

コンピュータを利用した
創造的教材・指導法の研究
——教育研究会での公開授業について——

筑波大学附属駒場中・高等学校 数学科

井上 正允・熊倉 啓之・駒野 誠
佐藤 和孝・鈴木 清夫・深瀬 幹雄
吉井 洋二

コンピュータを利用した 創造的教材・指導法の研究

——教育研究会での公開授業について——

筑波大学附属駒場中・高等学校 数学科

井上 正允・熊倉 啓之・駒野 誠
佐藤 和孝・鈴木 清夫・深瀬 幹雄
吉井 洋二

1 歴史的経緯

本校数学科におけるパーソナル・コンピュータの利用は、昭和53年に始まる。その前後を歴史的に区分すれば、次のようになる。

第1期（昭和36～52年）

この時期には、ヘンミ計算尺・タイガー手回し式計算機・モンロー電動計算機・SACOM プログラム型電子式卓上計算機・YHP 電子計算機等が導入され、教務作業や授業で利用されていた。この中で、今日でいうコンピュータにあたるのは最後の2者であるが、前者は授業での実験的利用が行なわれ、後者は教務作業・教材研究等での実験計算に利用されていた。

第2期（昭和53～57年）

この時期、第2次理振法により、NEC製 Speedy-List- μ が導入された。これは、カードリーダーによる入力を中心としたデータ分析専用機で、SP表分析・アンケート集計・テスト採点処理等のCMI的な利用が比較的簡単に行なえる。これにより、本校で、CMIの分野で（専用機であるが）コンピュータが利用されるようになった。これは、現在でも少なからず利用者がいる。

また、昭和55年度にはNEC製 PC-8001が発売と同時に導入され、期末成績処理等に利用され始めた。

第3期（昭和58年～60年2学期）

昭和58年度には、特別設備費によりNEC製 PC-8801を6台、PC-9801を1台購入、またP

C-8801はその6台をNet Branch 4800で結んだコンピュータ・ネットワーク・システムが導入されたが、当初は常時ネットワークを展開できる部屋が無かったため、実験的な利用法が中心になった。数学科では、この頃から授業へのコンピュータ利用の可能性を本格的に研究し始め、その成果の一端を次章で述べるように本校の教育研究会でも公開している。

また、CMIの分野では、このころから成績処理等をコンピュータを利用して行なうことが学校体勢となり、卒業生の協力を得ながらソフトウェアの整理が行なわれるようになった。

第4期（昭和60年3学期～昭和63年1学期）

昭和60年度の校舎改修によって電算機教室が設置され、本格的に授業でコンピュータを利用できるようになった。この常時展開可能な教室を利用して、いまだ実験的要素は大きいながらも、コンピュータ利用の授業が行なわれた。例えば昭和62年度には次のように利用された。

(1) 教材提示機としての使用

中学1年で、図形教材を対象とし、ディストリビュータを利用して同一の画面を複数のCRTで見る。

(2) BASICの学習

中学2年で、BASIC言語を学習した後、課題を持ってプログラミングを行なう。次項のアルゴリズム学習との関連が密接である。

(3) プログラミングを通じてのアルゴリズム学習

上記中学2年や、中学3年では2次方程式の解を求めるアルゴリズムを作ってBASICでプログラミングした。

(4) シミュレーション

本校教育研究会で実施したもののように、図形の移動等をキー入力で即座に行なってその結果を確認する。

第5期（昭和63年2学期～）

昭和62年度からの校舎増築により「7号館」が完成し、2階部分にコンピュータスペースが作られた。これに伴い、従来の電算機教室は廃止され、その機能をコンピュータスペースに移管した。設置機種はFM16 β （10台程度 1部マウス付き、同プリンタ2台）、8801（6台）である。コンピュータスペースの現在の使用状況は、中学3年「課題学習」の中で自分たちのテーマ研究に従って、2～3割の生徒がコンピュータを利用している。また、昼休み・放課後等に開放しており、生徒は自由に使用している。残念ながら設備面での整備が未了のため、利用法を検討中というのが現状である。

2 教育研究会におけるコンピュータ利用の試み

本校の教育研究会におけるコンピュータ利用の発表は、昭和58年度から、以下のような形で行なわれた。

昭和58年度には、初の試みとしてネットワーク機能を利用したレスポンスアナライザーという形で用いた。題材は、中学2年における文字式の計算で、20台のPC-8801の画面上に出題される問題を生徒が選択肢番号で答え、その反応をリアルタイムに集計分析するというものであった。コンピュータの利用という点では本校初の試みであったが、コンピュータの機能（高速・大容量データ処理機としての）が十分に活用されたものとは言い難い部分も多く、当時最新の機器であった光ファイバーによるネットワーク・システムの試験的使用の段階を越えていなかった。

昭和60年度には、コンピュータのグラフィック機能を利用して、中学1年の空間図形と高校2年の1次変換を題材とするシミュレーションを行なった。これもPC-8801をネットワークでつないだシステム上で授業を行なった。

中学1年では、ディスプレイ上に立方体の見取図を描き、生徒にその立方体の辺上の3点を指定させて、それらの点で定まる平面によって立方体を切断した見取図および断面図を表示、その切断面を考察させた。さらに、ネットワーク・システムを利用して、1人の生徒が作った切断面を他の生徒の機器にも転送し、画面上で確認させる予定であったが、直前の機器の不調が発生して、実現できなかった。

高校2年では、ディスプレイ上に簡単な直線図形としての猫を描き、行列の成分を与えたときの1次変換後の像を考察させた。これも画面の転送・確認を予定していたが、上記の理由で実現できなかった。

