

氏名(本籍)	まつもとまさひろ 松本正光(茨城県)		
学位の種類	博士(理学)		
学位記番号	博甲第4901号		
学位授与年月日	平成21年3月25日		
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当		
審査研究科	数理物質科学研究科		
学位論文題目	<b>Dimension and Special Metrics</b> (次元と特別な距離について)		
主査	筑波大学教授	理学博士	加藤久男
副査	筑波大学教授	理学博士	伊藤光弘
副査	筑波大学教授	理学博士	笠原勇二
副査	筑波大学教授	理学博士	山口孝男

### 論文の内容の要旨

本論文は、トポロジーの主要な研究テーマである次元論と空間の距離化定理について論じたものである。1963年、長田潤一は有限な位相次元をある特殊な距離の幾何学的性質を使って特徴化することに成功した。その後、無限次元の1つである strongly countable-dimension の特徴化にも成功した。これらの結果は、位相不変量である位相次元を距離の幾何学的な性質で特徴化するという画期的な結果であり、世界的に知られた定理である。本論文では、strongly countable-dimension 以外の無限次元である locally-finite dimension と  $\omega$ 1-strongly countable-dimension に関して、同様な距離による特徴化定理が成立することを証明している。また、その距離の構成方法を位相力学系理論に適用して重要な結果を得ている。以下、各章ごとに内容を述べる。

第1章では、無限次元である locally-finite dimension と  $\omega$ 1-strongly countable-dimension に対してある特別な距離を構成し、その距離の持つ幾何学的な条件を用いて、これらの無限次元の特徴化定理を証明した。この定理は、長田潤一の次元の距離による特徴化定理がより多くの無限次元の定理まで拡張できることを示している。今後、ここで考案された方法が洗練され、他の無限次元 countable dimension, C-space, weakly infinite dimension, strongly infinite dimension などの特徴化定理につながる可能性を秘めている。

第2章では、恒等写像が quasisymmetric にならない Nagata  $n$ -dimensional metrics を非可算個構成するなど、quasisymmetric と Nagata  $n$ -dimensional metrics の関係を研究している。

第3章では、位相力学系理論で重要な概念であるコンパクト空間上の拡大写像に対し、局所的に拡大比率が一定となる特別な距離を構成している。同様に、コンパクトでない空間上の拡大同相写像に対して、大局的に拡大比率が一定となる距離の構成に成功している。更に、その距離を使って幾何学的次元である Box-counting dimension, Hausdorff dimension と写像の複雑度を計る topological entropy の間に成り立つ興味深い定理を証明している。

第4章では、有限開被覆のデルタ細分や星状細分についてその個数を評価する定理を証明している。更に、その結果を使って空間の有限次元の特徴化に成功した。この結果は、長田、服部の結果を大きく拡張した結果であり、距離に依存する幾何学的次元の基礎理論研究に大きく貢献することが期待される。

## 審査の結果の要旨

この論文は、トポロジーの主要な研究テーマである次元論に大きく貢献するものである。1963年、長田潤一は位相不変量である有限な位相次元を、ある特殊な距離の幾何学的性質を使って特徴化することに成功した。本論文では、次元論で重要な2つの無限次元 *locally-finite dimension* と  $\omega_1$ -*strongly countable-dimension* の距離による特徴化定理を証明している。また、この論文で得られた距離の構成方法を位相力学系理論に応用して、拡大写像の拡大率についての興味深い定理を得ている。本論文は、その証明に見られる手法も含めて興味ある着想に富んでおり、その成果とその手法を通してこの方面の今後の発展に大いに寄与したものと考えられる。この論文の基となった論文の1つはすでに数学専門誌に出版されており、他の論文も現在投稿中である。

よって、著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。