

## Journal of the Robotics Society of Japan

# 日本ロボット学会誌

### Vol.25 No.4 2007

フレキシブル・リンク系の モデルベースド・フィードフォワード制御

磯 部 大吾郎 加 藤 昭 博



## フレキシブル・リンク系の モデルベースド・フィードフォワード制御

磯 部 大吾郎\*1 加 藤 昭 博\*2

### Model-based Feed-forward Control of Flexible Link Systems

Daigoro Isobe<sup>\*1</sup> and Akihiro Kato<sup>\*2</sup>

In this paper, we revised and applied the parallel solution scheme of inverse dynamics to flexible link systems where elastic deformation and vibration normally occur in constituting link members. The calculation process of the scheme is based upon the Finite Element Method (FEM), which evaluates the analyzed model in absolute Cartesian coordinates with the equation of motion expressed in dimension of force. The calculated nodal forces are converted into joint torques using a matrix form equation divided into terms of force, transformation between coordinates, and length. Therefore, information from the entire system can be handled in parallel, which makes the calculation seamless in application to any type of link system regardless of its boundary conditions or stiffness values. The scheme is revised and the calculation time is shortened by applying Bernoulli-Euler beam elements, and the scheme is then combined with a kinematics solution scheme that calculates target trajectories for flexible models. The calculation flow of inverse dynamics is shown for a 5-link system, and some feed-forward control experiments are carried out on a 2-link system with different stiffness members. The accuracies of trajectories and torque curves are verified by applying the system to a sensorless, model-based vibration control.

#### Key Words: Model-based Feed-forward Control, Flexible Link Systems, Inverse Dynamics, Parallel Solution Scheme, Finite Element Method

#### 1. 緒 言

リンク系の動力学方程式は、一般的にニュートン・オイラー法 やラグランジュ法などにより導出され、相対的な回転座標系に 基づいて記述される[1]. この場合、開ループ系のみについては 厳密な方程式が簡単に導出されるが、例えば系内に閉ループ系 が形成された場合にはその導出は困難となり、様々な工夫が必 要となる[2][3]. これは、各リンクの変数がリンク間で相互に依 存し合ってしまうからである.一方、歩行ロボットの脚部など のような開・閉ループ系が交互に発生するシステムでは、その 動作が速くなるにつれ、逆動力学をフィードフォワード的に考 慮した制御が必要となることが予想される. その場合には、制 御の安定性を維持するために、動力学方程式またはアルゴリズ ムの切り換えを極力なくすことが重要となる. そこでリンク系 の形態、すなわちダイナミクスの変化に依存しない手法として、 新たな発想に基づき、有限要素法(FEM)を用いた並列的逆動 力学計算法(以後,並列的解法と記す)が開発された[4].

様々な工学的問題の数値解析手法として広く利用される FEM は,系全体を微小要素に離散化し,全体方程式にまとめて解を 求める手法である、そのため、各要素の情報が並列的に取り扱 われ、系の形態に依存せずに節点力や変位・ひずみなどが求めら れる、ニュートン・オイラー法が再帰的な処理によって動力学方 程式を求める直列的なアプローチであるのに対し, FEM は並列 的なアプローチであるといえる. この特長を利用した並列的解 法では、並列的に求められた節点力を力学的な関係に基づいて 関節トルクに変換する、その際、力の次元に関する成分、座標 変換に関する成分、長さの次元に関する成分が個々のマトリッ クスに分離される. 従来の動力学方程式がすべての成分が混在 した形であるのに対し、本解法でのトルク算出式は、成分ごと に分離されたマトリックス形式によって表現されるため、系の ダイナミクスが変化した場合にも入力データの変更のみで対応 できるという柔軟性を持つ. このことにより、従来の手法では 困難であった閉リンク系の逆動力学計算や、連続的に開から閉 ループへと形態が移行するリンク系などに対する計算も、シー ムレスに実行可能となった [5]. これはすなわち,歩行ロボット の歩行動作や複数マニピュレータによる協調搬送などのような, 開・閉ループが交互に発生する状況下でも,動力学方程式や計

原稿受付 2006 年 9 月 20 日

<sup>\*1</sup>筑波大学大学院システム情報工学研究科構造エネルギー工学専攻

<sup>\*&</sup>lt;sup>2</sup>ジヤトコエンジニアリング(株)

<sup>\*1</sup>Dept. Engineering Mechanics and Energy, Univ. of Tsukuba

<sup>\*2</sup>JATCO Engineering, Ltd.