これらの授業においても、機器の能力の問題もあって、必ずしも十分な成果が得られたとは言えない。また、機器の操作性についても不満が残る所は少なくなかった。しかし、コンピュータの利用の側面としてシミュレーションに重点を置くという方向性に関しては、一定の成果が得られたと考えられ、その際の参観者からの感想でも評価されている。しかし、同時に、操作性・機器の能力等の問題点の外に、こういったシミュレーションの正当性（その結果の正しさの保証をどこに求めるか、結果を盲信させないためにはどうすればよいか等）の問題についてかなりの指摘があったことは、重大な点であろう。

昭和62年度は、図形の移動（合同変換）を取り上げ、再度シミュレーション分野においてのコンピュータ利用を試みた。同時に、本校技術・芸術科の協力を得て「数学と美術を関連づける」という授業構成とし、美術科の公開授業でも、数学科と同様のソフトウェアを利用した。PC-9801

を4人に1台ずつ割り当て、正方形の図案・図形の基本ブロック（単位形）を事前に用意して画面上に表示し、数値をキー入力してその位置（置き方）を変え、美術では配色も変えたりした。

「単位形の置き方を図形の移動として学習する」という数学科の授業では 2×2 のものを、最終目標である「単位形を 6×6 個並べたハンカチのデザイン」という美術科の授業では 6×6 のものを利用した。

この授業においては、従来よりも機器の機能が向上し、性能面ではある程度満足できるものとなった。また、手操作でも実現できることをコンピュータ上で行なった形なので「コンピュータで得られた結果の正当性」という問題は特になく、このように、本来時間をかければできる作業をコンピュータの利用ですばやく行ない、かつ結果の確認も易しく有効、という題材を探していくことがコンピュータ利用の一方向として確認された。しかし、「使用感・操作性」という点では依然問題があり、単位形の置き方や配色を変更するのに、それを数字に置き換えてキーボードからそれを入れる 置き方・色 → 数字 → キーボード という操作には確かに違和感があったようだ。ただし、今回の場合は、数字の規則性を作ることができたり、でたらめな入力によって思いがけない図案ができたりという効果もあった。また、従来は卒業生に依頼していたプログラム作成を、昭和62年度は教員で自主共同開発した。これについては、それだけのエネルギーをかける必要があるかという疑問もないではないが、教員の学習としてそれなりの意味があったという気がしている。

3 数学の授業におけるコンピュータ利用の一般的状況

市販のソフトや各種研究会で発表されたものなどを考えてみると、数学の授業でのコンピュータの利用法は現在でも実に多様であり、また今後も様々なものが開発されていくであろう。その利用形態は色々な形で整理分類されているが、例えば竹谷誠氏は単元内におけるその授業の場面によって次の様に分類している。

- (1) 導入場面での利用
- (2) 試行錯誤などを通して原理や定理を見出していく発見学習の場面での利用
- (3) 学習の定着をはかる演習場面での利用
- (4) 単元のまとめ、展望、評価の場面での利用

また吉村啓氏は生徒の学習形態に注目して、

- (1) ドリル・アンド・プラクティス型

問題の提示と解答のチェックを交互に行なう。反応が速く反復練習可能

- (2) チュートリアル型

概念の把握、知識の習得、問題の解決手段の理解をコンピュータにより学習させる。説明を継続して流すのではなく、説明と質問を交互に繰り返しながら進めていく事が多い。

コンピュータが各段階で学習者の理解度を判断して、次に提示する内容を決める事まで行なわれつつある。

(3) ゲーム・シミュレーション型

学習者の興味を引き、概念の把握を目的としたものである。データ、条件等をその場で与え、再現、停止等の機能を含んだものも作られ、コンピュータでなくてはとても作成不可能といえるものもある。

(4) 問題解決型

与えられた問題や自分で見つけた問題の解決方法を考える形式のもの、または問題を解決する道具として利用するもの。課題学習型、発見学習型とだいたい同じ意味で使われる場合が多い。史実、事実、仮説等をコンピュータまたは教師が提示して学習者がそのことから関心をもった事柄の問題の構築を行う。また、与えられた、あるいは作ったモデルの妥当性、有効性の検証をコンピュータを使って行う。

(5) 情報検索型

いろいろな情報、資料、事実をコンピュータにデータとして入れておき、その中から必要な情報を検索し処理する事をねらいとした形式のもの。問題解決型との違いは、学習者に与える問題、解決の方法までも指導する側が決めれば情報検索型であり、学習者の側に主体性をもたせ、解決の方法も学習者に任せれば問題解決型となる。取扱い方によっては両者の間には大きな違いはなくなる。

と分類している。

さらに、CEC はソフトの内容により次のような分類を掲げている。

(1) 演示・提示用

シミュレーション

データ処理

アニメーション

(2) 個別学習用

ドリル型

チュートリアル型

ゲーム型

データベース型

(3) 教材作成

ワープロソフト

グラフィックツール

オーサリングツール

また、多様な利用の形態を考えて、大西慶一氏はハード面も含めた以下の8つの観点による分類を提案している。

- (1) コンピュータの授業への関わり方
 - 主指導型
 - 補助指導型
- (2) コンピュータの生徒への関わり方
 - ドリル・演習型
 - 思考のためのツール
 - 教科書型
 - ワンポイント
- (3) 学習タイプ（指導様式）
 - 教授
 - 演習
 - 概念の導入・形成・まとめ
 - 問題解決・態度変容
 - 発見
 - 問い合わせ
 - アルゴリズム
- (4) 授業形態（コンピュータの配置と学習形態）
 - 個別学習
 - 対話・相談学習
 - グループ C A I
 - 一斉提示（1～2台／教室）
- (5) 課題の種類
 - クローズ型
 - オープン型
- (6) 新教育機器とコンピュータの連継
 - 有
 - 無
- (7) 新教育機器の役割
 - データベース（辞書タイプ）
 - データベース（ドリル・参考書タイプ）
 - 現実世界——実物の提示
 - 概念の導入・形成・まとめ

