不確実性と競争保険市場

——簡単なモデル分析——

酒井泰弘

A Model of Competitive Insurance Markets

Yasuhiro Sakai

目　次

1. 不確実性と保険——序説——

われわれは物事の進行が100% 確実に予測できない世界に住む。かかる予知不可能な世界にあって危険回避の手段としての役目を果たすのが保険である。現実には，実にいろいろな種類の保険が存在する。例えば，火災保険，自動車保険，障害保険，生命保険，海上保険，運送保険，等々。これらの保険契約の一般的特徴は，事故の発生があれば保険会社から一定額または一定比率の保険金を受け取ることを交換条件として，保険加入者が契約時に一定額のプレミア

ム（保険料）を保険会社に支払うという形式をとるということである。本稿の目的は，このような不確実性の世界における保険契約の経済理論的分析を行なうことにある。

一般に，生起可能なさまざまな状態を想定し，そのうちある状態が実際に発生すればそれに対価を支払うという条件つきで売りに出される財のことを「条件つき財」(contingent good）と言う。保険はかかる条件つき財の一種である。障害保険を例にとると，加入者のこうむった身体障害の程度に応じる保険金支払のスペクトラムが存在するし，事故にあわなければ保険金のまるまるの掛け損ということになる。この点からすれば保険は，一見，「無条件」で対価が支払われる通常の財・サービスと性格を異にするかのようである。しかし，電気製品の購入の場合でも一定の保証期間つきというのが慣行であるという事実から分るとおり，電気製品のもたらすサービスが文字通り「無条件」にしてかつ100% 確実なものとは到底考えられないのである。したがって，世の中に存在する財すべてを条件つき財とむしろみなし，条件性の強い一方の極端として保険，条件性の弱い他方の極端として通常の消費財，そしてその中間に株券，債券，耐久消費財，生産財などを位置づけるという風なアプローチの方が適切であると言えよう。

他方，保険と通常の財・サービスとの差異を強調するもうひとつの考え方として次のようなものがある。それによると，通常の財の購入はその財自体の消費を目的とするけれども，保険の加入の目的はそのような即物的・直接的なものではなくて，もっと根源的な要求を満たすべき手段の獲得という派生的・間接的なものである（平たく言えば，いわゆる「安心」を買うために保険に加入するのである)。しかしながら自動車ひとつを例に挙げても，その財にはスピード性・安全性・経済性・審美性など実にいろいろな属性が付随しているのであって，人々の自動車購入の「真の」目的はかかる諸属性間の最適な組合せの

獲得にこそあるという解釈も可能なわけである[1]。さらに，企業による生産要素の需要も，その最終生産物の需給の事情によって決まってくる派生的需要であることも周知の事実である。このように見てくると，需要の目的が直接的・即物的かそれとも間接的・派生的かという基準に照らして保険と通常の財・サービスとを区別しようとしても，それはしょせん相対的・便宜的な区別にすぎないわけである。

保険契約の実証的研究の歴史はずいぶん古いが，その理論的分析の方はあんがい新しい。本稿では，エーリック=ベッカー [4] やボーリィ [6] 等によって最近試みられた「状態選好アプローチ」(state preference approach) を採用しながらいっそうの理論的展開を行ないたいと思う[2]。上述のごとく，保険契約の持つ条件性はその程度の大小はあれすべての財について妥当するのであるから，本稿の分析対象は保険のみに限られるものでは決してないことに再び注意を喚起したい。内容のあらましは次の通りである。次節で保険需要についての簡単なモデルを構築し，そこで成立する保険加入者均衡が保険プレミアムその他のパラメーターに依存していることを論じる。第3節以降の主題はかかる均衡の比較静学的分析であって，まず，保険プレミアムの上昇が保険需要を減少させること，すなわち保険需要曲線が右下りの曲線であることが示される。第4節では，事故率，損害量，初期保有量および危険回避度など他のパラメーターの変化があった場合，それが均衡保険量に対しどのような影響を与えるかを分析する。最後に第5節では，供給側の条件も考慮に入れつつ保険企業の自由

---

1) 各財・サービスにはさまざまな属性があり，消費者はかかる諸属性の組合せから得られる効用の極大化を図るとみなすアプローチは，総じて「属性アプローチ」(characteristic approach) と称される。これについてはランカスター [5] およびベッカー [3] を見よ。

2) 上記の文献の外，アロー [2]，ロスチャイルド=シュティグリッツ [8]，スペンス=ゼックハウザー [12] などが重要な論文である。

参入を認めるとき，保険市場の競争均衡点はどういう特徴を持つに至るかが吟味される。

2. 保険の需要

われわれの関心の的は競争均衡下における保険プレミアムの決定メカニズムである。一般の財・サービスの競争価格が当該市場の需給一致によって決定されるように，保険の競争プレミアムも保険市場の需給一致によって決定される。本節ではこのうち保険需要の側面のみを取り扱い，保険供給の側面についての分析は第5節にまで引き延ばすこととする。

ある代表的保険加入者を取り上げる。彼が保険契約を結ぶ動機とは一体何であろうか。それは契機を通じて，不確実性下における彼の所得のパターンをより有利な方向に変更させたいと願うからである。かかる保険の需要についての分析を次のような簡単なモデルを用いて行ないたい。そのためにまず，この個人の所得の初期保有量を A とする。一方において，幸運の女神に微笑まれて事故の発生が無ければ（これを「状態1」と呼ぶ）彼の所得の大きさは依然として A のままであるが，他方において，不運にも事故が発生してその損害量が L であれば（「状態2」とする）彼の所得量はその分だけ縮少して $(A-L)$ となる。事故発生の確率すなわち事故率を π とすれば，保険契約以前における期待所得量は $\pi(A-L)+(1-\pi)A$ であり，期待効用の大きさは

$$\pi u(A-L)+(1-\pi)u(A) \tag{1}$$

である（ここで $u(\cdot)$ は所得が当該個人に与える効用水準を示す)。いま保険契約の内容が，保険プレミアム総額 P の支払いをすれば事故発生時に粗保険金 (gross coverage) Z の補償を受け取るというものであるとしよう。このときかかる保険契約を通じてのこの個人の各状態における所得パターンは次のように変化する。

