固定価格経済における在庫と総需要の動学

天野昌功

Dynamics of Inventories and Aggregate Demand in a Fixed Price Economy

Masanori Amano

1. はじめに

1970年代の経済変動理論（とくにマクロ不均衡理論）の展開において問題点として残されたことは，そこでは企業の在庫調整が考慮されていないことと共に，産出量，雇用量などの集計量が経済主体の最適化行動とは独立に，漠然とした市場の力によって決定されるということであったといえる[1]。そこで，経済変動の過程を斉合的に理解するためには，種々の制約に直面した経済主体の行動を明示的に分析することから出発し，マクロ体系のビヘイビアを考察することが必要であるように思われる。この論文では，在庫，生産量（雇用量）に関して最適化を図る企業行動の分析を基礎として，総需要，生産，在庫などの集計量の変動過程を明らかにする。こうした意味で，以下の分析はバローグロスマン，マランボー等により展開された，固定価格経済における経済変動分析に対する代替的な接近方法とみなすことができよう。この論文の目的を具体

1) たとえばバローグロスマン [1]，フリードマン [4]，ホーウィット [6]，マランボー [8] を参照のこと。

的に列挙すると，

（i） 完成財の在庫を保有し，生産量（雇用量）および在庫水準に関し最適化を図る企業行動を定式化すること，

（ii） 上記の分析に基づいて，集計的な生産量，在庫水準，需要量の変動過程を検討すること，とくに外生的な需要増加に誘発される場合の上記変数の変動過程を跡づけることにより，ケインズ的な45°線図の乗数過程に対し合理的説明（主体行動に関連づけられたという意味で）を与えること，

(iii) 企業の，望ましい在庫・売上比率（在庫加速度係数）の大きさの，体系の安定性への含意を検討し，メツラー [9] の在庫循環モデルの結果と比較すること，

の3点である。

以下で得られる結論は次のように要約される。産出量，在庫水準，在庫投資は，メツラー [9, 10] の在庫循環ときわめて類似した変動過程を示す。また，メツラーの体系では在庫加速度係数の上昇は動学体系の不安定性を生む傾向をもつが，われわれのモデルでは，それは体系を安定化することが示される。

次節では，在庫投資を行う企業（代表企業）の行動を取り扱う。第3節では，第2節の分析に基づいて，所得，需要および在庫に関するマクロ体系を考察する。

2. 代表的企業

経済の企業部門の行動を集約的に表わす代表的企業の行動分析から始めよう。この企業は，割引された利潤の合計を最大化すべく，その産出量（雇用），完成財の在庫水準を決定する。企業は生産物市場と労働市場とにおいて価格受容者として行動し，労働市場は超過供給状態にあり，両市場の価格（生産物価

格と名目賃金率）は一定であると仮定する。さらに，バロー－グロスマン［1］およびパティンキン［12，第13章］と同様に，企業の生産物に対する予想需要は有限の値をとるものとする。

われわれの企業は，生産量の時間に関する円滑さを維持し，生産物需要の予期しない増大（したがって需要に応じることができない可能性）に備えるため，生産物の在庫を保有する。このとき，企業にとっての望ましい在庫水準は，その予想需要（予想売上）の増加関数であると考えられる。ここではとくに，在庫の望ましい水準が予想需要の一次関数であるとする。つまり

$$H^d=\alpha Z+\gamma \tag{1}$$

ただし H^d は望ましい在庫水準，Z は予想需要，α と γ は定数で $\alpha>0$ である[2]。次に企業の在庫費用は，在庫の実際の水準がその望ましい水準から乖離した時発生し，その大きさは乖離の二次関数であるとする。すなわち

$$C^v=\frac{c}{2}(H^d-H)^2+d \tag{2}$$

ただし C^v は在庫費用，H は実際の在庫水準，c と d は正の定数である[3]。

ここで新たに以下の変数を定義しよう。p：企業の生産物価格（一定），w：名目賃金率（一定），X：生産量，$f(X)$：生産関数の逆関数＝労働雇用量，$f'(X)>0$，$f''(X)>0$。最後の２つの不等式は労働の限界生産力が正で逓減的であることを示す。このとき，企業の各期の利潤（π）は，

