筑波大学附属駒場中・高等学校研究報告　第21集　1982年3月

数学的創造力を伸ばす教材と指導法の実践的研究

（いままでの研究のまとめ）

筑波大学附属駒場中・高校数学科

長野　東，　佐藤和孝，　深瀬幹雄
喜多耕作，　大澤清克，　栗原幹夫
中野次郎

1 研究目的

数学教育の中で創造性をとりあげる目的は，生徒が自主的に学習に参加し，自己啓発によって，学習の到達度を高めるような可能性を追求したいためである。

そのためには，具体的な授業実践の中に，次のような観点がもりこまれていなくてはならない。

(1) 独自さ，生徒自身の主体的・自主的な発想をよびおこすこと。

(2) 新らしさ，生徒にとって発見的なもの，新しい経験であること。

(3) 価値のあること，数学にとって，社会にとって有意義と判断できるもの。

以上の観点から，数学的創造的能力とは，どのような成因要素をもつかを考え，研究目的を次の3点においた。

(4) 能力構造の分析

(5) 能力の発達過程の研究

(6) 能力を伸ばすカリキュラム開発

まず，研究は(4)よりとりかかっている。(4)の分析にあたっては，数学的な能力が創造性をもつには，どのような要因間の関係があるかを考える必要があり，単なる個々の諸能力に分析するのではなく，それを総合的に評価する立場をとることにした。

以上のような見地から，研究は昭和50年より始められ次のような経過をたどっている。

2 研究経過

本研究は昭和50年度より，数学科の共同研究としてとりあげられ，研究は次のように行われた。

(1) 生徒の数学的創造力の調査分析

53年度科研費(B)　代表者　栗原幹夫

54年度科研費(B)　代表者　深瀬幹雄

(2) 生徒の知的能力構造の分析

53〜55年度文部省教育方法等改善費による研究

代表者　長野　東

思考様相の調査分析

53年度までに三角形問題，五角形問題，格子点問題（すべて，創作問題）による生徒の反応結果の分析によって，生徒の思考タイプは次の2つの傾向をもつことがわかった。

集中型　一つの方向に考えを集中し，その方向のものにじっくりとりくむタイプ。

発展型　多種類のものをとりあげ，つぎつぎに異なる考えがひらめくタイプ。

これをふまえて，学習成績の変化と2つの思考タイプの相関について分析したところ

ロールシャッハテストにおいて，

ひらめき型のタイプは，あるパターンの適用力とか計算力をもち，思考様相における出

現数が多い者は，記号操作や規則性を把握しやすいタイプではないか？

紋切型，形式的な思考傾向を示す者は，数学的な素材を形式化，一般化しやすいタイプである。

と，推定ができるように思われた。

さらに，５４年度は前年にひきつづき，２つの思考タイプの特性を明らかにするために，不確定問題を与え，それに対する反応を分析した。その結果，大別すると

A　単純型（素直で，常識的なもの）

D　批判型（問題の不備を批判しながらも，自分なりに適当に解釈し答えようとしたもの）

E，F条件追加型（問題の不備を自分で条件を加えて解釈し，その考え方が日常的な場合と数理的な場合がある）

望ましいタイプはE，Fであるがこのグループの人数は生徒の２割位であまり多くはなかった。このグループの生徒の創造性は他のグループよりも高いように思われた。

５５年度には，数学に弱い生徒にも数学を理解する能力は潜在すると仮定し，アレルギーを起こさせずに，潜在能力が把握でき，しかも数学の強い生徒も興味をもつような問題を作成することに力点をおき，結局，期末テスト問題のような形式を捨て，つぎのような問題になった。

『調査問題』　同じ大きさの正方形のカードの並べ方を考えます。並べるルールは「頂点だけくっついていること」とします。つぎの枚数を用いて，自分の思う並べ方の一つを図で画きなさい。

(ア)　カード３枚　　(イ)　カード４枚　　(ウ)　カード５枚　　(エ)　カード６枚

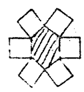
調査対象は，最初，数学の得意集団と不得意集団とに分けて比較検討しよう，ということであったが，私たちの関心は，数学の得意集団がどのような反応を示すかに集中し，得意集団として数Ⅲ選択者ときめ，まず調査することにした。

調査結果はつぎのようになった。

カードの並べ方によって分類すると５通りのタイプに分けることができた，順に，各タイプをⅠ型，Ⅱ型，…，Ⅴ型と名づける。並べ方の代表例として右図をあげておく。

並べ方の例

（Ⅰ型）



型	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ	Ⅴ	その他
人　数	18	15	6	6	8	21

（Ⅴ型）

数Ⅲの選択者は７４名で，各タイプ人数は上の表の通りである。

ここに，比較対照群として，Ⅰ型とⅤ型を取りあげる。Ⅰ型は慎重に，Ⅴ型は無造作に並べている。

各種テストの結果と比較しよう。

知能検査との比較　偏差値はⅠ型８２.１，Ⅴ型７１.１で，Ⅰ型優位
Ｓ－Ａ創造性テストとの比較　偏差値はⅠ型６２.９，Ⅴ型６９.１で，Ⅴ型優位
ＬＳＲＴとの比較　情緒の安定度，豊かさ，協調性，自己統制力においてⅠ型が優位であり，精神活動の旺盛さおよび思考の非凡性，独自性においてⅤ型が優位である。
数学の学習成績との比較　３カ年を通じてⅠ型は成績が上位に安定しており，Ⅴ型はムラが多い。

生徒の個々の人柄を見ると，Ⅰ型は優等生タイプ，Ⅴ型は個性的なタイプが多い。

〔註〕調査問題は巻末とじこみ附録参照

知的能力の構造分析

田研式ＡＢ知能検査およびＳ－Ａ創造性テストにより各学年の知能的構造を調べたところ次のようになった。

中１の生徒は「思考が柔軟で，具体的な問題解決への関心が高く図形的直観を主とする数学的な知能にすぐれ，さらに，学校生活や家庭・社会等の環境よりの情報を素直にとり入れその情報のワク内で考える受容性に富んだ傾向をもつ一方，日常問題に関して，批判的な思考をする傾向が芽生えてきている。」という傾向をもっている。

これに対して，高１の生徒の思考の特性は，

「思考が流暢になり，多くのアイデアを多方面にわたって，生み出す能力が高くなるが，一方，直観よりも論理的，言語的，記号的思考に関心が高まり，それとともに，環境に対する批判が強くなり，自己主張をするようになる。また現状に対する不満を自分で考え，問題解決をはかろうとする傾向が生じてくる。」

