筑波大学附属駒場中・高等学校研究報告　第20集　1980年３月

数学的創造力を伸ばす教材と指導法の実践的研究

長野　東，佐藤和孝，深瀬幹雄
喜多耕作，大澤清克，栗原幹夫
中野次郎

数学的創造力を伸ばす教材と指導法の実践的研究

数　学　科

研究代表者	長	野		東
実践報告作成	佐	藤	和	孝
〃	深	瀬	幹	雄
資料提供	喜	多	耕	作
共同研究	大	澤	清	克
〃	栗	原	幹	夫
〃	中	野	次	郎

1. はじめに

戦後教育の原点といえる教育基本法の前文及び第２条に「……普遍的にしてしかも個性ゆたかな文化の創造をめざす教育を普及徹底しなければならない。」(以上は前文より)

ところが，現実の教育の現場においては，上文とは逆の現象の方が多く見られる。このことが，学校教育において，いろいろの問題を生じさせている。

ひるがえって，数学教育の現状を考えるとき，各種の入試・校内の試験等で差別・選別の役割をはたしたり，落ちこぼれ（S・L）問題の主たる原因になるようなことが見られる。

本来，数学とは，フロイデンタールの主張のように，

「どの数学者も既成（ready-made）の数学のほかに，活動としての数学があることを少なくとも無意識に知っている。しかし，このことはほとんど強調されないし，数学の素人はこのことにまったく気づいていない。」　　　（米 (1) (2)）

と思われる。ここでいう活動としての数学こそ学校教育でとりあげるべき数学ではないかと考えている。

反論をとなえる人の中には，文化の伝承としての数学が別にあって，伝承による基礎学力なくしては上記のような数学は考えられないという説があろうが，数学教育のあり方によっては既成の数学の伝承と，活動としての数学の学習の中での「創られる」数学の学習活動の統合化は可能であり，そこにおいて，数学的創造力が育成されるものと考えている。

本研究は昭和50年度より，数学科の共同研究としてとりあげられ，研究は次のように行われた。

(1) 生徒の数学的創造力の調査分析

53年度科研費(B) 代表者 栗原幹夫

54年度科研費(B) 代表者 深瀬幹雄

(2) 生徒の知的能力構造の分析

53〜55年度文部省教育方法等改善費による研究

代表者 長野 東

以上のような諸研究を通し，生徒の創造性に関する諸特性の調査分析を行い。その結果をふまえて，本年度は教材の開発とその実践報告を行いたい。

ただし，紙数の関係上，きわめて概括的な報告になることをあらかじめ，了承願いたい。

2. 生徒の数学的創造力に関する調査結果

（1）数学的創造力に関する調査結果

53年度までに三角形問題，五角形問題，格子点問題（すべて，創作問題）による生徒の反応結果の分析によって，生徒の思考タイプは次の２つの傾向をもつことがわかった。

集中型（少数のパターンを深く追究する）

発展型（多種のパターンを発想する）

これをふまえて，学習成績の変化と２つの思考タイプの相関について分析した。（*(3).）

その結果，思考タイプと問題の内容についての関連が見られるが，成績については，他の要因との関係もあるように思われた。

さらに，54年度は前年にひきつづき，２つの思考タイプの特性を明らかにするために，不確定問題を与え，それに対する反応を分析した。（*(4).）その結果，大別すると

A 単純型（素直で，常識的なもの）

D 批判型（問題の不備を批判しながらも，自分なりに適当に解釈し答えようとしたもの）

E，F条件追加型（問題の不備を自分で条件を加えて解釈し，その考え方が日常的な場合と数理的な場合がある）

望ましいタイプはE，Fであるがこのグループの人数は生徒の２割位であまり多くはなかった。このグループの生徒の創造性は他のグループよりも高いように思われた。

なお，集中型，発展型との関連は明らかにはならなかったが，中学１年生と２年生に確率の授業を行い比較した。

中学１年生は確率実験をとり入れ，２年生は教科書中心の授業を行ったところ，実験をとり入れた中学１年では，授業後，上記の不確定問題に対する反応を再調査したところ，AからE，Fに転換したものが可成り見られた。このことは，実験のように，生徒の活動する面を含む教材は生徒の創造性を触発する部分があることが認められたと考えられる。

（2）知的能力の構造分析

生徒の知的能力の特性を把握するために，標準テストの結果を因子分析してみた。その結果は，次のようになった。

Table 2　高 1　相関行列

*** SOKAN KEISU ***

	1 応用力	2 生産力	3 空想力	4 速さ	5 広さ	6 独自さ	7 深さ	8 A 算数的推理	9 B 数字文字照合置換	10 C 言語的関係理解	11 D 空間構成推理	12 E 回転図形弁別	13 F 数学的能力	14 適応性	15 不適応性
1. 応用力	****														
2. 生産力	0.64	****													
3. 空想力	0.50	0.54	****												
4. 速さ	0.73	0.77	0.73	****											
5. 広さ	0.72	0.76	0.69	0.88	****										
6. 独自さ	0.62	0.62	0.57	0.65	0.76	****									
7. 深さ	0.81	0.82	0.78	0.86	0.77	0.52	****								
8. A. 算数的推理	0.15	0.19	0.14	0.23	0.29	0.17	0.17	****							
9. B. 数字文字照合置換	0.16	0.19	0.15	0.19	0.24	0.14	0.19	0.73	****						
10. C. 言語的関係理解	0.16	0.15	0.12	0.20	0.20	0.06	0.19	0.58	0.67	****					
11. D. 空間構成推理	0.24	0.18	0.07	0.22	0.18	0.13	0.19	0.46	0.48	0.45	****				
12. E. 回転図形弁別	0.13	0.14	0.07	0.21	0.22	0.07	0.14	0.49	0.41	0.30	0.35	****			
13. F. 数学的能力	−0.01	0.09	−0.00	0.07	0.09	−0.03	0.04	0.60	0.52	0.54	0.34	0.40	****		
14. 適応性	0.11	0.04	0.09	0.10	0.04	−0.03	0.13	−0.03	−0.09	−0.05	0.02	−0.04	−0.06	****	
15. 不適応性	0.19	0.23	0.08	0.18	0.10	−0.00	0.24	−0.06	−0.09	−0.11	−0.08	0.06	−0.04	0.37	****