$$\pi=pZ-wf(X)-C^v$$

となり，(1)，(2)を考慮すると

$$\pi=pZ-wf(X)-\frac{c}{2}(\alpha Z+\gamma-H)^2-d$$

---

2) このような望ましい在庫の決定式については，エバンス［3］，ヌルクセ［11］を参照。

3) 同様の在庫費用関数はヘイ［5］においても用いられている。

と変形される。代表的企業は π の割引合計を，在庫変動を表わす式（下記(3)）の制約下に最大化する。つまり

$$\mathrm{Max}\int_0^\infty \pi \exp(-rt)dt$$

subject to

$$\dot{H}=X-Z^a \tag{3}$$

ここで r は実質割引率で正の定数，Z^a は実際の需要（実際の売上量），t は時点を表わす。ここで，簡単化のため，対象としている経済は，同一の n 個の企業からなると仮定すると，生産・分配される総所得は nX となる。また総所得に対する限界（＝平均）消費性向を β $(0<\beta<1$，β：定数)，固定資本への投資を含む外生的総支出を g' と書くことにすると

$$Z^a=\frac{1}{n}(\beta nX+g')$$

$$=\beta X+g \tag{3$'$}$$

となる。ただし $g=g'/n$ であり，以下では g を外生支出とみなす。このとき，(3)′ を (3) に代入すると

$$\dot{H}=(1-\beta)X-g \tag{4}$$

を得る。

企業が直面するこの問題を解くために，次のハミルトン関数を定義する。

$$I=pZ-wf(X)-\frac{c}{2}(\alpha Z+\gamma-H)^2-d+q[(1-\beta)X-g]$$

ここで q は保有在庫の帰属価格，状態変数は H，制御変数は X である。この最大化において，企業は予想需要 Z を所与とみなして行動していると想定する。また後に明らかにするように，Z が変化する都度，企業はその計画を立て直すと仮定する。最適のための必要条件は，ポントリヤーギンの最大値原理に

よって，次式のように与えられる。

$$\left.\begin{aligned}&\dot{q}=rq-I_H=rq-c(\alpha Z+\gamma-H),\quad \text{あるいは}\\&\frac{\dot{q}}{q}=r-\frac{c(\alpha Z+\gamma-H)}{q},\end{aligned}\right\}\tag{5}$$

$$I_X=0=-wf'(X)+q(1-\beta)\tag{6}$$

ここで $I_H=\partial I/\partial H$, 等である。(5)式の第2式左辺は在庫1単位保有に伴うキャピタル・ゲインであり，右辺は利子費用と在庫保有の限界費用との和を表わす。最大のための充分条件は

$$f''(X)>0,\ c>0$$

の仮定と横断性条件

$$q\exp(-rt)\geqq 0,\ qH\exp(-rt)=0 \text{ as } t\to\infty$$

により保証される。

ここで記号の簡単化のために(6)式において $w=1$ とおくと

$$q=\frac{f'(X)}{1-\beta},\quad q=\frac{f''(X)}{1-\beta}\dot{X}$$

が得られる。次にこの2式を(5)に代入すると

$$\dot{X}=\frac{1-\beta}{f''}\left[\frac{rf'(X)}{1-\beta}\quad -c(\alpha Z+\gamma-H)\right]\tag{7}$$