このように，中１と高１との間には発達段階の差異が見られる。

さらに創造性についての発達調査を同じ学年の中１のときと，中３のときで比較してみると次のような結果が得られた。

ア　発達段階に有意差のある要因。

速さと広さ。

速さとは思考の流暢性のことで，一定時間に考え出すアイデアの量すなわち，解答数の多さを示す。

広さとは思考の柔軟性のことで，アイデアの種類，つまり，観点領域の広さを示す。

すなわち，発達段階によって，アイデアの量と種類は多くなる。環境に対する学習経験がアイデアの量と質に影響を与える。

イ　発達段階によって変化が認めにくい。

空想力と独自さ。

空想力とは結果予想のことで，起こり得ないような事態において生ずる変化の予想また

は，洞察力といってもよいだろう。

独自さとは独自性のことで，発想のオリジナリティ，ユニークな解答に，ウェイトをつけて評価する。

すなわち，創造性のうちの重要な部分であるオリジナリティーとイマージネーションに関する部分は生活体験だけでは，伸びるものとはいえない。

このような，生徒の実態を基礎資料として，数学のカリキュラムを開発することにした。

3　カリキュラム開発のための実験研究

５３年度までの研究過程にも述べたように，創造性に関する調査・研究の過程で，集中型と発展型が存在することがわかった。この２つのタイプが数学的思考とどのような関連をもつのか，数学としての具体的な教材により，その関連性を調べることにした。

実験授業　1

①　実験授業の指導例　　指導教官　　栗 原 幹 夫

a　対象学年　筑波大学附属駒場中学校２年生，３学級で生徒合計数１２０名男子のみ，集団としての知能指数は上位の方へ偏在している。創造力や思考力が柔軟な中学２年生を対象とし，解法の多様性を配慮した。

b　実施時期　５３年度１学期

c　教　　材　連立二元一次方程式

d　指導目標　連立方程式の解法として加減法，代入法，等置法等を理解させるとともにこれらの解法を適用し，未知数の値が求められる過程で係数の動きに着目させ，係数を形式的に操作するだけで解に到達する能力を養う。

e　授業の導入や展開　展開の詳細については省略する。

f　評　　価　次のようなテスト問題を用いたが，１学期の全授業時数との関係で，期末テストの５題の問題の最後の問題として出題した。テスト時間５０分，

テストの問題$\boxed{5}$として，連立方程式の解き方には，いろいろな方法があるが，結局は，x，yの係数の動き方によって解が求められる。次の連立方程式で従来の（加減法，代入法，等置法などの）解き方によらず自分なりの方法をくふうして解け，また，用いた方法の特徴をあげ，その方法に名称をつけよ。として出題した。

$$\begin{cases} 3x+4y=25 \cdots\cdots\cdots\cdots ① \\ 4x+3y=24 \cdots\cdots\cdots\cdots ② \end{cases}$$

その結果については，Table 1 に示されているように。５通りのタイプの解法に分けることができた。

Table 1　5種類の解法と生徒の反応（%）

解法の要点	名称	解法の特徴
(i) はき出し法の亜流	はき出し法	yの係数を1にする
	はき出し法№2	両式のxの係数を1にする
(13%)	解統一法	定数項を1にする
(ii) 等置法の亜流	関数法	両式のyをxの一次式にする
(6%)	y消去法	両式のyの係数を1にする
	係数等置法	xかyの係数を1にする
	凡人法	従来の方法と変わらない
	あてはめ法	x，yに数値を代入する
(iii) 加減法の亜流	加割法	両式を辺々加えて割る
	係数和差法	係数の和が等しいとき用いる
(33%)	和差法	小学校で習った和差算を用いる
	差入法	両式の差をとる
	係数消去法	xとyの係数を1にする
	定数消去法	$ax+by=0$の形にする
(iv) 定数消去法	比例配分法	定数項をそろえx，yの比を求める
	答等法	答えを等しくして$x:y$を出す
(21%)	数消去法	両式の答えをそろえて計算する
	対比法	定数で1にして$x:y$を求める
	グラフ法	グラフをかいて解く
(V) その他の方法	差表法	x，yの差から表を用いて解く
	三角形一眼法	－と＋が一目でわかるようにした
(12%)	斜上下法	分母も分子も上→下へかけ，次に下→上へかけたものを引く
	等係数法	係数だけに注目し，まずxを消去し次にyを消去する

② 実験授業の指導例　指導教官　栗原幹夫

a　対象学年　①の実験授業の指導例の場合と同じである。

b　実施時期　５３年度２学期。

c　教　　材　式の展開。

d　指導目標　式の展開を一般化したり，展開過程での係数の動きに規則性を見いだす能力を養う。

e　授業の導入や展開，展開の詳細については巻末資料参照。

導入について実験的な指導法として次のようにした。

パスカルの三角形を用いて $(a+b)^n$ の展開式を予想させる。

さらに，$(a+b+c)^n$ のように項数を増やしたときの展開式についても推定させる。困難な点もあると思ったが，中学2年生という年令段階の思考は，以外に柔軟で，理屈ぬきでパッとわかったのか，スムーズな授業展開がなされた。

授業実験の時間は，9時間を配当し，1週3時間で3週間にわたって実施した。（正規の授業で実施）

f 評 価

期末試験の範囲であることを強調し，その成績をもって一般性を把握する生徒の能力をみつける一つのデーターとすることにした。

期末試験の問題は，省略する。

その結果について 集中型と発展型とそれぞれ創造性テストとの相関を調べると，次の表Table 2 のようになる。

この場合，発展型の相関係数はすべて負であり，集中型も発展型も相関係数の絶対値が小さい。ただし集中型は知能偏差値と有意な相関が認められる。

〔註〕実験テキストは第4章実験テキスト参照。

実験指導の結果

(1) 実験指導例①では，連立方程式を解くときの，係数の動きだけを追うことによって，生徒の把握力や直観力を通うして彼らの内在性，つまり秘めたる能力を探ることを主眼としている。

具体的にいえば行列や行列式に結びつく彼等の潜在能力があるかどうかを見つけだそうとしたものである。

(2) 実験指導例②では，数学的思考力の一つである一般化の能力，文字で表し操作する能力を代数的素材の中から抽出し，前述の集中型や発展型との関連を調べることに主眼をおいた。

