

# 数学教育的観点からの統計的な見方・考え方の検討

## 一学校数学における統計教育の改善に向けて一

青山和裕

### 1. はじめに

統計教育は、その導入の当初から、独立した教科として扱うのではなく、各教科枠での指導をつなぎ合わせる形で実現をはかる「各教科共同」という位置付けがなされてきた。算数・数学科は、特に統計の数理面の指導が期待され、直接的に「統計」もしくは「資料の整理」などの単元名で、明確な指導内容としての位置付けがみられる教科である。

しかし、2002年度に行われた学習指導要領の改訂により、算数・数学科における統計的な指導内容は、中学校の内容が高等学校へと移行され、小学校での指導と高等学校での指導が分断された状況にある。「ゆとり」政策の下、時間数削減及び内容の精選が迫られたことがその大きな要因であるが、これまでの学校数学における統計の指導にはいくつかの問題点が内在しており、それが結果として価値認識を低くしたことも関係していると考えられる。その問題点とは、大別すれば1)学校数学における統計の指導の困難性、2)教材に対する配慮の不足にまとめられる。1)に関して、統計の学習指導では数学の他の分野とは異なる思考方式を用いるために、教師にとって指導やその評価において扱いにくい面が多く、敬遠される傾向があったことを古藤怜(1994)が指摘している。また2)に関して、半田進(1999)は中学校でのヒストグラムの教材を例に挙げ、本来目的としている事象の考察が意識されず、ヒストグラムの作成が目的となっていることを指摘している。

上記のような問題点が改善されないままに、削減されてしまったのであるが、統計教育は現象に対する独自のアプローチの方法論に裏付けられる非常に価値のあるものであり、その実現は学校教育においても大きなプラスになるものと思われる。統計数理の指導という独自の役割をもつ学校数学での指導の改善は、統計教育実現に向けて大きく寄与できるものであるととらえ、本研究は学校数学における統計教育の問題点の明確化と改善の方向を模索することを目的とした。

特に本研究では、統計教育研究及び数学教育研究において、目標概念として用いられることの多い「統計的な見方・考え方」について検討を行う。「統計的な見方・考え方」は、議論の中でよく用いられているにもかかわらず、その定義、内容に関して曖昧な部分が残されている。統計学者は「統計及び統計学」に対する理解と洞察から、統計教育研究者は統計教育に関する教育的配慮から、そして数学教育研究者はこれらを参考にする形で、それぞれ「統計的な見方・考え方」をとらえている。数学教育は統計教育全般を扱うことはできず、指導内容も統計数理の面に特化している以上、数学教育的観点から目標とすべき「統計的な見方・考え方」について再吟味する必要がある。逆に、数学教育におけるとらえが曖昧であったがために、指導が十分に機能しなかったと考えられる。

そこで本研究では、まず第1に統計教育が導入された経緯及びその目標、意義について概観する。第2に、指導において問題が生じる背景となったと考えられる、学校数学における統計教育の特異性についてまとめる。第3に「統計」の特質についてまとめ、先行研究の概観も加味し、数学教育的観点からの統計的な見方・考え方を導出する。

### 2. 統計教育の概観

#### 2.1 導入の経緯と各教科共同に対する問題点の指摘

統計教育は第2次大戦終了後に日本の学校教育に導入されたものである。直接の契機と言われているのは、昭和21年に連合国軍総司令部の要請に基づいてアメリカから派遣された統計使節団の来日である。この使節団から総司令部に提出されたライス報告書には、日本の初級・上級すべての学校において、統計教育をすみやかに実施することが必要である旨の勧告が含まれていた(全国統計教育研究協議会(以下全統研), 1988)。

このような報告がなされた背景には、戦争により崩壊した日本の官庁統計や民間の諸統計の復活・整備を

推進するためには国民一人一人が統計というものを最低限理解し、協力する姿勢が求められたこと（和田義信, 1972）、日本人の精神的風土として客観的な情報に基づいた判断力が欠けていたことなどが指摘されている（全統研, 1988）。

ライス報告を受け、翌昭和22年には新潟の小学校に「統計協力校」という制度が設けられた。これらの学校では正確な統計事務・統計調査への協力と、児童に対しての将来の市民として必要な統計認識の普及・育成がねらいとされていた。昭和26年ころにはさらに岡山、熊本、福岡、埼玉の4県が加わり、100校近くにその数も増えている。昭和27年ころには、「統計教育研究校」へと名称を改め、昭和32年ころには44都道府県にまたがり、その数も422校と増加している。さらに「全国統計教育研究大会」の開催（昭和30年）や全国統計教育振興協議会（全統研の前身、以下全統振）の発足（昭和37年）なども受け、統計教育の普及振興が進められていった。

学校教育への導入に際しては、独立した教科「統計科」の設置案も出ていたが、「視聴覚教育や図書教育と同じように、各教科領域をたての糸とすれば、1つこの糸として織りなしていくという立場」をとることで合意されたようである。これについて全統振が昭和42年に発行した「統計教育の手びき」（全統振, 1967）には、さらに次のように補足されている。