算アルゴリズムを変更することなく,連続的かつ安定的に求解 できることを意味する.ロボットの動作をさらに高速化させる 上で,これは大変重要な意味を持つものと考える.

また近年,タスクの高速化およびエネルギー消費量の削減を 図り、ロボット機構に対して軽量化の要求が高まっている.軽 量化に伴って剛性が低下した柔軟リンク系の制御問題を取り扱 う場合,機構に発生する弾性たわみや曲げ振動を抑制・補償する ことが必要となる.そのため、柔軟リンク系の動力学を考慮し たモデル化や振動制御などの研究が精力的に行われている[6]~ [13].しかし,従来から使用される動力学方程式は,前述のよ うに様々な変数が混在した形となるため,その逆動力学計算過 程を複雑なものとしている.

並列的解法は,各要素内の情報が集約された節点力を並列的 に算出し,それを力学的な関係に基づいて関節トルクに換算す る手法である.したがって,柔軟リンク系に適用した場合にも, リンク内に発生する弾性変形の影響が反映された節点力をトル クに換算することで,リンクの剛性によらずに逆動力学計算が 可能となる[14].本研究では,並列的解法が持つ汎用性につい てさらに検証を進めることを目的とし,これを2関節柔軟リン ク系に対する制振実験に適用した.その際,発生する変形を予 測し,それを打ち消すような軌道とトルクを算出し制御入力す るといったモデルベースドの制振手法を用いることで,本解法 の有効性を検証した.

続く第2章では、並列的解法の改良点について解説し、第3 章では、フレキシブル・リンク系の軌道計算に用いた運動学計 算アルゴリズムについて説明する.第4章では数値例を示し、 第5章では、フレキシブル・リンク系に対して行ったフィード フォワード制御実験結果について述べる.第6章には結論を述 べる.

#### 2. 並列的逆動力学計算法の改良

並列的解法に関する既往の研究 [4] [5] [14] [15] では, リンク 部材を二つの線形チモシェンコはり要素で表現し, 部材の質量 は重心節点に, モータの質量は関節節点に集中配置した. この モデル化の特長は, 重心位置を節点により陽に表現することが 可能で, 従来の動力学方程式による方法との比較が容易であっ た点である.しかしその一方で, フレキシブル・リンク系のモ デル化に対しては, 線形チモシェンコはり要素特有の曲げ変形 精度の粗さが出現し, 1 部材 2 要素では十分な精度が保証でき ない問題点が存在した.

そこで本研究では, 高次の変位関数を 2 点積分法で処理し, 曲げ変形精度が数学的に保証されている Bernoulli-Euler はり 要素をリンク部材のモデル化に使用した. 重心位置は陽には表 現せず,分布質量マトリックスを適用することで部材の動特性 の表現を図った.分布質量マトリックスは,要素質量が変位関 数と同等に分布するという概念に基づいて定式化されたもので ある [16]. Fig. 1 で,既報のモデル化[4] [5] [14] [15] と本研究 のモデル化とを比較すると,重心に関する成分がなくなり,要 素数も半減していることが分かる. 並列的解法の計算過程その ものは既報のものと変わらないが,使用する成分が異なるため, 以下にその詳細を記述する.



(a) Link member modeled by two linear Timoshenko beam elements with lumped mass at center of gravity [4] [5] [14] [15]



- (b) Link member modeled by single Bernoulli-Euler beam element with consistent mass distribution
  - Fig. 1 Nodal forces acting on *i* th link in *n*-link system

Fig.1(b) で例えば i 番目のリンクの要素座標系 x 軸回りに必要なトルク  $\tau_{ix}$  は、先端関節に作用する並進力に起因するモーメント、リンク部材が有する慣性モーメント、そして先の関節のトルクとの和で求められ、以下のように表される.

$$\tau_{ix} = l_i \left( \sum_{j=i+1}^{n} F_j \right)_y + F_{i\phi x} + \tau_{(i+1)x}$$
(1)

ここで, $l_i$ はリンクの長さ, $(\sum F_j)$ は合力を示す.以後,変 数右下の添字i, jなどは対象とするリンクの番号,x, y, zは 要素座標系の各軸方向成分,X, Y, Zは全体座標系の各軸方 向成分, $\phi_x, \cdots$ ,などはx軸回りの回転方向成分などであるこ とを示す.次に,他の軸回りの成分をまとめ,全体座標系で表 現すると,関節トルクベクトルは以下のようになる.

$$\{\tau^n\} = [L^n][T^n]\{P^n\}$$
(2)

ここで、 $\{P^n\}$ は節点力に関するベクトルで、次のように表される.