Table 2 期末テストと創造性思考タイプ別相関係数表

SAテスト ＼ タイプ別		集中型	発展型	計
活動領域	応用力	0.09	−0.39	−0.15
	生産力	0.16	−0.12	0.02
	空想力	−0.03	−0.21	−0.12
思考特性	速さ	−0.07	−0.37	−0.22
	広さ	−0.29	−0.21	−0.25
	独自さ	−0.40	−0.17	−0.29
	深さ	0.04	−0.37	−0.17
創造性偏差値		0.10	−0.21	−0.06
知能偏差値		0.60	−0.37	0.49

代数的素材としては整式の展開をとりあげ，係数が生じる過程の規則性をとらえて一般化をねらったものである。

具体的には式を展開するときの係数の生じ方が順列や組合せ，強いては2項定理に結びつける指導過程を探究することであった。

これらの２つの実験指導例から私たちは，数学嫌いや数学が苦手な生徒であっても，それは先天的なものでなく，学習環境または取り組み方の影響であって，生徒のだれもが数学を理解する能力は潜在すると考えた。

５４年度はその実情を調査するために中学１年生と２年生に確率の授業を行い比較した。

生徒が自ら考え，課題解決を追求していくために大きな項目として次のような段階が考えられる。

課題に対する考察　解決方法についての着想　着想を実行に移す，論理的な構成　結果のまとめ　結果に対する反省・考察　次の問題点発見　……上記の繰り返しによって追求を深めていく。このように考えていくとき，着想と論理的な思考力が先ず要求されるのであろう。論理的な思考を展開するためには，問題に対する思考資料の選択確認と思考の筋道を明らかにする能力と態度が必要である。

実験授業２　　指導教官　　深 瀬 幹 雄

実験授業の指導経過

a　対象学年　筑波大学附属中学校１年生男子120名集団としての知能指数は上位の方へ偏在している。

b　実施時期　54年度２学期

c　指導目標

他からの指導をそのまま受け入れて順応するだけでなく，課題に直面して，自ら考え，方針をたてて解決して行く能力・態度を生徒に期待したいのである。それには，どのような類別でどのように指導していったらよいのかを解明する。

d　指導方法

生徒を６～７人のグループに分け，グループ毎に方法を討論させながら，試行させ，結果をまとめさせ，毎時間毎にグループ討論の結果をレポートとして提出させた。（グループ数18）

e　指導内容

第１時限　乱数表を生徒に与え，各グループ毎に数がランダムに並んでいることを示す方法を考える。

第２時限　各グループの結果を検討しながら確率（経験的確率）について指導する。

第３時限　いろいろな物（画鋲，ペン先，サイコロ等）の各出方の確率を求める。

第４時限　２種類の袋を用意し，一つの袋には，150個の大豆と50個の赤くぬった大豆，もう一つの袋には，350個の大豆と50個の赤くぬった大豆が入っている。この２つの袋の中から赤い豆の出る確率を求める。

第５時限　200個の豆と400個の豆の入った袋を二つ用意し，各袋に入っている赤い

豆の個数を予測する。

結果と考察

①中学1年生であるので，グループ別学習に慣れないために，グループ内の討論を通して，自分達で探究の方法を考え，結論を出す授業形式に戸惑いを感じたようである。しかし，良いアイデアは，他の人との討論を通して生れ，発展していく場合が多い。グループ別学習によって自己の考えをより豊かにすることも出来ると考えられる。今後も，グループ別学習により授業を行ってみたいと思う。

②単純な実験を数多く繰り返すことを真面目に取り組み，レポートに見られるように，意図した結果が良くでてきたようである。

③　レポートの内容は，次の3つのタイプに分類できる。

㋑　数字の出現の様子を調べたもの…18グループ中10グループ

㋺　数字の計算の無規則性，無周期性を調べたもの…18グループ中5グループ

㋩　㋑㋺の両方を調べたもの…18グループ中3グループ

④　この確率実験の授業についての生徒の感想は，次の三つのタイプに分類できる。

(i)　積極的または興味を覚える者　　(62.5%)

(ii)　消極的または興味を覚えない者。(　3.0%)

(iii)　中間的な者　　(32.5%)

(i)　タイプの感想例

。　いろいろな方法を自分達で考案して実験してみたわけだが，他の班の考えを聞いても参考になるし，また，自分達の実験から出た推定数量が実際の数と同じだったときは，嬉しかった。これからもこのような授業を時々やって欲しいと思う。

。　教科書を見て，そこに書いてあることを頭で覚える，という授業では，どうも興味がわいてこない。しかし，今回の実験授業は，実際にサイコロをふり，大豆を使って勉強したりして，とても興味深く，おもしろかった。

(ii)　タイプの感想例

。　確率の実験授業は，何気なくやっていたので，面白くなかった。しかし乱数表を使って調べる授業は興味があった。

。　乱数表の数字を数えたり，豆を10個取ったり，非常にだるくて，つまらない授業だった。

(iii)　タイプの感想例

。　実験を行う前に，差は大きくなったり小さくなったりすると思ったが，実際，差は少なくなり，予想がはずれて残念だった。豆を取るにせよ，ハトメを投げるにせよ，どちらか一方にかたよることがあるのに，最後の方は，だんだん数が同じになるのは，おもしろい現象だと思う。

○　実験方法が悪かったためか，わが班は，何の実験をやっても，結果があまりよくなかったようだ。

しかし，確率というものがなぜ必要なのか，ということが理解できたように思う。

生徒の感想を読むと，中学一年の段階では，具体的なものを取り扱うことによって思考していく年令らしく，自分の手を動かし，自ら試行することによって，法則を発見し，さらにその法則を適用できる場面を考え出していく能力をもつことがわかった。

なお，集中型，発展型との関連は明らかにはならなかったが，この実験のように，生徒の活動する面を含む教材は生徒の創造性を触発する部分があることが認められたと考えられる。

55年度は各学年において，創造性を伸ばすと予見される教材をとりあげ，実験授業を行った。

この実験は中1．中2において実験した結果をふまえて，高1の教材への展開をねらったものである。

実験授業のテーマとそのねらいは次のようなものである。

対象学年	テーマ	ねらい
実験授業その1　中1 担当教官　佐藤和孝	多面体	空間図形の直観的把握
実験授業その2　中2 担当教官　長野　東	基本図形の観察	図形の特性の直観的把握と記号化
実験授業その3　中3 担当教官　喜多耕作	軌跡と作図	図形の予測
実験授業その4　高1 （中1，中2） 担当教官　深瀬幹雄	確率・統計	経験の中から法則を発見する