Table 1　中 1　相関行列

*** SOKAN KEISU ***

	1 応用力	2 生産力	3 空想力	4 速さ	5 広さ	6 独自さ	7 深さ	8 A 算数的推理	9 B 数字照合文字置換	10 C 言語的関係理解	11 D 空間構成推理	12 E 回転図形弁別	13 F 数学的能力	14 適応性	15 不適応性
1. 応用力	****														
2. 生産力	0.32	****													
3. 空想力	0.43	0.39	****												
4. 速さ	0.58	0.68	0.62	****											
5. 広さ	0.69	0.69	0.72	0.85	****										
6. 独自さ	0.69	0.59	0.68	0.63	0.77	****									
7. 深さ	0.70	0.72	0.79	0.82	0.89	0.68	****								
8. A. 算数的推理	0.14	0.19	0.23	0.28	0.28	0.17	0.25	****							
9. B. 数字照合文字置換	0.12	0.20	0.29	0.25	0.32	0.17	0.29	0.59	****						
10. C 言語的関係理解	0.06	0.17	0.20	0.13	0.22	0.11	0.21	0.20	0.52	****					
11. D. 空間構成推理	0.05	−0.05	−0.02	0.00	0.05	−0.03	0.01	0.33	0.22	0.25	****				
12. E. 回転図形弁別	0.07	0.07	0.09	0.09	0.14	0.08	0.10	0.54	0.53	0.35	0.61	****			
13. F. 数学的能力	0.05	0.00	0.08	0.03	0.06	0.09	0.04	0.49	0.41	0.32	0.49	0.70	****		
14. 適応性	0.11	0.12	0.23	0.11	0.21	0.16	0.20	−0.10	0.05	0.14	0.03	−0.03	−0.05	****	
15. 不適応性	0.13	0.06	0.22	0.23	0.17	0.19	0.16	0.10	0.05	0.08	0.00	0.06	0.01	0.33	****

表 3　　中 1　　回転前の因子解 (a)

	I	II	III	IV	h
因子番号	1	2	3	4	
1. 応用力	.657	—.140	—.052	.234	.509
2. 生産力	.667	—.133	—.081	—.104	.480
3. 空想力	.748	—.089	.117	—.059	.585
4. 速さ	.842	—.145	—.083	—.022	.737
5. 広さ	.958	—.124	—.016	.008	.934
6. 独自さ	.783	—.167	—.010	.152	.664
7. 深さ	.939	—.161	—.017	—.034	.909
8. A 算数的推理	.364	.560	—.138	—.134	.483
9. B 数字一文字照合置換	.396	.549	.029	—.525	.734
10. C 言語的関係理解	.278	.383	.168	—.262	.321
11. D 空間構成推理	.106	.583	.042	.239	.411
12. E 回転図形弁別	.244	.854	—.008	128	.805
13. F 数学的能力	.183	.740	—.033	.133	.600
14. 適応性	.199	—.084	.778	.026	.653
15. 不適応性	.218	—.018	.339	.040	.165
平方和	5.117	2.521	.803	.549	8.990
分散率	.569	.280	.089	.061	

変量数
15.

因子数
15.

許容誤差
.002

表 4　高 1　　回　転　前　(a)

	1	2	3	4	
1 応用力	.775	−.173	.055	−.052	.637
2. 生産力	.809	−.152	.058	.022	.682
3. 空想力	.709	−.195	−.060	−.098	.554
4. 速さ	.920	−.163	.022	.005	.873
5. 広さ	.912	−.119	−.111	.207	.901
6. 独自さ	.686	−.177	−.223	.229	.604
7. 深さ	.893	−.206	.129	−.313	.954
8.A 算数的推理	.377	.752	.022	.126	.724
9.B 数字一文字照合置換	.362	.750	−.035	−.065	.700
10.C 言語的関係理解	.322	.666	−.021	−.215	.594
11.D 空間構成推理	.316	.481	.012	−.066	.336
12.E 回転図形弁別	.277	.452	.103	.149	.314
13.F 数学的能力	.194	.669	.070	.020	.491
14. 適応性	.072	−.125	.437	−.030	.212
15. 不適適応性	.147	−.177	.731	.107	.600
平方和	5.322	2.708	.833	.312	9.175
分散率	.580	.295	.091	.034	

因子数
15.

許容誤差
.001

Table 5 高1回転後 (c)

KAI				
1. 応用力	.789	.066	.087	−.043
2. 生産力	.813	.095	.101	.031
3. 空想力	.740	.019	−.034	−.074
4. 速さ	.925	.115	.068	.022
5. 広さ	.906	.144	−.037	.242
6. 独自さ	.712	.015	−.148	.273
7. 深さ	.914	.077	.128	−.310
8. A 算数的推理	.138	.828	−.000	.142
9. B 数字一文字照合置換	.132	.820	−.085	−.039
10. C 言語的関係理解	.121	.731	−.089	−.191
11. D 空間構成推理	.164	.553	−.021	−.052
12. E 回転図形弁別	.124	.517	.101	.146
13. F 数学的能力	−.013	.699	.031	.024
14. 適応性	.083	−.071	.438	−.095
15. 不適応性	.150	−.082	.755	−.002
平方和	4.973	3.020	.852	.330
分散率	.542	.329	.093	.036

9.175

Table 6　中・高　回　転　後　(c)

KAI				
1. 応用力	.774	.226	.058	−.087
2. 生産力	.791	.178	.042	−.027
3. 空想力	.745	.230	.034	−.139
4. 速さ	.874	.076	.092	.050
5. 広さ	.932	.196	.007	.142
6. 独自さ	.790	.118	−.075	.129
7. 深さ	.863	.259	.098	−.265
8.A 算数的推理	.262	.834	−.035	.070
9.B 数字ー文字照合置換	.254	.821	−.050	−.062
10.C 言語的関係理解	.226	.750	−.020	−.155
11.D 空間構成推理	.169	.658	−.003	−.051
12.E 回転図形弁別	.188	.709	.053	.072
13.F 数学的能力	.099	.791	−.013	.025
14. 適応性	.089	−.064	.490	−.083
15. 不適応性	.144	−.060	.685	.017
平方和	5.068	3.762	.746	.186
分散率	.519	.385	.076	.019

9.762

以上のデーターを解釈すると次のようになる。中1の生徒は
「思考が柔軟で，具体的な問題解決への関心が高く（第Ⅰ因子）図形的直観を主とする数学的な知能にすぐれ（第Ⅱ因子）さらに，学校生活や家庭・社会等の環境よりの情報を素直にとり入れその情報のワク内で考える受容性に富んだ傾向をもつ（第Ⅲ因子）一方，日常問題に関して，批判的な思考をする傾向が芽生えてきている。（第Ⅳ因子）」という傾向をもっている。