つまり、統計という角度から教材を見なおし、各教科領域の間で関連させながら、指導方法などの再検討を図ろうとするものである。

いいかえれば、統計教育としてのねらいを徹底することによって、各教科領域の指導目標をより効果的に、いっそう適切に達成しようとするもので、各教科教育を充実させる有力な方法であるという反面、統計的な見方・考え方や処理のし方を伸ばそうとするものである。したがって、ただ手段・方法として位置付けられる「統計による教育」だけでなく、統計教育としての目的・意味・内容をもった「統計の教育」という面もある。いずれにしても、これら2つの立場が、実際には具体的に指導の中に生かされなければならない。（pp.5-6）

しかし、統計教育の目標達成のための「各教科共同」という理想は、それほど容易なものではない。杉田儀作（1973）はこのような統計教育の位置付けについて2つの問題点を指摘している。

その1点目は「統計教育の手びき」にみられる「統

計による教育」と「統計の教育」についてである。杉田は、授業場面においては当該教科の目標のみが意識され、統計教育の目標が十分に反映されず、結果として単に統計を用いるだけにとどまる「統計による教育」のみに陥りやすいと指摘している。中・高等学校のような教科担任制では、各教科指導に連関をもつことはそれほど容易なことではない。また「本時の指導目標」として指導書等に統計教育の目標が併記されていなければ、教師が指導においてそれを十分に意識する確証は得られない。これらのことから「統計の教育」の実現は難しいと杉田は指摘している。

2点目は、各授業場面において十分に統計教育の指導目標が意識されたとしても、つまり「統計の教育」が行われたとしても、分断的な扱いになることは避けられず、系統的・発展的な指導は期待できないことである。各教科の指導内容は、統計教育の指導内容もしくは体系を考慮し構成されているわけではない。そのため各教科指導では、統計教育に関わりがある内容を扱う場面において「統計の教育」を行うことになるのである。そのような扱いでは統計教育に関しては前後のつながりは得られず、系統性・発展性は期待することが出来ない。

このような問題点の解消のために、全統振、全統研は実際に系統案を作成し、体系的な指導の提案を行っている。しかし学校現場への普及や改善は難しく、依然問題点として残っている。

## 2.2 統計教育の目標と意義

統計教育の目標については、先述の「統計教育の手びき」に次のように述べられている。

- (1) 統計の意味・性格や必要性・利用の場など、基礎的な概念や知識を理解させる。
- (2) 統計の表・グラフや方法、調査、実験や資料について、正しく処理する技能を習得させる。
- (3) 統計を学習や生活において適切に利用し、目的に応じてさまざまな問題の発見や解決に、統計的な見方・考え方であたる態度を形成させる。（p.3）

統計教育は、統計を生徒が実際に活用できるようにすることを目標としており、それは導入された当初から現在まで一貫している。

数学教育が数学という学問への入門やその継承・発展と、日常生活において生徒が活用するという両面的な目標を持っているのに対し、統計教育は統計学という学問の教授ではなく、実践にのみねらいを定めている点が大なる相違点である。算数・数学科という教科

の枠の中で統計教育の指導を行う際には、この相違も何らかの影響を及ぼすことが想定される。

全統研は、全統振による上記3つの目標を基本的なものとして認め、①統計的認識、②統計的知識技能、③統計活用能力を設定し、若干の修正を加えている。

統計的認識：学習の場や生活の場を通して、統計情報によってより広く大きな世界を知り、世界に視野を広げ、統計及び統計情報の重要性・有効性・限界性についての認識をもつ

統計的知識技能：問題の対象を明確にし、目的に従って統計を正しく作り、統計を使うための統計の知識技能と論理展開を習得する。

統計活用能力：自然や社会の事象に関し、探究を通して、世界を知り、世界を知る知識を新しく生み出しながら、また、社会での対処の仕方、豊かな世界観、社会観、自然観を作り上げていき、将来への計画立案を立て、意思・行動決定できる統計活用能力態度の育成を図る。

(全統研, 1988, pp.14-15)

情報化を始めとする社会の変化をふまえ、氾濫しているといわれる情報の中での的確に意思・行動決定することや積極的に情報を活用する必要性が増大したことから、このような修正を行ったものと思われる。

また、上記3つのさらに上位目標として、同時に、統計教育の意義について木村捨雄(1999)は次のことを主張している。

1点目は、統計は「世界に通じる共通語」としての性格を持つことである。統計は問題にしている対象の質を数量に変換し、数理に基づいた客観的に保証された分析処理を行うことから、その結果を万人が共有することができる。

「日本とアメリカではどちらが豊かな国であるか」などの問に対しては、2国を直接的に比較することは不可能で、社会保障、国家財政、食料供給など目的に応じた観点を定め、各種統計を媒介にすることで比較可能になり、その結果は言語や文化的背景を問わず、共通に理解可能となる。もちろん「豊かさ」という質的意味をどのように統計の量でとらえていくかということが重要な問題にもなる。国際化、ボーダーレス化が今後ますます進むと思われる21世紀の社会において、「共通語」としての性格を有す統計の価値はさらに高まるものと思われる。

