新古典派貨幣的成長とトービン・パラドックスについてのノート

A Note on Neoclassical Monetary Growth and The Tobin Paradox

天　野　昌　功

1. はじめに

Tobin〔10〕以来の貨幣的成長理論では，主として次の2点が主題とされた。その1つは，実物変数のみからなる成長モデルに貨幣を導入するに際して，貨幣の機能のとらえ方と，それの分枠への組込み方に関するものであり，他の1つは，体系に貨幣を組込んだばあい，そのことが実物体系において実現する長期的な資本集約度をどのように変化させるか，あるいは貨幣供給量の変化が，貨幣経済の資本集約度にいかなる影響を及ぼすか，という貨幣の中立性に関するものである。第2の主題に関して問題となったことは，貨幣経済の長期的な資本集約度，したがって労働者1人当り（あるいは人口1人当り）の物的生産量が，実物経済のそれらに比べ小さくなるということであった。この覚書では，Tobin〔10〕, Burmeister and Phelps〔2〕の新古典派体系に沿って上記の問題を整理し，若干の評価を行いたい。また付随的に，それぞれの動学体系の安定性にふれる。

2. 新古典派体系と Tobin パラドックス

Tobin の体系は，Nagatani〔7〕, Burmeister and Dobell〔1〕, Hadjimichalakis〔4〕において定式化されているが，ここでは〔1〕に基づき，それを整理する。

はじめに，資本と労働を要素とし，２要素に関し１次同次の生産関数を仮定する。

(1)　$Y=F(K,N)$

あるいは

(2)　$y=f(k)$

ここで，Y＝実質純国民生産物，K＝実質資本ストック，N＝労働雇用量，$y=\frac{Y}{N}$，$k=\frac{K}{N}$である。(1)，(2)において，各要素の限界生産力は正で逓減的（$f'(k)>0$，$f''(k)<0$）であるとする。新古典派体系では，典型的には家計と企業が一体となった経済主体が想定されているために，意図された貯蓄と投資との乖離が生じない。貨幣は外部貨幣であり，政府から民間への移転支出により供給されると仮定される。したがって，租税および政府の生産物に対する支出を捨象すれば，可処分所得は，要素所得と実質残高増分の和となる。そこで生産物市場の需給均衡式から，資本蓄積を表わす関係式を導出しよう。まず可処分所得を Y_D とすると

(3)　$Y_D=Y+\left(\frac{\dot{M}_S}{p}\right)=Y+\frac{M_S}{p}(\mu-\pi)$

となる。ここで M_S＝名目貨幣供給量，p＝物価水準，$\pi=\frac{\dot{p}}{p}$，$\mu=\frac{\dot{M}_S}{M_S}$である。このとき s を一定の貯蓄率とすると，意図された物的消費は
$(1-s)Y_D$ であり，これを物的な生産物から差引いたものが実物資本の蓄積に向けられる。つまり

$Y-(1-s)Y_D=\dot{K}$。

あるいは，(3)を上式に代入して

$sY-(1-s)\frac{M_S}{p}(\mu-\pi)=\dot{K}$[1)]。

1)　このとき $sY_D=\left(\frac{\dot{M}_S}{p}\right)+\dot{K}$ であり，意れさ図た富の増分は現実の富の増分に等しい。

そこで$\frac{M_S}{pN}=m$，$\frac{\dot{N}}{N}=n$（一定）とおいて上式を変形すると，次式が得ら

れる。

(4) $\dot{k}=sf(k)-nk-(1-s)(\mu-\pi)m$。

また名目貨幣需要量を M_D とすると，貨幣需要関数は次式で表わされる。

$$\frac{M_D}{pN}=L[f(k),\ f'(k)+\pi];\ L_1>0,\ L_2<0。$$

ここで $L_1<0$ は，取引需要が所得の増加関数であることを示し，$L_2<0$ は資産需要が，貨幣と代替的な資産である実物資本の収益率と実質残高の収益率 $(-\pi)$ との差の減少関数であることを示す。そして，貨幣市場ではつねに需給が均衡していると仮定される。したがって

