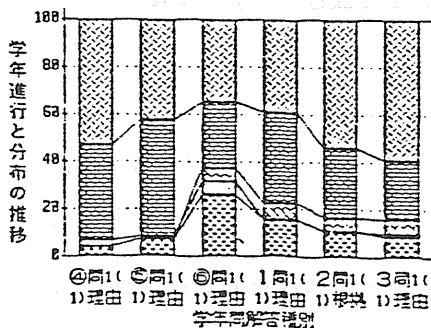


- ア. 4cmずつ増えていく。
- イ. 2倍、3倍と増えていく。
- ウ. 正しい式をかいた。
- エ. その他；「増えていく」、「同じように増えていく」
- オ. 誤答；「2倍になっていく」、「1つずつ増えていく」、「たて、よこ、1cm増える」

カ. 空白

正答率(ア～エ)は、小6以降変らない。適切な解答アイが最もできるのは小6であり、中学に入ると曖昧なエが増加し、中学で再びアの見方が育つ。

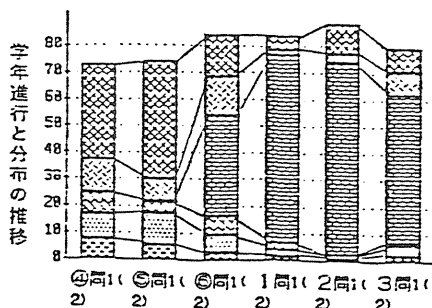
そのわけ



- ア. 事象を言葉で表現する。「正方形の1つのまわりの長さは4cmだから」「4つずつ辺の長さが増えていくから」「1段増えると4cmずつ増えるから」「正方形の4辺の分増える」
- イ. 表から
- ウ. 言葉の式(比例も含む)
- ケ. その他(誤答を含む)「1段ずつ増えているから」
- コ. 空白

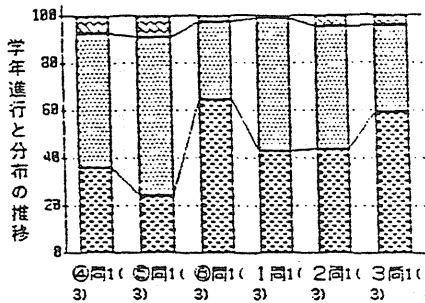
アの能力は小6ピークである。

(2). 段数とまわりの長さとはどのような関係になっていますか。



- ア. 具体的に1例を記述。「段数が4だと、縦の長さも4になる」など
 - イ. 増えれば増える。
 - ウ. 1段増えれば、4cm増える。
 - エ. 比例する；ア～ウとの複合含む。
 - オ. 言葉の式；ア～ウとの複合含む。
 - カ. 文字(x, y, Δ, □)式；ア～ウとの複合含む。
 - キ. オ又はカと比例；ア～ウとの複合含む。
 - ク. 誤答, その他
 - ケ. 空白
- アイウのみは中1までに消滅し、小6からの比例という関係表現に集約されるようだ。

(3). 階段が10段のとき、まわりの長さは何cmですか。

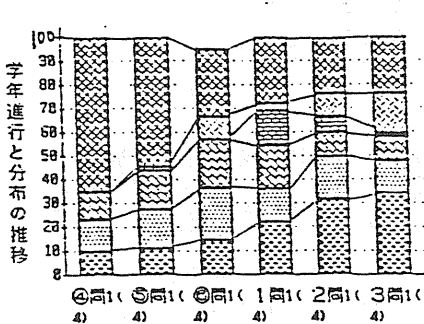


- ア. 40 cm
- イ. 誤答
- ウ. 空白

正答率は、小6と中3が6割でピークになっている。解答方法は、異なることが予想される。その分析には、(1)や(2)の解答とのクロス集計をする必要がある。

(4). 階段の段数を増やしていくとき、ともなってかわるものはなんですか。

〈例. まわりの長さ〉



- ア. 面積
- イ. 正方形の数
- ウ. たて、よこ
- カ. その他の正解
- キ. 正解を2つ以上記述
- ク. 空白, 誤答

正答ア~キは増加傾向にある。ともなって変る量に関する指導の影響か中1では、カの特殊な事例を上げる者がある。キの複数解答では、小6中3が多い。

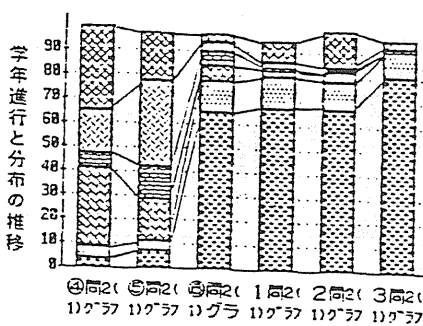
2. 直方体の形をした入れ物に、水を入れていって水の深さを測ったら次の表のようになりました。

水量(ℓ)	1	2	3	4
深さ(cm)	1.5	3	4.5	6

グラフ用紙(目盛のみ軸は未記入)

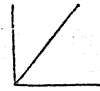
直方体に水を入れた図(略)

(1). 水量と深さの関係を右のグラフにかきなさい。



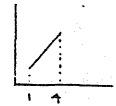
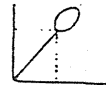
ア. 直線

イ. 点のみ



ウ. 直線(途中まで)

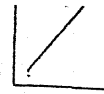
エ. 線分 [1, 4]



オ. 直線(1から)

カ. 棒グラフ

キ. その他(誤答)



小6の比例の指導によってアのグラフがかかるようになる。小4, 5では、エカのグラフをかき者が多く、実験のグラフをかき要領で作業している。小4でエが、小5でオがピークであり、小6でアのグラフをかきことから、この問題の文脈では定義域の拡張は、先へ延長してから0と結ぶというように発達することが予想される。

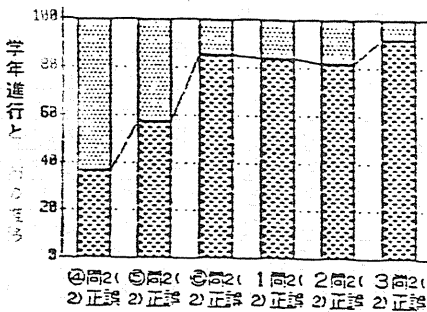
(2). 水を7リットル入れたとき、水の深さは何cmになるでしょう。

正誤判定

ア. 正答(10.5cm)

イ. 誤答

小6まで正答率は増大し、小6以降は変わらない。



イ
ア

解答の根拠

ア. 表から(表を7段までかいた)

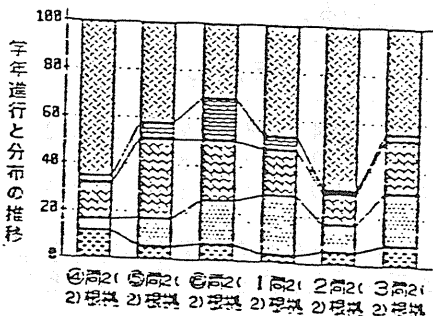
イ. 式から; 比や計算も含む

ウ. グラフから(xが7のときのグラフに黒点)

エ. 上記から2つ以上

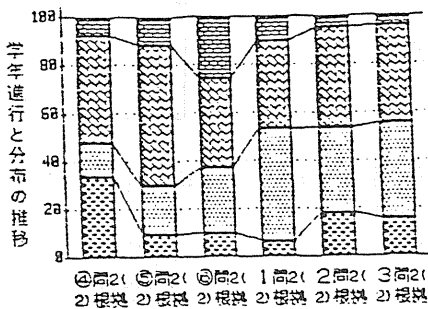
オ. 不明

小6までは根拠をかき傾向は増大するが、小6以降は減少し、中3で再び根拠をかきようになる。エの理由を複数あげるのは小6がピークである。



イ
ウ
エ
オ
ア

根拠を記述した場合(ア～エ)の分布比



ア. 表から(表を7行までかいた)
 イ. 式から; 比や計算も含む
 ウ. グラフから(xが7のときのグラフに黒点)
 エ. 上記から2つ以上
アの表から解答するのは小4がピークであり、イの式からは中1まで増加傾向、ウのグラフからは小5が多く、エの複数は小6が多い。このことから、小4は表、小5はグラフ、小6は複数、中1以降は式という特徴がそれぞれの学年に認められる。