シミュレーション

(8) システムとしてのコンピュータ

スタンドアローン型

ネットワーク型

以上、いくつかの観点での分類を紹介したが、これらのなかに現在の利用の様子は表されており、その多種多様性が見えてくる。しかし、いずれの分類もその多様な利用法の一つの整理の仕方であり、一般に認められているようなものはまだ無いようである。

4 本校におけるコンピュータ利用の考え方

前にも述べたように、本校では狭い意味でのCAI(すなわち、チュートリアル・ドリルとしての利用)を目標としていない。それは、ソフトウェアそのものの作成やオーサリングの面で非常な労力を要し、にもかかわらず、現在のような、生徒の反応を予測して分岐を決定する方式では、生徒に個人差があるので全員に適用できるようなものはほとんど不可能に近い、と考えているからである。(この考え方は、現在、一般的にも広まりつつあるように見える。)

本校では、コンピュータを教具としてとらえ、授業の補助・道具として利用する方向をねらってきた。本来、授業場面でのコンピュータの利用は、利用そのものを目的とするのではなく、授業そのものの目的・ねらいに合わせて、必要な場面でのみコンピュータが利用されるべきである。授業でのコンピュータの利用を大別すると、プログラミングの指導により生徒自らがプログラミングを作成させ問題解決にあたらせる場合と、教師が用意したソフトを活用した場合とが考えられる。どのような利用の仕方があるかを、そのねらい(目的)で分類すると、以下のようになるであろう。

	コンピュータを 授業で利用することの ねらい(目的)	分類の具体的背景
1	習熟・定着	ドリル・プログラム学習： 生徒の個別進度に対応し、しかも、生徒の学習記録が保存出来る反復練習学習を行う。
2	教材提示・演示補助	デモンストレーション・シミュレーション： ビデオ・OHP・黒板・写真・模型などの代役として用いる。
3	概念形成	デモンストレーション： 多数の図形・グラフなどを用いたイメージ化・構造化・分類を通して概念を抽出する。

4	興味の喚起	デモンストレーション： 動きや変化の様子を色・音・速度の機能を生かして表現し、 ゲーム的な要素も加味して知的好奇心をわかせる。
5	発見（法則性の発見）	計算やシミュレーション： 繰り返し実行することで、仮説を構築し、帰納的に法則性を 予測・発見する。
6	検証（法則性の検証）	計算やシミュレーション： 予測・発見した法則性の検証・確認を行う。さらに、修正・ 理由づけを行う。
7	知識の提示・獲得・確認	データベース検索・通信： 様々な情報源から情報を収集して利用する。
8	作業補助・作業援助	統計処理・多数桁・関数値・複雑な計算など

このような目的に応じて、市販ソフトウェアを利用したり、プログラムを自主開発したり、さらに場合によっては、生徒に一定程度のプログラミング指導を行ない、コンピュータの持つ高速性などの特性を活かしながら、教具として利用する方向を考えている。

実際には、本校での従来の利用法は、主として上記4～6を目的とするものが多かった。これも前に述べたが、最近2回の教育研究会においては、手作業でも可能な内容をコンピュータを用いることで高速・大量に処理して生徒に疑似体験をさせる、シミュレーション型式の利用を主に考えてきた。

その場合に留意しているのは、これも前節で述べたが、「コンピュータで得られた処理結果の正当性」を生徒がどう確認（確信）するかという点である。たとえば、過去に行なった「一次変換による像を表示させるプログラム」を例にとると、単に表示された変換結果を見て、それを盲信するのでは問題であろう。そうではなくて、この変換結果は、本来は生徒各自が机上（紙上）でも確認できるのだが、何回も繰り返すのは大変なのでコンピュータに計算させている、必要ならば結果の正しさを確認できるのだ、という視点で見られる所が重要であろうと考えている。

このような

手作業 → 大変 → コンピュータ

という利用法を本校としては当面考えている。逆に言えば、そのようなプロセスに導きやすい適切な題材を見つけていこう、というのが、本校の目指す所である。こういった例としては、過去の本校教育研究会での題材も含めれば、次のようなものが現時点であがっている。

☆ 立体の切断

☆ 一次変換

- ☆ 図形の移動
- ☆ 多数桁の整数の計算
- ☆ 簡単なプログラミングによる収束・発散の確認
- ☆ 簡単なプログラミングによるグラフの作成
- ☆ モンテカルロ法
- ☆ 固有ベクトルを見せる

こう考えていくと、最終的にコンピュータの処理結果を確信できるためには、非常に広い意味でのコンピュータ・リテラシーである、コンピュータそのものの理解・プログラミング教育が必要になると思われる。しかし、現状ではそのための環境は十分ではなく、生徒のプログラミング能力については、生徒各自の研鑽を期待するという状態である。この辺は今後の課題であろう。

5 授業の実際

A. 第1校時「1次関数の応用」(中学2年) ……………授業者 熊倉 啓之

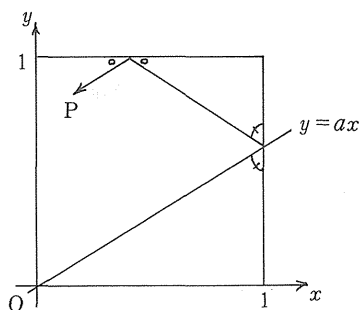
(1) 全体の概要

実際の数学の授業は、公開授業を含めて、2時間で行なった。内容は、中学2年生を対象に、「1次関数の応用」として1つの課題を取り上げ、コンピュータを利用して、課題を解決するという構成である。取り上げた課題は、次の通りである。

<課 題>

点Pは、原点Oを出発し、 $y = ax$ 上を進む。
図のように、正方形の各辺ではね返り、頂点で止まる。このとき、

- (1) 傾き a と、止まる頂点の関係は？
- (2) 傾き a と、はね返る回数の関係は？



上の課題は、1次関数の学習を一通り終えた段階で、応用問題として取り上げたもので、図形の性質と関連した総合的問題であり、関数的な考え方というより、解析幾何学的側面を持った課題である。ねらいとしては、大まかに次の3つを考えた。

