企業行動と在庫循環

天 野 昌 功

(社会科学系助教授)

Firm Behavior and Inventory Cycles

Masanori Amano

1. はじめに

このノートの目的は，完成財在庫を保有する企業の主体的行動から派生する，生産量，在庫水準および物価水準に関する巨視的動学模型を設定し，その特徴を検討することである。具体的には次の2つの目的をもつ。その1つは，ケインジアンのクロス・ダイアグラムを用いる所得決定と乗数過程のモデルに対し，企業行動の分析に基づく経済学的説明を与えることである。従来の分析では，所得・生産量・物価変動を伴う乗数過程と企業行動との関連には充分な注意が向けられてこなかった。このノートの第2の目的は，集計的な在庫循環がモデルから発生することを比較的一般的な仮定の下で示し，その過程にミクロ経済学的な説明を与えることである。

われわれのモデルにおける代表企業は，独占的競争状態にある生産物市場に直面し，バッファー（緩衝財）として完成品在庫を保有する。企業にとり，期待される総需要が一定とみなしうる単位期間において，企業は在庫変動を表わす関係式の制約下に，利潤の割引合計を最大化すべく，価格，生産量，在庫水準を決定する。次に，代表的企業についての関係を経済全体に適用することに

より，上記変数の集計量（あるいは平均量）の変動過程，とくに外生的需要変化に引起こされる調整過程を検討する。企業の現実の生産量は，消費関数を通じ現実の総需要を生む。そしてこの総需要は，適応的期待形成を通じ，期待される総需要を変化させる。次にこの予想総需要が，次の時点の企業行動に影響を及ぼすと想定される。

2. フレームワーク

はじめに代表的企業の行動を説明する。企業は独占的競争状態にある生産物市場に直面し，次のような，生産物に対する（予想）需要曲線 X^d をもつとしよう。

$$X^d = h(p)Z, \quad h' < 0.$$

ここで p は生産物価格，Z は予想される実質総需要である。

次に企業の在庫保有費用を考える。企業は，生産物の涸渇（stockout）とそれに伴う顧客の減少の回避，および生産活動の急激な変化の回避の目的から完成財在庫を保有する。企業は，上記の配慮から，「望ましい在庫」の概念をもつ[1)]。いま，望ましい在庫水準 H^d が，次式で表わされるとしよう。

$$H^d = \alpha Z + \gamma.$$

ここで α, γ は定数で $\alpha \geqq 0$ とする[2)]。また，企業は，次式のような，H^d と実際の在庫水準 H との差の平方関数で表わされる在庫費用 C^v を蒙るものとする。

$$C^v = \frac{c}{2}(H^d - H)^2 + d = \frac{c}{2}(\alpha Z + \gamma - H)^2 + d. \tag{1}$$

ここで c, d はプラスの定数である。

さて，この論文を通じて，労働市場は超過供給状態にあり，企業は所与の名目賃金率の下で所望の雇用量を獲得できるものとする。この時，単位期間の利

潤 π は，（1）を用いて

$$\pi = ph(p)Z - wf(X) - C^v = ph(p)Z - wf(X) - \frac{c}{2}(\alpha Z + \gamma - H)^2 - d$$

と書かれよう。ここで w は一定と仮定されている名目賃金率，X は産出量，そして $f(X)$ は労働雇用量であり $f'(X)>0, f''(X)>0$ を仮定する。$f''(X)>0$ は労働の限界生産力が逓減的であることを示す。さらに，在庫の変動は

（2）
$$\dot{H} = X - h(p)Z$$

で表わされる。ここで $\dot{H}=dH/dt$，t は時間である。

企業は（2）の制約下に π の割引合計を p, X, H に関して最大化する。すなわち

$$\max \int_0^\infty \pi \exp(-rt)dt, \quad \text{st. (2)}.$$

ここで r は企業の割引率であり正の定数と仮定される。この最大化において，企業は Z をさしあたり所与とみなす。そして後に明らかにされるように Z の変化に対応して，企業はその計画を修正するものとする。ここで単純化のため $w=1$ とおき，現在値ハミルトニアンを次式で定義しよう。

$$\tilde{H} = ph(p)Z - f(X) - \frac{c}{2}(\alpha Z + \gamma - H)^2 - d + q[X - h(p)Z].$$