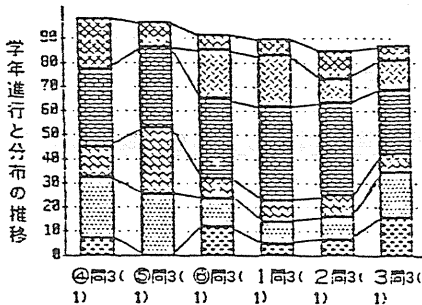
3. 次の表をみて考えたこと、気がついたことをかきなさい。

(1)

x	1	2	3	4
y	4	8	12	16

ア. たてに見て式をかく; $y = 4x$, $x + y = 7$, $y = 2x^2$
 イ. たてにみて、言葉で説明する; 「xを4倍するとy」
 「(3)で、xが1ずつふえるとき、yをxでわるとxの2倍」
 「xとyの差が〜」 「yをxで割ると2, 4, 6, 8となる」
 ウ. 横にみて、yの変化のみ記述
 エ. 横にみて、xとyのともなって変ることに関する記述

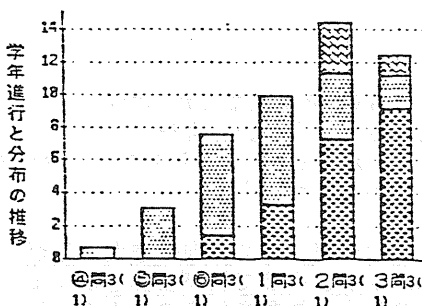
【%】 小中問題3(1)



ク
ケ
エ
イ
ア

オ. アとエ
 カ. イとエ
 キ. イとウ
 ク. 空白、誤答((2)で反比例)
 ケ. (1), (3)で比例のみ記述
 コ. (2)で反比例とア～キの複合

【%】 小中問題3(1) その2



キ
カ
オ

対応を式で表すアは、小5に見られず、小6と中3に認められる。小4、小5は対応を言葉で表すイが多い。yの変化のみ記述するウは小5が多く、xとyがともなって変ることの記述エの割合は一定しているものの中1中2がやや多い。オの、よこにみてともなって変ることを指摘し、対応を式で述べた解答は、小6から中3まで増加する。それに対して、カのともなって変ることを指摘し、対応を言葉で述べる解答は、小6、中1の方が多い。縦の見方(ア+イ)横の見方(ウ+エ)両方(オ+カ+キ)の割合は次のように変容している。

小4, 小5, 小6, 中1, 中2, 中3

縦アイ	32.4	25.8	23.9	13.9	16.2	34.6
横ウエ	45.2	60.9	41.8	48.3	48.6	34.6
両方オカキ	0.9	3.1	7.6	9.9	11.3	11.2

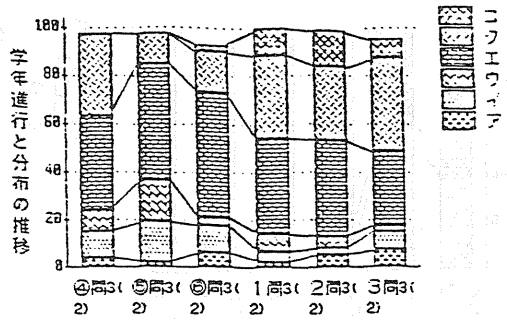
この表から、中2までは横の見方が強く、よこの見方からたての見方へ見方が変わるのは、中2から中3にかけてであることがわかる。中3の対応を意識した関数の定義指導との関連が考えられる。

(2)

x	1	2	3	4
y	6	5	4	2

分類カテゴリーは(1)と同じ。

アの対応を式で表すことはほとんどできない。ともなっただかあるといふ発想は、小6をピークに減少する。誤答無答反比例の誤用は、小5小6が少なく、中学に顕著に多い。縦の見方(ア+イ)横の見方(ウ+エ)両方(オ+カ+キ)の割合は右のように変容している。小5をピークに横の記述が強く、対応の記述は、中1中2が極端に悪い。小学校では対応を言葉で「たして7になる」としたのに対して、中学生は対応を言葉で表すのではなく式で表そうとしたことに原因があるようだ。



小4, 小5, 小6, 中1, 中2, 中3

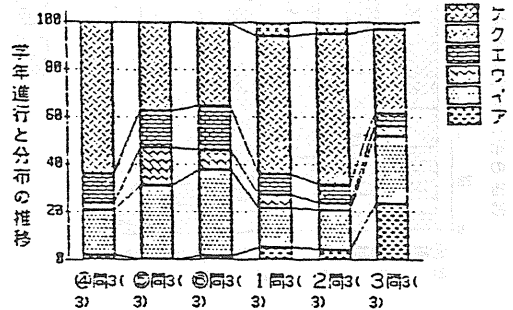
縦ア	15.1	19.5	17.8	6.6	8.0	15.0
横ウエ	48.3	65.6	55.5	47.6	45.1	31.0
両方オカキ	2.1	2.3	6.9	0.0	0.8	4.6
+反比例コ	0.7	0.0	2.7	11.5	15.3	7.8
誤答無答ク	33.8	12.5	17.1	34.4	30.6	38.6

(3)

x	1	2	3	4
y	2	8	18	32

分類カテゴリーは(1)と同じ。

アの対応を式で表すのは既習の中3のみである。対応を言葉で表すのは、小学校と中3で、中1中2は少ない。誤答は、中1中2に多く、小6と中3の正答率が高く同程度である。ただし、具体的な記述の表現は異なり、小学生は数値を含めた言葉で表現するのに対して中学生は式で表現しようとする。式で表現できない為に中1中2で誤答が多かったと考えられる。



小4, 小5, 小6, 中1, 中2, 中3

縦ア	20.7	31.3	37.7	21.3	20.1	50.4
横ウエ	15.2	31.2	26.9	14.7	10.5	9.1
両方オカキ					1.6	3.4
比例ケ			0.7	5.7	4.8	3.3
誤答無答	64.1	37.5	34.9	58.3	62.1	34.0

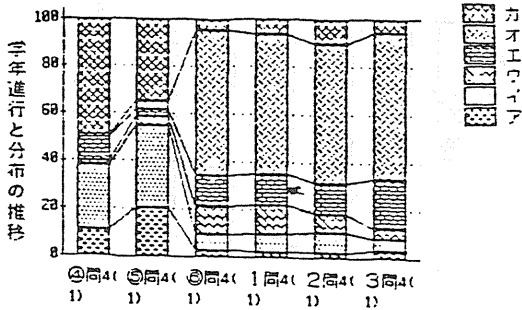
4. それぞれの問いの答えをア～オから選び○でかこみなさい。 国際数学教育調査比較問題

(1). 下の表は、yがxに比例するときのx, yの値をあらわしている。PとQの値は、次のどれですか。

x	3	6	P
y	7	Q	35

ア P=14, Q=31
ウ P=10, Q=31
オ P=15, Q=14

イ P=10, Q=24
エ P=14, Q=15

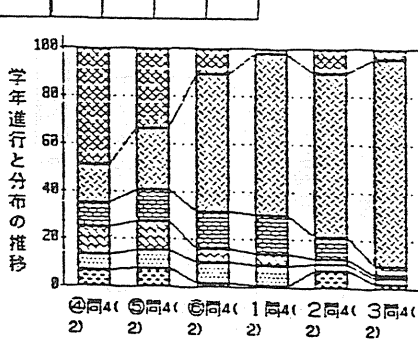


小6以降の正答率は6割で変動がない。小6以降の誤答では、エウの比率がほぼ一定。

(2). 下の表について、 m , n の関係をあらわしているのは、次のうちどれですか。

m	1	2	3	4
n	3	5	7	9

- ア $n = m$
 ウ $n = -m \times m + 1$
 オ $n = 2m + 1$
 イ $n = 3m$
 エ $n = m \times m + 1$