JRSJ Vol. 25 No. 4

$$\{P^n\} = \begin{cases} P_1 \\ P_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ P_n \end{cases}, \quad \text{where} \quad \{P_i\} = \begin{cases} \sum_{j=i+1}^n F_{jX} \\ \sum_{j=i+1}^n F_{jY} \\ \sum_{j=i+1}^n F_{jZ} \\ F_{i\phi X} \\ F_{i\phi Y} \\ F_{i\phi Z} \end{cases}$$

$$(3)$$

このベクトルでは, 既報の線形チモシェンコはり要素を使用した場合と異なり, 重心に関する成分が削減されている. 上式に 必要な節点力は, 次のニュートンの運動方程式を解くことで求められる.

$$[M]\{\ddot{u}\}_{t+\Delta t} = \{F\}_{t+\Delta t} \tag{4}$$

ここで, [M] は全体質量マトリクス,  $\{\ddot{u}\}_{t+\Delta t}$  は時刻  $t + \Delta t$  における加速度ベクトル,  $\{F\}_{t+\Delta t}$  は時刻  $t + \Delta t$  における外 カベクトルである. なお, 時刻  $t + \Delta t$  における節点力増分ベ クトルを  $\{\Delta f\}$  とおき,

$$\{F\}_{t+\Delta t} = \{F\}_t + \{\Delta f\}$$
(5)

であることに注意し、Newmark の  $\beta$  法 (積分パラメータ  $\delta = 1/2$ )を時間積分に適用すると、節点力増分ベクトルは

$$\{\Delta f\} = -\{F\}_t$$
  
+[M]  $\left(\frac{1}{\beta\Delta t^2}\{\Delta u\} - \frac{1}{\beta\Delta t}\{\dot{u}\}_t - \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right)\{\ddot{u}\}_t\right)$   
(6)

と表現される. ここで,  $\{\Delta u\}$  は変位増分ベクトル,  $\{\dot{u}\}_t$  は時 刻 t における速度ベクトル,  $\Delta t$  は時間増分,  $\beta$  は積分パラメー タである.上式に従って各自由度に相当する成分を算出し,式 (3) に代入することで,節点力に関するベクトル  $\{P^n\}$  が完成 する.

他方, 座標変換マトリックス [T<sup>n</sup>] は, 以下のように表される.

$$[T^n] = [h^n][T^n_{GE}] \tag{7}$$

ここで  $[h^n]$  は x - y, z - x 座標間の修正マトリックスで, y 軸方向の符号を逆転するものである.  $[T^n_{GE}]$  は全体座標系と要素座標系の間の変換マトリックスで,以下のように表される.

ここで,

$$\begin{bmatrix} T_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ 0 & A_i \end{bmatrix}$$
(9a)

$$\begin{bmatrix} A_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi_{iXx} & \cos \phi_{iYx} & \cos \phi_{iZx} \\ \cos \phi_{iXy} & \cos \phi_{iYy} & \cos \phi_{iZy} \\ \cos \phi_{iXz} & \cos \phi_{iYz} & \cos \phi_{iZz} \end{bmatrix}$$
(9b)

である. 例えば  $\phi_{iXx}$  は, 全体座標系 X 座標と要素座標系 x 座標との間の角度を示す.  $[L^n]$  は部材長マトリックスで, リンク間の接続状態と部材長の情報を含み [15], 以下のように表される.

$$[L^n] = [T^n_\Lambda][\Lambda^n] \tag{10}$$

ここで [T<sub>A</sub><sup>n</sup>] は各部材の要素座標系間の座標変換マトリックスで,

と表される.  $[T_{ij}](i, j = 1 \sim n)$  は式 (9b) の  $[A_i]$  を使って下 記のように表される.