ただし q は在庫の潜在価格である。この時，企業の最適計画は，$\tilde{H}_H \equiv \partial\tilde{H}/\partial H$ 等として，

（3）
$$\dot{q} = rq - \tilde{H}_H = rq - c(\alpha Z + \gamma - H),$$

（4）
$$\tilde{H}_p = 0 = [h(p) + ph'(p) - qh'(p)]Z,$$

（5）
$$\tilde{H}_X = 0 = -f'(X) + q,$$

および横断性条件

$$\lim_{t\to\infty} q \exp(-rt) \geqq 0, \quad \lim_{t\to\infty} qH \exp(-rp) = 0$$

によって与えられる。

次に上の条件を (H, p) 平面に描き，企業行動に関する比較動学分析を行う。はじめに（4）より

$$q=p\left(1+\frac{h(p)}{ph'(p)}\right)$$

を得る。そこで $-ph'(p)/h(p)=\eta$ とおき η を1より大きい定数とすると，すなわち

（6）
$$q=p\left(1-\frac{1}{\eta}\right), \quad \dot{q}=\dot{p}\left(1-\frac{1}{\eta}\right)$$

とおくと，（3）は

（7）
$$\dot{p}=\frac{\eta}{\eta-1}\left[\left(1-\frac{1}{\eta}\right)rp-c(\alpha Z+\gamma-H)\right]$$

と書き直される。なお $\eta>1$ の仮定は $f''(X)>0$ の仮定と共に，企業の最適化の2階の条件となっていることが容易に確かめられよう。他方，（5），（6）より q を消去すると

（8）
$$p\left(1-\frac{1}{\eta}\right)=f'(X)$$

となるから，これから

（9）
$$X=X(p), \quad X'=\left(1-\frac{1}{\eta}\right)\Big/f''>0$$

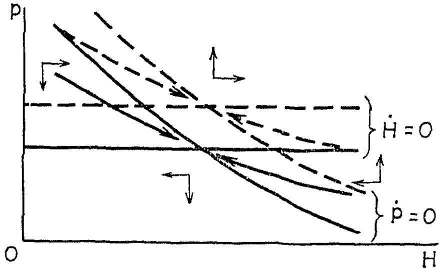
となり，したがって（2）は

(10)
$$\dot{H}=X(p)-h(p)Z$$

となる。（7），(10) と横断性条件をみたす p, H の時間径路が企業の最適政策であり，それは第1図で負の傾きをもつ矢印付きの実線で描かれている。

ここで企業の価格・在庫計画に対する予想総需要 Z 変動の効果を調べる。そのため（7），(10) を Z で偏微分すると

$$\frac{\partial \dot{p}}{\partial Z}=\frac{-\eta c\alpha}{\eta-1}<0, \quad \frac{\partial \dot{H}}{\partial Z}=-h(p)>0$$



第1図

となるから，Z の増加により曲線 $\dot{p}=0$ と $\dot{H}=0$ はいずれも上方へシフトする。したがって最適径路もまた上方へシフトするが，シフト後のそれは第1図に矢印付き点線として描かれている。そこで企業の最適政策は，(10) 式と価格・在庫径路の方程式