正答率は、増加傾向にある。

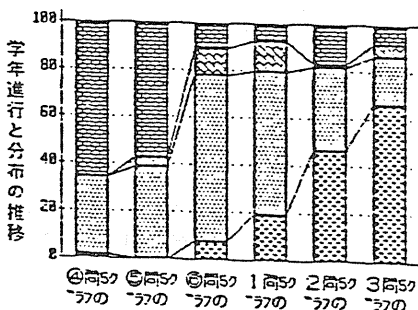
5. 正方形の1辺の長さを x cm とし面積を y cm² とすると、次の表のようになります。

x と y の関係を表すグラフをかきなさい。

x	1	2	3	4
y	1	4	9	16

目盛を与えたグラフ用紙
 縦軸は面積、横軸は辺の長さ

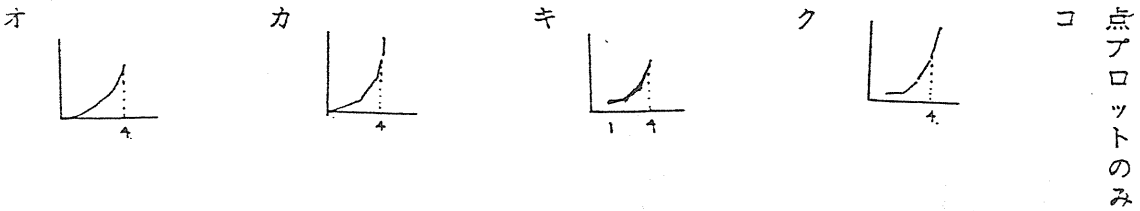
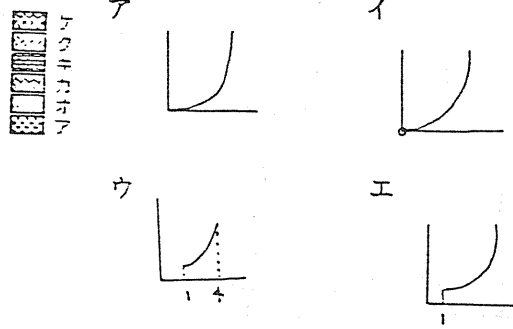
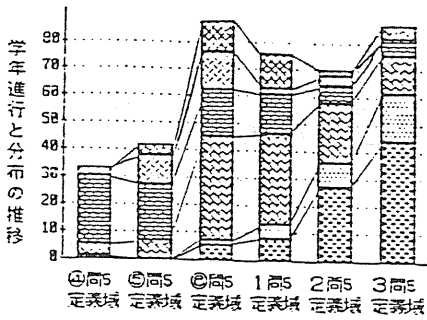
グラフの線の種類



- ア. 連続曲線
 イ. 折れ線
 ウ. 点プロットのみ
 エ. その他

連続的に曲線状に点を結ぶアは小6から次第に増加する。反比例の指導が活かしている。折れ線イは小6ピークである。点プロットのウは、小6と中1に顕著である。その他のグラフ(棒グラフ等)エは、小4小5に多いが、小6以降、このようなグラフをかく者は少数である。

グラフの定義域

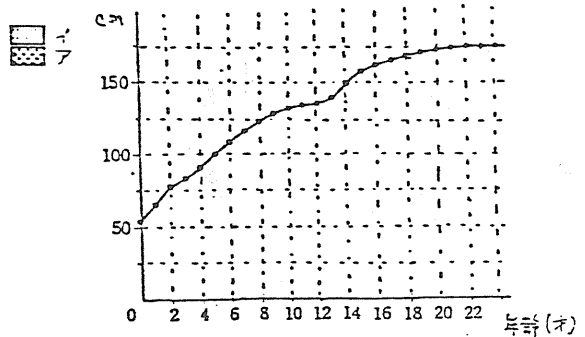
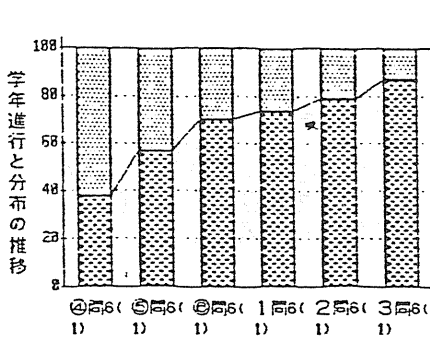


アは小6から中3へ増加傾向である。折れ線で、表の定義域に限られたキは小4から減少していく。表の定義域にこだわらない折れ線カは、小6がピークである。小5までは、いわば実験のグラフであり、正方形の面積であることから表の定義域にこだわらなくなるのは小6からである。また、面積の連続的な変化は、反比例のグラフの指導もあって小6からしだいにグラフに表現できるようになる。

6. 下のグラフは、ある人の各年齢における身長記録をグラフに表したものです。

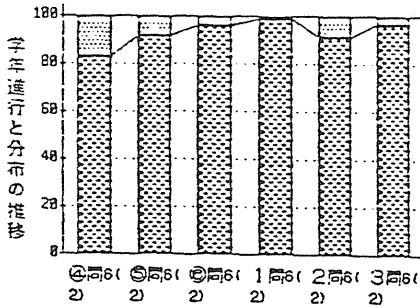
次の問いに答えなさい。

(1). 4才のときの身長はおよそ何cmですか。



ア. 正答(80~90cm) イ. 誤答
正答率は学年進行とともに増大する。

(2). 身長が100 cmを越えるのは何才からですか。



イ
ア

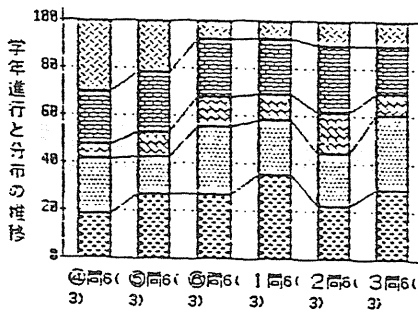
ア. 5才または7才

イ. 誤答

小4からはほぼ全員正答

すなわち、事象を扱ったグラフを「点」で読む力は、小4からかなりできる。

(3). 身長が最も伸びたのは何才から何才ですか。



何才間隔か?

オ
エ
ウ
イ
ア

ア. 1才間隔

イ. 2才間隔

ウ. 3, 4才間隔

エ. それ以上

オ. 無答

間隔の取りかたにおおきな差異は認められない。

何才からか?