確率 π で 所得量 $W_1=A-P-L+Z$ （状態１）

確率 $(1-\pi)$ で 所得量 $W_2=A-P$ （状態２）

X を $Z-P$ すなわち事故発生時に（保険プレミアムを上回って）保険加入者が受け取る純保険金（net coverage）とすれば，保険契約以後の期待所得量は $\pi(A-L+X)+(1-\pi)(A-P)$，そして期待効用水準は

$$\pi u(A-L+X)+(1-\pi)u(A-P) \qquad (2)$$

によって表わされる。この個人が実際に保険に加入するのは，式(2)によって示される契約以後の期待効用水準が式(1)によって示される契約以前のそれを超える場合に限る，という点に注意を払うべきである。というのは，任意加入の市場保険を問題とするかぎり，保険に加入しないでおくという自由がもちろん各人に保証されているからである。

さて $p=P/X$ と置けば，この p は，事故発生時に純保険金１単位を受け取るために契約時にいくらプレミアムとして支払うべきか，その単位の大きさを示す。これを「純保険プレミアム率」または簡単に「(純)保険プレミアム」ないし「保険価格」と呼ぶ。競争市場を前提すれば，保険プレミアム p は（X によって示される）保険購入量の大きさとは無関係に外生的に与えられる。すなわち保険加入者はいわゆる価格受容者として行動するのである。かような所与量 p は保険契約以前の所得パターン（$A-L$, A）を契約以後の所得パターン（W_1, W_2）へと変化させるさいの難易度を測る良きパロメーターである。というのは，定義そのものから直ちに

$$p=P/X=(A-W_2)/\{W_1-(A-L)\} \qquad (3)$$

なる関係式が成り立っているからである。

問題となるのは保険プレミアム p と（純）保険金 X との関係である。直観によれば，p の上昇は X の減少をもたらすという逆比例関係が成立するはずだが，この直観の正しさを証明するには一体どうすればよいのであろうか。こ

の設問に答えることが当面の課題である。そのためには保険加入者の目的を定めることが必要であるが，それが (3) なる条件式の下で (2) なる目的関数を極大化することにあると以下想定しよう。すなわち，

$$\underset{W_1, W_2}{\text{Max}}\ EU \equiv \pi u(W_1) + (1-\pi)u(W_2) \tag{4}$$
$$\text{subject to} \quad pW_1 + W_2 = p(A-L) + A$$

未定乗数 λ を使用すれば，この条件付極大問題は無条件の極大問題

$$\underset{W_1, W_2, \lambda}{\text{Max}}\ \Gamma(W_1, W_2, \lambda) \equiv \pi u(W_1) + (1-\pi)u(W_2) + \lambda\{p(A-L) + A - pW_1 - W_2\}$$

と同値であるから，極大のための第1次条件は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} &\partial\Gamma/\partial W_1 \equiv \pi U_1' - \lambda p = 0 \\ &\partial\Gamma/\partial W_2 \equiv (1-\pi)U_2' - \lambda = 0 \\ &\partial\Gamma/\partial\lambda \equiv p(A-L) + A - pW_1 - W_2 = 0 \end{aligned} \tag{5}$$

ここで $U_1' \equiv \partial u/\partial W_1$, $U_2' \equiv \partial u/\partial W_2$ と書いてあることに注意せよ。式 (5) を見れば，状態1での最適所得量 W_1^*，状態2での最適所得量 W_2^* および（最適）未定乗数値 λ^* が，保険プレミアム p はじめ事故率 π，損害量 L，初期所得量 A など諸々のパラメーターの関数であることが分る。すなわち，

$$\begin{aligned} W_1^* &= W_1(p;\ \pi, L, A, \cdots) \\ W_2^* &= W_2(p;\ \pi, L, A, \cdots) \\ \lambda^* &= \lambda\ (p;\ \pi, L, A, \cdots) \end{aligned}$$

さらに式 (5) の中の最初の2式に注目すれば，次式が得られる。

$$\frac{\pi U_1'}{(1-\pi)U_2'} = p \quad \text{または} \quad \frac{U_1'}{U_2'} = \tilde{p},\ \tilde{p} \equiv \frac{1-\pi}{\pi}p \tag{6}$$

これは，保険加入者均衡下では，状態1での所得と状態2での所得との間の限界代替率 U_1'/U_2' が（賭率として公平なプレミアムによってデフレートされた）実質保険プレミアム $\tilde{p}$ に等しくなることを示す[3]。このように保険需要に関し

ても，「限界代替率＝価格比率」という通例の均衡条件が成立するわけである。

期待効用極大のため第2次条件は，縁つきヘッセ行列式

$$\Delta \equiv \begin{vmatrix} \pi U_1'' & 0 & -p \\ 0 & (1-\pi)U_2'' & -1 \\ -p & -1 & 0 \end{vmatrix} = -\pi U_1'' - (1-\pi)p^2 U_2''$$

がプラスの値をとることであるが，保険加入者が危険回避者であるかぎり（つまり $u''(\cdot)<0$ であるかぎり）この条件はつねに満足されている。

これまで競争保険に関連して各状態下の所得 W_1, W_2 の最適量がいかに決定されるかを論じてきたが，これを図示すれば図1のようになる。点Eが保険契約以前の所得パターン $(A-L, A)$ を示す。つまり線分 OE_1 の長さが事故発生時の所得 $(A-L)$，線分 OE_2 の長さが初期所得量 A を表わす。この図の上では保険加入者の目的は，初期点 E を通り横軸への勾配の大きさが（保険プレミアム）p の「機会直線」(opportunity line) I_1I_2 上の点で期待効用 EU を極大にすることである（ここで機会直線が条件式 (3) に対応することは明らかだろう）。無差別曲線群が図のようであるかぎり，かかる極大点は点 Q であり，それが保険契約以後の最適所得パターン $(A-L+X,\ A-P)$ を表わす。このようにして初期点 E と均衡点 Q とに関して，その両点間の横座標の差すなわち線分 E_1Q_1 の長さが保険需要量（保険金総量）X，縦座標の差すなわち線分 E_2Q_2 の長さが保険プレミアム総量 $P=pX$ を測るわけである。さらに原

3) 保険加入以前の期待所得量は $\pi(A-L)+(1-\pi)A$，加入以後のそれは $\pi(A-L+X)+(1-\pi)(A-P)$ であるから，もしこの保険が賭率として公平なギャンブルであれば，これら2量は等しいはずである（つまり期待値のタームで考えて，保険加入によって得をしたり損をしたりすることがないはずである）。かかる均等関係から $P=\{\pi/(1-\pi)\}X$ が容易に出る。したがって，事故・無事故比率 $p'=\pi/(1-\pi)$ が「賭率として公平な競争保険プレミアム」(actuarially fair premium) を表わす。このようなわけで式 (6) から $\tilde{p}=p/p'$ となるから，$\tilde{p}$ はいわば保険の「実質」プレミアムと考えてよいのである。