$$[T_{ij}] = [A_i][A_j]^T \tag{12}$$

また,  $[\Lambda^n]$  は



と表され,また,

 $\left[\begin{array}{c} \Lambda_i \end{array}\right] = \left[\begin{array}{cccccc} 0 & l_i & 0 & 1 & 0 & 0 \\ l_i & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$ (14)

である.式(14)のマトリックスでも,線形チモシェンコはり 要素を使用した場合[4][5][14][15]に対し重心に関する成分が 削減されていることに注意されたい.以上のマトリックスを使 用し式(2)のように掛け合わせることで,まず全体座標系の節 点力が要素座標系に変換され,次に長さの次元が掛けられてト ルクとなる.

本研究で提案する Bernoulli-Euler はり要素を使用した並列 的解法,既報の線形チモシェンコはり要素を使用した並列的解 法,および従来の動力学方程式を用いた手法によって3 関節剛 体リンク系の逆動力学計算を行った.その際,Newmarkの 分 法の積分パラメータとしては  $\beta = 1/4$  を用いた. Fig. 2 に目 標軌道と得られたトルク曲線を示す.結果は良好に一致してお り,分布質量マトリックスを用いた Bernoulli-Euler はり要素 は重心の表現を必要としないだけでなく,既存の線形チモシェ ンコはり要素を使用した手法に対し,計算時間も 12%ほど短縮 できることが分かった.なお,並列的解法は近似計算手法のた め,十分な精度を得るためには 50~100 [ステップ/秒] ほどのス テップ数が必要であることを付記しておく.



Fig. 2 Inverse dynamics computation of 3-joint rigid-body model

#### 3. フレキシブル・リンク系の運動学計算

フレキシブル・リンク系の逆動力学を計算するためには, 慣 性力によって部材に生じるたわみ量を計算する必要がある. そ こで,部材の慣性力と剛性を考慮した運動学計算アルゴリズム を開発した.逆動力学計算アルゴリズムと同じ有限要素を使っ てモデル化を行い,一つの計算過程でトルク算出までを可能と した.

系の動作によって生じる慣性力を考慮すると、仮想仕事の原 理より、時刻  $t + \Delta t$  における増分型運動方程式は次式のよう に定式化される.

$$[M]\{\ddot{u}_m\}_{t+\Delta t} + [M]\{\ddot{u}_d\}_{t+\Delta t} + [C]\{\dot{u}_d\}_{t+\Delta t} + [K]\{\Delta u_d\}$$
  
= {F}<sub>t+\Delta t</sub> - {R}<sub>t</sub> (15)

ここで, [*C*] は全体減衰マトリクス, [*K*] は全体剛性マトリクス,  $\{\ddot{u}_m\}_{t+\Delta t}$  と  $\{\ddot{u}_a\}_{t+\Delta t}$  は時刻  $t + \Delta t$  における系の動作加速度ベクトルおよび変形加速度ベクトル,  $\{\dot{u}_d\}_{t+\Delta t}$  は変形 速度ベクトル,  $\{\Delta u_d\}$  は変形量増分ベクトルである.外力が作用しない場合は,  $\{F\}_{t+\Delta t}$  の各成分はゼロとなる.また,  $\{R\}_t$  は次式で計算される内力ベクトルである.

$$\{R\}_t = \int [B]^T \{\sigma\}_t dl \tag{16}$$

ここで, [*B*] は要素の変位-ひずみマトリックス,  $\{\sigma\}_t$  は時刻 t における断面力ベクトル, dl は要素長増分である. なお, 変形 が生じる軌道の場合は, 断面力が発生するため  $\{R\}_t$  には値が 入るが, 剛体リンク系の場合には断面力が発生しないため, こ の成分はすべてゼロとなる. 時間積分法として Newmark の  $\beta$ 法 (積分パラメータ $\delta = 1/2$ ) を用いると, 上記の加速度ベク トルおよび速度ベクトルは以下のように計算される.