カ
キ
イ
ウ
エ
オ
カ
キ

ア. 0才

イ. 1才

ウ. 4才

エ. 12才

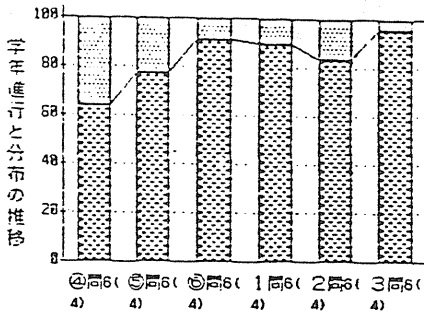
オ. 13才

カ. 14才

キ. その他, 誤答

小4~小6にかけて、正答率が増大する。特に0才からもしくは14才からとするアオが増大する。変化をグラフの傾きとして読む力は小4から小6にかけて発達する。

(4). 身長が伸びなくなったのは何才からですか。



ア. 20才以上の解答(正答)

イ. 19才未満の解答

小4から小6まで正答率は増加している。

変化をグラフの傾きとして読む力は小4から小6にかけて発達する。

B. 中学校高等学校問題 (その1)

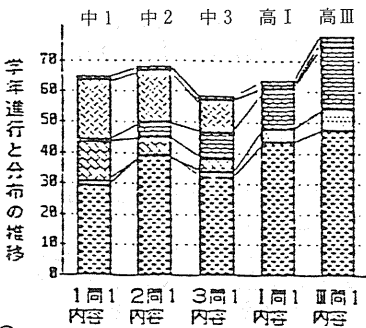
問1. 25 lはいるタンクに1 l水が入っています。このタンクにさらに水を入れる。タンクの水量の変化の様子が知りたい。タンクの水量を最初の3分間だけ観察すると次のようになりました。

時間(分)	0	1	2	3
水量(l)	1	5	9	13

グラフ用紙

タンクの水量の変化の様子についてできるだけ詳しく述べなさい。

【%】 中3 高校問題1 内容その1



記述の内容

ア. 毎分4l

イ. 式, 言葉の式

ウ. グラフ; 「1次関数のグラフ」「切片が1で傾き4」

エ. ア+イ

オ. ア+ウ

カ. イ+ウ

キ. ア+イ+ウ

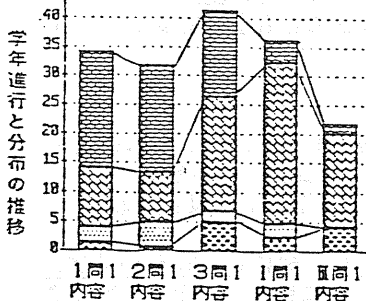
ク. 比例

ケ. 比例とア〜キ

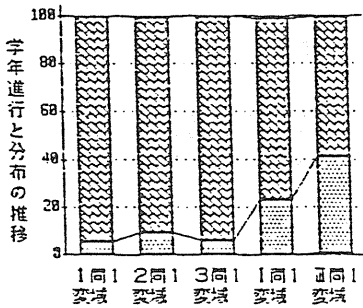
コ. その他

アの毎分4lという解答は中3で落ちむが、増加傾向にある。一方、中3はキの総合記述やケの比例との複合記述が多いことから、中3は詳しい記述をしていることがわかる。また高1でもキが多い。中学ではあって高校では認められなくなる記述はオの毎分4lとグラフをあわせての記述であり、逆にエの毎分4lと式をあわせての記述は学年進行とともに増大する傾向にある。したがって、中学ではグラフを解釈する傾向があり高校では式で表現する傾向がある。

その2



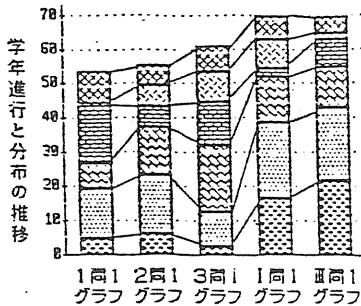
記述の際に変域に言及するかどうか



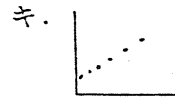
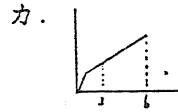
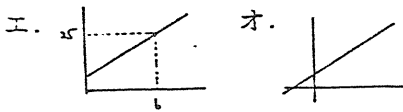
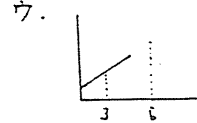
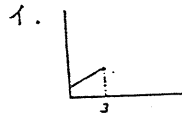
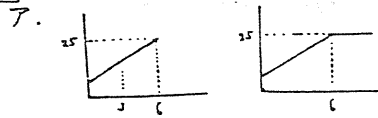
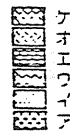
イ. 変域 0~6 分

ウ. 変域の記述なし

中学は変域の意識は乏しいが、高校は変域に対する意識が増大する傾向にある。



グラフ



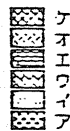
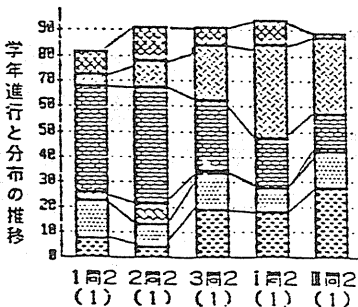
ク. 棒グラフ
ケ. その他誤答
コ. 無答

アは高校で増加傾向。イは中3のみ少ない。ウは中3が多い。エは中2高1が少ない。オは中3が多い。ア～エの合計で考えると、中学では変わらず、高校で増加する傾向がある。すなわち、グラフをかく力は高校で増大する。

問2. 次の表をみて気がついたことを述べなさい。

(1)

x	0	1	2	3	4
y	0	2	4	6	8



- ア. 縦に見て式をかく。「 $y = 4x$ 」「 $y/x = 1$ 」
- イ. 縦に見て言葉で説明する。「 x を4倍すると y 」「2倍に比例」「(3)で x が1増えると y を x で割ると x の2倍になる」「 x と y の差が～」
- ウ. 横に見て y の変化のみ記述
- エ. 横に見て x, y のともなって変ることを記述
- オ. アとエ
- カ. イとエ
- キ. イとウ
- ク. 空白、誤答、(2)で反比例とのみ記述
- ケ. (1), (3), (4)で比例とのみ記述
- コ. (2)で反比例と1～7の複合; 誤答

学年進行とともに、縦に見て式をかくアオが増加傾向にあり、横に見てともなって変ることをかくエが減少傾向にある。

(2)

x	0	1	2	3	4
y	10	8	6	4	2

分類カテゴリーは(1)と同じ。

アイオの縦の見方が増加傾向で、横の見方エは減少傾向である。反比例と考える誤答割合は一定している。

(3)

x	0	1	2	3	4
y	0	2	8	18	32

分類カテゴリーは(1)と同じ。

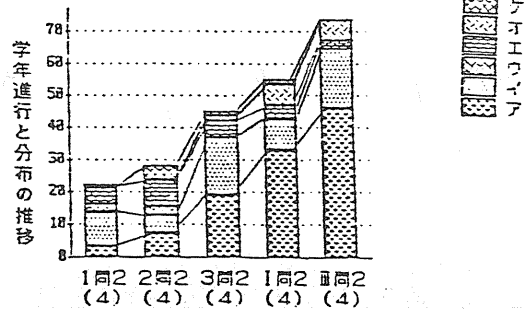
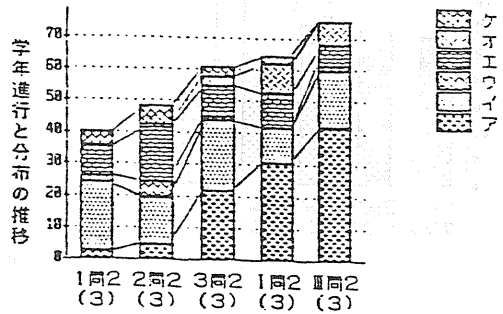
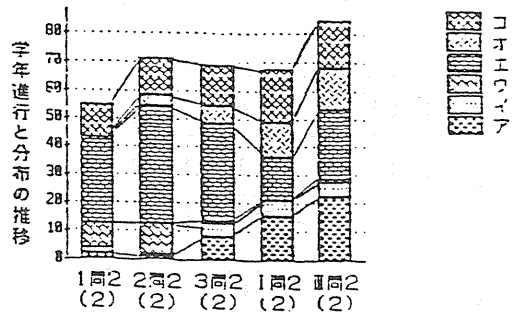
アイオの縦の見方が増加傾向で、横の見方エは一定している。比例という意識は高3ではない。