(5) $m=L[f(k),\ f'(k)+\pi]$。

これを π について解くと

(6) $\pi=\pi(k,m)$。

ただし $\pi_k=-\dfrac{L_1y'+L_2f''}{L_2}>0,\quad \pi_m=\dfrac{1}{L_1}<0$。

あるいは(5)より

(7) $m=m(k,\pi)$。

ここで $m_k=L_1f'+L_2f''>0,\ \ m_\pi=L_2<0$ である。いっぽう，$m=\dfrac{M_S}{pN}$より次式が得られる。

(8) $\dfrac{\dot{m}}{m}=\mu-\pi(k,m)-n$。

さて(7)式で $m=0$ とする (k,π) の組合わせは $k-\pi$ 平面上で右上りの曲線となるが，$\dot{m}=0$ 上では $\pi=\mu-n$ であるから，$\dot{m}=0$ 上で $m=0$ とする k の値は一意的に定まる。この k を $\underline{k}$ とする。したがって $\pi=\mu-n,\ \ m>0$ に対する，(7)式における k の定義域は $\underline{k}>k>\infty$ である。さらに(6)あるいはにおいて，$m=0$ のときすべての有限な k に対し，π は有限であると仮定しよう。そこで(6)を(4)に代入すると

(9) $\dot{k}=sf(k)-nk-(1-s)[\mu-\pi(k,m)]m$

$$=sf(k)-nk-(1-s)\left(\frac{\dot{m}}{m}+n\right)m$$

が得られる。(8), (9)が Tobin（新古典派）体系における m と k の動きを示す動学方程式である。

つぎに以上の動学体系について，均斉状態($\dot{m}=\dot{k}=0$)の存在とその一意性，および貨幣供給量の増加率 μ（パラメーター）に関する比較動学を検討する。$k-m$ 平面上で $\dot{m}=0$, $\dot{k}=0$ となる曲線はそれぞれ

(10)　$\mu-\pi(k,m)-n=0,$

(11)　$sf(k)-nk-(1-s)[\mu-\pi(k,m)]m=0$

で表わされる。まず $\dot{m}=0$ となる (k,m) の軌跡の勾配は

$$\left.\frac{dm}{dk}\right|_{\dot{m}=0}=-\frac{\pi_k}{\pi_m}>0$$

であるから，$k>\underline{k}$ に対し $\dot{m}=0$ は右上りの曲線となる。いっぽう，$m=0$ のとき(11)式を満足する k を k^{**} とすると，k^{**} は Solow モデル〔9〕の資本集約度の均斉値であり[2]，$m=0$ に対しそれが一意的に存在することは明らかである。そして(11)は原点を通る。以上のことから，$k<k^{**}$, $\underline{k}<k^{**}$ の場合について $\dot{m}=0$, $\dot{k}=0$ 曲線は第1図のようになり，$k>0$, $m>0$ の範囲で均斉状態が少なくとも1つ存在することがわかる[3]。