点を通る45度線 OJ を引けば，その上の各点はいずれも，事故発生の有無にかかわらず同一の所得量を 100% 確実に保証する点であるので，この放射線 OJ は特に「確実性直線」(certainty line) と称される。作図上，線分 OH の長さは線分 OE_2 の長さに等しいから，線分 E_1H の長さが損害量 L を示すことはもはや自明であろう。

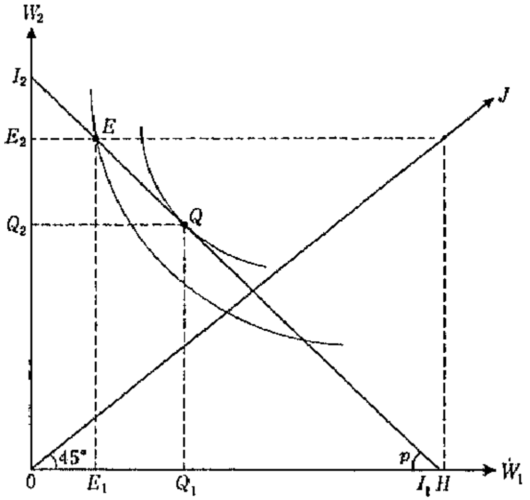

図 1　保険加入者の均衡

3.　比較静学――保険プレミアムの変化――

保険需要量が保険プレミアム，事故率，損害量，初期所得量その他危険回避度など諸々のパラメーターの関数であることは上に見た。ところでこれらのパラメーターが何らかの外生的原因のために変化したとすれば，それに伴なって保険需要量はどのように変化するであろうか。かかる比較静学的分析を体系的に行なってみよう。

そのために式 (5) の両辺を全微分すると次式を得る。

$$\begin{bmatrix} \pi U_1'' & 0 & -p \\ 0 & (1-\pi)U_2'' & -1 \\ -p & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dW_1 \\ dW_2 \\ d\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda dp - U_1' d\pi \\ U_2' d\pi \\ X dp - dM \end{bmatrix} \qquad (7)$$

ただし $dM \equiv p(dA-dL)+dA$ とする。初期点を通じる予算制約式が $pW_1+W_2=p(A-L)+A$ であることを想起すれば，この dM が（保険プレミアム p の変化を伴なわない）所得のみの変化分を表わすことは明らかであろう。さらに式 (7) の導出の過程において $(A-L)+W_1=-X$ という関係式を利用したことにも注意せよ。クラーメルの公式を用いて式 (7) から dW_1 を求めると次のようになる。

$$dW_1 = \frac{1}{\varDelta}\begin{bmatrix} \{-\lambda+p(1-\pi)U_2''X\}dp - p(1-\pi)U_2''dM \\ +(U_1'+pU_2')d\pi \end{bmatrix} \qquad (8)$$

これから次のごとき一連の偏導関数がたちどころに求められよう。

$$\frac{\partial W_1}{\partial p} = \frac{1}{\varDelta}\{-\lambda+p(1-\pi)U_2''X\} \qquad (9)$$

$$\frac{\partial W_1}{\partial M} = \frac{-1}{\varDelta}p(1-\pi)U_2'' \qquad (10)$$

$$\frac{\partial W_1}{\partial \pi} = \frac{1}{\varDelta}(U_1'+pU_2') \qquad (11)$$

保険加入者の危険回避行動を前提すれば，これら偏導関数の符号は直ちに定まる——すなわち，$\partial W_1/\partial p<0$，$\partial W_1/\partial M>0$ および $\partial W_1/\partial \pi>0$。

式 (9) は保険プレミアム変化が「事故」状態の所得 W_1 に与える効果を示す。通常の消費者需要理論においては，総価格効果が代替効果と所得効果との２効果に分解されることは広く知られている。このようなスルツキー分解がいま問題とする保険需要に関しても成立しないであろうか。当然ながら答は Yes である。これを確かめるため，いま保険プレミアムに何らかの変化があったとして，かかる変化にもかかわらず保険加入者の期待効用水準を変化以前と同一

の高さに保つために補償的に変化しなければならない所得の大きさとは一体いかなるものか，という問題を解いてみよう。期待効用 $EU\equiv\pi u(W_1)+(1-\pi)u(W_2)$ を π を一定に保ったままで全微分すれば，

$$dEU=\pi U_1'dW_1+(1-\pi)U_2'dW_2$$

となる。ところが，期待効用極大化の第１次条件 (6) から $\pi U_1'=(1-\pi)U_2'p$ であるから，

$$dEU=(1-\pi)U_2'(pdW_1+dW_2)$$

となる。ここで上述の所得の補償的変化の大きさを求めるために $dEU=0$ と置けば，$pdW_1+dW_2=0$ なる式を得るが，これが $Xdp-dM=0$ ということと同値であることは式 (7) 中の最後の式から自明である。それ故に，$dEU=0$ および $d\pi=0$ という条件を同時に課すならば，式 (8) から次式を導出することができよう。

$$\left.\frac{\partial W_1}{\partial p}\right|_{dEU=0}=\frac{-\lambda}{\Delta} \qquad (12)$$

この導関数の符号は明らかにマイナスである。

いまや保険需要に関する分解方程式を導くためのお膳立はすべて整った。実際，３式 (9)，(10) および (12) の連結から次の関係式が一挙に出てくるのである。

$$\frac{\partial W_1}{\partial p}=\left.\frac{\partial W_1}{\partial p}\right|_{dEU=0}-X\frac{\partial W_1}{\partial M} \qquad (13)$$

式 (13) の経済的意味を理解することは重要である。それは，保険プレミアム上昇が「事故」状態下の所得に与える効果が次の２つの効果を合成したものに他ならないことを表示する。

（ｉ） 保険プレミアムの上昇があれば，事故が発生したときに得る所得の魅力がそれだけ減殺する。したがって，プレミアム上昇以前と同じ無差別曲線上

の動きに注意を集中しても，「事故」状態下の所得 W_1 を「無事故」状態下の所得 W_2 へと代替しようとする（代替効果)。

（ii） 次に，保険プレミアムの上昇があれば，このプレミアムでデフレートされた所得総量の実質価値はそれだけ低落せざるをえない。「パイ」の大きさのかかる縮少の結果として，その一片としての「事故」状態下の所得も削減されてしまう（所得効果)。

さて，保険プレミアム変化が保険需要量に及ぼす効果こそがわれわれにとって最も興味のある効果なのであるが，実のところ，かかる効果についての分析は以上によってすでに完了ずみなのである。というのは，定義から $W_1=A-L+X$ であるから，2つの偏導関数 $\partial W_1/\partial p$ と $\partial X/\partial p$ とは全く同一の値をとるからである。この点に留意すれば式（13）は次のように書きあらためられよう。

$$\frac{\partial X}{\partial p}=\frac{\partial X}{\partial p}\bigg|_{dE=0}-X\frac{\partial W_1}{\partial M} \tag{14}$$