(4)

x	0	1	2	3	4
y	0	1	8	27	64

分類カテゴリーは(1)と同じ。

アイオの縦の見方が増加傾向。

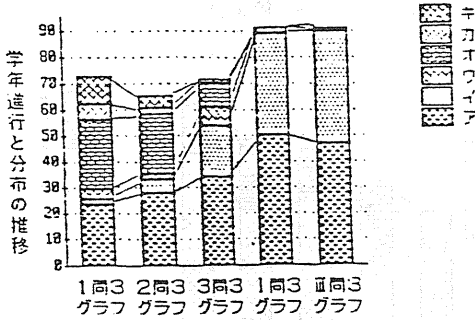


問3. 次の表からxとyの関係を表すグラフをかきなさい。

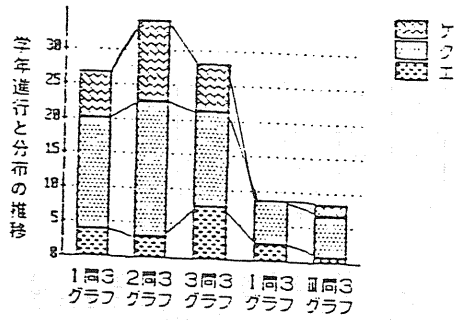
x	1	2	3	4	5	6	7
y	4	1	0	1	4	9	16

グラフ用紙(x,y軸原点記入済み)

【%】 中学校問題3グラフ



【%】 中学校問題3グラフその2



- ア. イ. ウ. エ. オ. 折れ線 カ. キ. ク. その他 ケ. 無答

アイが増加傾向である。イは2次関数のグラフ既習者が増加していることから、表を2次関数と考えた者であり、中1中2のアは点を曲線で結んだ者である。逆に、折れ線でかくオは学年進行にともない消滅する。

問4. 次の表でxとyの関係が $y = 2x + 1$ で表されるとき、表の空欄をうめなさい。

x	2	5	
y	5		15

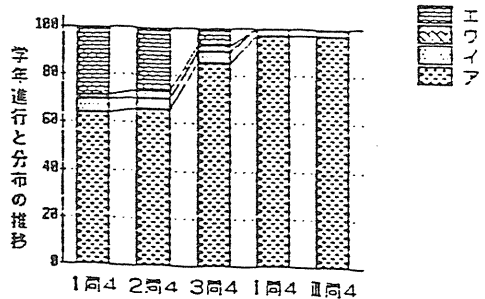
ウ. $\frac{\quad}{x} = 7$

ア. $\frac{\quad}{11} = 7$

イ. $\frac{x}{11} = \quad$

エ. $\frac{x}{x} = \quad$

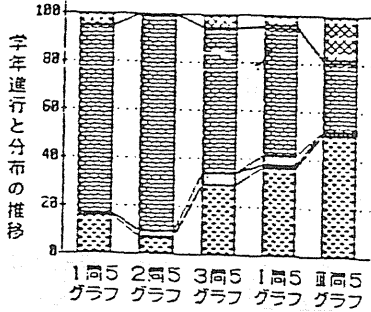
正解アは増加傾向で、正解アがまったくできないエかのいずれか



- 問5. 関数 $y = x + 2$ のグラフをかきなさい; 中1
 関数 $y = x^2$ のグラフをかきなさい; 中2
 関数 $y = x^3$ のグラフをかきなさい; 中3~

グラフ用紙(x y 軸原点記入済み)

グラフのかき方

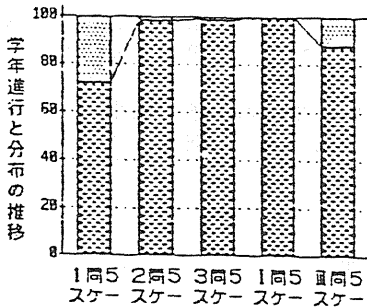


- カ
- イ
- ウ
- エ
- オ
- カ

- ア. 連続曲線(中2~), 2点で決る直線(中1)
- イ. 折れ線(中2~), 点3つ以上の直線(中1)
- ウ. 点プロットのみ.
- エ. 誤答
- オ. 増減表の利用
- カ. 無答

アの曲線が増加傾向。アをかか誤答無答のいずれかである。

グラフのスケールの取りかた



- イ
- ア

- ア. 一目盛は1
 - イ. 一目盛は2
- 中3~の $y = x^3$ のグラフでは、高3になるとスケールをグラフにみあうように取る者がいる。

問6. グラフをみて次の問いに答えなさい。

$y = 2x$ のグラフ(中1), $y = -2x + 2$ のグラフ(中2), 中3~; $y = 1/4x^2$ のグラフ

(1) 表の空欄をうめなさい

x	1	
y		8

y の値; ア. 正答
イ. 誤答

x の値; ア. 正答
イ. +6のみ(中3~)
ウ. -6のみ(中3~)
エ. 誤答

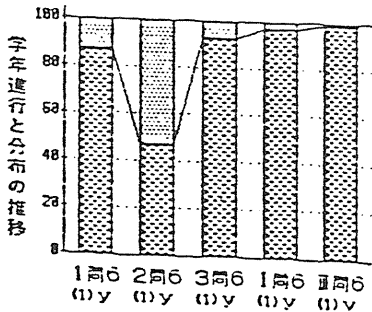
(中3~; x = 1 のとき y = であり、y = 8 のとき x = である)

[%]

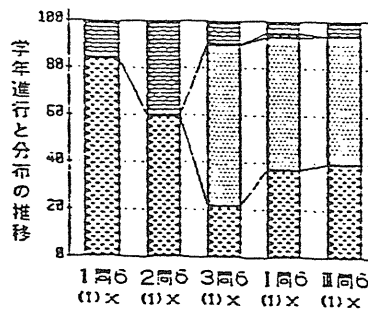
中学校問題6(1) y の値

[%]

中学校問題(1) x の値



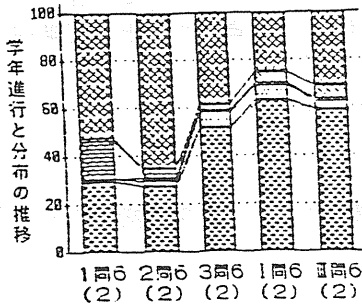
- イ
- ア



- エ
- ウ
- イ
- ア

問題が異なる為、単純比較はできないが、 y の値を求めることはかなりできる。 x の値を求めることでは、同一問題の中3以上では x の値を一つしか求めない誤答が多い。

(2) どんな関数のグラフであるかを述べなさい。

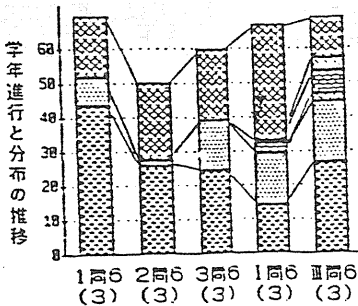


ア
イ
ウ
エ
オ
カ
キ
ク

- ア. 式、関数の名前「 $y=1/4x^2$ 」「2次関数」
- イ. 形に関する記述「下に凸」「放物線」「対称」「頂点」
- ウ. 変域「 y は常に正」
- エ. 変化「減少して増加」「最小値」
- オ. 上から2つ
- カ. 上から3つ
- キ. 上から4つ
- ク. 誤答、無答