2点目は、統計は世界について知る独特な方法だということである。統計は現実存在する現象の全体を、

あるがままの形で捉えようとする。このことに関連して、竹内啓(1975)は統計を「樹を見ないで森を見ること」と比喻している。対象全体を構成する1本1本の樹について分析的にとらえていくのではなく、例えば飛行機に乗って空から眺めるように、その森全体の持つ特徴をとらえようとするのである。グラントが男女の出生比を発見したように、統計によって明らかになる事実が現実には数多くある。医学、経済、政治など多くの分野で統計が用いられている理由の1つはここにあると思われる。統計という方法論を学ぶことにはこのような価値があるのだが、木村はさらに、統計による事実認識から、原理についての考察など科学的探究へと向かう力を養うことを目標に挙げている。

### 2.3 学校数学における統計教育

算数・数学科はライス勧告を受け、昭和26年改訂の学習指導要領から内容として統計を取り入れている。

小学校では、昭和26年の指導要領では第1学年からであったのだが、現在では第3学年から統計教育が開始される。平成10年に行われた改訂により、資料の散らばりや代表値、母集団に対する推測などの標本調査に関わるものと場合の数・事象の起こる確からしさ(確率)が削除されたが、「簡単な事項を整理して表やグラフに表す」など最小限の内容は確保されている。

中学校の内容は完全に削除され、高等学校に移行された。代表値や散らばり、度数分布、ヒストグラムや相関図・相関表、標本調査など従来の内容が削除され、中学校数学科では統計教育は扱われないことになった。

高等学校では「数学基礎」「数学B」「数学C」の中に取り入れられている。中学校からの移行内容である「資料の整理」や標本調査をはじめ、表計算ソフトを利用した統計解析、正規分布、統計的推測などが挙げられる。しかし、これらはいずれも選択科目である上に、「数学B」は(1)数列、(2)ベクトル、(3)統計とコンピュータ、(4)数値計算とコンピュータの4分野、「数学C」は(1)行列とその応用、(2)式と曲線、(3)確率分布、(4)統計処理の4分野からそれぞれ2分野を選択すればよいことになっている。大学入試との関係から、統計に関する内容を選択する生徒は少ないことが予想される。実際、依田源(2002)の調査によると、ある県で「数学B」「数学C」の統計に関する内容を学んだ生徒は高校3年生10,070人中それぞれ675人(6.7%)、117人(1.2%)であった。中学校の内容が高等学校へと移行され、高等学校でも履修しないままに社会人になる生徒が相当数に上ることが想定される。

### 3. 学校数学の中での統計教育の特異性

学校数学においては、幾何、代数などの「数学」の内容と「統計」の内容が並列的に取り入れられているが、様々な背景の相違がある。学校数学において統計教育が十分に機能しなかった原因の一端は、この統計教育の特異性にもあると考えられる。以下に3つの次元から指摘する。

#### 3.1 制度面

統計教育を監督する政府機関は総務省（導入当時は総務庁）であり、文部省の監督下におかれる通常の学校教育の教科とは大きく異なる。このような制度的な違いが生じた理由は以下の通りである。終戦当時の日本の統計資料は信頼性に欠けるずさんなものであり、国民全体の協力意識なくしてその復活・整備はなしえない。加えて、そもそも戦争に至ったのも、日本が妥当な統計資料に基づいて客観的な判断を下すことができないためであったのではないかという統計使節団からの指摘を受け、言わば為政者側の必要から統計教育が導入されたことによる（和田，1972）。

監督機関の違いは、内容設定に関する議論や連絡系統など様々な面での煩雑化を引き起こすか、または意思疎通の欠如などを引き起こすことが想定され、意図が十分に反映されにくくなる可能性がある。

#### 3.2 学問的背景

数学教育は「数学」を、統計教育は「統計学」をそれぞれ背景に学問として持っており、これらは異なる学問体系として成立している。統計学は、その起源を17世紀に誕生したドイツの国勢学とイギリスの政治算術学とみるのが大方のとらえ方であり、これに則ればその歴史は数学に比して非常に浅い。また統計学は数学の発展に大きな支援を受け、相互に影響し合いながら、統計学独自の世界を発展させてきている（全統研，1988）。

その上、統計教育は統計学を教授することを目的とする「統計学教育」ではない。統計教育の目標達成の観点から必要に応じて、適宜統計学の内容を指導していくという立場をとっている。数学教育では、生徒が実際に社会において数学を用いることと同時に、数学という学問の教授も視野に入れた2面的な目標を設定しているのに対し、統計教育は生徒が統計を用いることにのみ焦点を当てている。これは大きな相違である。

学校数学における統計教育が理論指導に偏っていたという指摘があるが（半田，1999など）、このようなことは数学教育との類推から、統計教育を「統計学」の教授と認識したことも一因として考えられる。

### 3.3 思考方法の相違

1. で述べた古藤の指摘にあるように、統計の学習指導では数学の他の分野とは異なる思考方式を用いる。統計は確定的な事象ではなく、蓋然的な事象を対象としているということがよく指摘されている。関数と対比すれば、独立変数を定めれば従属変数が一意に決まる関数に対し、統計ではそうはいかない。近似直線（曲線）も1次、2次、正弦、指数など選択肢は様々あり、もとの現象に対する知識や判断を加味しなければ適切な選択はできない。