これに対して，高1の生徒の思考の特性は，
「思考が流暢になり，多くのアイデアを多方面にわたって，生み出す能力が高くなる（第Ⅰ因子）が，一方，直観よりも論理的，言語的，記号的思考に関心が高まり（第Ⅱ因子），それとともに，環境に対する批判が強くなり，自己主張をするようになる（第Ⅲ因子）一方，現状に対する不満を自分で考え，問題解決をはかろうとする傾向が生じてくる（第Ⅳ因子）」

このように，中1と高1との間には発達段階の差異が見られる。

さらに，創造性についての発達調査を同じ学年の中1のときと，中3のときで比較してみると次のような結果が得られた。

ア，発達段階に有意差のある要因。

速さと広さ。

速さとは思考の流暢性のことで，一定時間に考え出すアイデアの量すなわち，解答数の多さを示す。

広さとは思考の柔軟性のことで，アイデアの種類，すなわち，観点領域の広さを示す。

すなわち，発達段階によって，アイデアの量と種類は多くなる。環境に対する学習経験がアイデアの量と質に影響を与える。

イ，発達段階によって変化が認めにくい要因。

空想力と独自さ。

空想力とは結果予想のことで，起こり得ないような事態において生ずる変化の予想または，洞察力といってもよいだろう。

独自さとは独自性のことで，発想のオリジナリティ，ユニークな解答に，ウエイトをつけて評価する。

すなわち，創造性のうちの重要な部分であるオリジナリティーとイマージネーションに関る部分は生活体験だけでは，伸びるものとはいえない。

このような，生徒の実態を基礎資料として，数学のカリキュラムを開発することにした。

3.　カリキュラム開発のための実験研究

今年度は各学年において，創造性を伸ばすと予見される教材をとりあげ，実験授業を行った。この結果をもとにして，カリキュラム開発へと進めたい。

実験授業のテーマとそのねらいは次のようなものである。

	対象学年	テーマ	ねらい
実験授業その1	中1	多面体	空間図形の直観的把握

担当教官　佐藤和孝

実験授業その２	中２	基本図形の観察	図形の特性の直観的把握と記号化
担当教官　長野　東			
実験授業その３	中３	軌跡と作図	図形の予測
担当教官　喜多耕作			
実験授業その４	高１（中１，中２）	確率・統計	経験の中から法則を発見する
担当教官　深瀬幹雄			

（この実験は中１，中２において実験した結果をふまえて，高１の教材への展開をねらったものである。）

以上のような計画を見ると，中学では幾何教材が多く，それも直観力を育成することをねらいとしている。

中３の軌跡は単なる直観ではなく，論理的思考をへた直観を必要としている。

これは，確率・統計についても一層その傾向があり，生徒の能力の分析結果と一致する。

創造力の育成には直観と論理の統合的活用が必要であるが，この実験は試行錯誤的ながらもそれをみたそうとするものである。

以下，実験授業の結果を紹介する。

実験授業　その１

1. テーマ　　「多面体」
2. 対象学年　中学１年
3. 指導教官　佐藤和孝
4. ねらい，指導の重点

中学１年における図形の取扱いは，新指導要領においては，空間図形を中心とした直観的把握に重点が置かれている。それも，観察を主としながらも，作図や切断・投影・展開といった操作的な側面を加え，多方面からの把握をねらっている。

数学における創造性は，論理の積み重ねによるよりは，直観によるものが大きいと考えられる。しかしながら，平面図形に対する直観的把握が比較的容易であるのに対し，空間図形に対する直観は一般に乏しく，また育ちにくい。今回の授業では，多面体，特に正多面体・準正多面体などの「美しい」多面体を主たる題材として，観察・操作の両面から直観的な取扱いを中心としてみた。

ここで準正多面体というのは一般的ではないと思われるのが，一言説明しておく。正多面体は，①すべての面が合同な正多角形で，②どの頂点でも集まる面の数，集まった形が同じ，である多面体として定義される。準正多面体はこの条件の内①を，①′２種以上の合同な正多角

形で作られ，というように緩めて②の条件を加えて定義される多面体で，側面が正方形の正角柱やサッカーボールのような形のものなどがそうである。この，ある概念の定義条件を緩めて新しい概念を得るというのは，数学の常套的な手法であり，そういった感覚を感じとらせることも副次的効果として考えている。

今回の授業では，実際に正多面体・準正多面体を各１種ずつ生徒に製作させており，このために要する時間数も比較的多い。この作業は，先に述べた展開という操作，およびその逆操作としての組立て，という形でとらえることができる。すなわち，直観的にとらえやすい平面図形（展開図）とそうではない立体とを関連づけて観察・認識させることによって，直観を伸長させようという考え方である。この考え方は切断・投影といった操作にもあてはまるものである。投影については，生徒に具体的に例示する方法がなかったので今回は取扱わなかった。切断については，正多面体と準正多面体の関係を考えさせる部分で触れたが，充分な模型を用意できず，生徒には不満が残ったようだ。この点は今後の課題となろう。

個々の場面では直観的な把握を主眼としながらも，全体の構成・流れの中では，法則性の発見・分類・類推というような数学的な手法を多用している。こういった手法に慣れることも，数学的な創造性に有効であると考えられ，そういった副次的な効果も，今回の授業では多少ねらっている。

4. 指導過程・指導上の留意点・その他

授業の形態としては，班単位の活動の時間が多い。これは一つには模型等が不充分なので，お互いの作品を利用してそれを補うということと，もう一つは生徒のアイデア・直観を相互に検証しあうケース（多面体作製での相互のアドバイスも含めて）が多かったことなどによる。

第１時　　全体の導入。用語の定義や模型の提示など。

第２～４時　　正８面体の展開図について，合同なものを除いて何通りあるかを，個人・班・全体の３段階に分けて検討する。ここで要求されるのは，

(1)展開図を次々と求めること

(2)合同な展開図がないか判定すること

(3)展開図をすべて求めること，つまり，ある系統的な展開図の求め方を考えるか，あるいは，求めた展開図群を適当に分類すること

などである。(1)(2)では直観的判断をねらっており，個人が求めたものを班討議で検証している。個人段階で求めた展開図の10%程度は展開図として不適当なもの，重複のあるものは20%程度であって，班討議を経ても尚若干の誤答があった。(3)は創造性の一つの側面として，分類・系統的発見のアイデアをねらったものだが，厳密さはもとより要求せず，個人で種々考えたものを班でまとめて，全体の場で意見交換した。詳述しないが，半数以上の生徒が何らかのアイデアを持っており，10人程度はかなり有力なものであった。班としては，１班は完全に近い分類を与えていた。

第５～６時　　正多面体の製作。正８面体を種々の展開図をもとに作る，あるいは，正12面体

・正20正面体を作る。

第７～９時　　正多面体（作成した模型を利用して）の観察。準正多面体の定義。正多面体と準正多面体の使用する正多角形の間には密接な関連があるので，準正多面体の正多角形についての情報（表１）を与え，形を正多面体から対比・類推させる。その後，模型を提示。（図１参照）