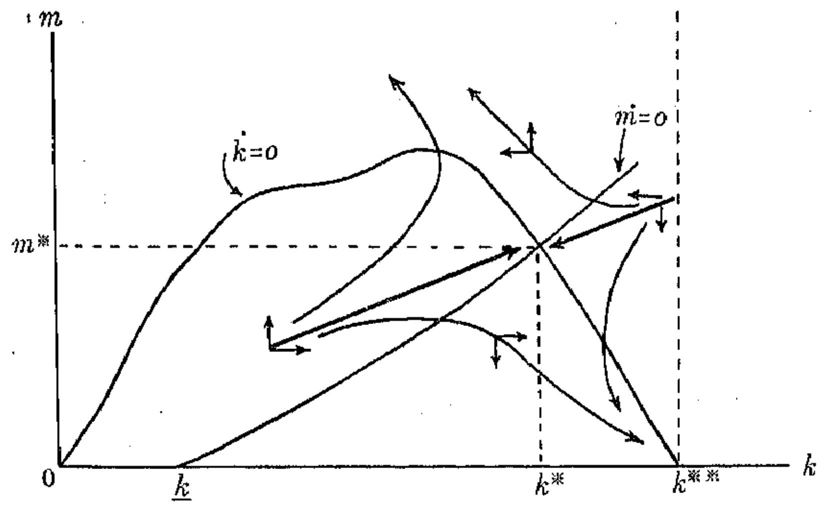
2）$\mu-\pi(k,0)$ は有限であると仮定されている。

3）$k^{**}\leqq k$ のとき，(9)式で $sf(k)-nk\leqq 0$ であるから $\dot{m}=\dot{k}=0$ をみたす正の (k,m) は存在しない。$k^{**}\leqq\underline{k}$ のときは，k^{**} の一意性から $\dot{m}=0$ となるのは $m=0$ に限られ，その場合 $\dot{k}=0$ となるのは $(k^{**},0)$ のときのみである。したがって，$k>0$, $m>0$ で均斉値を求めるためには，k の範囲を本文中のように限定してよい。

第1図で，$\dfrac{\partial\left(\frac{\dot{m}}{m}\right)}{\partial m}=-\pi_m>0,\quad \dfrac{\partial\dot{k}}{\partial m}=-(1-s)\times(-m\pi_m+\mu-\pi)$

$$=-(1-s)\left\{-m\pi_m+\frac{sf(k)-nk}{(1-s)m}\right\}<0\ \ (\because\ k<k^{**}\ \text{のとき}\ sf(k)-nk>0)$$

であるから，正の実質残高をもつ貨幣経済の均斉状態はサドル・ポイントとなり，実質残高を含まない Solow 体系の均斉状態は安定となる。また $k^{*}<k^{**}$ であるから，貨幣経済の1人当り物的生産物は，交換経済のそれよりも小さく



第1図

なる。このことが生ずるのは，貨幣経済と交換経済が同一の貯蓄率をもつばあい，貨幣経済では人々の貯蓄意欲の一部が貨幣保有によって充足され，実物資本の蓄積に向けられる貯蓄部分が交換経済に比べ低下するからである。この主張は最初 Tobin によってなされ，Johnson〔5〕, Levhari and Patinkin〔6〕等によって，この Tobin パラドックスに対する反論が行なわれたが，これについては後に言及する。

以上で，貨幣需要量が，十分小さい正の資本集約度においてゼロになるという前提の下で，Tobin（新古典派）モデルは少なくとも1つの均斉状態をもつことが幾何学的に示されたが，Burmeister and Dobell〔1〕は，実質貨幣需要の資本ストックに関する弾力性が1より大きいとき，均斉状態は一意的になることを示した。まず $\dot{m}=0$ 上では $\pi=\mu-n$ であり，このような π に対して(9)は

$$\dot{k}\,|_{\dot{m}=0}=sf(k)-nk-(1-s)n\cdot m(k,\mu-n)$$

となる。上式の右辺を $\Psi(k)$ とおく。すると

$\Psi(\underline{k})=sf(\underline{k})-n\underline{k}>0$。

また $m(\underline{k},\mu-n)=0,\ m_k>0,\ \underline{k}<k<\infty$ であるから

$\lim_{k\to k^{**}}\Psi(k)=-(1-s)n\cdot m(k^{**},\mu-n)<0$。

$\Psi(k)$ は $\underline{k}<k<k^{**}$ で連続であるから，これで均斉状態の存在が示された。さらに $m_k\frac{k}{m}>1$，あるいは $m_k>\frac{m}{k}$ のばあいは，$\dot{m}=\dot{k}=0$ において