を得る。方程式(4), (7)から生じる経路のうち横断性条件をみたすものが企業の最適経路であり，第1図において PP で表わされている[4]。

次に，以上の最適化においてパラメーターとみなされていた Z の変化の最適経路への影響を検討しよう。(4), (7)を順次 Z で偏微分すると

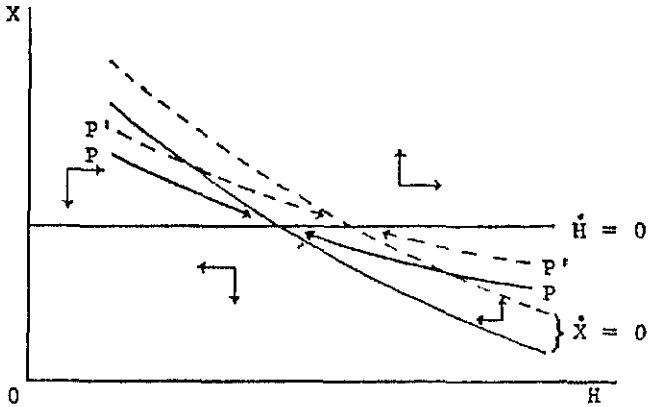
---

4) 第1図の停留曲線の傾きは

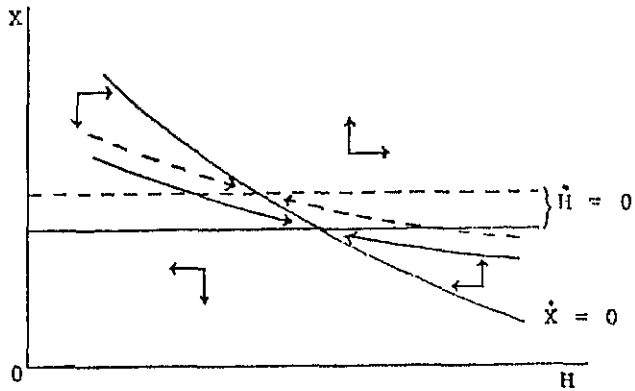
$$\left.\frac{dX}{dH}\right|_{\dot{H}=0}=0,\quad \left.\frac{dX}{dH}\right|_{\dot{X}=0}=-\frac{(1-\beta)c}{rf''}<0$$

また，定常状態 ($\dot{H}=\dot{X}=0$) の近傍で次式が成立する。

$$\partial\dot{H}/\partial X=1>0,\quad \partial\dot{X}/\partial H=(1-\beta)c/f''>0$$



第 1 図



第 2 図

$$\frac{\partial \dot{H}}{\partial Z}=0,\quad \frac{\partial \dot{X}}{\partial Z}=-\frac{(1-\beta)c\alpha}{f''}<0$$

となる。したがって第1図において，Z の増大に伴い $\dot{H}=0$ 曲線の位置は不変であるが，$\dot{X}=0$ 曲線は上方にシフトする。このとき最適経路も（たとえば）図中の $P'P'$ へとシフトする。つまり Z の増大により，任意の X に対し企業

の在庫保有量は増加することが分る。同様な方法で企業行動に対する外生支出 g の増大の効果をみることができる。この場合，(4)，(7)より

$$\frac{\partial \dot{H}}{\partial g}=-1<0,\ \frac{\partial \dot{X}}{\partial g}=0$$

であるから，g の増大により，$\dot{H}=0$ 曲線と最適経路との上方シフトが生じる（第2図を参照）。

以上を要約すると，代表企業の生産・在庫政策は(7)式と

$$H=X(X,\ Z,\ g),\ H_x<0,\ H_z>0,\ H_g>0 \tag{8}$$

とによって表わすことができる。ただし，上付きの＊によって変数の定常値（$\dot{H}=\dot{X}=0$ における値）を表わすことにすれば

$$H^*=H(X^*,\ Z,\ g) \tag{9}$$

が成立している。(8)式において，H と X の間の関係は，所与の Z，g に対する企業の最適値の組合わせを表わし，H と Z，gとの関係は，最適経路がパラメーター Z，g に依存することを表わす。

次に上述の企業行動を含むマクロ体系を考える。まず，マクロ経済についても生産物価格と賃金率は固定的であるとし，集計的変数間の関係式は代表企業に関する関係式によって表わされるとする。したがって以下では H，X，Z はそれぞれ集計的在庫水準，総生産量（所得），予想される総需要を示す。最後に総需要の予想形成を定式化することによりマクロ体系は完結する。ここでは Z と Z^a の間に，次のような適応的期待仮説を用いる。

$$\begin{aligned}\dot{Z}&=\eta(Z^a-Z)\\&=\eta(\beta X+g-Z)\end{aligned} \tag{10}$$