第10～14時　　準正多面体の製作。複雑なもの（⑩～⑬）以外は，模型を見ながら展開図を考える所からやる。（図２参照）

第15～16時　　準正多面体の観察。準正多面体は，正多面体を適当に切断することで作られるので，その点に中心を置いた。模型が不充分なので解説中心になった。

5.　今後の展望

全体に生徒の反応はよく，授業を楽しんでいた様子はあったが，理解しにくい部分もあるとの声があった。最大の問題点は模型の不充分さで，自作のため大きさも数も不満が残る。また展開・切断の模型もなく，操作を具体的に見せることができなかった。この辺を改善することで直観的把握が容易になろう。

また準正多面体についての流れについては一考の余地がある。表１から形を推測させるというのは，直観が充分でない生徒にとっては無理があり，あまり有効ではない。模型から展開図を考えるというのは多くの生徒が興味を持ち，かつ成功していたので，この辺に重点を置く構成が好ましい気がした。　（佐藤和孝記）

実験授業　その２

1.　テーマ　　「基本図形の観察」

2.　対象学年　中学校第２学年　120名

3.　指導教官　長野　東

4.　ねらい

数学教育において，記号のはたす役割はきわめて大きい。

「数学は記号の科学」であるとさえ言われている。したがって，数学教育においても，記号の内容・量その配列は，つねに，研究の対象になっている。

適切な記号，さらに，用語をどの段階で，どの程度・どんな形でとりいれるかが，カリキュラムのカギであるとさえいえる。

さて，学校現場において，生徒達は，これ程，重要な記号・用語に対してどのように，接しているかというと，学習のつまづきの原因，興味・関心を失う契機は新らしい記号・用語の消化不良による場合が多い。

その理由は，記号が抽象的であったり，生徒の理解が，その記号をうけ入れるまでに，発達していなかったりすることもあるが，第１に考えられることは，指導上の問題である。記号・用語の学習指導は演繹的な指導が多く，知識を伝達するような形が主となっている。そのため

表 1

準 正 多 面 体　№. 1

番号	名　前	使っている正多角形の数 3	4	5	6	8	10	頂点	辺	頂点の回りの正多角形の集まり方
1	8 面体	4			4					
2	4 角 14 面体	8	6							
3	6 角 14 面体		6		8					
4	8 角 14 面体	8				6				
5	4 角 26 面体	8	18							
6	8 角 26 面体		12		8	6				
7	5 角 32 面体	20		12						
8	6 角 32 面体			12	20					
9	10 角 32 面体	20					12			
10	38 面体	32	6							
11	5 角 62 面体	20	30	12						
12	10 角 62 面体		30		20		12			
13	92 面体	80		12						
14										