(12) $$\Psi'(k)=sf'(k)-n-(1-s)nm_k<s\frac{f(k)}{k}-n-(1-s)n\frac{m}{k}$$

$$=\frac{1}{k}\{sf(k)-nk-(1-s)nm\}=0,$$

つまり $\Psi'(k)<0$ あるから，均斉状態はちょうど１つ存在することになる。

つぎに，均斉状態が一意的に存在するばあいについて，貨幣ストック増加率上昇の，資本集約度への影響をみよう。均斉状態では

$\mu-\pi(k^*,m^*)-n=0,$

$sf(k^*)-nk^*-(1-s)nm^*=0$

が成立しているが，この２式を μ について微分すると

$$\begin{pmatrix}\pi_k & \pi_m\\ sf'-n & -(1-s)n\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\frac{dk^*}{d\mu}\\ \frac{dm^*}{d\mu}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$$

これから

$$\frac{dk^*}{d\mu}=\frac{(1-s)n}{(1-s)n\pi_k+(sf'-n)\pi_m},$$

$$\frac{dm^*}{d\mu}=\frac{sf'-n}{(1-s)n\pi_k+(sf'-n)\pi_m}。$$

ここで(6)より $m_k=-\frac{\pi_k}{\pi_m}$ であり，(12)から $sf'-n-(1-s)nm_k<0$ であるから

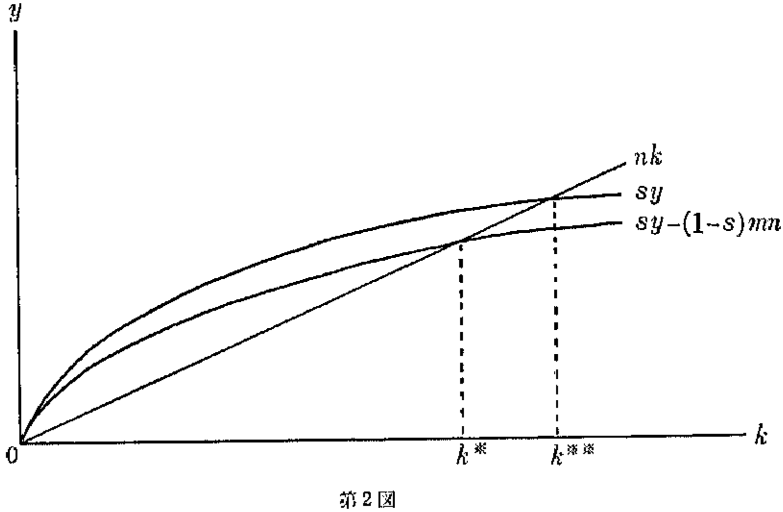
$(sf'-n)\pi_m+(1-s)n\pi_k=\pi_m\{sf'-n-(1-s)nm_k\}>0$。

したがって $\frac{dk^*}{d\mu}>0$ であるが，$\frac{dm^*}{d\mu}$ の符号は確定されない。均斉状態において μ が上昇すると，これは物価上昇率の同率の上昇をもたらし

$\left(\frac{d\pi}{d\mu}=1\right)$, 貨幣保有の機会費用を増大させる。したがって資本集約度を一定とすれば，1人当りの実質貨幣に対する需要量が低下する。貨幣市場はつねに均衡しているから，1人当りの実質貨幣残高も低下する（$m_\pi<0$）。このとき可処分所得，したがって物的消費が減少するから，資本ストックの成長率は上昇する。つまり，μ の上昇によって資本集約度が上昇する。そしてこの過程で，当初低下した1人当り実質残高は上昇し（$m_k>0$），k の上昇をチェックするであろう[4]。

4) 均斉状態はサドル・ポイントであるから，μ が変動したとき，経済は新たな均斉状態へ向かわないかも知れない。しかしここでは，均斉状態への到達を可能にするような何らかの政策が仮定されている。

前に記されたように，新古典派の貨幣経済における資本集約度の均斉値 k^* は，交換経済における均斉資本集約度 k^{**} よりも小さくなるが（第2図参照），これに対し Johnson〔5〕は，可処分所得のなかに貨幣の生む効用収益を算入することにより Tobin パラドックスの解決を図っている。いま，1人当りの可処分所得を y_d，1人当りの実質残高が生む効用収益を $u(m)$ とすると