実験授業　その1　指導教官　佐藤和孝

ねらい　指導の重点

数学における創造性は，論理の積み重ねによるよりは，直観によるものが大きいと考えられる。しかしながら，平面図形に対する直観的把握が比較的容易であるのに対し，空間図形に対する直観は一般に乏しく，また育ちにくい。今回の授業では，多面体，特に正多面体・準正多面体などの「美しい」多面体を主たる題材として，観察・操作の両面から直観的な取扱いを中心としてみた。

今回の授業では，実際に正多面体・準正多面体を各1種ずつ生徒に製作させており，こ

のために要する時間数も比較的多い。製作作業は，先に述べた展開という操作，およびその逆操作としての組立て，という形でとらえることができる。すなわち，直観的にとらえやすい平面図形（展開図）とそうではない立体とを関連づけて観察・認識させることによって，直観を伸長させようという考え方である。

今後の展望

全体に生徒の反応はよく，授業を楽しんでいた様子はあったが，理解しにくい部分もあるとの声があった。最大の問題点は模型の不充分さで，自作のため大きさも数も不満が残る。また展開・切断の模型もなく，操作を具体的に見せることができなかった。この辺を改善することで直観的把握が容易になろう。

また準正多面体についての流れについては一考の余地がある。Table 3 から形を推測させるというのは，直観が充分でない生徒にとっては無理があり，あまり有効ではない。模型から展開図を考えるというのは多くの生徒が興味を持ち，かつ成功していたので，この辺に重点を置く構成が好ましい。

Table 3　準正多面体

番号	名前	使っている正多角形の数						頂点	辺	頂点の回りの正多角形の集まり方
		3	4	5	6	8	10			
1	8面体	4			4					
2	4角14面体	8	6							
3	6角14面体		6		8					
4	8角14面体	8				6				
5	4角26面体	8	18							
6	8角26面体		12		8	6				
7	5角32面体	20		12						
8	6角32面体			12	20					
9	10角32面体	20					12			
10	38面体	32	6							
11	5角62面体	20	30	12						
12	10角62面体		30		20		12			
13	92面体	80		12						
14										

〔註〕準正多面体の見取り図は巻末とじこみ附録参照

実験授業　その2　指導教官　長野　東

ねらい　授業の進め方

「数学は記号の科学」であるとさえ言われている。したがって，数学教育においても，記号の内容・量その配列は，つねに，研究の対象になっている。

生徒の創造的意欲をたかめ，記号を創作するためには，生徒全員が積極的に学習活動に参加し，討議しなければならない。

このような集団思考を有効にすすめるための方法として，1939年オズボーンによって考案された，ブレーン・ストーミング法（Brain storming）を用いることにした。

略して．B・S法とかくことにする。B・S法は次のような形で話し合いを進めていく方法である。

ア，他人の発言に対して，良い悪いの判断についての発言をしない。

イ，自由奔放の発言を歓迎する。（ストームのような発言＝ストーミング）

ウ，発言の量を多くする。

エ，他人のアィデアの改善・結合をすることを遠慮しないで行う。

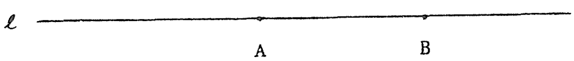
以上のような4原則を守り，討議を行って記号を創作した。

実験授業の結果について

(1) 授業において，生徒が創った記号

授業の中で．B・S法を用いて，生徒達が創った図形に関する記号は次の通りである。

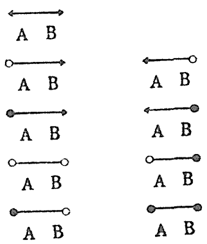
ア，比較的容易にきまった記号



直線 AB

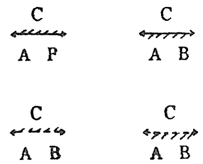
半直線AB

線分 AB

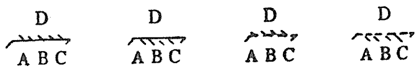


イ，やや手間どった記号

半平面



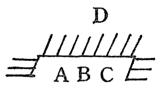
半空間



とくに，半直線，線分は一つきまると，残りはかんたんにきまった。

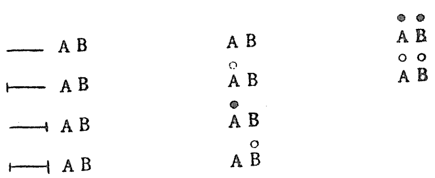
ウ，最も困難であった記号

空 間

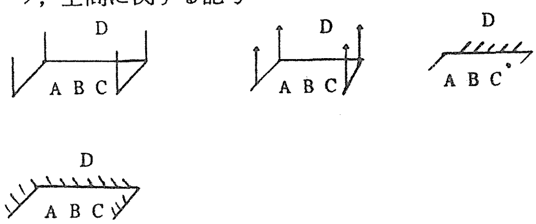


(2) 討議の過程において，提案された記号

ア，直線に関する記号

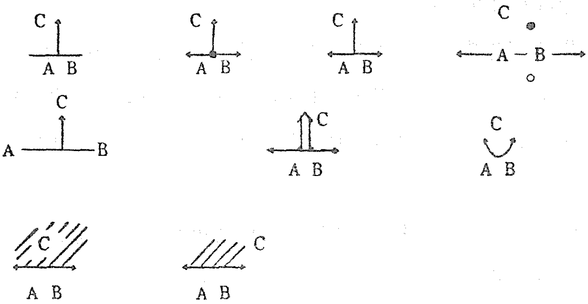


ウ，空間に関する記号

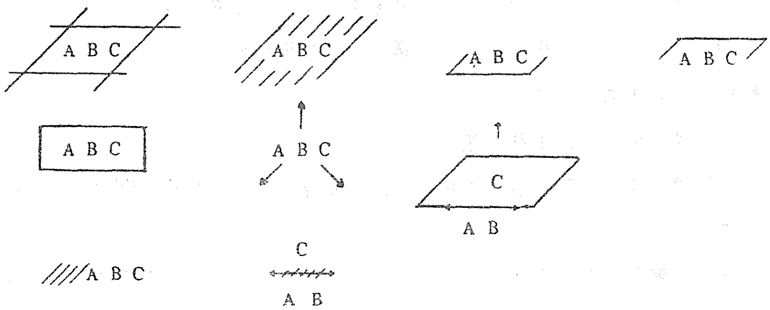


イ，平面に関する記号

半平面



平面



(3)　記号創作までの思考様式の特徴

ア，直線がどこまでも延びるという概念が乏しい，（図形の本質はとらえにくいもの）

イ，一度体験したものには，とらわれやすいこと。

ウ，全体より部分の方が表しやすいこと。

エ，全体との関連がわからないと，適切な記号を作ることが容易でない。

オ，記号を作ることによって，図形も操作の対象となる。

今後の展望

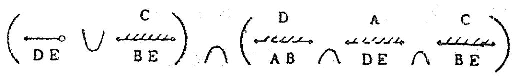
作図は図形を操作するため教材として重要であるが，初等幾何では，それ以外の手段をもっていない。