図　1

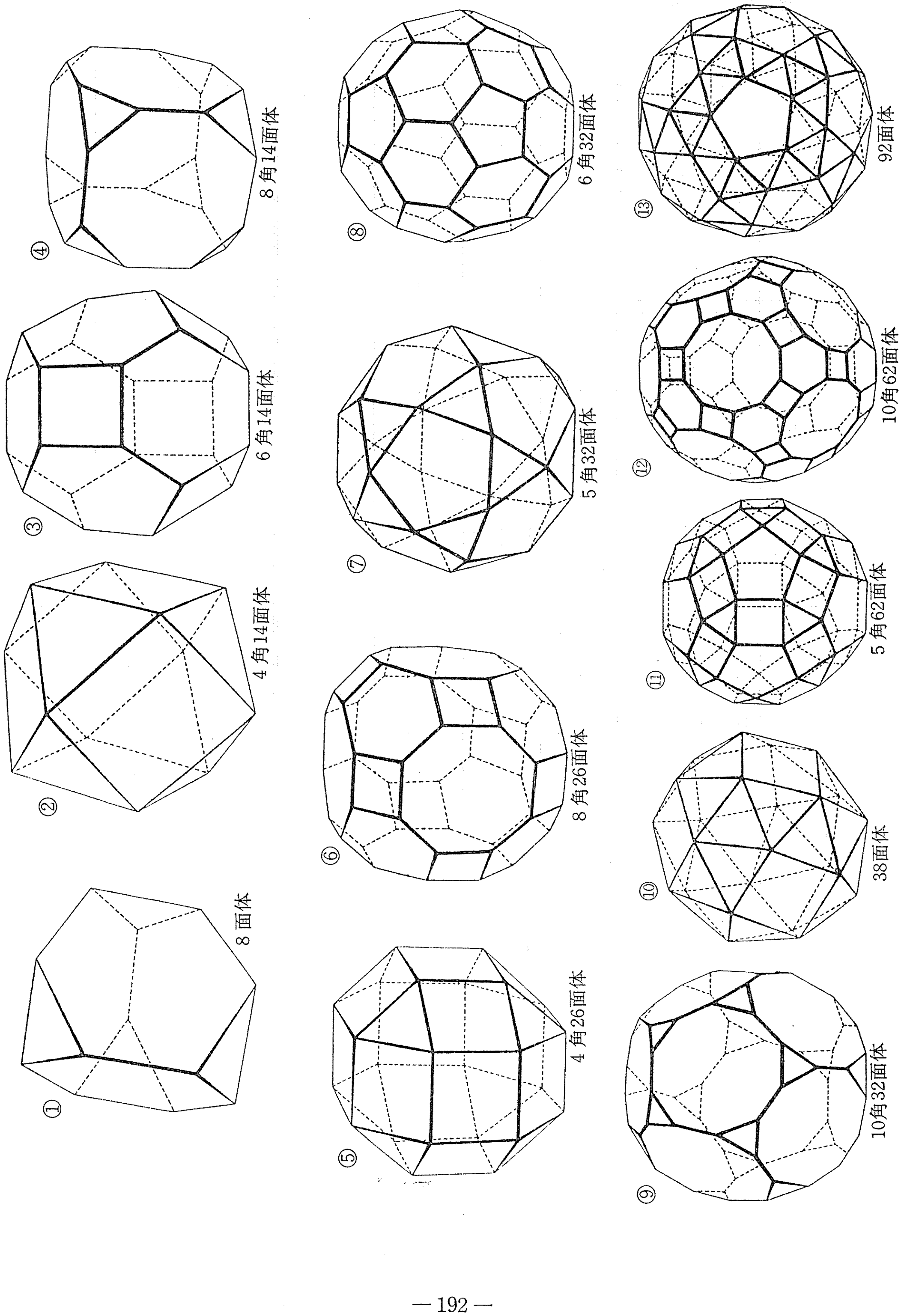
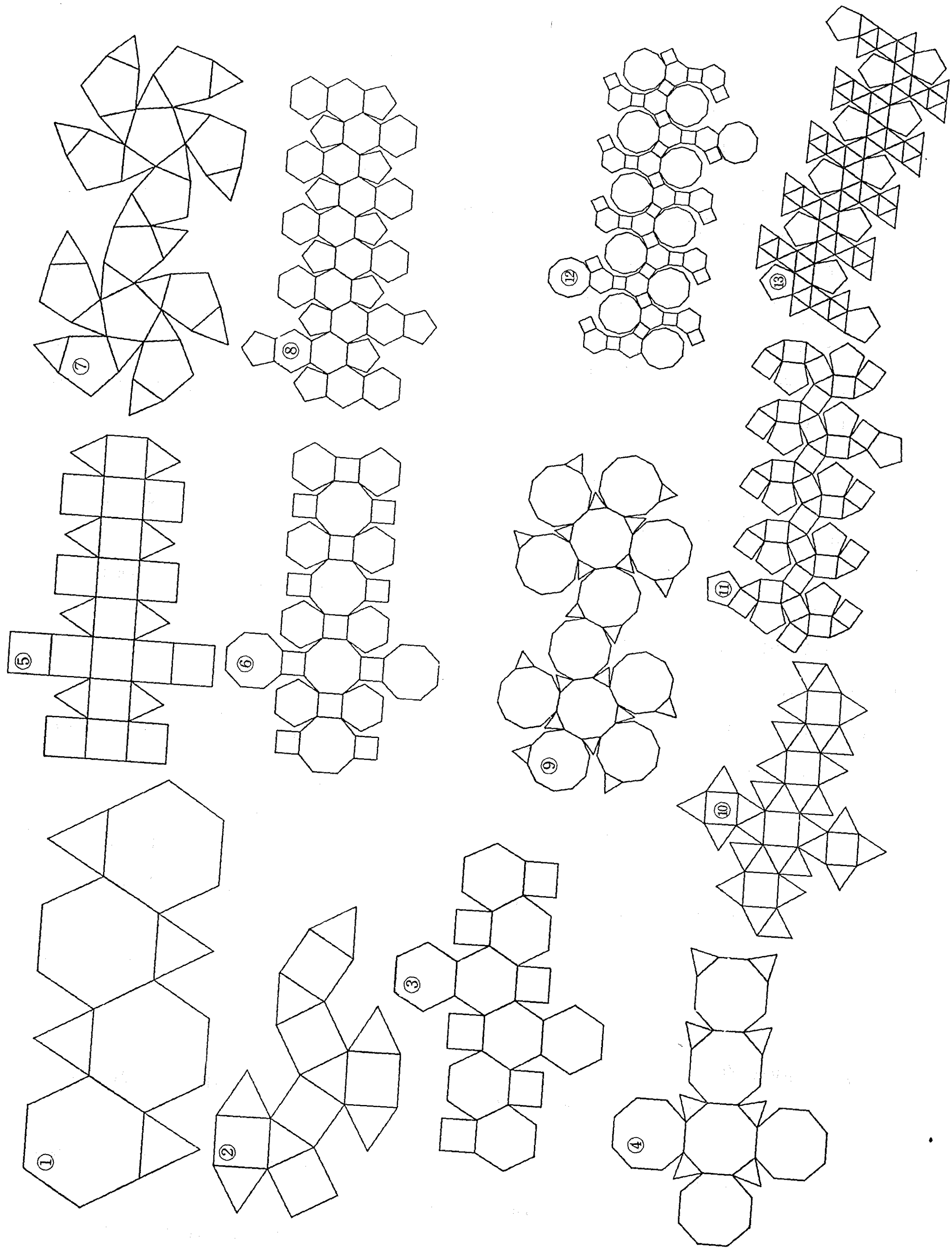

① 8面体
② 4角14面体
③ 6角14面体
④ 8角14面体
⑤ 4角26面体
⑥ 8角26面体
⑦ 5角32面体
⑧ 6角32面体
⑨ 10角32面体
⑩ 38面体
⑪ 5角62面体
⑫ 10角62面体
⑬ 92面体

図 2



に，生徒にとって，次のような問題点が生じている。

ア，生徒が記号の定義に対して，受容する立場になるため，理解よりも記憶力の方が強くはたらく。

イ，記号を記憶する力が主となって，その意味の理解が乏しくなりやすく，そのため，記号に対する興味・関心をもたせることが困難である。

ウ，用語・記号を用いて推論を進める場合記号の意味が体系的に把握されていないため，記号の操作・構成を行う場合に，応用力・創造力をはたらかせる面が少なくなる。

これらの諸問題を解決するためには，記号・用語の学習法について，生徒の主体性・創造性を生かすことができる方法を工夫する必要がある。

その工夫としては，用語・記号を生徒達が自分で創り出すことによって，記号の意味の理解や興味・関心の喚起につながることがあると考えられる。

一方，用語・記号は数学教育の段階では，普遍的なものとして定められており，生徒が勝手な創作をしても，その記号は一般的に使用することができないので，生徒の興味・関心をもたせることが困難になる。

このようなわけで，用語・記号の学習は教師からの一方的な伝達の形式をとることが多くなり，用語・記号の学習指導については，新らしい方向を考えることが，タブーの如く考えられてきている。

この実験授業では，生徒の主体的な学習活動を通して，「図形に関する記号」を創作させ，その結果と過程の分析を行おうとするものである。

4. 実験方法

(1) 実験テキスト

実験方法実験テスト現在使用されている中学校の教科書は論理的思考には十分でない面があり，生徒の推論を正しく発展させるように工夫されたテキストを用いることにした。

このテキストは文部省特定研究団体「数学教育の会」（班長・京都大学名誉教授・秋月康夫氏）の中で，上位の生徒を対象とするテキストを研究・作成中のグループ・Ａ１グループ（班長・東大名誉教授・弥永昌吉氏）が作成したテキストの第７学年用第５章「基本図形の観案」を用いることにした。

ただし，実験授業ではこのテキストを生徒に直接手渡さないで，教師の方で参考として用いることにした。

(2) 授業の進め方

生徒の創造的意欲をたかめ，記号を創作するためには，生徒全員が積極的に学習活動に参加し，討議しなければならない。

このような集団思考を有効にすすめるための方法として，1939年オズボーンによって考案された，ブレーン・ストーミング法（Brain storming）を用いることにした。