- ① 1次関数(直線)の性質、図形(平行線・合同・相似三角形)の性質について、解析幾何学的側面からの見直しを図る。

(平行線・合同・相似三角形の性質については学習済み)

- ② 実験, 予想, 証明 (検証) という流れを通して, 数学の課題を解決する。
- ③ ②で述べた実験の道具として, コンピュータを利用し, その有効性を探る。

(2) 本授業におけるコンピュータ利用の意義

課題の解決の方法としては, たとえば次の2つが考えられる。

- ① 少数の簡単な例を頼りに, 初めから一般的な構造を探り, 法則を見出す。
- ② 多数の例を, 実験して調べていく中で, 法則を発見し, 次に証明を考える。
- ①はある程度演繹的に解決していく方法である。

今回の授業では, ②の流れで進めた。中には, ①の流れで課題を解決する生徒も出たかもしれないが, 全体としては, 実験 → 予想 → 証明 (検証) という流れである。

ここで, 「多数の例を, 調べていく」のに, 紙の上で行うのは面倒であり, また実際に模型等を作っても, 正確に行うのは難しい。ここに, コンピュータを利用する意義がある。今回の場合, コンピュータはシミュレータ (模擬実験道具) として利用し, 法則を発見することがねらいである。また, 法則が正しいことの確認にも利用した。

(3) プログラムの作成にあたって

プログラムの内容は, 傾きを入力すると, 点Pが実際にどのように動くかを画面に示す, というものである。「シミュレータ」ということで, できるだけ実際の状況に近くなるようにしたつもりである。はね返る回数や止まる頂点を, 別に示すことも不可能ではないが, 上の理由から削除し, シンプルなものにした。ただし, 点のはね返る軌跡は, 後に証明を考えるときに役立つので, 点線で示した。

プログラム自身はそんなに複雑にはならない, ということもあり, 今回は BASIC 言語で作成した (資料参照)。ただし, 数値入力の部分は, 操作性をよくするため, 多少配慮したつもりであるが, プログラミングがその分面倒になった。

(4) コンピュータの使用環境

教室は本校のコンピュータスペースを使用した。コンピュータの機種は FM16 β , 台数は12台で, 3～4人で1台が利用できた。

生徒たちのコンピュータへの習熟度は, 自分でプログラムを組むことができる者が1割程度, ワープロなどのソフトを利用したことがある者が3割程度である。ただし, 本授業の前に, コンピュータを利用した授業 (関数のグラフのデモンストレーション) を1回経験している。

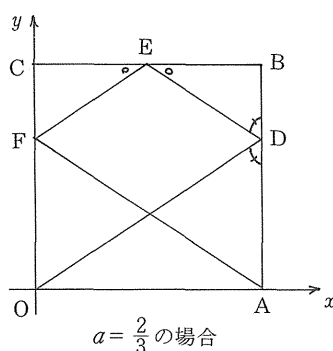
(5) 授業の流れ

ア. 第1時 (コンピュータスペース)

① まず課題場면을提示し，簡単な例

($a=1, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}$) で，点Pがどう動き，
どの頂点で止まるか，を考えた。その中
で，直線の方程式，図形の性質（平行線，
合同，相似）等，様々な特徴をあげた。

② 次に課題を提示し，コンピュータを使っ
ていろいろな場合を調べた。あらかじめ準
備した表に，いろいろな傾きの場合の，止
まる頂点，はねかえる回数を記入した。



生徒たちの様子を見ていると，だいたい次のような活動が見られた。まずいくつかの場
合を，はじからコンピュータで調べていく，ある程度調べたところで，表から規則性を予
想する，次に予想が正しいかどうかを，別の例で確認する。

はねかえる回数は容易に予想できたが，止まる頂点の方は難しかったようだ。それでも，
約20分で半数以上のグループがなんらかの予想をした。最後に，予想した結果を発表した
ところで第1時を終えた。

イ．第2時（HR教室）

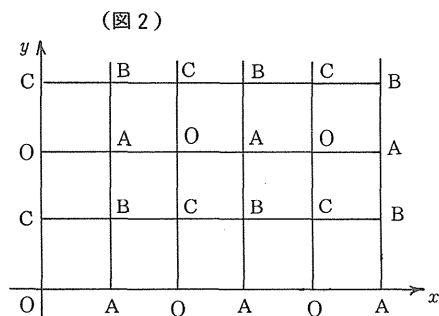
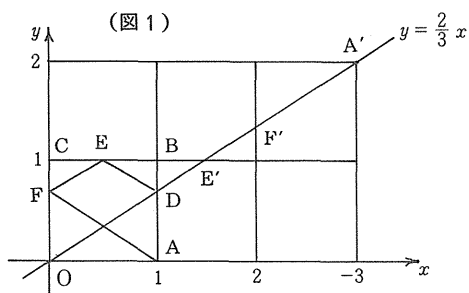
③ 第1時に出た予想をもとに，その理由を考えた。実際には $a=\frac{2}{3}$ の場合を取り上げ，適
宜ヒント（何人かの生徒のアイデア）を出しながら，進められた。

考え方は次の通りである。

図1を見るとわかるように，正方形
OABCを折り返していくと，点A'は
点Aに対応している。一方，A'は $y=\frac{2}{3}x$
が通過する最初の格子点である。この最
初の格子点で点Pは止まるのである。

また，はねかえる回数は， $y=\frac{2}{3}x$ が，
縦・横の線と交わる回数を数えればよい
ことがわかる。

一般に $a=\frac{q}{p}$ （既約分数）の場合，
 $y=\frac{q}{p}x$ が最初に通過する格子点は (p, q)
であり，折り返していったときの，O，
A，B，Cに対応する点は，図2に示す
通りである。これより， x, y 座標の偶・
奇によって，止まる頂点が決定的。