第2図

$y_d = y + (\mu - \pi)m + u(m)$。

このとき，貨幣の効用収益の消費を含めた総消費量は $(1-s)y_d$ で，これから $u(m)$ の消費を差引いたものが物的消費となるから

(13)　$y - \{(1-s)y_d - u(m)\} = \dot{k} + nk$

が成立する。均斉状態では $\dot{k}=0$ であり，上式を書直すと

$sy + s \cdot u(m) - (1-s)mn = nk$。

したがって $s \cdot u(m) - (1-s)mn > 0$ ならば $k^{**} > k^{*}$ となる。この結論が生じた理由は，以下のようである。(13)の左辺を書直すと

$sy_d - (\mu - \pi)m = s\{y + (\mu - \pi)m + u(m)\} - (\mu - \pi)m$

$(= \dot{k} + nk)$。

この式は，意図された富の増分から実質残高の増分を差引いたものが実物資本の増分になることを示しているが，ここでは効用収益のうち貯蓄された部分も実物資本の形成に寄与しうることが意味されている。そのために，$k^{**} < k^{*}$ の可能性が生じるのである。そこで，貨幣の生む効用収益はその期のうちに消費されるものとして上式を書き直すと

$sy_d - s \cdot u(m) - (\mu - \pi)m = \dot{k} + nk$。

これから均斉状態では

$sy - (1-s)mn = nk$。

すなわち，(11)式で $\mu - \pi = n$ とした式と同一となり，Tobin パラドックスは依然残ることになる。

Levhari and Patinkin〔6〕は，貨幣の効用収益を貨幣保有の機会費用 $f'(k) + \pi$ で評価して，それを可処分所得に含めることにより Tobin のパラドックスを解決しようとした。このとき１人当りの可処分所得は

$y_d = y + (\mu - \pi)m + \{f'(k) + \pi\}m = y + \{f'(k) + \mu\}m$

となる。そしてこの場合も，$u(m)$ を $\{f'(k) + \mu\}m$ と置代えることにより，Johnson の場合と同じ結果になることがわかる。

以上の２つの分析では，貨幣の生む効用収益（あるいは帰属所得）の消費されない部分が資本ストック増分になるという想定のもとに，$k^{**} < k^{*}$ の可能性

が導かれたのであるが，貨幣の効用収益がすべてその期のうちに消費されることを前提すれば，資本集約度の変動方程式として Tobin モデルにおける(11)式が導かれることは，つぎのようにして確かめられる。まず実質残高の効用収益（これを $U\left(\frac{M_S}{p}\right)$ とする）を含む分配所得は

$$Y+\left(\frac{\dot{M_S}}{p}\right)+U\left(\frac{M_S}{p}\right)$$

であり，支出所得は，資本ストックおよび実質残高の増分，物的消費，貨幣の効用収益消費の和であるから

$$\dot{K}+\left(\frac{\dot{M_S}}{p}\right)+(1-s)\left\{Y+\left(\frac{\dot{M_S}}{p}\right)\right\}+U\left(\frac{M_S}{p}\right)$$

となる。そして分配所得と支出所得を等置すると，$U\left(\frac{M_S}{p}\right)$ は相殺されて(11)式が得られる。

以上の Tobin, Johnson, Levhari and Patinkin モデルでは，貨幣の導入にあたって実質残高の可処分所得への影響が問題とされ，そのことがさらに物的貯蓄へ及ぼす影響を通じて，貨幣経済の資本集約度を交換経済のそれと異ったものにすると想定された。ところで，交換経済において商品貨幣が発明されると，既存の資本ストックあるいは労働力は，物々交換の相手の発見と交渉活動から解放されて最終生産物の生産に向けられるであろう。つまり実質残高は，資本あるいは労働と代替的な生産要素と考えられる[5]。このことは，最も簡単には，資本，労働，実質残高を要素とし，3変数に関して1次同次の生産関数として定式化しうるであろう。