これがかの有名なスルツキー方程式の「保険」版とでも言える式である。図を用いて，この式の経済的意味を若干堀り下げてみよう。図2において，保険プレミアムが p から p' へと上昇すれば，機会直線は I_1I_2 から J_1J_2 へと（初期点 E を軸として）時計まわりに回転し，均衡点は R から T へと左方に移動する。「新しい」機会直線 J_1J_2 に平行にしてかつ（点 R を通る）「古い」無差別曲線に接触する第3の直線 K_1K_2 を図のように引き，かかる接点を S とする。点 $R\rightarrow S$ の移動は代替効果，点 $S\rightarrow T$ の移動は所得効果に対応する。すなわち，保険プレミアムの上昇によって保険需要量は R_1E_1 から T_1E_1 へと減少するわけであるが，このうち R_1S_1 の減少分が代替効果にもとづく部分なのであり，残余の減少分 S_1T_1 が所得効果にもとづく部分なのである。

さて式（14）右辺の所得効果について，W_1 への効果に関係する偏導関数

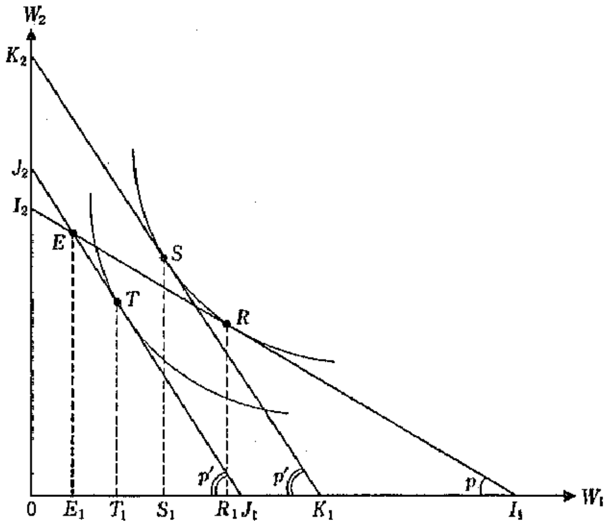

図 2　保険プレミアムの変化

$\partial W_1/\partial M$ を（もっと興味ある）X そのものへの効果に関係する偏導関数 $\partial X/\partial M$ に翻訳するにはどうしたらよいのであろうか。そのためには，所得総量の変分 dM が初期保有量の変分 dA によるものか，損害量の変分 dL によるものか，それともその両者によるものかを見定める必要がある。例えば，いま L は一定にしておいて A の変化分のみを考えるとする。そのとき dM の定義より，$dM=p(dA-dL)+dA=(1+p)dA$ となる。他方，$W_1=A-P+X=A+(1-p)X$ という関係式から $dW_1=dA+(1-p)dX$（所得効果を考えているのであるから p は一定であることに注意)。したがってこの場合，偏導関数 $\partial W_1/\partial M$ は次のように書きあらためられる。

$$\frac{\partial W_1}{\partial M}=\frac{1}{1+p}\left\{1+(1-p)\frac{\partial X}{\partial A}\right\}$$

他の場合についてもこれと同様である[4]。

4)　本文の場合とは逆に，A は一定にして L の変化分のみに注意を集中すると，dM の定義から $dM=-pdL$ となり，しかも W_1 の定義から $dW_1=(1-p)dX$ となる。こ

保険需要の分解方程式（14）について特筆すべき点は，右辺第２項の符号がマイナスであるということ（式(10)より $\partial W_1/\partial M>0$ となることに注意），つまり所得効果が代替効果をつねに強化する役割を果たすということである。保険需要に関してはかの「ギッフェンの逆説」は成立しえないのである。この点で保険需要の所得効果は，消費需要の所得効果よりもむしろ生産要素需要の拡張効果と似ていると言えよう[5]。図を用いてもギッフェン逆説の不可能性が簡単に示せる。図３を見よ。W_1-W_2 平面上において各点を通る無差別曲線の勾配は

$$\text{Slope}\bigg|_{dEU=0}=\frac{\pi}{1-\pi}\,\frac{u'(W_1)}{u'(W_2)} \tag{15}$$

で与えられるから，それは左から右への方向に沿ってだんだん緩やかとなり（$u''(W_1)<0$ に注意），下から上への方向に沿ってだんだん急となる（$u''(W_2)<0$ に注意）。いま所得総量の増加とともに機会直線が I_1I_2 から J_1J_2 へと右上方に平行移動したとする。新しい均衡点 Q' は必ず，古い均衡点 Q の右上方の領域内に位置せざるをえない。なぜならば，無差別曲線の勾配は，点 S では新しい機会直線 J_1J_2 の勾配より大となり，そして点 R ではそれより小となるからである。このようにして，所得総量の増加があれば必ず保険需要量の増加がもたらされ，その逆は逆となる。換言すれば，（p のみに関係する曲線として）保険需要曲線はつねに右下りの曲線なのである。

さて，式（7）に立ち戻って以上と同様な計算を行えば，「無事故」状態下の所得 W_2 についても然るべき分解方程式を導出することができるはずである。

れより直ちに次式が得られるわけである。

$$\frac{\partial W_1}{\partial M}=-\frac{1-p}{p}\,\frac{\partial X}{\partial L}$$