以上から、結果は次のようになる。

一般に $a = \frac{q}{p}$ (既約分数) のとき

(1) 止まる頂点

p : 奇, q : 偶 $\sim A$

p : 奇, q : 奇 $\sim B$

p : 偶, q : 奇 $\sim C$

(2) はね返る回数

$$\begin{aligned} & (p-1) + (q-1) \\ &= p + q - 2 \end{aligned}$$

こうして結論を導き、第2時を終える。

(6) 評価

コンピュータを利用した授業という観点を中心に、今回の授業を振り返ってみたい。

① コンピュータの使用環境について

操作が簡単ということと、生徒たちのコンピュータへの慣れもあり、コンピュータの使用に関する抵抗感は、ほとんどなかったといえるだろう。むしろ、4人に1台という班では、手持ち無沙汰になる者もいたようで、せめて全員が3人に1台、できれば2人に1台ぐらいの割だとよかったようだ。

② プログラムについて

プログラム作成に関しては、前述したように、多少操作性をよくするために時間がかかってしまった。これは作成技術の未熟さにも原因はあるが、手書き入力、音声入力等、今後ハードウェア、ソフトウェアの開発が望まれるところである。

③ コンピュータの有効性について

今回の課題の解決は

課題提示 $\xrightarrow{(ア)}$ 規則性の予想 $\xrightarrow{(イ)}$ 課題の解決

という流れで行なった。前述した通り、コンピュータは上の流れの(ア)、つまり規則を予想・発見するためのシミュレータとして利用した。おそらく、この課題はコンピュータの補助なしで規則性を発見するのは、かなり大変である。手作業でいろいろな場合を調べるのが困難だからである。その意味でのコンピュータ利用は有効と言えるだろう。

一方で(イ)、つまり規則性を発見した後に、なぜそうなるのか理由を考える上では、コンピュータはほとんど効果がなかった。授業もまた、この場面ではコンピュータを切り離して進めた。大切なことは、コンピュータを有効に利用できる場面を、きちんと把握すること、「アレもコレもコンピュータ」という考え方に陥らないようにすることである。準備の段階では、(イ)の場面でもコンピュータは使えないかと考えたが、最終的には一場面にしぼり、

よかったと考えている。課題を最終的に解決する(イ)の場面で、コンピュータは利用されなかったが、少なくとも多くの者が規則性を予想し、課題を解決しようという動機づけはできたものと考えている。

今後の課題としては、このような課題を他にも探し、蓄積していくことであろう。

プ ロ グ ラ ム リ ス ト

(言語 F-BASIC86
機種 FM 16β)

```

1000 '
1010 ' *** 初期設定 ***
1020 '
1030 *START1
1040   ON KEY<10> GOSUB *AGAIN.SUB
1050   KEY<10> ON
1060   STOP OFF
1070   SCREEN 6
1080   COLOR 7,0,,0
1090   CONSOLE 0,25,0
1100   WINDOW(-.014,-.01)-(1.014,1.01)
1110   DEFINT I-N,P,Q
1120 *START2
1130   CLS 0
1140   VIEW(120,35)-(519,364),1,7
1150 '
1160 ' **** 初期画面 ****
1170   LOCATE 15, 1:PRINT "C"
1180   LOCATE 64, 1:PRINT "B"
1190   LOCATE 15,23:PRINT "O"
1200   LOCATE 64,23:PRINT "A"
1210   LOCATE 1, 3:PRINT "[
1220   LOCATE 1, 2:PRINT " - - - "
1230   LOCATE 1, 1:PRINT "[
1240   LOCATE 1, 5:COLOR 6
1250   PRINT "2 けたまで ":PRINT
1260   PRINT "訂正は DEL"
1270   PRINT "移動は ← →"
1280   PRINT "確定はリターン"
1290   COLOR 7
1300 '
1310 ' **** 傾きの入力 ****
1320   GOSUB *INPUT.SUB
1330   GOSUB *REDUCE.SUB
1340 '
1350 ' **** はね返る ****
1360   XB=0:YB=1
1370   ST=P/INT(SQR(P*P+Q*Q))*0.03
1380   FOR S=0 TO P STEP ST
1390     T=Q/P*S
1400     IS=INT(S)
1410     IT=INT(T)
1420     XO=S-IS:Y1=T-IT
1430     X1=1-XO:Y0=1-Y1
1440     IF IS MOD 2 =0 AND IT MOD 2 =0 THEN X=XO:Y=Y0
1450     IF IS MOD 2 =0 AND IT MOD 2 >0 THEN X=XO:Y=Y1
1460     IF IS MOD 2 >0 AND IT MOD 2 =0 THEN X=X1:Y=Y0
1470     IF IS MOD 2 >0 AND IT MOD 2 >0 THEN X=X1:Y=Y1
1480     CIRCLE(XB,YB),.01,1,...,F
1490     CIRCLE(X,Y),.01,2,...,F
1500     PSET (XB,YB),7