また、統計においても算術処理は一意な解を導き出すのが、それで解決ではなく、得られた解を現実に戻して意味付けを行う必要がある。

例えば、右の図1はCobb P. (1999) が用いている教材である。ここでは、2つのブランドの電池10個ずつの寿命が示されている。2色で色分けされた棒グラフが各ブランドの電池の耐久時間数を示している。

生徒はここから、どちらのブランドの電池を買うべきかを判断する。平均値、範囲などによる比較、上位10個の中に数が多い方など方略は様々にあり、それぞれでどちらのブランドがよいかは変わってくる。

ここで特に「何かのイベントで使う」という文脈を挿入すれば、規格外に短い電池が混ざっているGreen社の電池を避け、80時間を目安に交換すればよいPink社の電池を買うほうが安全だろう。しかし「家で使う」ということであれば、まれに「はずれ」はあるものの、総じて耐久時間の長いGreen社の方が適しているだろう。

平均値などの統計量の算出は一意に結果が定まるものであるが、文脈を挿入し、実際の場面で考えると、そう簡単に結果が出せるものではなくなる。この難し

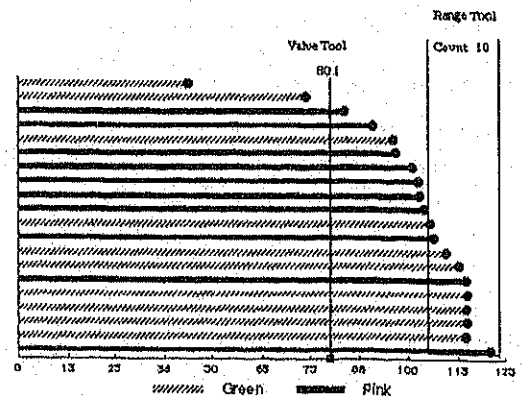


図1：Cobbの教材

さは現実における意思決定・行動決定の難しさの縮図であり、指導において教師に扱いづらいつらと思わせる一要因となっていたとしても不思議はない。

#### 4. 統計

「統計」とは、集団現象のある側面を数量的にとらえる方法であり、またその結果の数字でもある(岡本昭, 1975)。統計的な見方・考え方はこの方法論に内在するものであると想定されるため、ここで、統計の特質について竹内、及び全統研の主張を参考にまとめる。

##### 4.1 統計データ：意味と数字による数量で知る

統計データは、数字で表されているが、これは具体的な意味(内容)が決められているものである。この「意味」は知ろうとする対象の内容の「質」を表すものであって、それを「量」に変換して、統計データとして表現しているのである。

数を用いるということは、その対象が本質的に量的な実体をもつという前提に立つのではなく、客観性を保ち、数理の世界での分析処理を可能にするという目的のもとで便宜的に行う。例えばある調査において、男性に“0”、女性に“1”という数をあてることがあるが、この数の違いに男女の質的相違に関わる意味があるのではなく、その区別が調査目的に合うことから行っているのである。

数を用いることで、一時的に意味内容を離れ、数学的な計算処理が可能となる。計算処理の結果に対して、元の意味内容を再度あてはめ解釈を行うことになり、この点で統計は意味内容の帰属する現実の世界と抽象的な数学的世界とを緊密に行き来するプロセスから形成されているといえる。

##### 4.2 集団として対象の特性を知る

現象には多くの要因が複雑に絡み合っており、確定的、決定論的に結果が定められるものではない。個々の対象に注目していたのではそこに何らの法則性も見出すことはできない。そこで、現象には変動があることを積極的に認め、集団としてとらえることで初めて見えてくる傾向や法則性を蓋然的にとらえていく。

##### 4.3 比較と予測

集団の特性を知る基礎的な方法として、「比較」と「予測」が挙げられる。「比較」とは、対比の原理によって集団の特性をとらえる方法である。例えば属性比較では、構成属性、地域属性、時間属性などの観点から集団の指標の質的な差異に着目して、分類比較を行う。これにより「集団の質的な特性」が浮かび上がり、より正しく深く世界を知ることができる。

集団の特性を知るもう1つの方法が「予測」である。統計は、現実の世界、姿のみをとらえるのではなく、これから起きるであろう、時間的・空間的に広がった世界の将来の姿をとらえるという特質をもっている。

##### 4.4 数理の知識・論理と意味の知識・論理でとらえる

統計で扱う数量には、まず第1に統計が対象とする世界、それが独自に持つ価値づけられた意味があり、第2に、統計が扱う数量の意味がある。したがって、分析と解釈を行う際には、両者が固有に持つそれぞれ異なった論理と知識を一体化させて進めなければ意味をなさない。統計教育の展開が、統計と教科教育と共同して展開されることが理想的であるとするのは、本質がここにあるからである。