次節の対象となるマクロ体系は(7)，(8)，(10)から構成され，内生産変数は X，H，Z である。

3. 固定価格の下での乗数過程

この節では，前節に示したマクロ・モデルの性質を検討する。(7)，(8)，(10)式の定常状態（$\dot{H}=\dot{Z}=0$）において外生的支出 g が上昇した場合，それに伴う X，H，Z の変動はケインズ体系の乗数過程を企業行動に関連づけるものということができるが，このような乗数過程の諸性質の検討が本節の主題である。

はじめに動学体系(7)，(8)，(10)の安定性行列（ヤコビアン）を次のように定義する。

$$J^*\equiv\begin{bmatrix} J_{xx}^* & J_{xz}^* \\ J_{zx}^* & J_{zz}^* \end{bmatrix}$$

ただし，

$$J_{xx}^*\equiv\frac{\partial\dot{X}}{\partial X}=\frac{1-\beta}{f''}[rf''(X)+cH_x],\ J_{xz}^*\equiv\frac{\partial\dot{X}}{\partial Z}=\frac{-(1-\beta)c}{f''}(\alpha-H_z),$$

$$J_{zx}^*\equiv\frac{\partial\dot{Z}}{\partial X}=\eta\beta>0,\quad J_{zz}^*\equiv\frac{\partial\dot{Z}}{\partial Z}=-\eta<0$$

であり，これらはすべて定常状態（$\dot{X}=\dot{Z}=0$）で評価された値である。ここで，以下の議論により $J_{xx}^*<0$ であることが分る。まず第1図の座標軸を逆転させると，$X-H$ 平面における $\dot{X}=0$ 曲線の傾きは