```

```

1510     XB=X:YB=Y
1520     IF S>P-ST AND S<P THEN S=P-ST
1530     NEXT S
1540 '
1550 ' *** プザ ー ***
1560     FOR I=1 TO 30
1570         BEEP 1
1580         FOR J=1 TO 5
1590             BEEP 0
1600         NEXT J,I
1610 '
1620 ' *** 続 け る ***
1630     COLOR 3
1640     LOCATE 1,20:PRINT "続 け る な ら  + "
1650     COLOR 7
1660 *CONTINUE
1670     KY$=INPUT$(1)
1680     IF KY$="+" THEN *START2
1690     IF KY$="E" THEN CLS 0:END ELSE *CONTINUE
1700 '
1710 ' *** 入 カ ル ー チ ャ (A=Q/P) ***
1720 *INPUT.SUB
1730     XS=4:YS=3:LONG=2
1740     M=0:N=0
1750     FOR I=0 TO LONG-1
1760         FOR J=0 TO 1
1770             A$(I,J)=" "
1780         NEXT J,I
1790     P$=" ":Q$=" "
1800 *INPUT.START
1810     X=XS+M:Y=YS-N*2
1820     NR=1:GOSUB *DISP.SUB
1830 *INPUT.AGAIN
1840     KY$=INPUT$(1)
1850     CORD=ASC(KY$)
1860     IF CORD>&H2F AND CORD<&H3A THEN *NUMBER
1870     IF CORD=&H1C THEN *GO
1880     IF CORD=&H1D THEN *BACK
1890     IF CORD=&H7F THEN *DEL
1900     IF CORD=&H0D THEN *RET ELSE *INPUT.AGAIN
1910 *NUMBER
1920     A$(M,N)=KY$
1930 *GO
1940     NR=0:GOSUB *DISP.SUB
1950     IF M=LONG-1 THEN M=0:N=ABS(N-1) ELSE M=M+1
1960     GOTO *INPUT.START
1970 *BACK
1980     NR=0:GOSUB *DISP.SUB
1990     IF M=0 THEN M=LONG-1:N=ABS(N-1) ELSE M=M-1
2000     GOTO *INPUT.START
2010 *DEL
2020     A$(M,N)=" "

```

```

2030 NR=0:GOSUB *DISP.SUB
2040 GOTO *INPUT.START
2050 *RET
2060 NR=0:GOSUB *DISP.SUB
2070 FOR I=0 TO LONG-1
2080 P$=P$+A$(I,0)
2090 Q$=Q$+A$(I,1)
2100 NEXT I
2110 P=VAL(P$):Q=VAL(Q$)
2120 IF P=0 THEN J=0 ELSE IF Q=0 THEN J=1 ELSE *INPUT.END
2130 M=0:N=1
2140 LOCATE XS,YS-2*J:PRINT SPC(LONG)
2150 FOR I=0 TO LONG-1
2160 A$(I,J)=" "
2170 NEXT I
2180 P$=" ":Q$=" "
2190 GOTO *INPUT.START
2200 *INPUT.END
2210 LOCATE XS-1,YS :PRINT P:SPC(LONG-1)
2220 LOCATE XS-1,YS-2:PRINT Q:SPC(LONG-1)
2230 RETURN
2240 '
2250 ' **** 画面表示ルーチン ****
2260 *DISP.SUB
2270 COLOR 7,,,NR
2280 LOCATE X,Y:PRINT A$(M,N)
2290 RETURN
2300 '
2310 ' **** 約分ルーチン ****
2320 *REDUCE.SUB
2330 P0=P:Q0=Q
2340 *REDU.DIV
2350 R=P0 MOD Q0
2360 IF R=0 THEN *REDU.END
2370 P0=Q0:Q0=R
2380 GOTO *REDU.DIV
2390 *REDU.END
2400 P=P/Q0:Q=Q/Q0
2410 RETURN
2420 '
2430 ' **** やり直しルーチン ****
2440 *AGAIN.SUB
2450 RUN *START1

```


B. 第2校時「複素数平面の応用」(高校1年)……………授業者 吉井 洋二

(1) 複素数平面についての指導内容

数Ⅰにおける複素数についての内容は1学期に終えており、関数の分野が一通り終えたところで以下の内容の授業を行なう。(図形と方程式はまだ指導していない)

平面を代数的に表現する方法として、座標平面の他に複素数平面があることを指導する。さらに、積が拡大回転になるという興味深い事実を考察する。指導内容を箇条書きすれば次のようになる。

- ① 実数全体を数直線で表わしたと同様に、複素数全体が平面で表わせる。
- ② 座標平面と複素数平面との関係(どちらも平面上の点と1対1対応であり、幾何的考察をする場合どちらを利用してもよい)
- ③ 平面上の移動を座標平面で考えると2変数関数となるが、複素数平面で考えると1変数関数となる。
- ④ 共役複素数の性質と有効性
- ⑤ 合成関数
- ⑥ 複素数の加減の幾何的考察
- ⑦ 複素数の乗除の幾何的考察
- ⑧ n 乗根の考察

(2) 本時の全体における位置

本時は3時間目の授業に当たる。1, 2時間目で、上記の①, ②, ③, ④, ⑤の内容と、直線 $z=a+yi$ ($x=a$), $z=x+bi$ ($y=b$)に関する対称移動を与える関数や、それらの合成について学習しておく。

本時において、習ったことを具体的なもので応用する。幾何の考察に複素数平面を利用することへの違和感を減少させるのが目的である。

本時以後は、⑥, ⑦, ⑧の順で学習する。

①, ②, ③……………1時間

④, ⑤, 対称移動……………1時間

本時……………1時間

⑥……………2時間

⑦……………3時間

⑧……………1時間

計9時間

(3) コンピュータ利用の意義について

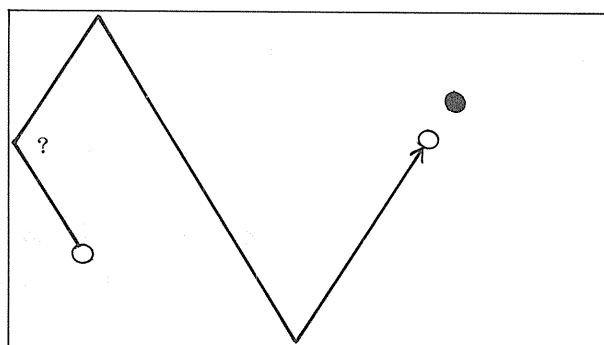
今回は、用意した教材の興味付けとして、初めの15分程度、コンピュータを利用する。生徒を適当に遊ばせながら、問題意識を持たせようという使い方である。

応用する具体的なものとしてビリヤードを選んだわけだが、このゲームが持つ数学的要素（入射角・反射角が等しい、等）をつかむには、コンピュータシミュレーションを利用するのが最善と考える。

