

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2007～2009

課題番号：19510138

研究課題名（和文）非流動性資産デリバティブの価格付けとヘッジ手法の確立

研究課題名（英文）Pricing and Hedging of Illiquid Asset Derivatives

研究代表者

山田 雄二（YAMADA YUJI）

筑波大学・大学院ビジネス科学研究科・准教授

研究者番号：50344859

研究成果の概要（和文）：

本研究は、原資産が市場取引されていない(もしくは流動性が低い)ケースに対する派生証券を「非流動性資産デリバティブ」と定義した上で、保険・エネルギー・天候・事業価値評価など、原資産が異なる非流動性資産デリバティブ問題を統一的に取り扱うための理論モデルの構築と、実データを用いた検証を行うことを目的とするものである。まず、非流動性資産デリバティブのベンチマークとして、天候デリバティブに対し、気温を対象とした市場取引に有効な価格付け手法、および、風力発電事業に対する新たな天候デリバティブの構築を行った。また、風況予測誤差に基づく新しい天候デリバティブを提案し、そのヘッジ効果を実際のデータを用いて統計的に実証した。つぎに、ベースとなる理論的枠組みの構築を行い、流動性資産を用いた最小分散ヘッジによる非流動性資産デリバティブのヘッジ、およびリスクの市場価格ノルム最小化マルチンゲール測度を用いた非流動性資産デリバティブの価格付け手法の提案を行った。さらに、提案したヘッジ手法の有効性を示すため、実務応用への適用について検討し、株式インデックスを非流動性資産として、流動性の高い少数資産でヘッジする手法を構築した。また、最小分散ヘッジの考え方をポートフォリオ最適化に適用することにより、共和分する資産の組み合わせに対するポートフォリオの最適化手法を構築し、その有効性を検証した。

研究成果の概要（英文）：

In this work, we consider pricing and hedging of the so-called illiquid asset derivatives in which the underlying assets are untraded such as weather derivatives or insurances, provide the methodology to formulate and solve these problems in a unified framework, and demonstrate empirical analysis using real data. First, we discuss the case of weather derivatives as a benchmark, where the underlying index is defined by the temperature (which may be useful for exchange market trades) or the wind speed (which may be used with wind power trades). In particular, we propose weather derivatives based on prediction errors of the wind speed to hedge the loss caused by prediction errors of the wind power output, and illustrate the hedge effect of the proposed derivatives. Then, we formulate a minimum variance hedging problem for contingent claims whose underlyings are untraded using liquidly traded assets, and provide a solution using additive models. A methodology for computing the prices of illiquid asset derivatives using the minimum market price of risk martingale measure is also demonstrated. Finally, we apply our proposed technique for hedging the payoff of European options in which the underlying index is given by a market index using several liquidly traded stocks. We also show how to construct an optimal portfolio using cointegrated pairs of stock and demonstrate case studies involving a number of pairs chosen from Nikkei 225 stocks.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,200,000	360,000	1,560,000
2008年度	1,400,000	420,000	1,820,000
2009年度	800,000	240,000	1,040,000
年度			
年度			
総計	3,400,000	1,020,000	4,420,000

研究分野：複合新領域

科研費の分科・細目：社会・安全システム科学/社会システム工学・安全システム

キーワード：ファイナンス

1. 研究開始当初の背景

天候・環境データのように市場取引されていないインデックス、もしくは保険・不動産のように取引されていても流動性が上場株式等と比較して極端に低い原資産に対する派生証券や契約の価値評価問題は、研究の開始時点はもとより、今日でもなお注目を浴び続けている。このようなアプローチは、金融資産に対する派生証券分野においては非完備市場における価格付け理論の応用として特徴付けられる一方、リアルオプションアプローチとして、経営戦略上の意思決定やプロジェクト評価など、より適用範囲を広げる試みが積極的に行われ、今日に至っている。