記号は点集合を示しているから，集合算を用いることによって，図形の操作を行うことができる。

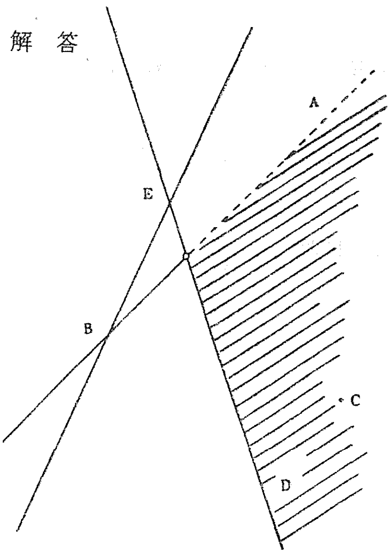
授業ではゲームの形をとって，生徒相互に，作問，解答を行なわせたが，これには，生徒は極めて，高い興味・関心を示した。以下に，生徒の作問の例をあげておきたい。

記号を図に表す問題

問

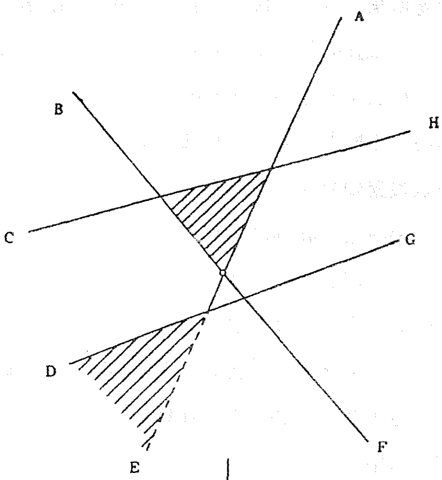


解　答

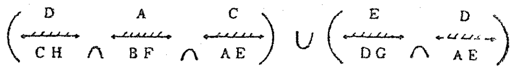


図形を記号で表す問題

問



解　答



〔註〕　この実験授業は映画撮映されている。

実験授業　その3　　指導教官　喜 多 耕 作

ねらい　指導目標

初等幾何における軌跡問題の解決方法は，基本軌跡をパターンとして，パターンの類比転移，パターンの合成による類推等によって，軌跡を予測する方法と，具体的な作図をつみ重ね，特殊から一般へ，帰納的な思考過程をたどる方法とがある。

この過程ではたらく，生徒の創造的思考力としては，類比，転移，一般化，拡張等の要因が含まれている。

ところが，これらの要因は単なる思い付きや頓智で生ずるものではなく，図形に対する基本的な論理体系を把握していなければ，軌跡の予測は不可能である。

このことより，創造力というものは，何か体系的な認識または，見通しのようなものをもっていないと，発揮できないのではないかと思われる。

この基本的体系とは何か，それをどのように指導するかということが，カリキュラム研究上必要である。

実験授業　その4　　指導教官　深 瀬 幹 雄

その1　　対象学年　　中学1年生　　　　その2　　対象学年　　中学2年生

その3　　対象学年　　高校1年生

指導目標　確率・統計の教材を用いて確率の意味を理解させるとともに，確率の考えを用いて，統計に対する見方や考え方を深め自ら試行することによって，法則を発見し，さらにその法則を適用できる場面を考え出していく力を養う。実験授業その3，その4の授業の導入や展開，展開の詳細については省略する。

実験授業の結果について

実験授業の評価はまだ，充分されていないが，その2（中2対象）の例を1つあげて，生徒の反応を紹介したい。

中2の生徒には3学期末に，1年間経っての学習アンケートを行った。その一部をあげると，「今まで，学習して来た内容は次の通りです。

(1)　量と数　(2)　式の計算　(3)　図形の記号を作る　(4)　自習

以上の中で

1. 面白かった勉強法はどれか
2. 非常に大切だと思ったものはとれか
3. 非常にむつかしいと思ったものはどれか

：　以 下 略

この質問は学習法についての質問であって，(1)〜(4)はすべて異なった方法を用いた。

すなわち，(1)は教科書を用いないで，プリントを教材として用い，その内容は教科書には含まれていないが，数の意味を見直す上で内容は基礎的なものである。

(2)は個別学習を行い，教生にアシスタントとして協力してもらい，内容は式の計算を教科書を自習用に用い，テスト問題を行い，ステップ毎に合格すればそのつぎのステップにすすむプログラム学習の形式をとった方法。

(3)は前述の方法で，教科書・プリントは全く用いず，グループ学習を用いた方法

(4)　教科書を用いて，自学自習をする方法

以上のように．それぞれ異なった方法や目的をもって，行った学習法である。

アンケートの結果はTable 4のようになった。

Table 4　アンケート集計表

		(1)	(2)	(3)	(4)	白紙
1	A組	5	8	18	7	2
	B組	3	14	17	3	2
	C組	4	15	12	8	2
2	A組	17	10	3	8	2
	B組	18	11	2	5	4
	C組	16	16	2	4	2
3	A組	25	3	7	5	0
	B組	24	2	7	5	2
	C組	28	1	5	2	4

1の結果で目立つことは，A組と他の組の結果が異なるということである。

(3)のグループで討議し，自分達で記号を作るような学習はA組が最も興味を示し，(2)には興味を示していない。B，Cは(2)にも高い興味を示している。

この理由であるが，創造性偏差値がA組が他の2組よりも高いということがある。このことが影響しているかも知れない。

プログラム学習のように，レールの上にのせられたような学習は，創造性の高いグループではあまり興味がないが，自分達で作るような，自主性のある学習には興味をもつともいえる。

さて，2，3では(1)が多いのは，むつかしいが大切であるという認識があるのは量と数の理論であった。

この辺も興味・関心と重要度の認識のちがいがはっきりと生じている点で興味がある。

数学の指導ではとかく，グループで考えるような方法をとることが少ないが，生徒をもっと活動させることが，自主性・創造性につながるもので，指導内容とともに指導法に対する一つの示唆としても受けとめられている。