5）実質残高の物的生産への貢献を重視し，貨幣の導入による生産効率の改善効果を通じて，交換経済と貨幣経済の差異あるいは貨幣経済における貨幣量変動の影響を分析したものとして，Uzawa〔11〕, Levhari and Patinkin〔6〕, Johnson〔5〕, Friedman〔3〕がある。生産関数(14)は，はじめの2論文において用いられている。

(14) $Y=G\left(K,\ L,\ \frac{M_S}{p}\right)$；$G_i>0,\ \ i=K,\ \ L,\ \frac{M_S}{p},$

あるいは

$y=\overline{f}(k,\ m)$；$\overline{f_k}>0,\ \ \overline{f_m}>0$。

このとき，資本蓄積を表わす関係式は

$$Y-(1-s)\{Y+\frac{Ms}{p}(\mu-\pi)\}=\dot{K},$$

したがって

$$s\overline{f}(k,m)-(1-s)(\mu-\pi)m=\dot{k}+nk$$

となる。そして $\dot{k}=0,\ \dot{m}=0(\mu-\pi=n)$ の均斉状態では

$$s\overline{f}(k,m)-(1-s)mn=nk。$$

いっぽう交換経済では

$$s\overline{f}(k,0)=nk$$

であるから，$m>0$ ならばたとえ $k^*<k^{**}$ であっても，貨幣経済の1人当り物的生産量は交換経済のそれよりも大きくなりうる。しかしながら Pierson〔8〕が指摘しているように，実質残高を以上のような形で生産関数に含めることには，つぎのような問題がある。それは，交換経済から貨幣経済へ移行した当初は，たしかに実質残高の労働生産性向上効果は大きなものであろう。しかし，ひとたび貨幣が経済に導入された後は，生産に対する実質残高の限界的な貢献はそれほど大きなものではないと考えられる。そして貨幣の生産への貢献が生産関数(14)で表わされるようなものであるかどうか，あるいはより一般的にはそれがいかに定式化されるべきかは残された問題であろう。

Burmeister and Phelps〔2〕は，貨幣が移転支出として供給されるだけでなく，民間資本の購入，あるいは（国債が存在するモデルに対し）国債に対する公開市場操作によって供給されるとき，$k^*>k^{**}$ となりうることを示した。またここでは貨幣供給増加率のほかに，異なる方法で供給される貨幣量の比率が政策パラメーターとなるから，第1のパラメーターの変化によって資本集約度が変化しても，第2のパラメーターを補整的に変更することによって，貨幣供給量増加率（あるいはインフレ率）に関して資本集約度を中立的にすることが可能となる。さらにこの分析において，$k^*=k^{**}$ となるための条件が検討されている。モデルは国債が存在しないもの（モデルA）と，それが存在するもの（モデルB）の2つに分けられる。以下の説明は，前に記された新古典派モデ

ルに対応するように，簡単化されている。

まずモデルAでは，貨幣供給は移転支出と，民間資本購入という2通りの方法でなされる。そして政府が所有する資本ストックは民間に貸与され，それに対する利潤は移転支払として民間に還元されるものとする。したがって第2の方法によって貨幣供給がなされても，要素所得は移転支出のみによる場合と変わらない。第1の方法による貨幣供給量を M_1，第2の方法による貨幣供給量を M_2 とする。第2の方法は，一種の公開市場操作による供給方式とみなすことができる。また M_2 は，資本ストックの名目額の一定割合（α）を獲得すべく供給されるものとする。つまり

$$\mu=\frac{\dot{M}_S}{M_S}=\frac{\dot{M}_1+\dot{M}_2}{M_S},$$

$$\dot{M}_2=\alpha p\dot{k}(0\leqq\alpha\leqq1)^{6)}。$$

6）このとき，$\pi=\mu-n$，$\frac{\dot{K}}{K}=\frac{\dot{N}}{N}=n$ の均斉状態では，$\frac{M_2}{M_1}$ が一定となることは容易に確かめられる。

