

氏名(本籍)	おお うち まさ や 大内将也(東京都)		
学位の種類	博士(理学)		
学位記番号	博甲第4896号		
学位授与年月日	平成21年3月25日		
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当		
審査研究科	数理物質科学研究科		
学位論文題目	Classification of Reductive Prehomogeneous Vector Spaces of some type (ある種の簡約可能な概均質ベクトル空間の分類)		
主査	筑波大学教授	理学博士	木村達雄
副査	筑波大学教授	理学博士	竹内光弘
副査	筑波大学教授	理学博士	宮本雅彦
副査	筑波大学教授	理学博士	若林誠一郎

論文の内容の要旨

本論文では、二つのタイプの概均質ベクトル空間を分類している。

第一の分類は東京大学の大島利雄教授が、 $(G \times GL(n), \rho \otimes \Lambda_1)$ という形で有限個の軌道を持つ概均質ベクトル空間と超幾何関数の関連を発見し、この種の概均質ベクトル空間を分類してほしいという要請に答えたものである。

スカラー倍が各既約成分に独立に作用する場合の分類は、1986年に木村—笠井—保倉により完成しているので、問題は、スカラー倍を色々制限した場合にどうなるかを調べることである。

多くの場合は、従来の方法あるいはそれを少し改良することで解決することが出来たが、 $((Sp(m) \times GL(t) \times GL(1)) \times GL(n), (\Lambda_1 \boxplus \Lambda_1 \boxplus \Lambda_1) \otimes \Lambda_1)$ 、ただし $m \geq 2$ かつ $n \geq 4$ 、という有限個の軌道を持つ概均質ベクトル空間のスカラー制限を調べる場合のみが他の場合と異なり、従来のやり方が全く通用しないので行き詰っていた。

本論文では、これを色々な新しいアイデアを用いて完全に解決した。

それは本論文の Lemma 1.2.10 の 2、と Lemma 1.2.11 の 5 であり、この二つを大内氏が証明したことにより、分類の可能性が出てきて完成させることが出来たのである。

スカラー倍の制限の仕方で方法がすべて微妙に異なるが、基本的にはある既約成分の等方部分群がある特別な形の群を含むことを証明し、それと残りの群が、他の既約成分に作用するとき有限個の軌道をもつかどうかを判定している。

第二の分類は一般の簡約可能概均質ベクトル空間の分類で最初の基本的な結果というべきものである。簡約可能代数群の表現は既約表現の直和であり、スカラー倍が各既約成分に独立に作用すると仮定する。

各既約表現は簡約可能代数群の単純成分の既約表現のテンソル積となるが、その単純成分の既約表現のどれもが単位表現ではない、という仮定のもとに分類を完成した。

簡約可能代数群の単純成分が特殊線形代数群でその既約表現が標準表現の場合の木村の結果を一般の群と単位表現が関係しない一般の表現に拡張したものである。

単位表現が関係した場合が出来ればすべての分類が完成するが、それは現段階では極めて難しく、これが最初の成果である。

結果は2単純概均質ベクトル空間か自明な概均質ベクトル空間に裏返し変換で帰着する、というものである。

審 査 の 結 果 の 要 旨

有限個の軌道を持つ表現はすべて概均質ベクトル空間であるが、簡約可能代数群の場合は、スカラー倍が各既約成分に独立にかかっている場合は完全に分類されているが、スカラー倍を制限した場合の分類ははるかに難しくなる。

実際に出来ているのはごくわずかな場合だけであるが、この論文では応用上重要な場合の特に難しかった部分を解決しており、特に新しい方法を開発したことは意義がある。

また後半の分類では、分類理論の大目標である一般の簡約可能概均質ベクトル空間の分類の基本部分として、まず単純成分の既約表現に単位表現がない場合を考えるのは自然であり、その場合を完全に解決したということで、博士論文としての価値は十分あると認められる。

よって、著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。