次年度からはこのデーターの上に，カリキュラム開発を進めていきたい。

4　実験テキスト例

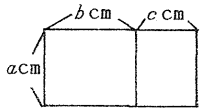
巻末附録として実験授業に使用したテキストの一部を参考にあげておく。

1　式の展開と順列組合せとの統合に用いた指導教材（栗原幹夫）

2　多面体の直観的な把握に用いた見取図（佐藤和孝）

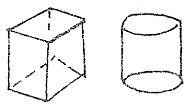
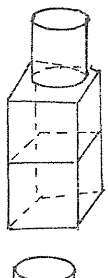
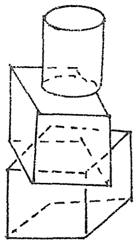
式の展開と順列・組合せ	
1. 次の計算をしなさい。 イ $a \times b$　　ロ $b \times a$　　ハ $a \times a$ ニ $a \times b \times a$　　ホ $a \times a \times b$	ab　ab　a^2 a^2b　a^2b
2. 2種類の文字 a，b を一行に並べるときの並べ方について考えましょう。 イ a を1回，b を1回用いて一行に並べるときどんな並べ方ができますか。	ab　ba　$(=ab)$
ロ a を2回 b を1回用いるとどうなりますか。	aab　aba　baa $(=a^2b)$
3. 3種類の文字，a，b，c を一行に並べます。 イ a，b，c をそれぞれ1回ずつ用いる並べ方はどんな並べ方となりますか。	abc　bac　cab acb　bca　cba
ロ a を2回用いることにし， b を1回用いたときの並べ方 c を1回用いたときの並べ方 はそれぞれどんな並べ方となりますか。	aab　aba　baa aac　aca　caa $(=a^2b,\ a^2c)$
4. 次の計算をしなさい。 イ $a \times b \times c$　　ロ $b \times c \times a$ ハ $a \times a \times b$　　ニ $a \times b \times a$	abc　abc a^2b　a^2b
5. 10円銅貨を何回か投げます。投げたとき表が出れば a，裏が出れば b とかきます。 イ 10円銅貨を2回投げると，表と裏の出方はどうなるでしょう。a，b を用いてかきなさい。 ロ 10円銅貨を3回投げるとどうなりますか。	aa　ab　ba　bb $\parallel$　$\parallel$　$\parallel$　$\parallel$ a^2　ab　ab　b^2 $aaa=a^3$ aab　aba　$baa=a^2b$ abb　bab　$bba=ab^2$ $bbb=b^3$
6. A，B，2人の人がジャンケンをします。イシを a ハサミを b，カミを c で表します。 イ 1回ジャンケンをしたときA，B，2人の人の a，b，c のだし方を表にしなさい。	aa　ab　ac ba　bb　bc ca　cb　cc
×記号を略すと並べ方になる 「並べ方と掛け算との比較」 並べ方をすべてかいてみる。	

A	
B	

ロ　1回目がひきわけで，もう1回ジャンケンをすると，どうなりますか。イのような表をつくりなさい。	aa　$aa,\ ab,\ ac$ bb　$ba,\ bb,\ bc$ cc　$ca,\ cb,\ cc$
7.　右の図を参考に下の計算をしなさい。 イ　$a\times(b+c)$ ロ　$(b+c)\times c$ 	ab ｜ ac
8.　次の計算をしなさい。 イ　$a\times(a+b)$　　　ロ　$b\times(a+b)$ ハ　$(a+b)\times(a+b)$	$aa+ab=a^2+ab$ $ba+bb=ab+b^2$ $aa+ab+ba+bb$ $=a^2+2ab+b^2$
9.　赤と白の旗が2本あります。これらの旗を1回に1本の旗をふって，手旗信号をつくります。 イ　旗を2回ふるときふり方はどのような場合がありますか，順にかきなさい。 ロ　旗を3回ふるときのふり方をかきなさい。	赤赤　赤白　白赤 白白
10.　9で赤をa，白をbとして，イ，ロで求めた旗のふり方をa，bを用いてかきなさい。	aaa aab　aba　baa abb　bab　bba bbb
11.　次の計算をせよ。 イ　$(1+a+b)(a+b)$ ロ　$(a+b+c)(a+b+c)$	$a^2+2ab+b^2+a+b$ $a^2+b^2+c^2$ $+2(ab+bc+ca)$
12.　2種類の符号・（トン）－（ツー）を用いてモールス信号をつくる。 イ　・・－－から2個とって信号をつくるときいくつの信号ができるか。 ロ　・・・－－－から3個とって信号をつくるときいくつの信号ができるか。	$(a+b)^2$を展開したときの文字係数の和 どんな式を展開すればよいか？

8.　ハ　$aa+ab+ba+bb$
9.　イ　赤赤　赤白　白赤　白白
} $(a+b)^2$ の展開式の中に旗の出方が含まれている。

11.　イ　1回または2回旗をふるときのふり方
　　ロ　A，Bが2人でジャンケンしたときのサインの出し方

13. 次の式が成立することを a，b および a，b，c の並べ方を考えて示せ。 イ　$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ ロ　$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ ハ　$(a+c+c)^2$ $=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$ 。上の式の右辺を展開式という。	(イ)は a、b から重複を許して２個とるときの並べ方 (ロ)は重複を許して３個とるときの並べ方 (ハ) a，b，c から重複を許して２個とって並べる並べ方
14. 次の展開式をみて，下の問いに答えなさい。 $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$	表を a，裏を b とする
イ　１０円銅貨を３回ふったとき表が２回，裏が１回出る場合は何通りありますか。	a^2b の係数
ロ　１０円銅貨を３回ふったとき表，裏が出るすべての場合の数は何通りですか。	数字係数，すべての和 $1+3+3+1=8$
15. 右図のような角柱と円柱が数個ずつ入れた箱があります。この箱の中からかってに３個とりだして下図のように積み木にします。	角柱を a，円柱を b，
イ　角柱２個，円柱１個とりだして積み木をつくるとき何通りの積み方がありますか。 	$(a+b)^3$ の a^2b の係数
ロ　円柱が２個，角柱が１個ならば何通りの積み方ができますか。 	$(a+b)^3$ の ab^2 の係数
ハ　かってに３個とりだしたときの積み方は全部で何通りありますか。 ただし，右上図と右下図のような積み方は同じ積み方と考えます。 	$(a+b)^3$ を展開したときの数字係数の和