(11) $$p=p(H,Z),\quad p_H<0,\quad p_Z>0$$

の2方程式によって要約できる。

次に，適当な集計手続きを行うことにより，以上の代表企業の行動が，経済全体の企業部門に適用可能であると仮定する。ただし (10) 式に現われている企業の予想売上げ中の価格効果は，マクロ経済に対しては無視できるものとする。この $h(p)=1$ の仮定（(12) 式参照）は議論の単純化のためのものであるが，(10) 式をマクロ経済に適用しても分析の大筋は影響を受けない。いずれにせよ，もし実際の総需要 Z^a と実際の総供給 X とが定常状態 $\dot{H}=\dot{Z}=0$ において等しいという条件を課せば，そこでは $h(p)=1$ とならねばならないことが示される。そこで以下，H と X はそれぞれ在庫と生産の集計量，p は物価水準を表わすものとする。この時 (10) 式は

(12) $$\dot{H}=X(p)-Z$$

となり，(11)式はマクロ経済に対しても適用される。

最後に，実際の総需要を定式化して，Z に関する企業の予想形成を明らかにすると，われわれのモデルは完結したものとなる。実際の総需要 Z^a は，消費

需要 C と，在庫投資 $\dot{H}=X(p)-Z$，および固定資本への投資を含む外生的支出 g からなるとする。また消費需要 C は総供給 $X(p)$ の増加関数としよう。すなわち

$$C=C(X(p)), \quad 0<C'<1.$$

さらに Z は Z^a に対し適応的に調整されるものとする。したがって Z の変動は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \dot{Z}&=\beta(Z^a-Z) \\ &=\beta[C(X(p))+X(p)-Z+g-Z] \\ &=\beta[C(X(p))+X(p)+g-2Z]. \end{aligned} \tag{13}$$

ここで β はプラスの定数である。以下の分析対象となるマクロ・モデルは，内生変数 H,p,Z に関する方程式 (11)，(12)，(13) である。

3. 巨視動学と在庫循環

この節ではマクロ体系 (11)-(13) から派生する，在庫循環を中心とする経済変動が検討される。この動学体系の安定性行列を次のように書く。

$$J^*=\begin{pmatrix} J_{HH}^* & J_{HZ}^* \\ J_{ZH}^* & J_{ZZ}^* \end{pmatrix}.$$

ここで

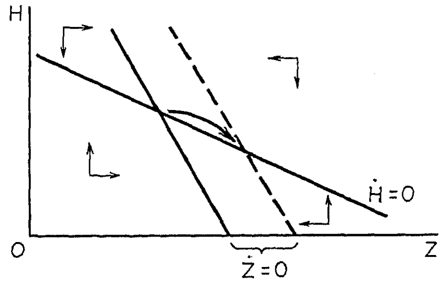
$$\begin{aligned} &J_{HH}^*=\partial\dot{H}/\partial H=X'p_H, \quad J_{HZ}^*=\partial\dot{H}/\partial Z=X'p_Z-1, \\ &J_{ZH}^*=\partial\dot{Z}/\partial H=\beta(C'+1)X'p_H, \; J_{ZZ}^*=\partial\dot{Z}/\partial Z=\beta[(C'+1)X'p_Z-2]. \end{aligned} \tag{14}$$

Routh-Hurwitz の条件により，定常状態 (Z^*,H^*) が局所的に安定となるための必要十分条件は $\det J^*>0, \operatorname{trace} J^*<0$ となることである。ここで J^* の行列式は

$$\det J^*=-\beta X'p_H(1-C')>0$$

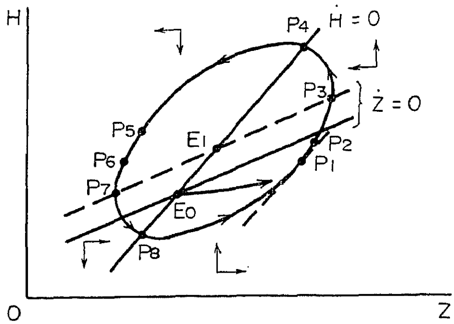
となるので，定常状態が鞍点となる可能性は排除される。trace J^* の符号は，