#### 5. 統計的な見方・考え方の導出

##### 5.1 先行研究でのとらえ方と問題点

###### (1) 統計及び統計学の立場から

竹内は、統計学者の立場から「統計的なものの考え方」として以下の4つを挙げている。

1. それは具体的な現実的である：つねに起こっている現象にのみ注意して、その背後にある一般性や普遍性を重視しない。
2. 対象を操作的にとらえ、数字という形で表現する：対象の「本質」とか「理念」とはとられず、つねにあるがままの目に見える形で把握しようとする。そしてそれを数字の形で具体的に表現する。
3. 対象をつねに変動的なものと考え：具体的な存在は、つねに把握しきれないものを残しており、そのかぎりではいかなる現象も完全に不変的な姿においてとらえることは不可能である。
4. 自然あるいは世界の現象中には、変動性の中にだいたいの傾向というものがあることを仮定する。(pp.6-8)

ここで竹内の提案しているものは、統計の特質とも合致し、統計、そして統計学の発展における中核ともいえるべきものである。しかしそれだけに指導のレベルでとらえていくのは難しい。一方では、これらは統計の出発点であるため、統計を扱う指導の開始当初から教授すべきものと捉えられるが、もう一方では、中核をなすものであるがために、長い学習期間を経て最終的に到達すべき目標点とも捉えられる。いずれにせよ、日々の授業において指導目標として意図できるような話ではない。

###### (2) 統計教育の立場から

統計教育の目標記述としての「統計的な見方」に関する記述は比較的近年からであるが、「統計的な考え方」に関する記述は古く、昭和32年に宮城県統計協会がまとめた「統計教育の現況」(宮城県統計協会, 1957)においても、「統計教育とは物事を客観的に観測して統計的な考え方によって判断し、処理する方法—即ち科学性を高めようという理想をもつ、1つの科学教育であるといえよう」というような記述がみられる。おそらく導入間もない頃から、目標として認識され、用いられていたのではないかと思われる。具体的な内容について、上記の「統計教育の現況」には記述はみられない。

また、「統計教育の手びき」にも以下のような記述がみられる。

統計教育とは、一般的には小・中・高等学校の各教科領域において、統計的内容ないし教材を指導することをさすものである。いいかえれば、統計的な見方・考え方や処理のし方・技術といったものを、教科教材に即して学年段階に応じて身につけさせていく教育である。(p.1)

そして、統計的な考え方を以下のようにまとめている。

- (1) 現象のある側面を集団としてとらえて、数量的に表す
- (2) 変動・バラツキ・偶然に支配される中に、規則性を見いだす
- (3) 平均・標準偏差・比率などで、構造的な特徴を要約的に知る
- (4) 指数によって時間的あるいは場所的に系列的な傾向を把握したり比較する
- (5) 標本から母集団を推定・検定したり、過去・現在から未来を予測する
- (6) 相関や関連を通じて、確実でない事物の間の関係を決める (pp.3-4)

記述の様式は異なるものの、統計の特質や竹内の主張と共通するものであるが、竹内に比べ、平均、指数、標本・母集団、相関など統計教育の指導内容を意識したものとなっている。これは、指導内容に対する意味付け及び利用方法などについての統計教育的配慮を伴ったものとみなすことができよう。

これらとは異なる次元から、統計的な考え方を提案しているものとして、昭和40年代の岡本による「あつめる—まとめる—よみとる」、62年木村による「とらえ

る—あつめる—まとめる—よみとる—価値づける」の統計的知識獲得のプロセス・指導領域原理が挙げられる(全統研, 1988)。これらは統計調査のプロセスをもとに、統計教育における指導領域を構成する原理として提案されたものである。この原理をもとに指導内容を配列し、統計教育の系統案の作成が行われるようになり、統計教育において非常に大きな貢献をしたものとして評価できる。木村が岡本の提案に対して、「とらえる」と「価値づける」を付け加えた背景には次のことがあげられる。木村は、当時の、特に学校数学での指導が「統計の計算処理」のみに偏っていたことを指摘している。「あつめる—まとめる—よみとる」が矮小化したとらえ方をされているということを鑑みて、まず対象をどうとらえ、問題意識をどう定式化するかが重要であることから「とらえる」を、そして統計処理の結果に対する意味付けと、そこで残された課題に対して追究を深めていく探究のスパイラル性の認識を促すことを目的として、新たな指導領域原理の提案に至っている。

これら指導領域原理も「統計的な考え方」としてとらえることもできるだろう。

### (3) 数学教育におけるとらえ方

斎藤康治(1975)は、算数科における統計指導のねらいを「統計的な見方や考え方がしだいにできるようにする」と述べている。斎藤は統計的な見方・考え方について説明していないが、続く文脈で、算数科におけるねらいを以下のように具体化している。

- ① 簡単なことならについて、目的に応じて資料を収集し、分類することの知識、技能を得る
- ② 簡単なことならについて表やグラフに表して、集団の特性を概観すること、また、比率や平均値などによる集団の特性を数で表し、これを解釈したり、利用したりすることの知識や能力を得る
- ③ 母集団と標本の関係に目を向ける
- ④ 偶然事象の数量化(確率の考え)(p.83)

知識・技能に関する目標記述であるが、この記述を中心に指導内容についての概観と提案を行っていることから、指導内容の総体として「統計的な見方・考え方」をとらえていたのではないかと思われる。いずれにせよ、明確な規定はなされていない。