5)　生産要素需要の分解方程式の厳密な吟味については酒井［9, 10］，その図表的説明については酒井［11］を参照せよ。

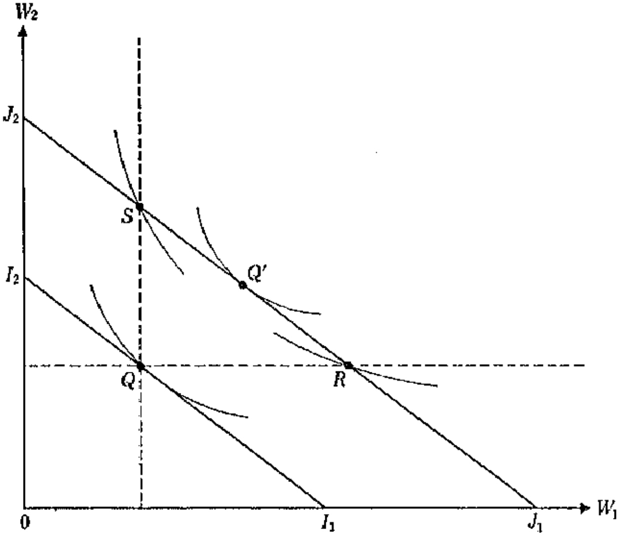

図 3　ギッフェン逆説の不可能性

しかし，残念ながら，この方はそれほど経済的に有意義な式ではない。というのは，P と W_2 との関係（$W_2=A-P$）から $\partial P/\partial p=-\partial W_2/\partial p$ が得られるから，偏導関数 $\partial W_2/\partial p$ の符号の確定によってわれわれが知ることができることは，せいぜい，保険プレミアム変化が保険支出総量 $P=pX$ に及ぼす効果にすぎないからである。しかも当然のこととして，偏導関数 $\partial P/\partial p$ の符号は確定しえず，これは保険需要のプレミアム弾力性 $\eta\equiv-\partial\log X/\partial\log p$ に依存する[6]。この η が1より大ならば（小ならば）プレミアムの増加は保険支出総量の減少（増加），したがって「無事故」状態下の所得の増加（減少）をもたらすであろう。

6)　式 (7) から直接に偏導関数 $\partial W_2/\partial p$ を計算すれば次のようになる。

$$\frac{\partial W_2}{\partial p}=\frac{1}{\varDelta}(p\lambda+\pi U_1''X)$$

このようにして $\partial W_2/\partial p$，したがって $\partial P/\partial p$ の符号が確定できないことが確認できる。

最後に，保険プレミアム変化が粗保険需要量Zに及ぼす影響について一言。定義より $Z=X+P=(1+p)X$ であるから，この両辺をpに関して偏微分すると次式が得られる。

$$\partial Z/\partial p=\partial X/\partial p+X(1-\eta)$$

したがって，偏導関数 $\partial Z/\partial p$ の符号の確定は一般には不可能である。ただもし純保険需要がプレミアム変化に対して弾力的であるならば（$\eta>1$），粗保険需要量はプレミアム増大に反比例して減少するであろう。

4. その他のパラメーターの変化

保険需要曲線が保険プレミアム変化に関する曲線としてつねに右下りであることは上で示した。次に事故率，損害量，初期保有量，危険回避度などのパラメーターが何らかの原因のため変化したとき，それが保険需要曲線をどのようにシフトさせるかを順次検討してみよう。

A．事故率の変化

まず第1に，事故率の増大があればそれは保険需要に対してプラスの影響を与えるだろうという推理が働く。この推理の正しさを調べよう。そのため式(8)において $d\pi$ 以外のパラメーターの変化分をことごとくゼロと置くと，次式が容易に出てくる。

$$\frac{\partial W_1}{\partial \pi}=\frac{1}{\Delta}(U_1'+pU_2') \tag{16}$$

ところで，$W_1=A-L+X$ であるから，これをπに関して偏微分することよって $\partial X/\partial\pi=\partial W_1/\partial\pi>0$。すなわち推理どおり，事故率の上昇は保険需要の増大をもたらすのである。

図4はこのことを図示する。W_1-W_2 平面上の任意の1点が与えられる場

合，その点を通る無差別曲線の勾配は事故率の増加とともに増加することに注意せよ（式(15)を眺めれば，π の増加が Slope$|_{dE=0}$ の増加を惹きおこすことは明らかだろう)。したがって，事故率が何らかの原因で増加すれば，それに応じて無差別曲線群は，勾配が比較的緩やかな実線の曲線群から勾配がより険しい点線の曲線群へと変形する。新しい均衡点 Q' は古い均衡点 Q の右方に位置する。このように図の上からも，事故率と保険需要量との間に正比例関係が存在するのが判明するわけである。

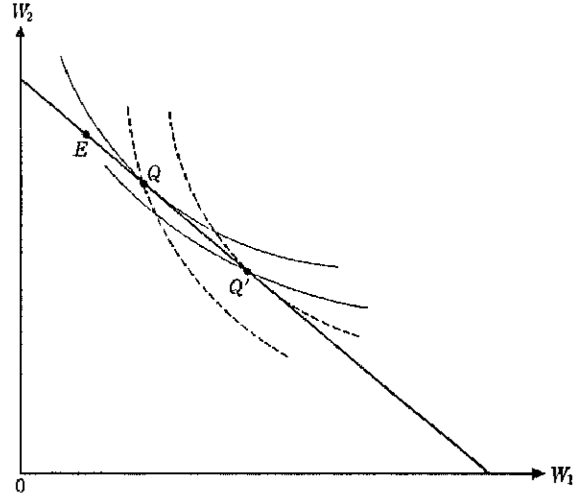

図 4　事故率の変化

B．損害量の変化

保険需要に及ぼす効果として考えるかぎり，損害量の変化は上で見た事故率の変化と全く同様である。なぜならば，損害量と事故率とを相乗したものとしての「予想損害量」こそが，人々を保険に加入させ「安全」買いに走らせる決定的要因となるからである。実際，L 以外のパラメーター変化はすべてゼロと

すれば $dM=-pdL$ となるから，式 (8) より直ちに次式を得る。

$$\frac{\partial W_1}{\partial L}=\frac{1}{\Delta}p^2(1-\pi)U_2''$$

しかるに $X=W_1-(A-L)$ から $\partial X/\partial L=\partial W_1/\partial L+1$ であるから，

$$\frac{\partial X}{\partial L}=\frac{1}{\Delta}\{p^2(1-\pi)U_2''+\Delta\}=-\pi U_1''/\Delta \tag{17}$$

となって，これはプラスの値である。

図 5 は損害量の変化と均衡点の移動との関係を図示する。損害量 L の増大にともなって，機会直線は I_1I_2 から J_1J_2 へと左下方に平行移動し，初期点も E から E' へと左方に移動する。線分 EE' は横軸に平行で，その長さはまさしく損害量の増加分を示すことに注意せよ。直線 J_1J_2 上にあって新しい均衡点 Q' は，平行四辺形 $EQSE'$ の端点 S の右方に位置する。というのは，点 S における無差別曲線の勾配は点 Q におけるそれよりも必ず険しいからである（この