$J_{ZZ}{}^*$ の符号が不決定であるため決定されないが，限界消費性向 C' が大きいほど，そして価格の予想総需要に対する反応が大きいほど，動学体系は不安定化しやすいことがわかる。



第2図

さて次に，いま問題としているマクロ経済における，種々の調整過程の検討に移ろう。第2図には $J_{ZZ}{}^*<0$ （したがって trace $J^*<0$ であり，(Z^*, H^*) は安定となる）および $J_{HZ}{}^*<0$ のケースが描かれている。図中の矢印の付いた曲線は，外生的支出 g の増加から派生する (Z, H) の移動径路を示している。$\dot{Z}=0$ と名付けられた実線は，g の増加前に，その上で Z が一定となる点の軌跡（停留曲線）であり，点線は g 増加後の停留曲線である。(13) において $\partial\dot{Z}/\partial g>0$ であるので，点線は実線の北東に位置する。g が増加すると，(13) に従って期待需要 Z が上昇し始め，このことが物価 p と産出量 X との増加を引起す（(11) と（8）を参照)。同時に，このケースでは，$J_{HZ}{}^*<0$ のゆえに，Z 上昇の p に対する影響（すなわち p_Z）したがってその X に対する影響は比較的小さいため，在庫水準 H が低下を始める。ところが (13) において限界消費性向 C' は1より小さいから，X と Z との上昇は永続せず，しばらくすると Z は再び定常的となる。他方，X は上昇しつつ Z に追い付き，H を再び定常的にしよう。このようにして，新しい定常状態は p, X, Z の上昇と H の低下によって特徴づけられる。



第3図

第3図は，$J_{ZZ}^*>0$ および trace $J^*>0$，したがって定常状態が局所的に不安定となるケースの位相図である。このケースについては，かなり一般的な条件下で，g の変化から発生する径路はリミット・サイクルに収束することが示される（リミット・サイクルの存在については付録を参照)。図中の点 E_0, E_1 は，それぞれ g 上昇前と後の定常状態である。いま経済が当初，点 E_0 に位置していたとしよう。$\partial\dot{Z}/\partial g>0$ であるから g の増加は $\dot{Z}=0$ 曲線を北へシフトさせ，したがって Z が上昇し始める。これにより p, X および H が増加し始める。このケースでは，$J_{ZZ}^*=\beta[(C'+1)X'p_Z-2]>0$ で $C'<1$ であるから，$J_{HZ}^*=X'p_Z-1>0$ であることに注意されたい。点 P_1 において，在庫投資 $\dot{H}$ はそのピークになる（点 P_1 に接する点線の傾きは，曲線 $\dot{H}=0$ のそれとほぼ等しい)。経済が点 P_2 に到達すると，p, X および実際の総需要 Z^a は，それぞれの最大値をとる（点 P_2 における接線（図には描かれていない）は，そこにおいて p が一定の軌跡であり，その傾きは (11) から知られる。そしてこの軌跡が右に位置するほど，対応する p, X は大きい)。次に，限界消費性向が1より小さいことと，点 P_2 を過ぎると p と X が低下し始めることから，Z は点 P_3 において定常状態となる。しかしこの不安定なケースでは $J_{HZ}^*>0$ であり，Z 低下の p と X とに対する効果は大きい。それゆえ点

P_3 以降，X の低下は Z のそれに比べ充分大きい。したがって (12) により点 P_4 において H が定常的となる。さらにリミット・サイクル上の P_4 から P_8 までの移行過程は，E_0 から P_4 までの過程における変数の運動と反対方向の運動を伴い，したがって以上と同様に説明することができよう。

