

氏名(本籍)	^{かみべつぷ} 上別府	^{あきら} 陽(京都府)
学位の種類	博士(理学)	
学位記番号	博甲第4898号	
学位授与年月日	平成21年3月25日	
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当	
審査研究科	数理物質科学研究科	
学位論文題目	Topology of box complexes of graphs (グラフの box complex のトポロジー)	
主査	筑波大学准教授	理学博士 川村一宏
副査	筑波大学教授	理学博士 加藤久男
副査	筑波大学教授	理学博士 森田純
副査	筑波大学教授	理学博士 山口孝男

論文の内容の要旨

上別府陽氏は本学位論文において、有限単純グラフに付随する box complex と呼ばれる単体的複体のトポロジーとグラフの組み合わせ論的性質について研究を行った。Box complex は Matoušek-Ziegler によって導入された複体で、自然な Z_2 作用を持ち、その Z_2 指数とグラフの彩色数との関係が知られている。しかしながら box complex のトポロジーを知ることは $-Z_2$ 指数の計算を含めて一般に難しい。これらを踏まえて、上別府氏は box complex のトポロジーについて以下のような新たな知見を得た。

1. 連結単純グラフが2部グラフであるための必要十分条件は、その box complex が非連結であることである。
2. Box complex $B(G)$ にはグラフの2重被覆 G^- が自然に含まれており、グラフが4サイクルを持たない必要十分条件は G^- が $B(G)$ の強変位レトラクトであることである。この結果は Matoušek-Ziegler による結果を精密化したものであり、4サイクルを持たないグラフの box complex のホモトピー型を完全に決定している。
3. 4サイクルを豊富に持つグラフの典型例として chordal graph を取り上げ、指導教員川村一宏との共同研究において、chordal graph の box complex のホモロジー群の計算を行った。たとえば chordal graph の box complex のオイラー標数をグラフの完全部分グラフによる分解のデータを用いて記述することができる。
4. グラフを部分グラフに分解したとき、box complex が同様の分解を持つための十分条件を求めた。またそのような分解において彩色数の評価を行い、Matoušek-Ziegler の結果との比較を行った。

審査の結果の要旨

Box complex の研究は現在まで様々に行われているものの、それらは Z_2 指数と彩色数との関係に集約されていた。グラフの組み合わせ論的性質として彩色数以外のものを取り上げ、box complex のトポロジー、特にそのホモトピー型との関わりを調べた研究は、上別府氏の結果がほとんど初めてのものといつてよい。氏

の研究の特色は, 具体的なグラフの box complex を詳細に記述し, その結果をもとに box complex のトポロジーを調べることにあり, こういった研究手法も今まであまりとられてこなかったもので, 十分評価に値する。

これらを勘案して, 本論文は十分学位に値すると認められる。

よって, 著者は博士 (理学) の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。