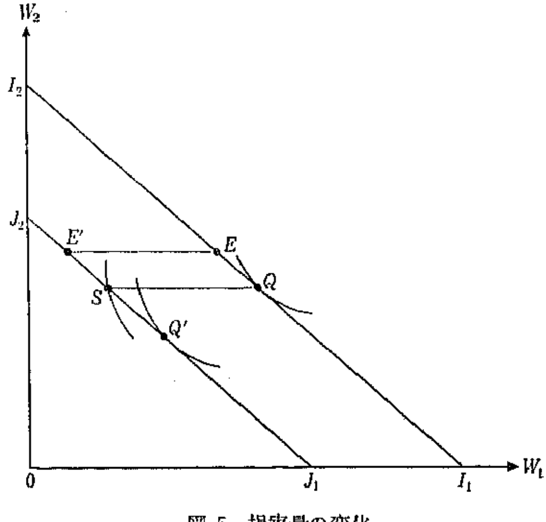

図 5　損害量の変化

点に関しては図3についての説明を再び参照)。これの意味するところは，もちろん損害量の増大は保険需要量の増大をもたらすということである。

C．初期保有量の変化

次に，所得の初期保有量 A の変化が保険需要量に及ぼす効果に目を転じよう。注目すべきことには，かかる効果の方向の確定のためには単に危険回避行動をとるというこれまでの仮定だけでは十分でなく，保険加入者の所得量増大につれてその危険回避の程度がどう変るかということについて立入った仮定を導入することが必要となるのである。実際のところ，A のみの変化に限定すると $dM=(1+p)dA$ なのであるから，式(8)より

$$\frac{\partial X}{\partial A}=\frac{\partial W_1}{\partial A}-1=\frac{(1+p)}{\Delta}\{-p(1-\pi)U_2''\}-1$$
$$=\frac{1}{\Delta}\{\pi U_1''-(1-\pi)pU_2''\}$$

となって，このままでは偏導関数 $\partial X/\partial A$ の符号の確定は不可能である。しかるに式(6)を用いて上式を変形すると次式が得られる。

$$\frac{\partial X}{\partial A}=\frac{-\pi U_1'}{\Delta}\left\{\left(-\frac{U_1''}{U_1'}\right)-\left(-\frac{U_2''}{U_2'}\right)\right\} \tag{18}$$

ここで $W_1<W_2$ であるから，アロー＝プラット[1，第3章；7]の「絶対的危険回避減少の仮説」を採用すれば，中カッコの部合はプラス，したがって偏導関数 $\partial X/\partial A$ はマイナスとなる。

図6において，点 E と点 Q はそれぞれ「古い」初期点と均衡点を表わす。所得の初期保有量の増大によって，機会直線は J_1J_2 から K_1K_2 へと右上方に平行移動し，それに応じて「新しい」初期点 E' は，点 E を通る45度線が直線 K_1K_2 と交わる所に位置する。いま点 Q から新たな45度線を引きそれが直線 K_1K_2 と突きあたる点を S とする。そうすれば絶対的危険回避減少の仮説の下

では，この点 S における無差別曲線の勾配は点 Q におけるそれより小さくなることが知られている[7]。したがって，新しい均衡点 Q' は必ず点 S の左方に来るから，2点 E', Q' の間における横座標の差は2点 E, Q の間におけるそれより小である。このようにして図の上からも，上記の仮説を追加採用するか

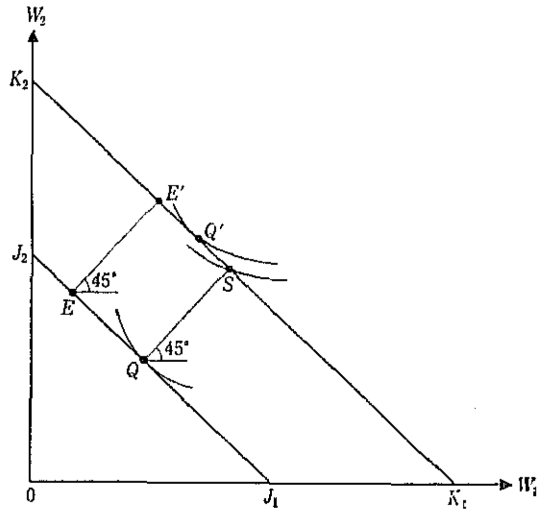

図 6　初期所得量の変化

7)　この点を確めてみると次のようである。いま $W_2=W_1+\delta$（δ は正なる定数）と置くと，$dW_2/dW_1=1$ である。したがって，式 (15) の両辺を W_1 について微分すると次式を得る。

$$\frac{d(\mathrm{Slope})}{dW_1}\bigg|_{W_2=W_1+\delta}=\frac{\pi}{1-\pi}\,\frac{u'(W_2)u''(W_1)-u'(W_1)u''(W_2)(dW_2/dW_1)}{\{u'(W_2)\}^2}$$
$$=\frac{\pi}{1-\pi}\,\frac{u'(W_1)}{u'(W_2)}\left\{\left(-\frac{u''(W_2)}{u'(W_2)}\right)-\left(-\frac{u''(W_1)}{u'(W_1)}\right)\right\}$$

したがって，もし絶対的危険回避が所得量の増加とともに減少すると仮定すれば，右辺の中カッコの中はマイナスの値をとるから，上式全体もマイナスの値をとる。このことは，無差別平面上に W_2 切片が δ で勾配が1の直線（つまり45度線）を引くとき，その直線上で無差別曲線の勾配が W_1 の増加につれて漸次緩やかになることを意味する。このような図表的解釈はエールリック=ベッカー [4] によってはじめて与えられた。

ぎり，所得の初期保有量の増大は保険需要量の減少をもたらすことが分るのである。

D．危険回避度の変化

危険回避度が動かず事故率のみが変化したとき，危険回避者としての保険加入者の需要がどう変化するかについてはすでにC．で分析した。これとちょうど裏返しの関係にあるのが，事故率一定のままで危険回避度のみが増大したときに生じる保険需要の変化である。いずれの場合にせよ，それが人々の「安全買い」への願望をつのらせ，保険需要をそれだけ増やすということは見やすい道理だろう。

ところで何によって当該個人の危険回避度の増減を表わすのが最も適当なのであろうか。この問題を考えるため，$\phi(\cdot)$ を単調増加の凹関数とすれば，合成関数 $v(W)=\phi(u(W))$ も単調増加の凹関数となることに注意する。曲線として $v(W)$ の「歪曲度」の方が $u(W)$ のそれより大きいことは当然である。それ故に，かかる単調増加凹変換は危険回避度の増大をもたらすとみなすことができよう。合成関数の微分公式によって $v'(W)=\phi(u(W))u'(W)$ であるから，式（15）から無差別曲線の勾配は

$$\mathrm{Slope}\Big|_{\substack{dEU=0\\[v]}}=\frac{\pi}{1-\pi}\,\frac{\phi'(u(W_1))}{\phi'(u(W_2))}\,\frac{u'(W_1)}{u'(W_2)} \tag{19}$$