金融派生証券を対象とする非完備市場価格付け理論は、(a)原資産がジャンプや確率的ボラティリティをもつケース、(b)取引されている原資産の数が複製ポートフォリオを構成するのに十分でないケース、もしくは、(c)原資産の流動性が低いケースに大別される。この中で、(a)のケースに対する非完備市場価格付け理論は、1990年代後半から2000年代にかけて、国内外問わず盛んに研究が行われてきた。一方、(b)もしくは(c)のケースに対しては、研究開始の数年前あたりから研究成果が徐々に報告されるようになり、筆者も(c)のケースに関連して、天候デリバティブの研究をすでに開始していた。

天候デリバティブは、1990年代後半に米国で初めて取引が成立して以来、相対取引を中心に世界的に取引が拡大する一方、取引所における上場取引も、異常気象に対する企業の天候リスクヘッジニーズの上昇を背景として、米国のシカゴ商業取引所(CME)を中心に活発に行われつつあった。また、天候デリバティブのほかにも、不動産投資信託(REIT)や排出権、電力等、取引のもととなる

指標が市場取引されていない(もしくは流動性が低い)原資産に対する派生証券契約も上場取引の対象となり、非完備市場における派生証券価格付け手法を現実の実務問題に対して適用するための理論構築は、特に研究開始当初は急務であった。

2. 研究の目的

以上を背景とし、本研究では、原資産が市場取引されていない(もしくは流動性が低い)ケースに対する派生証券を「非流動性資産デリバティブ」と呼び、保険・エネルギー・天候・事業価値評価など、原資産が異なる非流動性資産デリバティブ問題を統一的に取り扱うための理論構築と、実データを用いた検証を行うことを目的とする。このように、本研究の主目的とする非流動性資産を原資産とする派生証券価格付け問題は、非完備市場において提案されてきた様々な価格付け手法を融合し、天候や電力、排出権取引など、より現実的な実務問題へ適用可能とする理論構築を目指すものである。

3. 研究の方法

本研究は、(1)理論的枠組の構築、(2)評価モデルの開発、(3)検証・結果の普及の3つのフェーズを一つのサイクルとして構成される。まず、初年度は天候デリバティブをベンチマークとして基礎となる理論的枠組の構築を行った。さらに、非完備市場価格付け手法のレビューを行い、非流動性資産デリバティブの価格付けに適用可能と考えられる手法を整理した。また、統計的に天候デリバティブの価格を計算する手法を構築し、シミュレーションによりその有効性を示した。次年度においては、前年度構築した統計モデルを

理論的に拡張し、より一般的に非流動性資産デリバティブを流動的な資産でヘッジする手法、ならびに非流動性資産で構成されるデリバティブの価格付け手法を提案した。最終年度においては、これらの手法に対する事例ごとの評価モデル、計算機上での実装、数値シミュレーションを行い成果とした。また、学会発表やセミナーにおいて結果の普及活動を行った。

4. 研究成果

4. 1. 天候デリバティブの価格付け

天候デリバティブは、申請者らが提案してきた理論的基礎および活発になりつつある取引所取引におけるデータ検証の両側面から、非流動性資産に対する派生証券価格付け問題の理論構築・実証において、ベンチマークとなることが期待される。そこで、本研究では、まず、非流動性資産デリバティブである天候デリバティブに対し、①市場取引に有効な価格付け手法の構築と、②風力に対する新たな天候デリバティブの提案を行った。

①については、天候デリバティブにおいて最も盛んに研究が行われている気温デリバティブに対し、まず、相対取引における適正価格を導出し、結果を複数エージェントの場合に拡張することによって均衡価格を導いた。この結果は、気温を中心とした天候デリバティブが従来は相対取引を中心として行われていたが、最近取引所取引が活発になりつつあることを背景とし、相対で行われていた価格付けが取引所取引のような複数の参加者による取引にどのように拡張されるかを考察した点において、学術的意義は高いものと考えられる。なお、この結果は、学術誌 *Journal of Risk* に採択され、掲載された。