13. 並べ方から式を展開する。

$(a+b)^2$ から $(a+b)^3$ の展開式を推定させる。

15. ハ　$(a+b)^3$ の展開式で a，b を無視して数字係数のみに着眼するには $a=b=1$ とおけばよい。……重複順列 ${}_2\pi_3$ に対応

16. 5の銅貨を投げる問題について，下の問いに答えなさい。 イ　銅貨を3回まで投げたときの表，裏のでる場合の数は全部でいくつありますか。 ロ　銅貨を4回投げると，表裏のでる場合の数は全部で何通りありますか。また，表が2回裏が2回出るのは何通りですか	イ　$a+b$ $(a+b)^2$ $(a+b)^3$ 以上の展開式の数字係数の和 これから $(a+b)^4$ の展開を推定させる。
17. 9の手旗信号の問題で旗を4回ふるとき異なる信号となるものを，a，bを用いてすべてかきなさい。全部で何通りありますか。	$(a+b)^4$ において $a=b=1$とおく。
18. 右図は$(a+b)$を何回か掛け算したときの数字係数を順に並べたものです。 $(a+b)^1 \longrightarrow$ 1　1 $(a+b)^2 \longrightarrow$ 1　2　1 $(a+b)^3 \longrightarrow$ 1　3　3　1 この図から$(a+b)^4$の数字係数を求め，展開式をかきなさい。	パスカルの三角形を用いて $(a+b)^4$ の展開式を推定する。
19. 12のモールス信号の問題で ・・・・－－－－ の中から4つとって異なる信号をつくると全部で何通りの信号ができますか。また・が一つ，－が3つ用いられたときは何通りの信号ができますか。	$(a+b)^4$の応用例
20. $(a+b)^3$の展開式で，a^2bの係数3は，次のようにして求めることができます。 「aが2つ，bが1つを1行に並べたときの並べ方の合計数がa^2bの係数である。」	a，bを重複を許して3個とり一列に並べるときの並べ方を実際にかかせる。

19. 重複順例のかぞえ方も指導しておく。

20. 並べ方の数が係数となることを指導する。
順列の指導も合わせて行う。

$a^2b \Longrightarrow \left\{\begin{array}{ccc} a & a & b \\ a & b & a \\ b & a & a \end{array}\right\} \Longrightarrow$ 3通り	
上のようにして，次の問いに答えなさい。 イ　a^3 の係数を求めなさい。 ロ　$a\,b^2$ の係数を求めなさい。	
21.　$(a+b)^4$ の展開式で，a^3b と a^2b^2 係数を，20にならって求めなさい。	並べ方から，$(a+b)^2$ の展開式をつくる。
22.　$(a+b+c)^3$ を計算すると，a^2b，b^2c，abc のように表せる項がでます。 イ　a^2b，b^2c の係数を求めなさい。 ロ　abc の係数を求めなさい。	21と同様
23.　3種類の果物，ミカン，リンゴ，ナシを，大きな一つの皿に盛り分ける方法はいく通りありますか。	22の応用例
24.　a，b，c 3種類のものから3個とる方法は何通りありますか。	
25.　A，B，Cの3人がジャンケンをするとき，イシ，ハサミ，カミのだし方は全部で何通りありますか。そのうちAが1人勝ちする場合は何通りですか。	

——巻末とじこみ(1)——

思考様相調査用紙

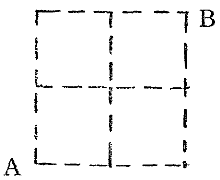
1 下の図のように，碁盤のように区切られた街路（点線）があります。

この図でA地点から，B地点へ行く行き方を考えます。

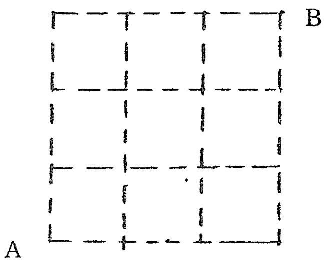
あなたは，どのような行き方をとりますか。自分の好きな行き方を一つ，図に記入しなさい。

ただし，街路以外は通れないことにします。

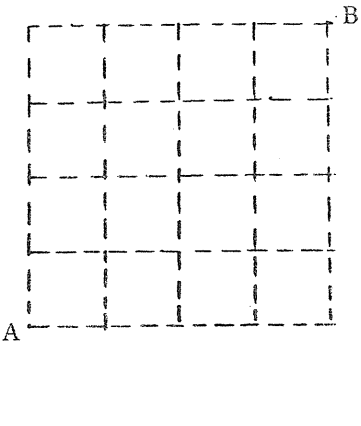
(1)図



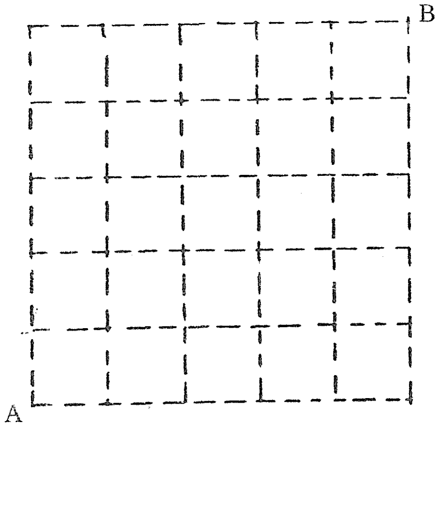
(2)図



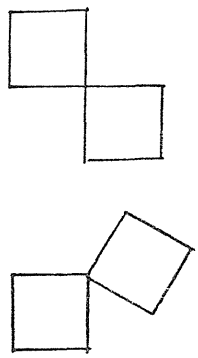
(3)図



(4)図



(例)