4. おわりに

このノートの目的は，陰伏的に在庫変動を含む通常の（静学的）乗数過程に対し経済学的説明を加えること，およびモデルの動学的含意，とくにそこから生じる在庫循環の性質を考えることであった。筆者は以前に，企業が価格設定力をもたないか，価格が硬直的であるという仮定の下で巨視的在庫モデルを示した[3)]。このノートのモデルと前 2 著との相違は，ここでは生産物市場で企業が価格設定者として行動する点，およびその帰結として，在庫循環が位相図上のリミット・サイクルとして明示的にされた点である。(なお前 2 著間の相違は，一方では，企業の最適化の際の制約条件としての在庫変動を示す式の中に，意図せざる在庫変動を含めない形で，$\dot{H}=X-Z$ と定式化されていたのに対し，他方では意図せざる在庫が含まれ，$\dot{H}=X-Z^a$ とされていた点である。そして意図せざる在庫変動を含めることにより，在庫循環に関する「定型化された事実」の 1 つである，生産量循環の山（谷）と在庫投資循環の山（谷）が共時的となることが説明できた。しかしこれら 2 モデルは他の点で同一線上にあるものであり，1 つの論文としてまとめることが適切であったと考えている。なお，意図せざる在庫を含める形の定式化では，企業の売上げに関する予想形成について特殊な仮定が含意されることになるが，ここではこの点の指摘のみにとどめておく。)

このノートでは，不均衡過程における数量制約とスピルオーバー効果を充分な形で取扱わなかった（これらはこのノートでは，労働市場で明示的に，生産

物市場においては陰伏的に仮定されている)。しかしながら，こうした関連する要因を捨象して始めて，乗数の動態と在庫循環に関する，比較的明確で選択理論的な解釈が可能になったと論じたいのである。

付　録

定常状態が局所的に不安定なケースにおける在庫循環の存在は，次のように示されよう。まずはじめに，第1図において価格 p は，すべての $Z \geqq 0$ に対し正で有限であるとする。すなわち

(A.1)　　$0<p<\infty \quad \text{for all} \quad Z \geqq 0$

次に本文中で仮定された生産関数は

$$X=F(N)$$

と書くことができる。ここで N は労働雇用量であり $F^{-1}(X) \equiv f(X)$ である。さらに生産関数は well behaved であるとする。すなわち

$$X=F(N) \to 0 \text{ as } N \to 0, \quad X=F(N) \to \infty \text{ as } N \to \infty,$$

$$F'(N) \to \infty \text{ as } N \to 0, \qquad F'(N) \to 0 \text{ as } N \to \infty$$

を仮定する。すると恒等式 $f'(X)=1/F'(X)$ より

(A.2)　　$f'(X) \to 0 \text{ as } X \to 0, \quad f'(X) \to \infty \text{ as } X \to \infty$

となる。したがって (8)，(A.1)，(A.2) より

$$0<X<\infty \quad \text{for all} \quad Z \geqq 0$$

を得る。ゆえに (13) から，任意の有限の β, g, H に対し，Z が充分大きな有限の値をとる時，

$$\dot{Z}<0$$

であることがわかる。他方，(11) と (12) より，任意の有限な Z に対し，H が充分大きな有限値をとる時

$$\dot{H}<0$$

であることもわかる (第1図を参照)。ところで定常点 (Z^*, H^*) は局所的に

不安定であるから，位相図において，1つのコンパクト集合をとり，この集合の外あるいは境界上のすべての径路はこの集合内に入り，集合内のすべての径路は集合外に出ず，また集合内には全く定常点を含まないようにすることができる。この時，このコンパクト集合に対しポアンカレ・ベンディクソンの定理を適用することにより，この集合内に少くとも1つのリミット・サイクルが存在することが示されるのである。

注

1) たとえば G. A. Hay, "Production, Price and Inventory Theory," *American Economic Review*, 60 (1970) を参照されたい。

2) 同様な関係式についての詳しい検討は，M. K. Evans, *Macroeconomic Activity*, Harper and Row, 1969 でなされている。

3) 拙稿「乗数過程と在庫循環」『経済研究』32 (1981),「固定価格経済における在庫と総需要の動学」『筑波大学経済学論集』8 (1981)。