②については、近年、地球温暖化を背景として注目されている環境にやさしいエネルギーである風力発電に焦点をあて、風力発電による出力誤差に伴う損失を効果的に補填するための天候デリバティブを提案した。風力発電においては、出力が風況に依存し、どの程度の出力が得られるかが事前に不確定なことが、計画発電等に利用するための問題点として挙げられていた。そのため、風況予測から出力を推定し、事前通告することで取引を行う試みが行われているが、このような取引においては、出力予測誤差によって新たな損失が生じてしまう可能性がある。そこで本研究では、風況予測誤差に基づく新しい天候デリバティブを提案し、そのヘッジ効果を実際のデータを用いて統計的に実証した。この研究は、風力発電による出力取引を効果的に行うための天候デリバティブ構築法とし

て注目されている。

4. 2. 非流動性資産デリバティブのヘッジ問題

今年度は、ベースとなる理論的枠組みの構築を行い、①最小分散ヘッジによる流動性資産を用いた非流動性資産デリバティブのヘッジ、および②リスクの市場価格ノルム最小化等価マルチンゲール測度を用いた非流動性資産デリバティブの価格付け手法の提案を行った。

①については、市場を流動性の高い資産によって構成される完備市場と非流動的な資産の市場に分け、非流動的な資産に対するデリバティブを流動的な資産でヘッジする手法を開発した。具体的には、最小ヘッジ問題を非流動性資産デリバティブの完備市場への最適な直行射影を求める問題に帰着させ、その直行射影によって与えられる確率変数を動的ヘッジ手法で複製する手法を提案した。また、直行射影の近似に加法モデルを用いることにより、効率的な計算手法を示した。

②については、流動的資産と非流動的資産のダイナミクスを多次元状態空間モデルとして表現し、無裁定の下、リスクの市場価格をノルム最小化によって求める手法を提案した。また、このようにして設計したリスク中立確率測度が、最小エントロピーマルチンゲール測度を与えることを示した。

4. 3. 実務問題への適用

今年度は、昨年度構築した理論の一般化および実務応用への適用について検討し、以下の課題に取り組んだ。①提案したヘッジ手法の有効性を示すため、株式インデックスを非流動性資産として、流動性の高い少数資産でヘッジする手法を構築した。②多数資産に支払いが依存する派生証券のヘッジ問題に対し加法モデルを適用することにより、個別資産のヘッジ問題に帰着する手法を提案した。③最小分散ヘッジの考え方をポートフォリオ最適化に適用することにより、共和分する資産の組み合わせに対するポートフォリオの最適化手法を構築し、その有効性を検証した。

①については、まず実データから必要パラメータの推定を行い、株式インデックスを個別資産でヘッジする問題を定式化した。さらに、最小分散ヘッジ問題を解き、ヘッジ効果およびヘッジコスト比率の観点から提案手法の有効性を示した。ヘッジコストを算定するにあたっては、リスクの市場価格ノルム最小化によりリスク中立確率をもとめ、ヘッジに必要なコストを導出した。分析の結果、ヘッジに利用する資産を増やすことにより、へ

ッジコストおよびヘッジ効果ともに改善されることが示された。

②については、本来、多数資産を状態変数として同時に解くべき多変量オプションのヘッジ問題を、加法モデルを用いて分解することにより個別資産のヘッジ問題へと帰着させ、その有効性を示した。また、複数資産を同時取引するヘッジ手法と比べ、計算効率、およびヘッジ解像度の両面において効果があることを検証した。

③については、分散最小化の考え方をポートフォリオ最適化に適用し、特に共和分する資産どうしの組み合わせによるポートフォリオの構築を試みた。共和分する資産は、定常性を満たすため、結果として得られるポートフォリオはより安定的で高い収益を達成するという見解を得た。また、取引コストやレバレッジについても検証し、往復取引コストが1%の場合でもシャープレシオの意味で十分実用可能性があることが示された。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計7件)

