

INSTITUTE OF POLICY AND PLANNING SCIENCES

Discussion Paper Series

No. 769

A New View on Statistical Inference
Part II-(2) (Continuation)

by

Yoshiko Nogami

March 1998

UNIVERSITY OF TSUKUBA
Tsukuba, Ibaraki 305
JAPAN

A New View on Statistical Inference

Part II-(2) (Continuation)

Yoshiko Nogami

March 22, 1998

S0. 初めに。

D. P. No. 753 (1997, October) のと同じ分布の下で、考えられるもう一つの統計量について、紹介する。(D. P. No. 753 と同じ特徴 ($\beta(\theta)$ の意味で) をもつ統計量としては、前者より幾分良いかも知れない。)

X_1, \dots, X_n を、密度関数

$$(1) \quad f(x) = f(x|\theta) = e^{-(x-\theta)} I_{(\theta, \infty)}(x), \quad \forall \theta$$

を持つ母集団からのランダム標本とする。ここで、 $I_A(x)$ は、集合 A に対して、

$$(2) \quad I_A(x) = \begin{cases} 1, & (x \in A) \\ 0, & (x \notin A) \end{cases}$$

となる関数とする。

$X_{(1)}$ を、 $X_{(1)} = \min_{1 \leq i \leq n} X_i$ のように定義して、 θ の推定量 $Y = X_{(1)} - n^{-1}$ を用いて、確率化(信頼)区間を作る。

S1. 確率化(信頼)区間。

$Y = X_{(1)} - n^{-1}$ とおく。最初に、 Y の密度関数を、求める。その為に、(1) の分布の累積密度関数は、

$$(3) \quad F(x) = F(x|\theta) = (1 - e^{-(x-\theta)}) I_{(\theta, \infty)}(x)$$

で与えられるので、 Y の密度関数は、

$$(4) \quad g(y|\theta) = n[1 - F(y+n^{-1})]^{n-1} f(y+n^{-1}) \\ = ne^{-n(y-\theta)-1} I_{(\theta-n^{-1}, \infty)}(y).$$

次に、任意に与えられた $0 < \alpha < 1$ なる実数 α と、実数 $0 < r_1 < r_2$ に対して、

$$(5) \quad P_\theta[-r_1 < Y - \theta < r_2] = 1 - \alpha$$

なる条件を、満たす r_1, r_2 を、探す。

密度関数の形から、便宜上、

$$(6) \quad \int_{\theta - r_1}^{\theta - n^{-1}} g(Y|\theta) dy = \int_0^{-nr_1} e^{-t} dt \\ = 1 - \exp\{-nr_1 - 1\} = \alpha/2,$$

$$(7) \quad \int_{\theta + r_2}^{\infty} g(Y|\theta) dy = \int_{nr_2}^{\infty} e^{-t} dt \\ = \exp\{-(nr_2 + 1)\} = \alpha/2$$

によって、

$$(8) \quad \begin{cases} r_1^* = n^{-1}\{1 + \ln(1 - \alpha/2)\} \\ r_2^* = -n^{-1}\{1 + \ln(\alpha/2)\} \end{cases}$$

が、求まる。この時、確率化区間 $(Y - r_2^*, Y + r_1^*)$ を、

$$(9) \quad P_{\theta}[Y - r_2^* < \theta < Y + r_1^*] = 1 - \alpha$$

を、満たす信頼区間として、選ぶかも知れない。

§ 2. D.P. No. 753 の § 3 の修正 :

D.P. No. 753 の § 3 に於ける $\beta(\theta) = E_{\theta}(\phi_{\theta_0}(Y))$ ($\theta \neq \theta_0$) ($\beta(\theta) = E_{\theta}(\phi_{\theta_0}(Y))$) は、誤り (ミスプリント)。 $\phi_{\theta_0}(Y)$ は、(14) 式 ($y_i^{\theta} = \theta + r_i^*$, $i=1, 2$) 参照。) は、

$$(10) \quad \beta(\theta_0) = \alpha, \quad \forall \theta_0$$

を、満たすが、 $\beta(\theta)$ のもう 1 つの性質について、修正が必要である。

参考文献 :

Y. Nogami(1997). "A New View on Statistical Inference, Part II--(2)"

D.P. No. 753, Discussion Paper of I.P.P.S., U. of Tsukuba, pp. 1-4, (October).