式や関数の名前をかくアと2種の説明オが増加傾向で、変化を記述するエは減少する。

(3) グラフの変化の様子を述べなさい。



ア
イ
ウ
エ
オ
カ
キ
ク
ケ

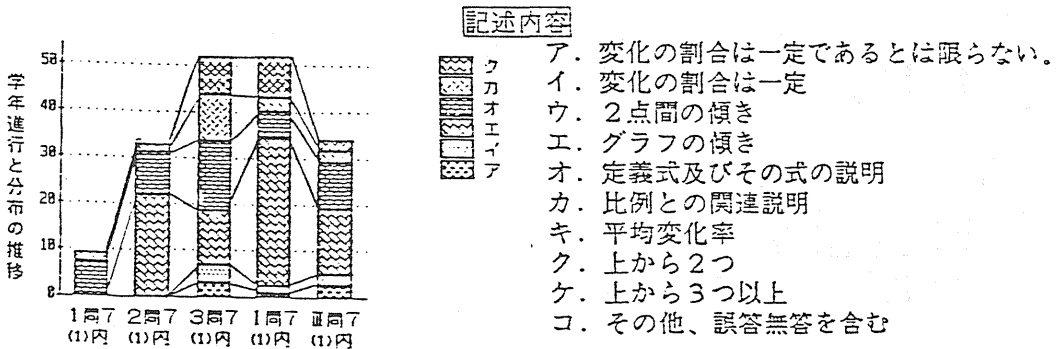
- ア. グローバルな変化の様子「増加して減少」「変化の割合は～」「 x が1増加すると、 y は～増加する」
- イ. ローカルな変化の様子「最小値」
- ウ. 形「下に凸」「 y 軸対称」「頂点」
- エ. ア+イ
- オ. ア+ウ
- カ. イ+ウ
- キ. ア+イ+ウ
- ク. 誤答
- ケ. 無答

無答ケ+誤答クは、中1；48%，中2；72

%、中3；60%，高1；34%，高3；40%であり、同一問題の中3以上では、減少傾向。グローバルな変化の様子のみを記述するアは減少傾向である。変化の様子の記述を含む、ア+イ+エ+オ+カ+キは、中1；44%，中2；26%，中3；26%，高1；23%，高3；41%である。変化の様子を形で表現するウは見当違いな解答であるが、同一問題の中3以上では一定の割合である。

問7. 変化の割合について次の問いに答えなさい。ただし、 $(\text{変化の割合}) = \frac{(x \text{の増加量})}{(y \text{の増加量})}$

(1). 変化の割合について知っていることを述べなさい。



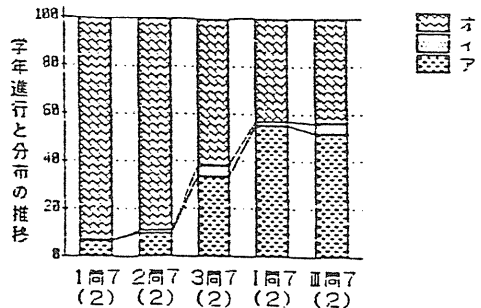
変化の割合の理解は貧しく、受験前後の中3高1でも解答できたのは半数で、クの解答でも「一次関数は一定で、二次関数は一定でない」というような意識しかない。一定でないアと一定というイは中3以降同比率で、しかも少数。2点間の傾きというウの記述はなく、エのグラフの傾きという類似の記述は中2、高1の割合が高い。

(2). 次の表で変化の割合の値が6になるのは、 x がいくつからいくつまで増加するときですか。

x	0	1	2	3	4	5	6
y	0	1	4	9	16	25	36

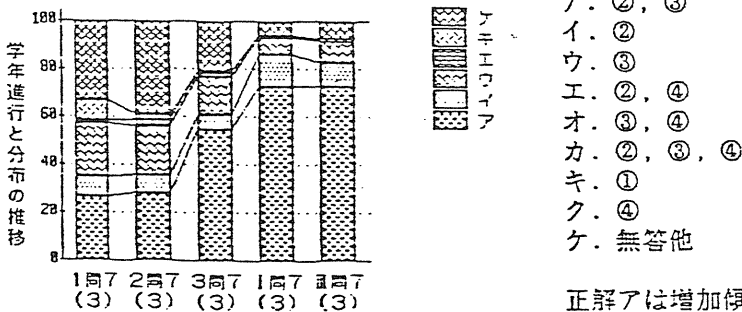
ア. 正解が1個, イ. 正解が2個
 オ. 誤答、無答

正答率は学年進行とともに増大するが、高校入学後は変化ない。



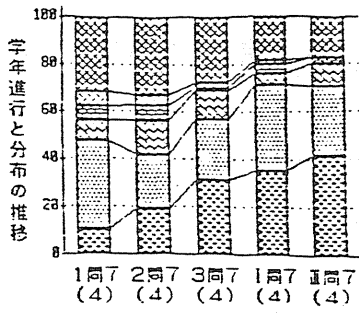
(3). 下の①~④のグラフで x が増加すると y は常に増加するのはどれですか。(グラフ略)

- ①. $y = -2x$ ②. $y = x^2$ ($x \geq 0$) ③. $y = 2x + 1$ ④. $y = -2x^2$



正解アは増加傾向だが、高校では変化ない。

(4). 上のグラフで変化の割合の値が必ず0以上になるのはどれですか。



分類カテゴリーは(3)と同じ。

正解アは増加傾向だが、正答率は低い。

5. 調査データ

[小中問題]

小中問題カテゴリー別解答率

- ④ 小学4年生 1 中学1年生
- ⑤ 小学5年生 2 中学2年生
- ⑥ 小学6年生 3 中学3年生

1 頁

ア～コのカテゴリーの意味は、各問題ごとに4で述べた。

行	学年問解答種別	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ
1	④問1(1)正答	21.4	0.7	1.4	17.9	41.1	17.2				
2	⑤問1(1)正答	14.8	5.5		13.3	56.3	10.2				
3	⑥問1(1)正答	42.5	15.8	1.4	6.2	28.1	6.2				
4	1問1(1)正答	10.7	16.4	1.6	45.9	20.5	4.9				
5	2問1(1)正答	17.7	12.1	0.8	26.6	28.2	14.5				
6	3問1(1)正答	23.5	8.5	1.3	31.4	24.8	10.5				
7	④問1(1)理由	4.1	2.8							40.0	53.1
8	⑤問1(1)理由	7.0	1.6							49.2	42.2
9	⑥問1(1)理由	26.0	5.5	5.5						28.1	34.9
10	1問1(1)理由	15.6		6.6						38.5	39.3
11	2問1(1)根拠	10.5		5.6						29.8	54.0
12	3問1(1)理由	8.5	1.3	5.9	1.3			0.7		24.2	58.2
13	④問1(2)	7.6	9.0	8.3		12.4	0.7		35.9	26.2	
14	⑤問1(2)	5.5	11.7	4.7		7.8			44.5	25.8	
15	⑥問1(2)	2.7	6.8	6.8	37.7	14.4	1.4	2.7	15.8	11.6	
16	1問1(2)	1.6	2.5	2.5	70.5	1.6	2.5	0.8	5.7	12.3	
17	2問1(2)	0.8	1.6		71.8	3.2		1.6	11.3	8.9	
18	3問1(2)	2.0	3.9	1.3	54.9	8.5	4.6	5.9	9.2	9.8	
19	④問1(3)	35.9	56.6	7.6							
20	⑤問1(3)	24.2	66.4	9.4							
21	⑥問1(3)	64.4	32.9	2.7							
22	1問1(3)	42.6	54.9	1.6							
23	2問1(3)	43.5	51.6	4.8							
24	3問1(3)	59.5	35.9	4.6							
25	④問1(4)	9.7	13.1	11.7				0.7	64.8		
26	⑤問1(4)	10.9	16.4	16.4				1.6	54.7		
27	⑥問1(4)	14.4	21.9	20.5	4.8			9.6	28.8		
28	1問1(4)	22.1	13.9	18.0			14.8	3.3	27.9		
29	2問1(4)	31.5	17.7	10.5		0.8	6.5	9.7	23.4		
30	3問1(4)	34.0	13.7	9.8			2.0	16.3	24.2		
31	④問2(1)グラフ	4.1		4.8	32.4	6.2	17.9	34.5			
32	⑤問2(1)グラフ	7.8	2.3	3.9	17.2	13.3	35.2	20.3			
33	⑥問2(1)グラフ	65.1	2.7	12.3	6.8	5.5	4.1	3.4			
34	1問2(1)グラフ	67.2	4.9	13.1	2.5	0.8	2.5	9.0			
35	2問2(1)グラフ	66.9	0.8	11.3	4.0	0.8	1.6	14.5			
36	3問2(1)グラフ	81.0	3.9	10.5	0.7	0.7		3.3			
37	④問2(2)正誤	36.6	63.4								
38	⑤問2(2)正誤	57.0	43.0								
39	⑥問2(2)正誤	84.9	15.1								
40	1問2(2)正誤	83.6	16.4								
41	2問2(2)正誤	81.5	18.5								
42	3問2(2)正誤	91.5	8.5								