略して，Ｂ・Ｓ法とかくことにする。Ｂ・Ｓ法は次のような形で話し合いを進めていく方法

である。

ア，他人の発言に対して，良い悪いの判断についての発言をしない。

イ，自由奔放の発言を歓迎する。（ストームのような発言＝ストーミング）

ウ，発言の量を多くする。

エ，他人のアィデアの改善・結合をすることを遠慮しないで行う。

以上のような4原則を守り，討議を行って記号を創作した。

討議を進める際のリーダーは教師が行ったが，あまり，結論を誘導するような方法をとらないようにした。

(3) 評　価

生徒達がB・S法によって，創作した記号が適切かどうかの判定，逆思考を用いた。

たとえば，A組で直線の記号を創ったとすると，B組ではA組で創った記号示して，その記号が示す図形は何かを考えさせる。

その結果，A組と同じ直線が，記号から出されれば，その記号は合格となる。そうでなければ，B組で修正して，C組で吟味をする。

このようにして，図形──→記号，記号──→図形が一致するまで討議をした結果を，図形に対する記号として，決定する。

決定された記号が A_1 テキストで示された記号とほとんど一致したということは，驚きでさえあった。

それとともに，記号の中に，自然な記号というものがあるようである。図形から抽象した記号，記号からイメージとして生まれる図形は，抽象から具体への思考を行うものである。

評価目標としては，集団評価と個人評価を行い，集団評価は3つのクラスのB・Sの経過とその原因の分析，個人評価においても，思考過程，参加の程度の評価とその原因の分析は，生徒の知的能力の基礎資料（知能，創造性，L・S，R・T（ロールシヤツハ））との相関を調査することにした。

(4) 授業内容

授業内容実験授業は次のような順序で行われた。

パート	テーマ
1.	直線上の図形を記号で表そう
2.	平面を記号で表そう
3.	記号を用いて，問題を作ろう
4.	空間を記号で表そう
5.	記号を用いて，問題を作ろう

記号を作るにあたっては，図形を観察し，それぞれの図形を比べながら，記号化させるように指導した。

なお，上の授業の所要時間は8～10時間を用いている。

この授業の全体の流れを紹介すると，次の通りである。

A_1テキスト，第５章　基本図形の観察

§1.　点の集合としての図形

　1・1　立方体の観察

◎1・2　点の集合としての立方体

　1・3　内部・境界・外部

　1・4　凸な点集合

§2.　いろいろな図形

　2・1　三角形

　2・2　円

　2・3　半円・扇形

　2・4　角の大きさ

§3.　角と平行線

　3・1　補角・対頂角

　3・2　T定規

　3・3　同位角・錯角

　3・4　三角形の内角の和

以上の中で，１・２が実験授業の対象となった内容である。

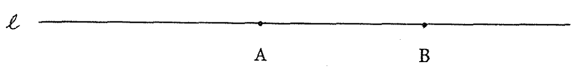
5.　実験授業の結果について

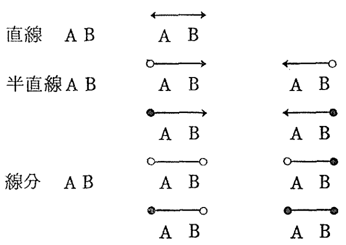
(1) 授業において，生徒が創った記号

授業の中で，B・S法を用いて，生徒達が創った図形に関する記号は次の通りである。

ア，比較的容易にきまった記号

直線上の図形

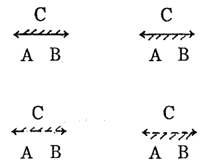




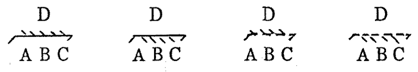
とくに，半直線，線分は一つきまると，残りはかんたんにきまった。

イ，稍，手間どった記号

半平面

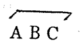


半空間



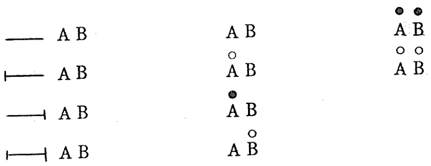
ウ，最も困難であった記号

空　間



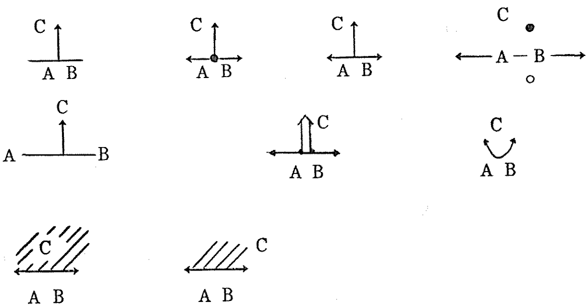
(2) 討議の過程において，提案された記号

ア，直線に関する記号

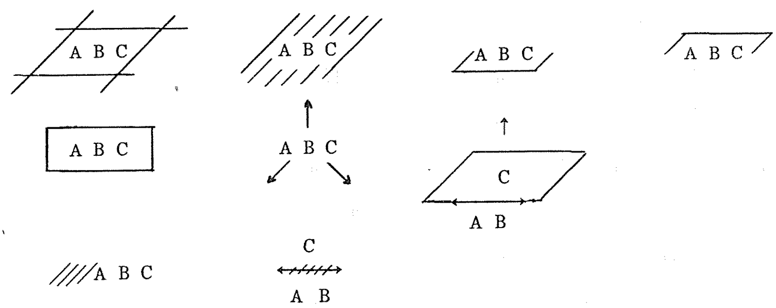


イ，平面に関する記号

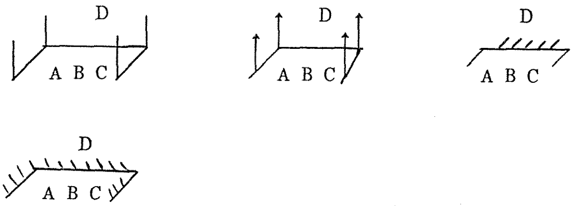
半平面



平面



ゥ，空間に関する記号



以上のような記号が討議の途中で提案され吟味されて，(1) のような結果になったのである。

記号が決定されていく過程の分析をすることで，生徒の図形のイメージ化への思考様式の特徴をつかむことができる。

(3) 記号創作までの思考様式の特徴

ア，直線がどこまでも延びるという概念が乏しい，（図形の本質はとらえにくいもの）

直線の記号を考えさせると，まずでてくる記号は

ＡＢ，$\dot{A}B$，$\dot{A}\dot{B}$……という記号であって，延長の概念がなく，形として考えている場合が多く，つぎに，でる記号は，－ＡＢ，＋ＡＢ……という記号である。これは第１のケースよりも進んでいるが，←→をつけて，延びているということを積極的に表現するには時間がかかるようである