日本数学教育学会への投稿論文の中でも、「統計的な見方・考え方」を題目に入れ、その育成に問題意識を向けているものは多くある(例えば岡橋宏明, 1980; 新夕義典, 1984; 山口雅美他, 1988; 中村光子他,

1992；五味昭秀，1984など）。これらの研究で設定されている「統計的な見方・考え方」は竹内の主張に集約できるものかあるいは、木村の主張する「とらえる一あつめる一まとめる一よみとる一価値づける」の統計解析のプロセスである。このプロセスを見方・考え方として規定すると、その育成のための指導では、必然的に統計解析のプロセス全般を扱うことが求められてくる。実際に提案されている指導内容はそのようになっている。

ここには2つの問題点がある。1つは、計画から調査、分析、結論までの一連の活動を行うために通常の指導枠以外に少なくとも数時間程度の時間を設ける必要があること。もう1つは学校数学で中心的に行われている指導内容のみでは統計的な見方・考え方の育成は実現できないということになり、数学教育では統計的な見方・考え方の育成ができないと認めているのと同義ということになる。

確かに、実際に生徒に取り組みさせることは、大きな効果を上げることが予想されるし、また必要でもあろう。しかし、統計のプロセス全般を扱うという改善の方向性は学校数学において実現可能性が低く、また各教科共同という位置付けを無視するものになりかねない。

以上のように、「数学教育」という観点から指導目標としての「統計的な見方・考え方」を規定しているものは先行研究において見られず、数学教育における指導改善のための方向性は見出されていないのが現状である。

## 5.2 学校数学における統計の指導内容についての考察

### (1) 本研究における数学教育的観点

数学教育的観点から統計的な見方・考え方を導出するにあたっては、「数学教育」というものを明確に規定し、その枠の中に「統計教育」を入れ込んだ際に、目標とすべき統計的な見方・考え方を具体化するという方法も考えられる。しかし、「数学教育」を規定することは容易なことではなく、立場によりそれぞれ異なることが想定され、一概に定めることができない。

そこで本稿では、次の2点を手がかりに行うことにする。1点目は、数学教育には「統計の数理の面の指導」が期待されているという統計教育において共通理解がみられる事実である。統計において数理は切り離すことができないものであり、その指導をどこが担うべきかといえばやはり数学教育が妥当であろう。

2点目は、学校数学においてこれまで指導内容として設定されていた内容である。統計のプロセス「とら

える一あつめる一まとめる一よみとる一価値づける」を数学教育の中でも扱うべきという主張は数学教育研究の中にもみられる。確かに重要なことであると本研究においても認識しているのだが、これは学校数学における指導内容を大きく逸脱するものであり、極論すれば、現在の指導内容を完全に刷新することなしに改善は図れないとする主張である。現在の指導内容が設定されたのにはそれだけの配慮があり、それを一概に否定することは妥当とはいえない。確かに問題点が指摘されているが、その改善には「刷新」ではなく、「見直し」という立場で臨む方が妥当である。

### (2) 学校数学における統計の指導内容についての考察： グラフと統計量

対象から数量を集めたとしても、それだけでは単なる数の羅列である。数の羅列から内在する傾向や情報を抽出することは、非常に困難かつ可能なことも限られている。そこで各種統計量の算出やグラフ表示などの視覚化を行うことによって、データに内在する情報を効率よく抽出、顕在化することができる。そのような方法論の体系が「統計学」である。

グラフは、本来空間的・図形的でない数量を位置や面積などとして表現したものである。グラフによる幾何的な表現を通して、直観的な認識が可能となる。グラフには種類があり、それぞれが数量に内在するどの特徴を顕在化するかには違いがある。

例えば棒グラフでは、個々の対象を横軸に配置し、縦軸に数に対応させ、それぞれの対象のもつ数量をグラフ上の棒の面積、もしくはその高さに投影する。このような構造をもつ棒グラフは、個々の対象間の比較、特定の対象の全体における位置、最高値、最低値の読み取りなどを容易に行うことを可能にする。これに対し散布図は、個々の対象が2変量以上の数量を持っている際に、2つの変量を選択し、それぞれを縦軸、横軸に対応させる。その上で、個々の対象を平面上の1点に対応させ投影する。これにより、2変量に関して同時に判断を下すことができ、特異な傾向を示す点の検出や、特定の対象の位置を見出すのに効果を発揮するとともに、点の分布の概形、密度などにより、2変量間にみられる相関などの傾向についての直観的な認識を可能にする。

他のグラフについても同様に、それぞれが特性を持っており、どのような情報を我々にもたらすかには違いがある。「グラフはそれぞれの構造的要素に結び付けられた自身の言語をもつ」(Friel S. et al., 2001)といわれるのもこのことに由来している。