小中問題カテゴリー別解答率

2 頁

行	学年問解答種別	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ
43	④問2(2)根拠	11.7	4.8	15.2	2.8	65.5					
44	⑤問2(2)根拠	5.5	11.7	33.6	7.0	42.2					
45	⑥問2(2)根拠	6.8	18.5	25.3	17.8	31.5					
46	1問2(2)根拠	3.3	24.6	18.9	5.7	45.9					
47	2問2(2)根拠	5.6	11.3	12.9	1.6	68.5					
48	3問2(2)根拠	8.5	22.2	22.2	2.6	44.4					
49	④問3(1)	7.6	24.8	12.8	32.4		0.7		21.4		
50	⑤問3(1)		25.8	27.3	33.6		3.1		10.2		
51	⑥問3(1)	12.3	11.6	8.2	33.6	1.4	6.2		6.2	19.9	0.7
52	1問3(1)	4.9	9.0	9.0	39.3	3.3	6.6		6.6	21.3	
53	2問3(1)	6.5	9.7	8.9	38.7	7.3	4.0	3.2	12.1	9.7	
54	3問3(1)	16.3	18.3	7.8	26.8	9.2	2.0	1.3	6.5	11.8	
55	④問3(2)	4.1	11.0	9.0	39.3	0.7	1.4		33.8		0.7
56	⑤問3(2)	2.3	17.2	17.2	48.4		2.3		12.5		
57	⑥問3(2)	6.2	11.6	3.4	52.1	1.4	5.5		17.1		2.7
58	1問3(2)	2.5	4.1	7.4	40.2				34.4		11.5
59	2問3(2)	5.6	2.4	4.8	40.3		0.8		30.6		15.3
60	3問3(2)	7.8	7.2	2.6	31.4	2.6	2.0		38.6		7.8
61	④問3(3)	2.1	18.6	2.8	12.4				64.1		
62	⑤問3(3)		31.3	15.6	15.6				37.5		
63	⑥問3(3)	1.4	36.3	8.2	18.5				34.9	0.7	
64	1問3(3)	4.9	16.4	5.7	9.0				58.2	5.7	
65	2問3(3)	4.0	16.1	3.2	7.3	1.6			62.1	4.8	0.8
66	3問3(3)	22.9	27.5	3.9	5.2	2.0	0.7	0.7	34.0	3.3	
67	④問4(1)	11.0	26.9	1.4	10.3	0.7	49.0				
68	⑤問4(1)	20.3	34.4	3.9	3.1	3.1	35.2				
69	⑥問4(1)	2.7	6.8	11.6	13.0	61.0	4.8				
70	1問4(1)	2.5	7.4	12.3	13.1	58.5	6.6				
71	2問4(1)	2.4	8.1	8.1	12.9	58.1	10.5				
72	3問4(1)	3.3	4.6	4.6	20.9	60.8	5.9				
73	④問4(2)	6.9	6.2	11.7	10.3	15.9	49.0				
74	⑤問4(2)	7.8	7.0	12.5	13.3	25.8	33.6				
75	⑥問4(2)	1.4	8.9	5.5	15.8	57.5	11.0				
76	1問4(2)	0.8	8.2	4.9	16.4	67.2	2.5				
77	2問4(2)	7.3	2.4	2.4	8.9	68.5	10.5				
78	3問4(2)	2.0	2.0	1.3	3.9	86.3	4.6				
79	④問5カマの形	1.4	32.4		65.5						
80	⑤問5カマの形		38.3	3.9	57.8						
81	⑥問5カマの形	7.5	69.9	11.6	11.0						
82	1問5カマの形	18.9	60.7	13.1	7.4						
83	2問5カマの形	46.0	34.7	1.6	16.9						
84	3問5カマの形	66.0	20.3	5.2	8.5						

行	学年問解答種別	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ
85	④問5定義域				0.7	1.4	4.1	24.8	3.4		65.5
86	⑤問5定義域						7.0	20.3	10.9	3.9	57.8
87	⑥問5定義域	5.5			0.7	2.1	37.7	17.1	14.1	11.6	11.0
88	1問5定義域	8.2		0.8	0.8	4.9	33.6	13.9	2.5	13.1	22.1
89	2問5定義域	27.4	0.8	3.2	0.8	8.9	21.8	6.5	3.2	2.4	25.0
90	3問5定義域	44.4		2.0	0.7	17.0	14.4	5.2	0.7	5.2	10.5
91	④問6(1)	37.2	62.1								
92	⑤問6(1)	56.3	43.0								
93	⑥問6(1)	69.9	29.5								
94	1問6(1)	73.8	26.2								
95	2問6(1)	79.0	21.0								
96	3問6(1)	86.9	13.1								
97	④問6(2)	82.8	17.2								
98	⑤問6(2)	90.6	8.6								
99	⑥問6(2)	95.9	4.1								
100	1問6(2)	98.4	1.6								
101	2問6(2)	91.1	8.9								
102	3問6(2)	96.1	3.9								
103	④問6(3)	18.6	22.8	6.2	22.1	30.3					
104	⑤問6(3)	26.6	15.6	10.2	25.0	21.9					
105	⑥問6(3)	26.7	28.1	12.3	24.0	8.2					
106	1問6(3)	35.2	23.0	10.7	23.8	7.4					
107	2問6(3)	21.8	21.8	16.9	28.2	10.5	0.8				
108	3問6(3)	28.8	31.4	9.2	20.3	10.5					
109	④問6(3)	17.9	2.8	4.8	13.1	15.9	10.3	35.2			
110	⑤問6(3)	18.0	3.1	4.7	14.1	28.9	7.0	22.7			
111	⑥問6(3)	26.7	7.5	4.1	9.6	34.2	8.2	9.6			
112	1問6(3)	19.7	9.0	3.3	6.6	43.4	6.6	11.5			
113	2問6(3)	30.6	6.5	2.4	13.7	32.3	5.6	8.1	0.8		
114	3問6(3)	28.8	5.9	3.3	5.2	43.8	3.9	9.2			
115	④問6(4)	63.4	35.9		0.7						
116	⑤問6(4)	76.6	22.7								
117	⑥問6(4)	91.1	8.9								
118	1問6(4)	89.3	10.7								
119	2問6(4)	83.1	16.9								
120	3問6(4)	95.4	4.6								