となる。曲線 $\phi(\cdot)$ の凹性より $W_1<W_2$ は $\phi'(u(W_1))>\phi'(uW_2))$ を意味するから，

$$\mathrm{Slope}\Big|_{\substack{dEU=0\\[v]}}>\frac{\pi}{1-\pi}\,\frac{u'(W_1)}{u'(W_2)}=\mathrm{Slope}\Big|_{\substack{dEU=0\\[u]}}$$

すなわち危険回避度の増大があれば，W_1–W_2 平面上の各点において無差別曲線の勾配はそれだけ険しくなるのである。これは前の図4において実線の無差別曲線群から点線のそれへの変化に相当するのであって，かように保険需要に

関するかぎり，危険回避度変化の効果は事故率変化の効果と同一視できるのである[8)]。

5.　保険市場の競争均衡

前節まで詳しく論じてきたのは保険需要の側面についてであった。本節ではこれに保険供給の側面についての議論を付け加えることによって，保険市場の競争均衡とは何かを明らかにしよう。

保険企業が加入者との間で保険契約を結ぶとき，そこから得る利潤とは一体何であろうか。保険プレミアム総量は P であるから，もし事故が発生しなければ（その確率は $1-\pi$），この P がそのまま保険企業に入る利潤量を示す。他方，もし事故が発生すれば（その確率は π），保険企業は粗保険金 Z を保険

8)　実のところ，単調増加凹変換の操作によって処理できる危険回避度の増大とは，絶対的危険回避度の増大以外の何者でもないのである。プラット [7, 128 頁] 参照。しかし危険回避の程度を測るものさしとして，これ以外にも相対的危険回避などがあり，このうちいずれが最善のものさしなのか一概には断定できない。まさにこの点にこそ危険回避度変化の効果を一般的に論じるさいの困難性が存する。

他方，もし絶対的（または相対的）危険回避一定という風な特別な効用関数を具体例として採用すれば，話は簡単である。というのは，かかる一定値の増大すなわち危険回避度の増大とみなされるからである。例えば，効用関数 $u(W)=-e^{-cW}+1\ (c>0)$ は絶対的危険回避一定（実は係数 c の値に等しい）の関数である。このとき W_1-W_2 平面上の各点における無差別曲線の勾配は，式 (15) より

$$\mathrm{Slope}\Big|_{dEU=0}=\frac{\pi}{1-\pi}e^{c(W_2-W_1)}$$

となる。次に，効用関数 $u(W)=W^{1-c^*}\ (0<c^*<1)$ は相対的危険回避一定（実は係数 c^* に等しい）の関数であるが，この関数に対しては

$$\mathrm{Slope}\Big|_{dEU=0}=\frac{\pi}{1-\pi}\left(\frac{W_2}{W_1}\right)^{c^*}$$

となる。したがっていずれの場合にせよ，c または c^* の値を増加させると，各点 (W_1, W_2) における無差別曲線の勾配はそれだけ険しくなる。

加入者に支払う義務が生じるから，差（$P-Z$）が保険企業の利潤となる（ただし $P<Z$ であるのが通常であるから，この差は実際はマイナスの利潤つまり損失であることに注意)。したがって，保険企業の効用関数を $\omega(\cdot)$ とすれば，保険契約によって獲得できる期待効用の大きさは

$$EW \equiv \pi\omega(P-Z)+(1-\pi)\omega(P) \tag{20}$$

となり，これの極大化が当該企業の目的とみなせる。簡単化のため，保険企業は危険中立的であると仮定すれば，効用関数 $\omega(\cdot)$ は線形となるから，式(20)は結局次のごとき期待利潤を表わす式に帰着してしまう。

$$E\Pi \equiv \pi(P-Z)+(1-\pi)P=P-\pi Z \tag{21}$$

この式の右辺から期待利潤についてのもうひとつの解釈が与えられることに注意しておこう。実際，P とは事故発生の有無を問わず（つまりその確率は 1）保険企業に必ず入る収入であり，Z とは事故発生のときに限って（確率は π）保険加入者に支払われるべき粗保険金（これは企業の立場からみると費用を構成する）であるから，保険企業の期待利潤は結局 $P+\pi(-Z)$ という形でも表わされるのである[9]。

さて，$\rho=P/Z$ と置き，これを「粗保険プレミアム」と名付けよう。保険加入者の観点からすればこの ρ は，事故発生時に粗保険金 Z 1単位を獲得するために保険契約のさいプレミアムとして保険企業に支払うべき単位数である。ところが純保険プレミアム p の定義から $P=pX$ であるから，

$$\rho=\frac{P}{X+P}=\frac{p}{1+p} \quad \text{または} \quad p=\frac{\rho}{1-\rho} \tag{22}$$

---

9) もっと一般的には，保険企業をも危険回避者とみなし，その効用関数を凹とすべきであろう。この場合には，保険企業自体も他の保険企業から保険を買って不慮の事態に備えるという現象が発生する。かかる「共同保険」(coinsurance) という複雑な問題を避けるためと，もちろん計算上の便宜をはかるために，ここでは保険企業の危険中立性を前提にしたのである。

という ρ と p との間の関係式を得る。明らかに，両者は正比例関係にある。競争市場を前提すれば保険加入者も保険企業もともに価格受容者であるから，ρ ないし p は外生的に与えられたパラメーターである。しかも期待利潤がプラスの値をとるかぎり保険市場への新規企業の参入があるという事情を考慮すれば，自由競争の行き尽いた長期均衡点では，結局，

$$P-\pi Z=(\rho-\pi)Z=0 \tag{23}$$

なる等式が成立せざるをえない。換言すれば，保険市場の（長期）競争均衡は $\rho=\pi$，すなわち粗保険プレミアムと事故率との均等によって特徴づけられるのである。

かかる保険市場の競争均衡の意味を深く理解することは重要であると思われるので，それを特徴づける条件が他に無いか探ってみよう。式（6）と式（22）を用いれば，

$$\frac{u'(W_1)}{u'(W_2)}=\frac{1-\pi}{\pi}p=\frac{\rho(1-\pi)}{\pi(1-\rho)} \tag{24}$$

しかるに上述のように，競争均衡点では ρ と π は相等しいから，

$$\frac{u'(W_1)}{u'(W_2)}=1 \tag{25}$$

となり，かくして $W_1=W_2$ という明解な等式を得る。このようにして保険市場の長期競争均衡では，「事故」状態下の所得と「無事故」状態下の所得との間の限界代替率がちょうど1に等しくなり，事故が発生しようとしまいとそれによって保険加入者の所得量が影響を受けることはないのである。このことは換言すれば—— W_1 と W_2 の定義を想い起せば直ちに了解できるように——粗保険金 Z が損害量 L を過不足なくカバーすること，すなわち当該保険契約が「全額払い保険」(full coverage) であり，賭率として公平なギャンブル (actuarially fair gamble) であることを意味するものである。