これは，直線の本質の理解が不十分であり彼等が，これまでに体験した表現は

線分ＡＢという用語

$\underline{A\qquad B}$ という有限の線分で

かかれた図形からでてくるイメージが強いようである。

イ，一度体験したものには，とらわれやすいこと。

直線が，$\overleftrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AB}$ ……… のように，矢印を用いて表わすこと学んだあとは，延長することは，すべて，→，←で表現しようとする。

そこで，平面ＡＢＣをあらわすのに，「ひろがり」を表すのに，→，←を使おうとする。

→が一方方向の延長しか表わさないことがわかると，  というような記号や

ABC というような記号で表そうとする。 $\overline{ABC}$ は $\overline{ABC}$ 等の記号との関連によって，初めて考えられるものである。

ひろがりとしては， ///// を用いることに気付くことは時間がかかるようである。

ウ，全体より部分の方が表しやすいこと，

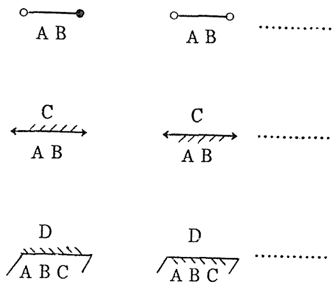
平面全体，空間全体の記号よりも，半平面半空間の方が表しやすいようである。

これは，次元が上がるにつれてその傾向は強まるようである。

事実，空間全体を単一記号で表すことは試みなかった。

エ，全体との関連がわからないと，適切な記号を作ることが容易でない。

たとえば



等は，それぞれ，全体空間との関係や，分割の意味などの理解がないと，記号を作る意味がわからない。したがって，記号化の必要性をもたせるためには，図形の観察を十分行うことが，まず，出発点である。

その意味で，図形の観察を深める意味で記号創作は有効な教材である。

オ，記号を作ることによって，図形も操作の対象となる。

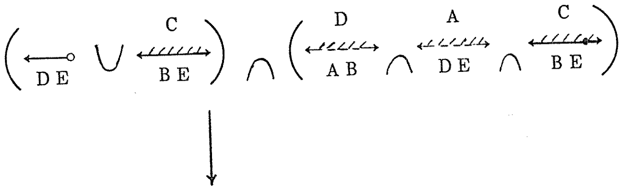
作図は図形を操作するため教材として重要であるが，初等幾何では，それ以外の手段をもっていない。

記号は点集合を示しているから，集合算を用いることによって，図形の操作を行うことができる。

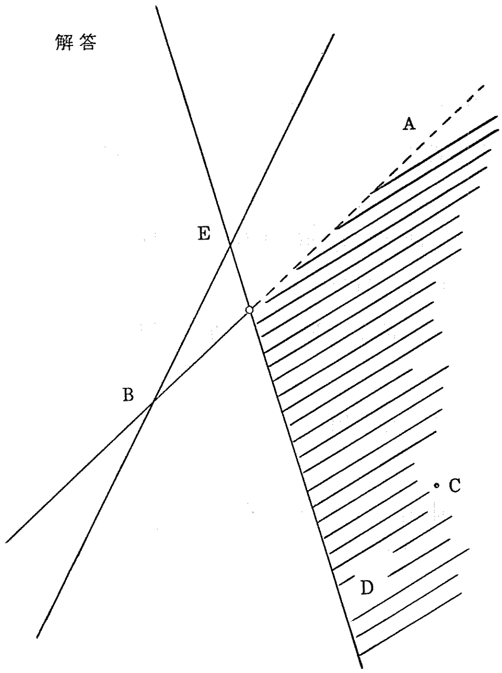
授業ではゲームの形をとって，生徒相互に，作問，解答を行なわせたが，これには，生徒は極めて，高い興味・関心を示した。以下に，生徒の作問の例をあげておきたい。

記号を図に表わす問題

問



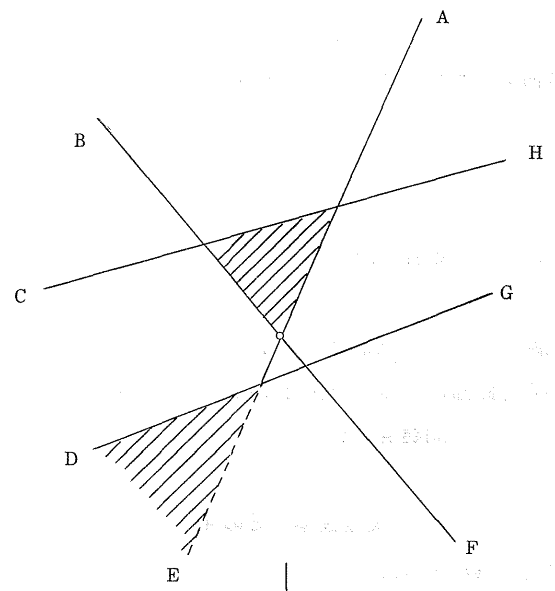
解答



図形を記号で表す問題

図形を記号で表す問題

問



解答

$$\left(\overset{D}{\overleftrightarrow{CH}} \cap \overset{A}{\overleftrightarrow{BF}} \cap \overset{C}{\overleftrightarrow{AE}}\right) \cup \left(\overset{E}{\overleftrightarrow{DG}} \cap \overset{D}{\overleftrightarrow{AE}}\right)$$

以上のような過程で，線形基本図形の観察が記号を通して，論理的に把握されるようになった。

実験授業　その3

1. テーマ　　「軌跡と作図」
2. 対象学年　中学第3学年　　120名
3. 指導教官　喜多耕作
4. ねらい

初等幾何における軌跡問題の解決方法は，基本軌跡をパターンとして，パターンの類比転移，パターンの合成による類推等によって，軌跡を予測する方法と，具体的な作図をつみ重ね，特殊から一般へ，帰納的な思考過程をたどる方法とがある。