さらに可処分所得の定義式，および民間の富の増加の計画値と実現値との均衡条件として，つぎの式が得られる。

(15) $$Y_D=Y+\left(\frac{\dot{M}_S}{p}\right)-\alpha\dot{k},$$

(16) $$sY_D=(1-\alpha)\dot{K}+\left(\frac{\dot{M}_S}{p}\right)。$$

貨幣需要関数としては，前出の(5)を仮定する。したがって(6)あるいは(7)式が成立している。(7)，(15)，(16)より，k，m の変動に関するつぎの2式が得られる。

$$\dot{k}=\frac{sf(k)-(1-s)\{\mu-\pi(k,m)\}m-(1-\alpha+s\alpha)nk}{1-\alpha+s\alpha},$$

$$\frac{\dot{m}}{m}=\mu-\pi(k,m)-n。$$

均斉状態では $\mu-\pi=n$ であるから

(17) $$m=\frac{sf(k)-(1-\alpha+s\alpha)nk}{(1-s)n}\equiv\gamma(k,\alpha)^{7)},$$

(18)　$\mu-\pi(k,m)-n=0$。

7)　(17)式について，$\dfrac{dm}{dk}=\dfrac{sf'(k)-(1-\alpha+s)\alpha}{(1-s)n}$，$\dfrac{d^2m}{dk^2}=\dfrac{sf''(k)}{(1-s)n}<0$，$\dfrac{\partial m}{\partial\alpha}=k>0$，$\dfrac{dm}{dk}=0$ をみたす k を $\hat{k}$ とすると $\dfrac{d\hat{k}}{d\alpha}=\dfrac{-n(1-s)}{sf''(\hat{k})}>0$ となってる。

この2式は，$k-m$ 平面で第3図のように描かれる。貨幣供給量を固定しておくとき，α を変化させることにより，(k^*,m^*) は太線 AB 上の組合わせを選ぶことができる。

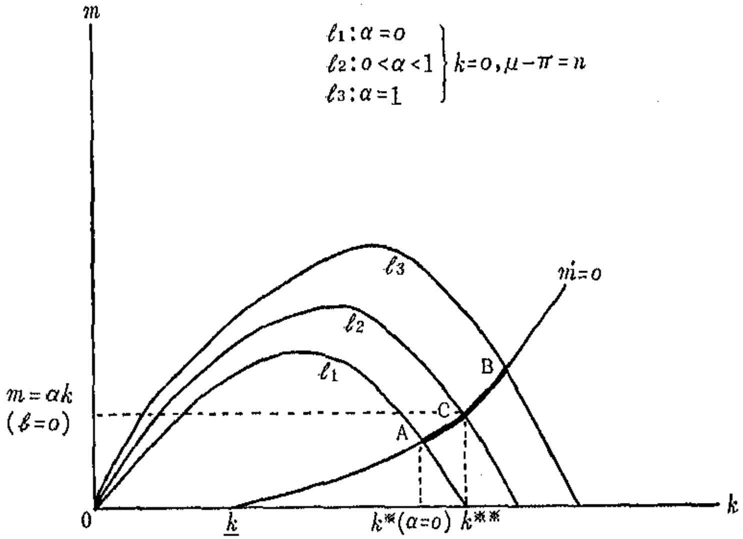
つぎに均斉状態における政府の対民間債務 b（1人当り）を

$$b=m-\alpha k$$

と定義すると，この式と(17)より b が次のように求められる。

$$b=\frac{sf(k)-nk}{(1-s)n}=\gamma(k,0)$$

したがって $b=0\,(m=\alpha k)$ のとき，つまり全貨幣量が民間資本の赤字購入で供給されるとき（しかもそのときに限り），貨幣経済の均斉資本集約度は交換



第3図

経済の（Solow モデルの）資本集約度に等しくなる（第3図，点C）。

いま点 C において，貨幣供給成長率 μ が上昇したとしよう。このとき $\dot{k}=0$（ただし $\mu-\pi=n$）曲線はシフトしないが，$\dot{m}=0$ 曲線は下にシフトする（$\dot{m}=0$ 曲線において，k 一定のもとで $\dfrac{\partial m}{\partial \mu}=\dfrac{1}{\pi_m}<0$）。それゆえ k^* は k^{**} より大きくなる。そこで均斉状態で $b=0$（$m=\alpha k$）が成立するように α を低下させる（曲線 l_2 を l_1 の方向へシフトさせる）ことにより，$k^*=k^{**}$ を維持することができる。すなわち α を補整的に変更することにより，資本集約度を μ（あるいは π）から中立化しうることになる。