統計量についても同様で、数量の集まりからどのような特性を顕在化するかにはそれぞれ違いがある。平均値は標本数がどれだけ多くとも、代表値としての1つの数値に集団を要約してくれる。集団に対する1つのラベル付けになり、伝達の助けになることや多くの統計量の算出において基礎となる数値を提供してくれる。しかし、その集団がほぼ均一なのか、非常にばらつきが大きいのかについての情報は平均値には含まれない。また、特異な値(はずれ値)に引っ張られるなど抵抗性が低いという特徴もある。集団のばらつきの大きさの指標である分散と組み合わせることで、不足する点を補えるところもある。

このような各種グラフや統計量の特性は、それぞれが背後にもつ数理に依存している。平均値が特異な値の影響を強く受け、歪められやすいという抵抗性の低さは「総和を個数で割る」という算出方法に由来しているのであって、対象そのものがもつ特性によるものではない。

### 5.3 数学教育的観点からの統計的な見方・考え方の導出

3章においてまとめたように、学校数学において統計教育とはある種特異な存在であり、そのことが指導が十全に機能しなかった原因の一端であることが想定された。にもかかわらず、そのことに留意した学校数学での統計教育の改善は試みられておらず、統計教育研究の主張をそのまま援用するものがほとんどであった。

一方で、「統計」とは現象に対して、数を用いて集団としてアプローチしていく独自の方法論であった。竹内の主張する「統計的な見方・考え方」は、まさにこの「統計」の特質をとらえたものであった。しかし、学校数学における指導を改善するためには、これらの主張をそのまま援用するだけでは至ることはできない。それは学校数学が統計教育の全てを担うわけではなく、また統計学者及び統計教育研究における主張は学校数学の日々の授業において指導目標として意図できるレベルのものではないということに起因する。学校数学における指導改善のためには、統計の特質を踏まえた上で、現在の指導内容の見直しを行うことが不可欠である。

前節においてまとめたように、学校数学において中心的な指導内容として設定されているグラフと統計量は、それぞれが数理と構造を伴った独自の方法論である。竹内のように「統計」をひとくくりにして「見方・考え方」を捉えることもできるが、個々のグラフや統

計量を「見方・考え方」と捉えることもでき、それこそがこれまで学校数学での指導において欠けていた視座である。

#### (1) 統計的な見方

我々が対象をどのように見るか、というのは既存の知識に依存する。ここで「知識」を「統計」という大枠でとらえれば、「統計的な見方」というのは、「対象を数量で、かつ集団としてとらえること」というように竹内の主張と合致した説明をすることができる。しかし本研究では、学校数学の指導内容である個々のグラフや統計量を手がかりに、「統計的な見方」を「統計における個々の方法論を念頭に、それを対象に重ね合わせること」と捉えていく。例えば、正規分布を例にとり、中宮寺薫(2002)の扱っている次の問題を考えてみる。

「A, B 2人のパン屋が出店のための最終選考に残り、普段作っている食パンの重量で結果を決めることになった。それぞれのパンの重量は以下の通り。

	98g	99g	100g	101g	102g
A			12個	6個	2個
B	1個	3個	11個	4個	1個

最終判定はBに決まった。なぜか。(問題の内容は筆者により概略化してある)」

ここで、Bは重量分布が正規分布に近いのに対し、Aは明らかに軽いパンを除いて虚偽の申告を行ったものと考えられる。だから「Aは信用できない」というのが解答であるが、この表を見て、何か違和感を感じることができるのは、我々が「正規分布」という知識をもっており、このような誤差変動はおそらく正規分布に従うということを知っているからである。「正規分布」という知識が、対象に対する見方として機能していると考えられる。

#### (2) 統計的な考え方

「統計的な考え方」においても同様で、統計における個々の方法論を「統計的な考え方」の象徴として捉えていく。

例えば棒グラフを学ぶことから、集団として捉えた個々の対象を比較することを学び、それが「数量を集めて比較してみよう」という考えの生起につながる。2変量の間を相関を捉えてみようという考えも散布図の学習を通して身に付けられる。多数個集まった数量を一つの数値に要約し、特性を捉えようという考えも平均値など統計量の学習から生起するのである。



以上のように、グラフや統計量などはそれぞれが「見方」「考え方」の象徴であるととらえることができる。ここで、竹内や統計教育研究における「統計的な見方・考え方」も妥当であり、本研究における捉え方とは次元が異なるものであるがゆえに、共時的に存在しえるものであるといえる。一方で対象を集団でもって蓋然的に捉えながら、またもう一方では2変量の相関を考察するなどが同時に行われていると捉えることができるのである。

見方・考え方は知識から派生するのであるが、それは単に知識を教授すれば可能になるのではなく、見方・考え方のレベルにまで昇華するには、それなりの配慮が必要になる。高校卒業段階の学生を対象に行った調査では(青山和裕, 2001), 数表と分析目的(特定の対象の全体における位置, 2変量に関する分布状況など)を提示されながらも、ほとんどの学生が適切なグラフを選択することができなかったことが報告されている。グラフを読むことは十分にできるのに対し、「視点」や「考え方」のレベルで、グラフを結びつけることができないのである。これまでの学校数学での指導が「見方・考え方」まで教授できていなかった現状の一端を示している。