(4) 授業の構成とねらい

ビリヤードの3クッションゲーム（白球を壁に3回当ててから赤球に当てる）を説明し、OHPを使って次のような問題を設定する。

『図のような場合、白球を（最初に）ぶつける位置の正確な座標を求めるにはどうすればよいか。』



この問題の解決の道具として、座標平面を用いず、複素数平面を使おうというのがこの授業のねらいである。また、このような問題設定をいきなり行っったときの不自然さを解消させるためにコンピュータを登場させた。したがって本時におけるコンピュータの役割は、生徒に問題意識を持たせるために遊ばせるというものである。具体的な構成としては、次の通りである。

- A コンピュータ利用（興味付け）
- B 問題設定と考え方の提示
- C 複素数平面の利用
- D 問題解決
- E 定着・確認

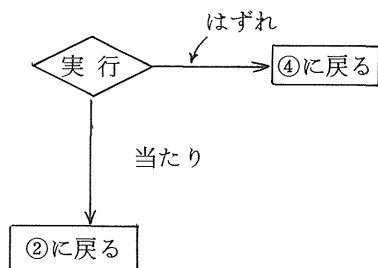
(5) 授業の流れ

前節(4)のA～Eの順に従って説明する。

- A. コンピュータ利用（興味付け）

生徒にキー操作説明のプリントと画面を写しとるためのプリントを配り、次のような手順でコンピュータシミュレーションを行わせる。

- ① コンピュータを立上げる。
- ② 赤球の位置を決める。
- ③ 白球の位置を決める。
- ④ 白球が最初にぶつかる壁の位置を決める。
- ⑤

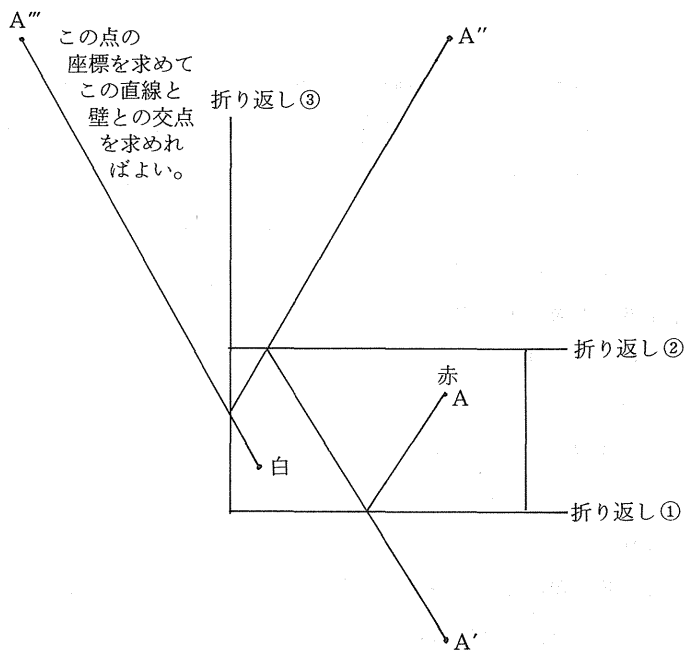


- ⑥ 生徒は成功したときの画面をディスプレイから写しとる。(球の動いた軌跡も写しとる)

何回か行うことで、ある程度どの位置に白球をぶつければよいかわかるようにさせたい。

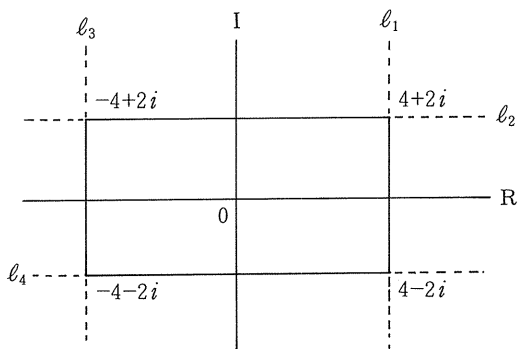
B. 問題設定と考え方の提示

先の問題設定の解決において、折り返しという考えを使うと便利であることを教える。入射角・反射角が等しいという性質から、折り返すということが有効であることを、OHPを使って説明する。