図7は保険市場の競争均衡を図示する。点 Q^* が，企業の自由参入を考慮したときに成立する長期均衡点である。この点は確実性直線 OJ 上にあるから，そこで状態1での所得 W_1 と状態2での所得 W_2 とは相等しい。他方，線分 E_1H が線分 $E_1Q_1^*$ と線分 Q_1^*H に分解されることから $L=X+P=Z$，すなわち損害量と粗保険量との均衡が競争均衡において成立することが分る。線分 $E_1Q_1^*$ の長さはいわゆる「最適(純)保険」(optimal insurance) の大きさを示す。ところで式 (24) と式 (25) とから $p=\pi/(1-\pi)$ なる関係式が導出できるが，これは図の上では，機会直線 I_1I_2 の勾配が事故・無事故比率 $\pi/(1-\pi)$ に等しいということを意味するのである。

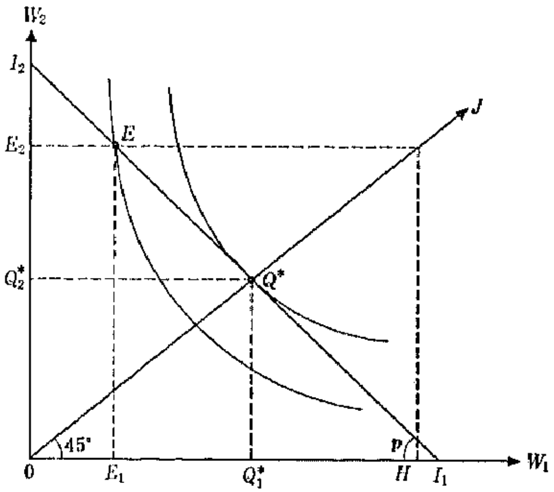

図 7　競争均衡と最適保険

図8は以上と同じことを需要曲線の角度からスポットをあてたものである。図の上では粗需要曲線 $Z(p)$ が右下りの曲線として描かれてはいるが，これが一般的に妥当するとは必ずしも言えないことはすでに述べた[10]。線分 BO の長

10)　ただし 51 頁で見たように，純保険需要 $X(p)$ が純プレシアム p に関して弾力

さが事故率 π の大きさを表わすとすれば，点 B を通って横軸に平行な直線 BB' が粗需要曲線 $Z(\rho)$ と交わる点 R が（長期の）市場均衡点である。なぜならばその点において，$\rho=\pi$ という均等式が成立するからである。いわゆる最適粗保険とはどれ位の大きさかは線分 OA の長さを測ることによって明らかになるだろう。

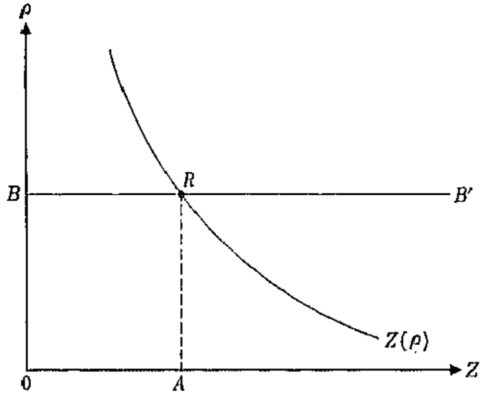

図 8　保険の競争市場均衡——粗需要曲線との関係——

最後のまとめとして，競争保険市場において最終的に行き尽く先としての長期均衡点の特徴を列記すれば次のとおりである。①その点で粗保険プレミアムと事故率が等しい。②そのとき成立する保険契約は賭率として公平なギャンブ

的であるならば，粗保険需要曲線 $Z(\rho)$ は右下りの曲線となる（純プレミアム p と粗プレミアム ρ とが正比例関係にあることに注意）。さらに，「純」曲線 $X(p)$ の弾力性いかんにかかわらず，「粗」曲線 $Z(\rho)$ は均衡点 R の近傍で必ず右下りとなる。というのは，点 R の近傍では $\rho\fallingdotseq\pi$ であるから，式 (22) より $p\fallingdotseq\pi/(1-\pi)$，したがって

$$Z=(1+p)X\fallingdotseq\frac{1}{1-\pi}X$$

という正比例関係が Z と X との間で成立するからである。

ルである。すなわち，粗保険金が損害量を過不足なくカバーするという意味において，その内容はいわゆる全額払い保険である。③図の上では競争均衡点は，機会直線と確実性直線との交点として求められる。

参考文献

[1] Arrow, K.J., *Essays in the Theory of Risk-Bearing*, North-Holland, 1971.

[2] Arrow, K.J., "Welfare Analysis of Change in Coinsurance Rate," in Rosett, R. (ed.), *The Role of Health Insurance in the Health Service Sector*, Universities-National Bureau Conference Series, 1976.

[3] Becker, G.S., "A Theory of the Allocation of Time," *Economic Journal*, September 1965.

[4] Ehrlich, I. and Becker, G.S., "Market Insurance, Self-Insurance, and Self-Protection," *Journal of Political Economy*, July/August 1972, pp. 623–648.

[5] Lancaster, K., *Consumer Demand: A New Approach*, Columbia University Press, 1971.

[6] Pauly, M.V., "Overinsurance and Public Provision of Insurance: The Role of Moral Hazard and Adverse Selection," *Quarterly Journal of Economics*, February 1974, pp. 44–62.

[7] Pratt, J.W., "Risk Aversion in the Small and in the Large," *Econometrica*, January/April 1964, pp. 122–136.

[8] Rothschild, M. and Stiglitz, J., "Equilibrium in Competitive Insurance Markets: An Essay on the Economics of Imperfect Information," *Quarterly Journal of Economics*, November 1976, pp. 629–650.

[9] Sakai, Y., "An Axiomatic Approach to Input Demand Theory," *International Economic Review*, October 1973, pp. 735–752.

[10] Sakai, Y., "Substitution and Expansion Effects in Production Theory: The Case of Joint Production," *Journal of Economic Theory*, November 1974, pp. 255–274.

[11] 酒井泰弘「生産の理論」，奥口孝二・岸本哲也・酒井泰弘・時子山和彦・樋口進『近代経済学1――ミクロ経済の理論』有斐閣，1978，第2章.

[12] Spence, M. and Zeckhauser, R., "Insurance, Information, and Individual Action," *American Economic Review*, May 1971, pp. 380–387.