従来の指導で行なわれているように方法論を教授することも確かに必要である。その上で、特定のグラフなり統計量なりを用いる文脈を挿入することやその方法を行うことで何がもたらされたのか、他の方法を用いるとどうであったのか、などについても考えさせる必要があるだろう。そこでは方法論の背後にある数理の面から特性を明らかにすることが有効と思われ、それこそが算数・数学科が価値を発揮できる指導内容であると思われる。このような指導により、各分析方法の価値や目的に対する適時性なども判断ができるようになる。ある程度メタ的に方法論について学習することが必要であろう。

## 6. まとめと今後の課題

本研究では、学校数学における統計教育の問題点をふまえ、その改善の端緒としての可能性をもつ「統計的な見方・考え方」の導出を行った。これまで、立場ごとにとらえ方が異なり、また数学教育研究においては明確に規定されていなかった「統計的な見方・考え方」であるが、統計の特性と学校数学における現状を加味することで、数学教育的観点から導出することができた。

今後の課題としては、生徒の実態とあわせて、統計

的な見方・考え方の育成に有効な具体的な指導法や教材を開発することが挙げられる。

## 参考・引用文献

- 古藤 裕 (1994). 確率・統計についての数学的な考察, 中学数学科教育実践講座刊行会編, *CRECER 第9巻確率・統計*, 株式会社ニチブン, pp.181-195.
- 半田進 (1999). 新しい学習指導要領と考えさせる授業の実践, *日本数学教育学会誌第81巻3号*, pp.97-107.
- 全国統計教育研究協議会(1988). *統計教育の新しい展開*, 筑波出版会.
- 和田義信 (1972). 統計教育について, 和田義信著作・講演集刊行会編(1997). *和田義信著作・講演集6 講演集(4)数学の見方・考え方と教材研究*, 東洋館出版社.
- 全国統計教育振興協議会(1967). *統計教育の手びき*, 全国統計教育振興協議会.
- 杉田儀作 (1973). *情報化社会における特別活動と統計教育*, 日本文化科学社.
- 木村捨雄 (1999). 統計情報教育のカリキュラムと5段階の統計的探究プロセス, 全国統計教育研究協議会編, *統計情報教育の理論と授業実践の展開*, 筑波出版会.
- 竹内啓 (1975). *統計学の視点*, 東洋経済新報社.
- 依田源 (2002). *日数学会誌(1968~2000)掲載の統計教育にかかわる研究*, 統計教育ワーキンググループ資料.
- Cobb P. (1999). Individual and Collective Mathematical Development: The Case of Statistical Data Analysis, *Mathematical Thinking and Learning 1(1)*, Lawrence Erlbaum Associates, pp.5-43.
- 岡本昭 (1975). 統計学・確率論の歴史的な発展, 川口廷他編, *算数教育現代化全書第8巻 統計と確率*, 金子書房.
- 宮城県統計協会編 (1957). *統計教育の現況*, 宮城県総務部調査課.
- 斎藤廉治 (1975). 統計的な考え方とその指導, 川口廷他編, *算数教育現代化全書第8巻 統計と確率*, 金子書房.
- 岡橋宏明 (1980). 統計的な考え方を育てる指導, *日本数学教育学会誌第62巻2号*, pp.19-21.
- 新夕義典 (1984). 統計の見方・考え方を育てる指導に

- ついて、日本数学教育学会誌第66巻11号，pp.2-8.
- 山口雅美他（1988）. 統計的な見方・考え方を伸ばす指導法の工夫，日本数学教育学会誌第70巻12号，pp.34-38.
- 中村光子他（1992）. 統計的な見方・考え方を伸ばす指導法の工夫，日本数学教育学会誌第74巻12号，pp.2-6.
- 五味昭秀（1984）. 統計的な見方・考え方の認識段階に関する研究，日本数学教育学会誌第66巻11号，pp.16-28.
- Friel S. et al. (2001). Making Sense of Graphs: Critical Factors Influencing Comprehension and Instructional Implications, *Journal for Research in Mathematics Education*, vol.32, No. 2, pp.124-158.
- 中宮寺薫（2002）. 数学パズルと算数思考，オーエス出版社.
- 青山和裕（2001）. グラフの読み取りとグラフ選択の能力についての研究—高校卒業時の学生を対象にした調査をもとに—，日本科学教育学会，pp.273-274.

## Examination of Statistical View and Thinking from a Perspective of Mathematics Education :

For the Purpose of Improvement of Statistics Education in School Mathematics

Kazuhiro Aoyama

The purpose of this study is to derive statistical view and thinking from the perspective of mathematics education. In school mathematics, various problems are pointed out about statistics education. One of the causes that statistics education did not work in school mathematics is to have no definition of statistical view and thinking from the perspective of mathematics education. School mathematics bears a part of statistics education in Japan. Therefore, it is necessary to derive the educational purpose from a viewpoint peculiar to mathematics education.

By the consideration of characteristics of statistics and analysis of the contents of instruction in school mathematics, statistical view and thinking were derived. The key idea is reexamination from each knowledge level. If it summarizes, statistical view and thinking are "symbolized by each knowledge." The problem in school mathematics is having lapsed into instruction of abstract knowledge, and having not developed instruction of knowledge even into the level of statistical view and thinking.