$$\left.\frac{dH}{dX}\right|_{\dot{X}=0}=-\frac{rf''(X)}{(1-\beta)c}\equiv S<0$$

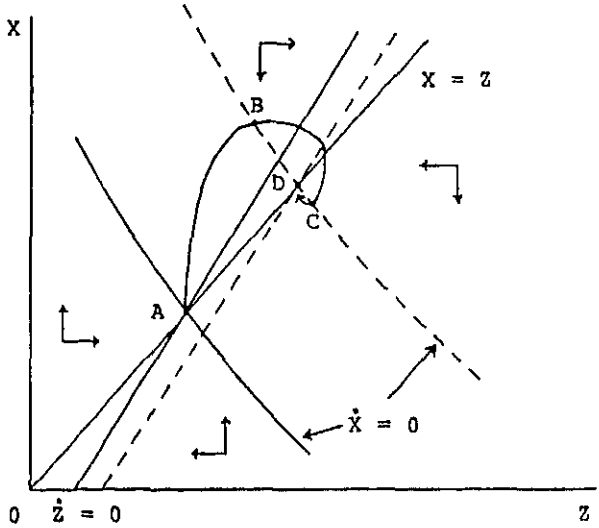
となる。また第1図から

$$H_x<S<0$$

となることを知る。したがって

$$\frac{rf''(X)}{1-\beta}+cH_x<\frac{rf''(X)}{1-\beta}+cS=0$$

となり，これは $J_{xx}^*<0$ であることを示している。



第 3 図

上述の行列から

trace $J^*<0$,

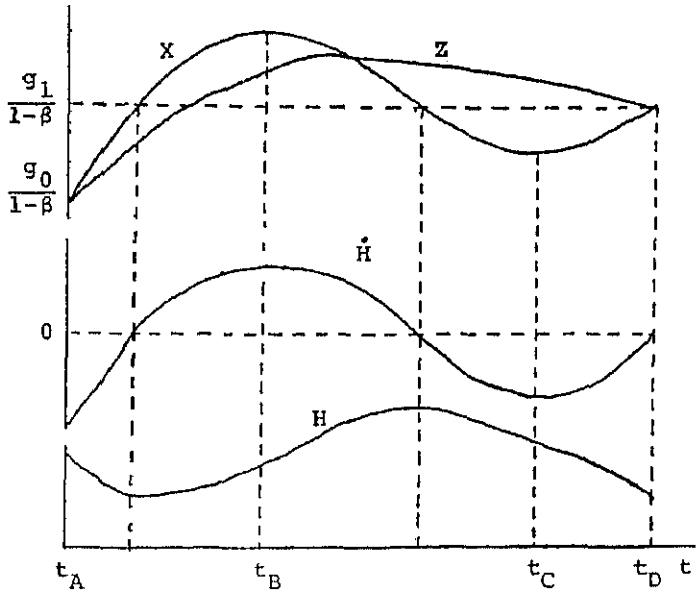
$$\det J^* = \frac{(1-\beta)\eta}{f''}\left[-\left\{\frac{rf''(X)}{1-\beta}+cH_x\right\}+\beta c(\alpha-H_z)\right]$$

を得る。det J^* は正・負の両符号をとりうる。したがって次の 3 つのケースが生じることになる。[1] $J_{xz}^*<0$, det $J^*>0$, [2] $J_{xz}^*>0$, det $J^*<0$, [3] $J_{xz}>0$, det $J^*>0$。そこで以下順にこれらの各ケースを検討しよう。

第 3 図では [1] のケース，すなわち

$$J_{xz}^*<0 \rightleftarrows \alpha-H_z>0,\ \det J^*>0$$

のケースが描かれている。この場合，ルース-ハーウィッツの条件により定常状態は局所的に安定となる（図の導出については付録を参照）。とくに図は，外生支出 g の増大により引き起こされる調整経路を示している。$\dot{X}=0$, $\dot{Z}=0$ と名付けられている 2 つの実線は g の上昇前の停留曲線であり，2 つの点線



第 4 図

は g 上昇後の停留曲線である。他方第 4 図は，調整過程における X, Z, $\dot{H}$, Hの時間経路を示す。t_A は g 上昇直前の時点であり，t_D は新たな定常状態に対応する時点である。当初 t_A においては，在庫の帰属価格 q，産出量 X および予想需要 Z はすべて一定である。ここで g が g_0 から g_1 へ増加すると，所与の H と Z に対し，X と q は(8)に従って増加し始める（第 2 図と(6)を参照)。X の増加により Z も増加する（(10) 式)。ここで時点 t_A, t_D における産出水準は通常の静学的乗数公式により与えられることに注意しよう。すなわち(4)式と，時点 t_A, t_D で H は一定であること（これは(7)—(10) から分る）とから，t_A では $X=g_0/(1-\beta)$，t_D では $X=g_1/(1-\beta)$ が成立する。g の上昇後しばらくの間，現実の産出量は，g_1 に対応する均衡産出量よりも小さくなる。それゆえ(4)において $\dot{H}<0$ となり，H は低下する。

X の上昇局面の後半部分においては，H と q の増大は(5)式中の $c(\alpha Z+\gamma-H)/q$（在庫保有の限界費用の負値）を減少させる。したがってしばらくすると，$\dot{q}$ は t_B においてゼロとなり，次に負値をとる。それゆえ X は低下し始め，このことが Z の低下を引き起す。しかし先と同様に，景気後退局面における q と H の下落は $c(\alpha Z+\gamma-H)/q$ を上昇させ，t_C において $\dot{q}=0$ すなわち $r=c(\alpha Z+\gamma-H)/q$ を成立させる。以降 $\dot{q}>0$ であり，X は増加しつつ，新たな定常点 D に収束する。

在庫投資の動きは，X の動きと(4)式とから知ることができる。時点 t_A の直後に g が増加すると，在庫投資 $\dot{H}$ はゼロから負値にジャンプする。または $\dot{H}$ は，t_A と t_B の間において X が均衡水準に到達すると同時に再びゼロとなり，以降正値をとる。その最大値は，t_D において X が最大になるのと同時に実現する。