〔中高問題〕

中学高校問題タイプⅠ

1. 中学1年 I. 高校1年 1頁
 2. 中学2年 III. 高校3年
 3. 中学3年

行	学年問題解答種別	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ
1	1問1内容	29.6	1.2	11.7	0.6	17.9	1.2	1.2	2.5	13.6	20.4
2	2問1内容	39.3		6.1	4.9	16.6	1.2	0.6	4.3	8.6	18.4
3	3問1内容	32.1	1.9	4.4	8.2	10.7	1.3	5.0	1.9	19.5	15.1
4	I問1内容	44.1	3.9		13.4	0.8	1.6	2.4	2.4	27.6	3.9
5	Ⅲ問1内容	47.9	6.7		20.2	1.7	1.7	4.2		16.0	1.7
6	1問1変域		6.2	93.8							
7	2問1変域		9.2	90.2	0.6						
8	3問1変域		5.7	93.7							
9	I問1変域		22.8	75.6	1.6						
10	Ⅲ問1変域	0.8	40.3	58.0	0.8						
11	1問1グラフ	4.3	13.6	6.8	16.0	0.6	0.6	3.7	0.6	9.3	44.4
12	2問1グラフ	6.1	17.2	14.1	6.1	6.1	2.5	1.2	1.2	6.1	41.7
13	3問1グラフ	2.5	10.1	19.5	12.6	8.8	0.6	1.3		7.5	37.1
14	I問1グラフ	16.5	22.0	13.4	2.4	8.7	0.8	0.8		7.1	28.3
15	Ⅲ問1グラフ	21.8	21.0	11.8	8.4	1.7			0.8	5.0	29.4
16	1問2(1)	6.8	14.8	3.1	44.4	4.9	8.0	1.9	7.4	8.6	
17	2問2(1)	4.3	9.2	8.0	46.0	10.4	1.2	1.2	6.1	13.5	
18	3問2(1)	18.9	14.5	1.3	27.7	21.4	3.1		5.7	7.5	
19	I問2(1)	18.1	9.4		20.5	36.2	1.6		3.9	10.2	
20	Ⅲ問2(1)	27.7	14.3	1.7	13.4	30.3	1.7	0.8	8.4	1.7	
21	1問2(2)	1.9	1.9	8.0	30.2	0.6	1.9		40.7		14.8
22	2問2(2)	1.2	0.6	11.0	42.0	3.7			28.2		12.9
23	3問2(2)	8.2	4.4	1.3	34.6	6.3	1.3		29.6		14.5
24	I問2(2)	15.7	5.5		15.0	12.6	1.6		30.7		18.9
25	Ⅲ問2(2)	22.7	5.0	0.8	25.2	14.3			15.1		16.8
26	1問2(3)	2.5	22.2	1.9	9.9		0.6	0.6	57.4	4.3	0.6
27	2問2(3)	4.9	14.7	4.9	17.2	0.6			51.5	6.1	
28	3問2(3)	22.0	22.0	1.3	9.4	3.1			39.0	3.1	
29	I問2(3)	30.7	11.0		11.0	9.4			34.6	2.4	0.8
30	Ⅲ問2(3)	42.0	17.6	1.7	6.7	7.6	1.7		22.7		
31	1問2(4)	3.1	11.7	2.5	4.9				75.3	1.2	1.2
32	2問2(4)	7.4	5.5	3.1	8.0				71.8	4.3	
33	3問2(4)	19.5	17.6		5.0	1.9			54.7	1.3	
34	I問2(4)	33.1	9.4		4.7	6.3			44.1	1.6	0.8
35	Ⅲ問2(4)	46.2	18.5	0.8	1.7	6.7			26.1		
36	1問3グラフ	23.5	3.1	3.7	3.7	26.5	5.6	10.5	17.3	6.2	
37	2問3グラフ	28.2	4.9	2.5	3.1	22.7	2.5	4.9	19.6	11.7	
38	3問3グラフ	34.6	19.5	6.9	7.5	8.8	0.6	1.3	13.8	6.9	
39	I問3グラフ	50.4	38.6	2.4	2.4				6.3		
40	Ⅲ問3グラフ	47.1	42.9	0.8	0.8			0.8	5.9	1.7	

行	学年問題解答種別	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ
41	1問4	64.2	5.6	2.5	27.8						
42	2問4	65.0	4.3	3.7	26.4						
43	3問4	84.9	5.0	2.5	7.5						
44	I問4	96.9	3.1								
45	III問4	96.6	2.5	0.8							
46	1問5 グラフの形	17.3	0.6		76.5		5.6				
47	2問5 グラフの形	6.7	2.5		90.8						
48	3問5 グラフの形	28.9	4.4		60.4		5.7				
49	I問5 グラフの形	36.2	1.6	3.9	52.8	0.8	4.7				
50	III問5 グラフの形	50.4	1.7		28.6	0.8	18.5				
51	1問5 スケール	69.1	29.6								
52	2問5 スケール	97.5	1.8								
53	3問5 スケール	98.7	1.3								
54	I問5 スケール	100.0									
55	III問5 スケール	87.4	12.6								
56	1問6(1)y	86.4	13.6								
57	2問6(1)y	46.6	52.8								
58	3問6(1)y	92.5	7.5								
59	I問6(1)y	96.9	3.1								
60	III問6(1)y	98.3	1.7								
61	1問6(1)x	84.0			16.0						
62	2問6(1)x	58.3			39.9						
63	3問6(1)x	21.4	67.9	0.6	10.1						
64	I問6(1)x	37.0	55.9	1.6	5.5						
65	III問6(1)x	39.5	53.8		6.7						
66	1問6(2)	29.0	1.2		14.8	0.6				54.3	
67	2問6(2)	27.0	2.5	1.2	3.7					65.6	
68	3問6(2)	51.6	6.3	0.6		2.5				39.0	
69	I問6(2)	62.2	6.3	0.8		4.7				25.2	
70	III問6(2)	58.0	3.4	0.8		5.9	0.8			31.1	
71	1問6(3)	46.3		8.0						17.9	27.8
72	2問6(3)	25.8		1.8						22.7	49.7
73	3問6(3)	24.5	1.3	14.5						20.8	39.0
74	I問6(3)	14.2	0.8	15.0		3.1	0.8	1.6		33.9	30.7
75	III問6(3)	26.9	1.7	17.6	2.5	6.7	3.4	0.8		11.8	28.6
76	1問6(3)ア	32.7	4.9	3.7	0.6			58.0			
77	2問6(3)ア	20.9	4.3					74.9			
78	3問6(3)ア	14.5	3.8	1.3	0.6		0.6	79.2			
79	I問6(3)ア	3.1	3.9	4.7	6.3			81.1			
80	III問7(3)ア	16.8	1.7		13.4	0.8		67.2			

中学高校問題タイプ I

3 頁

行	学年問題解答種別	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ
81	1問7(1)内容					8.0	1.9				90.1
82	2問7(1)内容				22.1	8.6	0.6		1.8		66.9
83	3問7(1)内容	3.1	3.8		11.9	15.1	10.1		8.2		47.8
84	I問7(1)内容	0.8	1.6	0.8	32.3	5.5	3.1		8.7		47.2
85	III問7(1)内容	2.5	2.5		14.3	10.1	2.5	1.7	2.5		63.9
86	1問7(1)個数	18.5	1.9			79.6					
87	2問7(1)個数	36.8	3.1	0.6		59.5					
88	3問7(1)個数	51.6	8.8	0.6		39.0					
89	I問7(1)個数	54.3	12.6			32.3					
90	III問7(1)個数	38.7	5.0			56.3					
91	1問7(2)	6.8				93.2					
92	2問7(2)	9.8	0.6		0.6	89.0					
93	3問7(2)	32.7	5.0	0.6		61.1					
94	I問7(2)	54.3	1.6	0.8		42.5					
95	III問7(2)	51.3	4.2	0.8		43.7					
96	1問7(3)	25.9	8.6	21.6	1.2	0.6		8.0	1.9	32.1	
97	2問7(3)	27.6	7.4	20.2	2.5			2.5	1.2	38.7	
98	3問7(3)	54.1	5.7	15.7	1.9	0.6	0.6	0.6		20.8	
99	I問7(3)	71.7	13.4	7.1	0.8		0.8			6.3	
100	III問7(3)	72.3	10.1	9.2	0.8					7.6	
101	1問7(4)	10.5	37.0	8.0	1.2	1.2		5.6	6.2	30.2	
102	2問7(4)	18.4	22.1	14.1	1.2	0.6	0.6	6.1	4.3	32.5	
103	3問7(4)	30.8	24.5	11.9	1.3		1.3	1.3	1.9	27.0	
104	I問7(4)	34.6	34.6	4.7	0.8		0.8	3.9	1.6	18.1	
105	III問7(4)	41.2	28.6	9.2	0.8			2.5		17.6	