2 同じ大きさの正方形のカードの並べ方を考えます。

並べ方のルールは「頂点だけくっついていること」とします。

次の枚数のカードをルールにしたがって並べるとき，最も気にいった並べ方を一つ，右のような略図を用いてかきなさい。

(1) カード3枚

(2) カード4枚

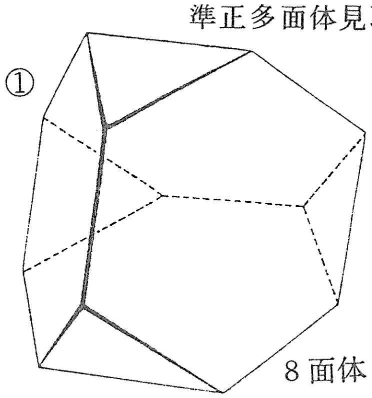
(3) カード5枚

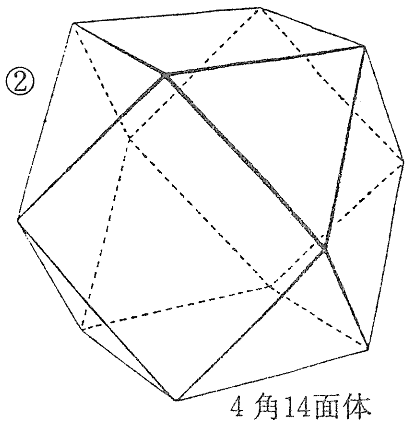
(4) カード6枚

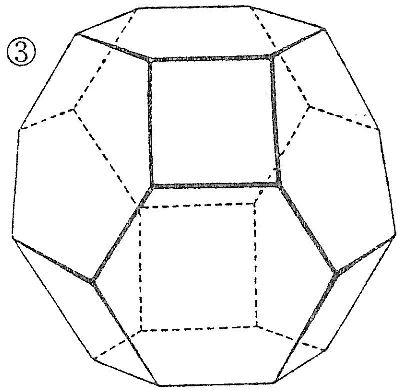
組　番号　氏名

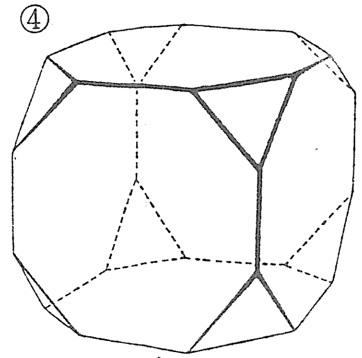
—— 巻末とじこみ(2) ——

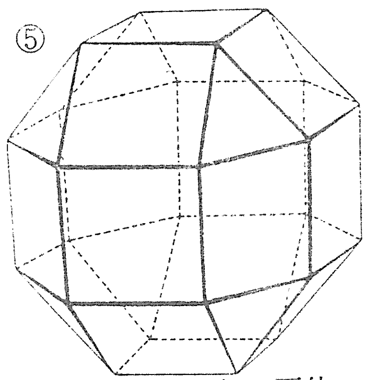
準正多面体見取図

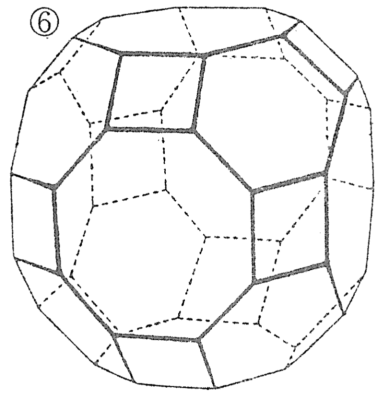
①

8 面体

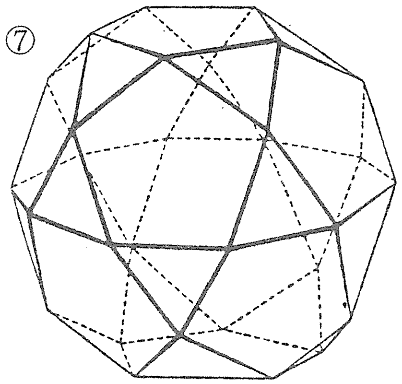
②

4 角14面体

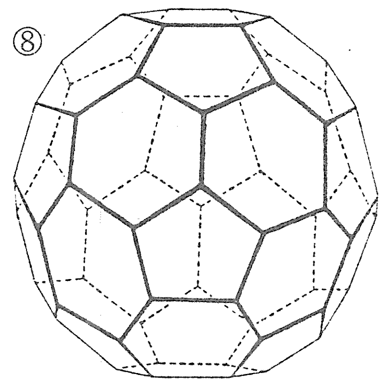
③

6 角14面体

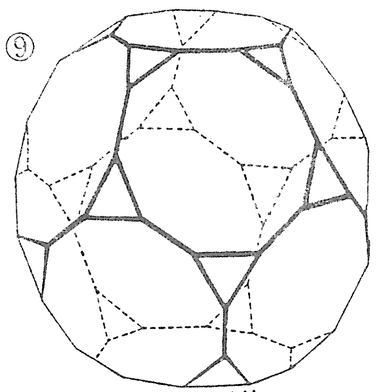
④

8 角14面体

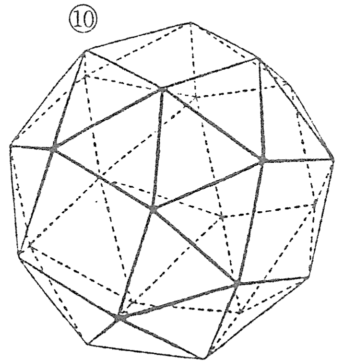
⑤

4 角26面体

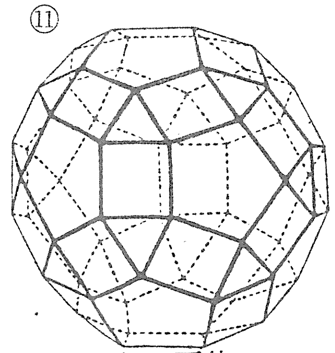
⑥

8 角26面体

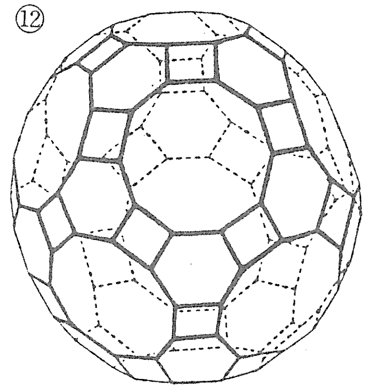
⑦

5 角32面体

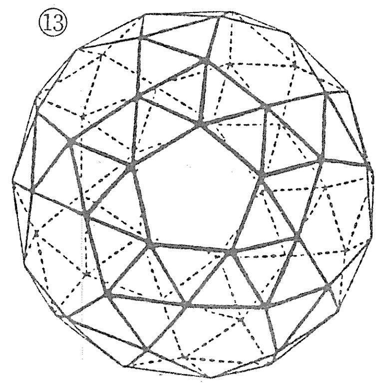
⑧

6 角32面体

⑨

10角32面体

⑩

38面体

⑪

5 角62面体

⑫

10角62面体

⑬

92面体