- [1] K. Sato, Y. Yamada, and H. Fujioka, "Mean square optimal hedging with non-uniform rebalancing intervals," The SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration, vol. 2, no. 1, pp. 32-35, 2009. (査読有)
- [2] Y. Yamada, "Optimal hedging of prediction errors using prediction errors," Asia-Pacific Financial Markets, vol. 15, no. 1, pp. 67-95, 2008. (査読有)
- [3] J. Primbs and Y. Yamada, "A New Computational Tool for Analyzing Dynamic Hedging under Transaction Costs," Quantitative Finance, vol. 8, issue 4, pp. 405-413, 2008. (査読有)
- [4] 山田雄二, "風速予測誤差に基づく風力デリバティブの最適化設計," JAFEEジャーナル第7巻, pp. 152-181, 2008. (査読有)
- [5] 山田雄二, "新エネルギー発電電力取引とリスクヘッジ (特集「資源・エネルギーと環境問題への多面的アプローチ」)," オペレーションズ・リサーチ, vol. 53, no.4, pp. 217-223, 2008. (査読無)
- [6] Y. Yamada, "Valuation and Hedging of Weather Derivatives on Monthly Average Temperature," Journal of Risk, vol. 10, no. 1, Fall 2007. (査読有)
- [7] J.A. Primbs, M. Rathinam, and Y. Yamada, "Option Pricing with a Pentanomial Lattice Model that Incorporates Skewness and Kurtosis," Applied Math Finance, vol. 14, no. 1, pp. 1-17, 2007. (査読有)

[学会発表] (計10件)

- [1] Y. Yamada, "Optimal Trading of Cointegrated Stocks," Proceedings of the JAFEE conference in Winter, December 24, 2009. 明治大学
 - [2] 山田, "平滑化スプライン最適化による最適ヘッジ問題," OR学会研究部会「計算と最適化の新展開」第2回研究会, 2009年7月25日. 中央大学
 - [3] 山田, "新エネルギー発電電力取引とリスクヘッジ," 日本オペレーションズ・リサーチ学会 新宿OR研究会, 2009年6月23日. 新宿センタービル
 - [4] 山田, "非流動性資産デリバティブの価格付けとヘッジ," OR学会研究部会「ファイナンス理論の展開」第2回研究会, 2009年5月14日. 秋葉原ダイビル
 - [5] Y. Yamada, "Optimal Hedging Using Additive Models," Proceedings of the JAFEE conference in Winter, pp. 333-351, January 30, 2009. 筑波大学東京キャンパス
 - [6] Y. Yamada, "Simultaneous optimization for wind derivatives based on prediction errors," Proceedings of the 2008 American Control Conference, June 11, 2008. アメリカ合衆国シアトル
 - [7] Y. Yamada, "The Interaction of Financial and Engineered Systems," 47th IEEE Conference on Decision and Control Tutorial Session: Control theory and finance, December 10, 2008. メキシコ合衆国カンクン
 - [8] 山田, "予測誤差に基づく天候デリバティブとビジネスポートフォリオの同時最適化設計," JAFEE夏季大会予稿集, 211-230, 2007年8月3日. 明治大学駿河台キャンパス
 - [9] 佐藤, 山田, 藤岡: "NMSOH問題: 不等間隔なリバランスによる二乗平均最適ヘッジ," JAFEE冬季大会予稿集, 233-240, 2007年12月22日. 中央大学駿河台記念館
 - [10] 山田, "効用無差別価格理論に基づく非完備市場先物均衡価格," JAFEE冬季大会予稿集, 70-86, 2007年12月22日. 中央大学駿河台記念館
- [図書] (計4件)
- [1] 津田, 中妻, 山田編: 定量的信用リスク評価とその応用 (ジャフィー・ジャーナル: 金融工学と市場計量分析), 朝倉書店, 2010. pp.227
 - [2] 津田, 中妻, 山田編: ベイズ統計学とファイナンス (ジャフィー・ジャーナル: 金融工学と市場計量分析), 朝倉書店, 2010. pp.242
 - [3] 津田, 中妻, 山田編: 非流動性資産の価格付けとリアルオプション (ジャフィー・ジャーナル: 金融工学と市場計量分析), 朝倉書店, 2008. pp.266

[4] 山田, 牧本: シリーズ ビジネスの数理 第
6 卷「計算で学ぶファイナンス —MATLAB
による実装—」, 朝倉書店, 2008. pp.168

6. 研究組織

(1) 研究代表者

山田 雄二 (YAMADA YUJI)

筑波大学・大学院ビジネス科学研究科・准
教授

研究者番号: 5 0 3 4 4 8 5 9