つぎにモデルBでは国債が導入され，それは実物資本と同一の名目収益率 $f'(k)+\pi$ を生むと仮定される。モデルBは，中央銀行が国債購入のみによって貨幣供給するばあい（モデル B1）と，民間の資本購入のみによって貨幣供給するばあい（モデル B2）とに分けられる。そして $k^*=k^{**}$ となるための条件として，モデル B1 においては全貨幣が中央銀行の国債購入によって発行されること，モデル B2 においてはそれが中央銀行の資本購入によって発行されることが導かれる。これらのばあい，政府の対民間債務はゼロとなる。そしてこの条件は，モデルAで $b=0$ のばあいに対応する。

以上の体系の均斉状態は，前に記された新古典派モデルから類推されるように，一般に不安定になる。しかし貨幣供給が第2の方法のみによってなされるならば，それは安定になる。いま，貨幣当局は実物資本の一定割合（α）を購入すべく実質残高を供給すると仮定する。このとき

$$\left(\frac{\dot{M_S}}{p}\right)=\alpha\dot{K},\quad \text{あるいは}\quad \frac{M_S}{p}=\alpha K,$$

$$Y_D=Y+\left(\frac{\dot{M_S}}{p}\right)-\alpha\dot{K},$$

$$sY_D=(1-\alpha)\dot{K}+\left(\frac{\dot{M_S}}{p}\right)$$

が成立し，以上の式から次の2式が得られる。

$$\frac{\dot{k}}{k}=s\frac{f(k)}{k}-n,$$

$\frac{\dot{m}}{m}=\frac{\dot{k}}{k}$。

ここで $\frac{\partial\left(\frac{\dot{k}}{k}\right)}{\partial k}<0$ となるから，均斉状態は安定的である。

以上において，初期において示された Tobin のパラドックスは，貨幣を生産関数に含めるか，移転支出以外の，より適切な貨幣供給方式を組込むことにより回避しえたことをみた。そしてこれらの解決方法に関するより立入った検討が，残された課題であると考えられる。

参考文献

〔1〕 Burmeister, E. and A.R. Dobell, *Mathematical Theories of Economic Growth*, Macmillan 1970.

〔2〕 Burmeister E. and E. S. Phelps, "Money, Public Debt, Inflation and Real Interest", *Journal of Money, Credit and Banking*, May 1971.

〔3〕 Friedman, M., "The Optimum Quantity of Money", in M. Friedman, *The Optimum Quantity of Money and Other Essays*, Aldine 1969.

〔4〕 Hadjimichalakis, M.G., "Equilibrium and Disequilibrium Growth with Money—the Tobin Models", *Review of Economic Studies*, October 1971.

〔5〕 Johnson, H.G., "Money in a Neo-Classical One Sector Growth Model", in H.G. Johnson, *Essays in Monetary Economic*, Second ed., Allen and Unwin 1969.

〔6〕 Levhari, D. and D. Patinkin, "The Role of Money in a Simple Growth Model", *American Economic Review*, September 1968.

〔7〕 Nagatani, K., "A Note on Professor Tobin's "Money and Economic Growth" ", *Econometrica* January 1970.

〔8〕 Pierson, G., "The Role of Money in Economic Growth", *Quarterly Journal of Economics*, August 1972.

〔9〕 Solow, R.M., "A Contribution to the Theory of Economic Growth", *Quarterly Journal of Economics*, February 1956.

〔10〕 Tobin, J., "Money and Economic Growth", *Econometrica*, October 1965.

〔11〕 Uzawa, H., "On a Neo-Classical Model of Economic Growth", *Economic Studies Quarterly*, September 1966.