この過程ではたらく，生徒の創造的思考力としては，類比，転移，一般化，拡張等の要因が含まれている。

ところが，これらの要因は単なる思い付きや頓智で生ずるものではなく，図形に対する基本的な論理体系を把握していなければ，軌跡の予測は不可能である。

このことより，創造力というものは，何か体系的な認識または，見通しのようなものをもっていないと，発揮できないのではなっかと思われる。

この基本的体系とは何か，それをどのように指導するかということが，カリキュラム研究上必要である。

5.　内容

基本軌跡

ア，定点から等距離にある点集合は円

イ，垂直二等分線

ウ，定直線から定距離だけ離れた点集合は平行線

エ，交わる２直線から等距離にある点の軌跡は角の２等分線

以上の基本軌跡をもとにして，問題解決を行う。

実験授業　その４

実験授業計画「教材　確率・統計」

1.　昨年度の実験授業

その１

a．対象学年　　中学１年生

b．指導教官　深瀬幹雄

c．指導目標自ら試行することによって，法則を発見し，さらにその法則を適用できる場面を考え出していく力を養う。

d．指導方法，生徒を６～７人のグループに分け，グループ毎に方法を討論させながら，試行させ，結果をまとめさせ，毎時間毎にグループ討論の結果をレポートとして提出させた。

e．指導内容

第１時限　乱数表を生徒に与え，各グループ毎に数字がランダムに並んでいることを示す方法を考える。

第２時限　各グループの結果を検討しながら確率（経験的確率）について指導する。

第３時限　いろいろな物（画鋲，ペン先，サイコロ等）の各出方の確率を求める。

第４時限　２種類の袋を用意し，一つの袋には，150個の大豆と50個の赤くぬった大豆，もう一つの袋には，350個の大豆と50個の赤くぬった大豆が入っている。この二つの袋の中から赤い大豆の出る確率を求める。

第５時限　200個の豆と400個の豆の入った袋を二つ用意し，各袋に入っている赤い豆の個数を

予測する。

第6時限　豆の入った袋を2種類用意し，それぞれの袋に50個の赤い豆を入れ全体の豆の個数を予測する。

その2

a．対象学年　中学2年生

b．指導目標　確率の意味を理解させるとともに，確率の考えを用いて，統計に対する見方や考え方を深める。

c．指導方法　通常の授業形式

d．指導内容

①場合の数

イ，場合をすべて数え上げるには，問題に応じて，もれや重なりのないように場合を適切に分類し，順序よく数え上げることが大切であること。

ロ，和の法則と種の法則の用い方とその違いの理解

②順列・組合せ

イ，順列と組合せの意味と記号 ${}_nP_r$，${}_nC_r$

ロ，順列と組合せの違いを十分に理解させる。

ハ，順列と組合せの関係 ${}_nP_r={}_nC_r\times{}_rP_r$

③確率

イ，確率の意味と定義

ロ，確率の求め方

ハ，期待値

実験授業の評価として，確率・統計の知識を特に前提としない，確率・統計的な内容を含めた調査問題を，授業の前後にテストした結果とS・A創造性テストの結果との関連を調べた。
その結果，事前テストでは，中1，中2の相違は，見られなかったが，事後テストでは，中2では，事前テストとほとんど同じ結果であるが中1では，創造性の高い生徒が，数学的な論理思考するように変化する傾向が表われた。

2.　本年度の実験授業

昨年度の結果をふまえて，本年度も確率・統計の教材を用いて授業計画をたてている。

a．対象学年　高校1年生

b．実施時期　55年度3学期（カリキュラムの関係で学期となった。）

c．指導目標

①確率に関する基本的な概念や法則について理解を深め，確率分布の概念を理解させる。

②確率的判断の意味を理解させ，得られた情報から適切な判断ができるようにする。

③推定・検定の意味を理解させ，適切な推定・検定ができるようにする。

d．指導内容

①確率の基本法則

イ，加法定理

ロ，乗法定理

②確率分布

イ，確率変数と確率分布

ロ，確率変数の平均値と標準偏差

ハ，二項分布

③推定・検定

e．評価

①テストを実施し，その結果と他のテストとの比較検討

②創造性テスト，知能テスト等との関連検討

4. 考察

実験授業の評価はまだ，充分されていないが，その2（中2対象）の例を1つあげて，生徒の反応を紹介したい。

中2の生徒には3学期末に，1年間経っての学習テンケートを行った。その一部をあげると，

「今まで，学習して来た内容は次の通りです。

(1) 量と数　(2) 式の計算　(3) 図形の記号を作る　(4) 自習

以上の中で

1. 面白かった勉強法はどれか
2. 非常に大切だと思ったものはどれか
3. 非常にむつかしいと思ったものはどれか

⋮　以下略

」

この質問は学習法についての質問であって，(1)〜(4)はすべて異なった方法を用いた。

すなわち，(1)は教科書を用いないで，プリントを教材として用い，その内容は教科書には含まれていないが，数の意味を見直す上で内容は基礎的なものである。

(2) は個別学習を行い，教生にアンスタントとして協力してもらい，内容は式の計算を教科書を自習用に用い，テスト問題を行い，ステップ毎に合格すればそのつぎのステップを受駐するプログラム学習の型式をとった方法。

(3) は前述の方法で，教科書・プリントは全く用いず，グループ学習を用いた方法

(4) 教科書を用いて，自学自習をする方法

以上のように，それぞれ異なった方法や目的をもって，行った学習法である。

アンケートの結果は次のようになった。

		(1)	(2)	(3)	(4)	白紙
1.	A 組	5	8	18	7	2
	B 組	3	14	17	3	2
	C 組	4	15	12	8	2
2.	A 組	17	10	3	8	2
	B 組	18	11	2	5	4
	C 組	16	16	2	4	2
3.	A 組	25	3	7	5	0
	B 組	24	2	7	5	2
	C 組	28	1	5	2	4

1の結果で目立つことは，A組と他の組の結果が異なるということである。

(3)のグループで討議し，自分達で記号を作るような学習はA組が最も興味を示し，(2)には興味を示していない。B，Cは(2)にも高い興味を示している，

この理由であるが，創造性偏差値がA組が他の2組よりも高いということがある。このことが影響しているかも知れない。

プログラム学習のように，レールの上にのせられたような学習は，創造性の高いグループではあまり興味がないが，自分達で作るような，自主性のある学習には興味をもつともいえる。

さて，2，3では(1)が多いのは，むつかしいが大切であるという認識があるのは量と数の理論であった，

この辺も興味・関心と重要度の認識のちがいがはっきりと生じている点で興味がある。

数学の指導ではとかく，グループで考えるような方法をとることが少ないが，生徒をもっと活動させることが，自主性・創造性につながるもので，指導内容とともに指導法に対する一つの示唆としても受けとめられている。

次年度からはこのデーターの上に，カリキュラム開発を進めていきたい。

以　上

引 用 文 献

(1) 竹内芳男　山形大学
科学教育研究　Vol 4. No. 3, p. 114

(2) H. Freudenthal :
Mathematics as an Educationd Tash Holland 1973, p. 118

(3) 栗原幹夫，本校教官
文部省科学研究費補助金による研究報告書（昭和53年度）p. 5～7

(4) 深瀬幹雄　本校教官
文部省科学研究費補助金による究研報告書（昭和54年度）p. 10～13