以上の循環過程の特徴は，次のように要約される。

（i） 在庫水準が t_B, t_C において正常水準（$\dot{H}$ が最大あるいは最小になる水準）に到るのと同時点において，所得循環の山あるいは谷が実現する。

（ii） 所得が低下（上昇）し始めた後も，在庫水準は上昇（低下）し続ける。

（iii） 在庫循環は所得循環に対し 1/4 サイクルだけ遅れる。

（iv） 所得がその均衡水準より高い（低い）限り，在庫水準は増加（減少）し続ける。

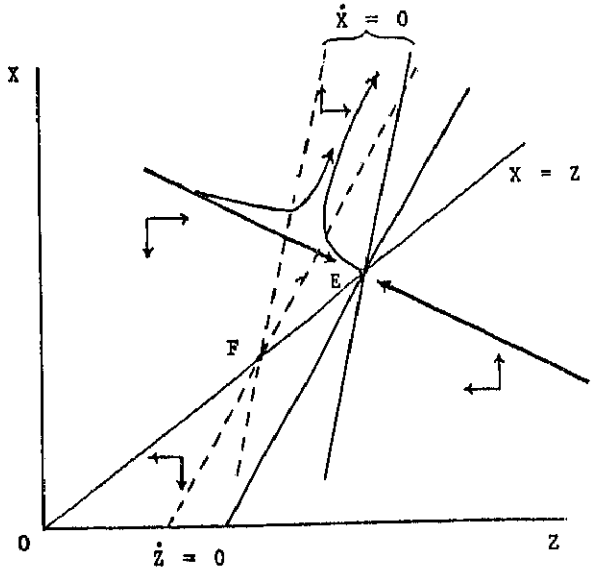
（v） g 増大により引き起こされる好況局面に引き続き不況局面が生じる。

性質 (i)—(iv) はメツラーの在庫循環モデル（メツラー [9, 10]）における循環の性質ときわめて類似したものである[5]。

第 5 図はケース [2]，すなわち

$$J_{xz}^*>0 \rightleftarrows \alpha<H_z,\ \det J^*<0$$

5） 性質 (v) についてはブラインダー [2]，マッチーニ [7] を参照。



第 5 図

の場合の乗数過程を示したものである。このケースでは定常点は鞍点であり，g 上昇の結果安定な経路（定常点へ到達する経路）は E を通過するものから F を通過するものへシフトする（付録参照）。それゆえたとえ経済が E へ収束する経路上にあったとしても g 上昇の結果，進路は北東へ向きを変える。付加的な支出は X と Z の累積的上昇を惹起することになる。

残りのケース［3］，すなわち

$$J_{zz}>0 \rightleftarrows \alpha<H_z,\ \det J^*>0$$

の場合の位相図はここでは省略する。2つの停留曲線はケース［2］の図と比べると互いに位置を変えたものになる。定常点は安定でありサイクルを生じない（定常点は安定な結節点となる）から，g の上昇（これは定常点を $Z=X$ 直線上を北東へ移動させる）は Z と X の単調な増加をもたらす。

最後に，メツラー・モデルとわれわれのモデルとにおいて，望ましい在庫・売上比率（在庫加速度係数）α 変化の，体系の安定性への効果をみよう（ここでは(1)式において $\gamma=0$ とする)。メツラー・モデルでは α の上昇は体系を不安定化する（メツラー［9］参照)。他方，われわれのモデルでは α が大きいほど体系は安定化する。具体的には，$\det J^*$ の式とこれまでみてきた3つのケースから次のことが分る。すなわち α が非常に大きいと，循環的で安定な調整経路が生じる（ケース［1］)。α が相当大きい（しかし H_2 より小さい）場合，単調で安定な経路が生じる（ケース［3］)。そして α が非常に小さい場合は，定常点は鞍点の不安定性をもつことになる（ケース［2］)。