C. 複素数平面の利用

OHPを使って図のようなビリヤード台を考える。



ここで各壁での折り返しを表す関数を作るために、既習事項である

実軸に関する折り返し…………… $f(z) = \bar{z}$

虚軸に関する折り返し…………… $f(z) = -\bar{z}$

を確認させる。さらに

$\ell_1, \ell_2, \ell_3, \ell_4$ に関する折り返しをそれぞれ

f_1, f_2, f_3, f_4 とすると

$$f_1(z) = 8 - \bar{z}$$

$$f_2(z) = \bar{z} + 4i$$

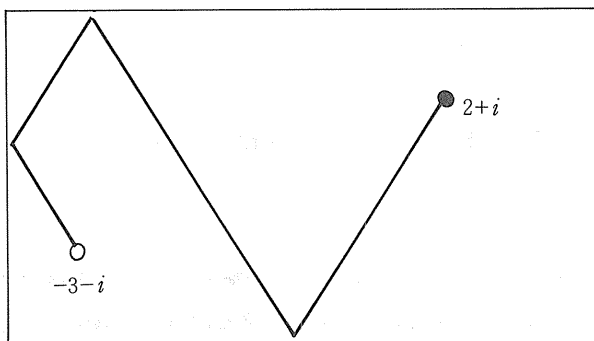
$$f_3(z) = -8 - \bar{z}$$

$$f_4(z) = \bar{z} - 4i$$

となることを、各自ノートで考えさせる。

D. 問題解決

赤球を $2+i$ 、白球を $-3-i$ として、図のようにねらう場合を考える。

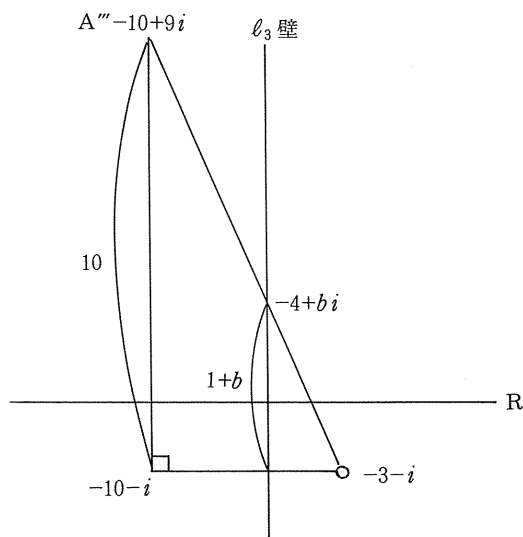


合成関数、共役複素数について確認しながら、Bにおいて提示した折り返しの図をもとに、

次の式を導く。

$$\begin{aligned}
 A''' &= f_3 f_2 f_4 (2+i) \\
 &= f_3 f_2 (\overline{2+i} - 4i) \\
 &= f_3 f_2 (2-5i) \\
 &= f_3 (\overline{2-5i} + 4i) \\
 &= f_3 (2+9i) \\
 &= -8 - \overline{2+9i} \\
 &= -10+9i
 \end{aligned}$$

最後に A''' と $-3-i$ (白球) とを結んだ直線と壁 ℓ_3 との交点を求めるわけだが、図のように相似図形を利用すると便利である。



$$(1+b) : 10 = 1 : 7$$

$$1+b = 10/7$$

$$\therefore b = 3/7$$

$$= 0.428 \dots$$

E. 定着・確認

各自プリントを見ながら、同様の方法で正確な座標を求める。

(6) 評価

実際授業を行って、まずAからBへ移るタイミングが難しかった。本校のコンピュータスペースは、教室2つ分くらいの広さで、両端にコンピュータを設置し、真中で普通の授業ができるようにしてある。従ってBに入った時は、コンピュータから離れて、普通の数学の授業形態に戻るわけだが、生徒はコンピュータが気になって、仲々落ちつかなかった。もちろん研究授業にお

いては、たくさんのお客さんがいたので、スムーズに移行できたのだが……。研究授業においても、多くの生徒がもっとコンピュータをいじっていたいように思えた。研究協議会でも、内容が多すぎる、この指導案の半分かくらいの内容にして、もっとコンピュータを使う時間を増やした方がいいのでは、という声があった。

自分としても、Eの部分でもう1度コンピュータを使い、Dで求めた値を実際に確認したり、自分で求めた値を確認させたらよかったと思う。そのためには、2時間続きの授業がベストだと思った。昼休みに、このソフトを開放したら何人かの生徒がいじっていた。

次に、問題解決の方法だが、これも時間の関係で、一方的に解法の手順を示し過ぎた。何故複素数平面を使ったのか、座標平面を使うとどうなるか等は、あまり触れられなかった。

最後に、何通りの当て方があるかという問題に興味を持つ生徒が予想通りいた。これについては、次の時間にレポートを出したところ、かなりの生徒が正解を出してきた。中には12通り全部をコンピュータで確認したいということでソフトを借りに来た生徒もいた。

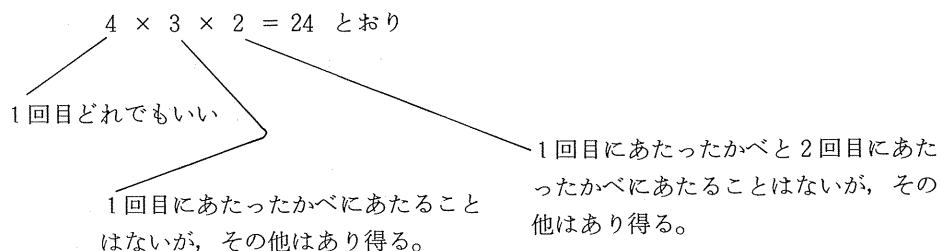
(7) 生徒の感想

- 研究授業の時だけでなくコンピュータスペースをもっと使えばもっと楽しく授業が受けられると思った。大変実用的な授業だとは思わなかった。 S. T. 君
- ゲーム時間がもっと多いといいなと思いました。 M. M. 君
- 結構うまくいった授業では？スムーズだったし、わかりやすかったし、コンピュータの使用法もうまかった。楽しくできた。 Y. N. 君
- コンピュータのゲームが面白かった。もっと授業でコンピュータをやろう。 S. T. 君
- 人がたくさんいて嫌だったが、前の席だったのでよかった。OHPは、研究授業でよく使うが、よく見えないのであまり使わない方がいい。 T. O. 君
- もっとうまく「はね返し」の部分をプログラミングして下さい。いつもこんな授業だといいな。 Y. H. 君
- 最終的に一般形でしめてほしかった。あとは Very Good! です、って感じです。 S. Y. 君
- こういう授業もいいのではないと思う。 K. D. 君
- 普段の授業より丁寧でよかった。いつもあんな感じでやってほしい。 T. H. 君
- ゲームがおもしろいからまたやろう!!! S. O. 君

○何通りあるかをゆっくりやってほしい。

ぼくの考え

あてる壁のくみあわせ



Y. I. 君

(8) ま と め

その他の生徒の感想としては、「おもしろかった」というのが大半だった。内容はともかく、普段と違う形態、しかもコンピュータを使ったということに対する評価であると考えられる。普段の数学の授業を苦痛に感じている生徒が多いということを知らされた。

生徒の感想にも、研究協議会でもでたことだが、研究授業の時だけコンピュータを使うというのはうまくない。日常的には言わないまでも、月に一度くらいはコンピュータを使えればと考える。