ケース［2］における乗数過程は次のように説明することができる。はじめ経済が第5図の E に位置していたとし，g が増加したとする。これにより，前と同様に（Z が少し減少する，初期のある期間を除き）X と Z が増加する。また H は(4)により増加する。このケースでは α は小さいから，(7)において，Z の増大にもかかわらず，X と H の増加は X を更に大きくする。そしてこれが(10)を通じ Z を更に引き上げる。このようにして X と Z の累積的上昇が発生するのである。

［付　　録］

定常状態の近傍における，2つの停留曲線 $\dot{X}=0$, $\dot{Z}=0$ の傾きは

$$\left.\frac{dX}{dZ}\right|_{\dot{x}=0}=-J_{xz}^*/J_{xx}^*\sim J_{xz}^*,$$

$$\left.\frac{dX}{dZ}\right|_{\dot{z}=0}=-J_{zz}^*/J_{zx}^*=1/\beta>1$$

となる。ここで記号 ～ は，両辺の符号が同一であることを示す。さらに

$$\left.\frac{dX}{dZ}\right|_{\dot{x}=0}-\left.\frac{dX}{dZ}\right|_{\dot{z}=0}=\det J^*/J_{xx}^*J_{zz}^*\sim-\det J^*$$

次に g 上昇の前と後の定常点の位置関係をみる。そのために，(7)，(10)で $\dot{X}=\dot{Z}=0$ とおいた式を，(8)を考慮して全微分すると

$$J^* \cdot \begin{bmatrix} dX^* \\ dZ^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{(1-\beta)c}{f''} H_g\, dg \\ -\eta\, dg \end{bmatrix}$$

を得る。これから dZ^*/dg を求めると

$$\frac{dZ^*}{dg} = \frac{(1-\beta)\eta}{f''\cdot \det J^*}\left[-\left(\frac{rf''(X)}{1-\beta}+cH_x\right)+\beta cHg\right] \sim \det J^*$$

となる。そこで最後の式と，定常点は $X=Z$ 直線上にあること（定常点 $\dot{X}=\dot{Z}=\dot{H}=0$ では，(10)より $Z=Z^a$ であり，(3)′，(4)より $Z^a=X$ であるから）とを考慮すると，g 上昇により，ケース［1，3］では定常点は $X=Z$ 上を北東に，ケース［2］では定常点は $X=Z$ 上を南西に，それぞれ移動することが分る。

参 考 文 献

［1］ Barro, R. J. and H. I. Grossman, "A General Disequilibrium Model of Income and Employment," *American Economic Review*, 61 (1971), 83–93.

［2］ Blinder, A. S., "A Difficulty with Keynesian Models of Aggregate Demand," in, A.S. Blinder and P. Friedman(eds.), *Natural Resources, Uncertainty, and General Equilibrium Systems*, Academic Press, 1977, 125–136.

［3］ Evans, M. K., *Macroeconomic Activity*, Harper and Row, 1969.

［4］ Friedman, B. M., "Review on *Money, Employment and Inflation* by R. J. Barro and H. I. Grossman," *Journal of Political Economy*, 85 (1977), 1087–1092.

［5］ Hay, G. A., "Production, Price, and Inventory Theory," *American Economic Review*, 60 (1970), 531–545.

［6］ Howitt, P., "Evaluating the Non-Market-Clearing Approach," *American Economic Review*, 69 (1979), 60–63.

［7］ Maccini, L. J., "An Aggregative Dynamic Model of Short-run Price and Output Behavior," *Quarterly Journal of Economics*, 90 (1976), 177–196.

[8] Malinvaud, E., *The Theory of Unemployment Reconsidered*, Basil Blackwell, 1977.

[9] Metzler, L. A., "The Nature and Stability of Inventory Cycles," *Review of Economic Statistics*, 23 (1941), 113-129.

[10] ——————, "Factors Governing the Length of Inventory Cycles," *Review of Economic Statistics*, 29 (1947), 1-15.

[11] Nurkse, R., "Period Analysis and Inventory Cycles," *Oxford Economic Papers*, 6 (1954), 203-335.

[12] Patinkin, D., *Money, Interest, and Prices*, 2nd ed., Harper and Row, 1965.