$$\{\ddot{u}_m\}_{t+\Delta t} = \frac{1}{\beta\Delta t^2} \{\Delta u_m\} - \frac{1}{\beta\Delta t} \{\dot{u}_m\}_t$$
$$- \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right) \{\ddot{u}_m\}_t \qquad (17a)$$
$$\{\ddot{u}_d\}_{t+\Delta t} = \frac{1}{\beta\Delta t^2} \{\Delta u_d\} - \frac{1}{\beta\Delta t} \{\dot{u}_d\}_t$$
$$- \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right) \{\ddot{u}_d\}_t \qquad (17b)$$

$$\{\dot{u}_m\}_{t+\Delta t} = \frac{1}{2\beta\Delta t}\{\Delta u_m\} - \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right)\{\dot{u}_m\}_t$$
$$- \left(\frac{1-4\beta}{4\beta}\right)\{\ddot{u}_m\}_t\Delta t \qquad (17c)$$
$$\{\dot{u}_d\}_{t+\Delta t} = \frac{1}{2\beta\Delta t}\{\Delta u_d\} - \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right)\{\dot{u}_d\}_t$$
$$- \left(\frac{1-4\beta}{4\beta}\right)\{\ddot{u}_d\}_t\Delta t \qquad (17d)$$

ここで、 $\{\dot{u}_m\}_{t+\Delta t}$  は時刻  $t+\Delta t$  における系の動作速度ベクトル、 $\{\Delta u_m\}$  は動作量増分ベクトルである.式 (17) を式 (15) に代入すると、次式が得られる.

$$\left( [K] + \frac{1}{\beta \Delta t^2} [M] + \frac{1}{2\beta \Delta t} [C] \right) \left\{ \Delta u_d \right\} \\
= \left\{ F \right\}_{t+\Delta t} - \left\{ R \right\}_t + [M] \left( \frac{1}{\beta \Delta t} \left\{ \dot{u}_d \right\}_t + \left( \frac{1}{2\beta} - 1 \right) \left\{ \ddot{u}_d \right\}_t \right) \\
- [M] \left( \frac{1}{\beta \Delta t^2} \left\{ \Delta u_m \right\} - \frac{1}{\beta \Delta t} \left\{ \dot{u}_m \right\}_t - \left( \frac{1}{2\beta} - 1 \right) \left\{ \ddot{u}_m \right\}_t \right) \\
+ [C] \left( \left( \frac{1}{2\beta} - 1 \right) \left\{ \dot{u}_d \right\}_t + \left( \frac{1 - 4\beta}{4\beta} \right) \left\{ \ddot{u}_d \right\}_t \Delta t \right) \quad (18)$$

上式に目標軌道として { $\Delta u_m$ } を入力し,式(17)の時刻 tに おける値を代入すると,時刻ごとの { $\Delta u_d$ } が求められる.次に, 系の動作量増分ベクトル { $\Delta u_m$ } と変形量増分ベクトル { $\Delta u_d$ } を次式のように逐次的に足し込む.

$$\{u_m\}_{t+\Delta t} = \{u_m\}_t + \{\Delta u_m\}$$
(19a)

$$\{u_d\}_{t+\Delta t} = \{u_d\}_t + \{\Delta u_d\}$$
(19b)

すると、上記の動作量と変形量を足し合わせることにより、全 変位量は次のように求められる.

$$\{u\}_{t+\Delta t} = \{u_m\}_{t+\Delta t} + \{u_d\}_{t+\Delta t}$$
(20)

このように、式 (15) の運動方程式を解くことで逐次的に  $\{\Delta u_d\}$ が算出され、最終的に  $\{u_m\}$  と  $\{u_d\}$  の和 (式 (20)) として 剛性と減衰を考慮した軌道が得られる.減衰には比例減衰を用 い、部材に発生する空気抵抗は、形状抗力を外力  $\{F\}$  に加え ることで考慮した.

#### 4.数值例

Table 1 に示すような,五つの異なる部材剛性を有する5 関 節リンク系に対し,逆動力学計算を実施した.表中, αとβは レーレー比例減衰係数である.計算過程を Fig. 3 で説明する と,まず剛体リンク系に対する目標軌道を Fig. 3 (a) のように与 える.この軌道はそのまま剛体リンク系の逆動力学計算に対す る目標軌道として使用され,並列的解法に入力すると Fig. 3 (c) に示すトルク曲線が出力される.次に,その軌道に対してたわ みを考慮したい場合,すなわちフレキシブル・リンク系の場合 については,前章で示した運動学計算アルゴリズムに Fig. 3 (a) の軌道を入力する.その出力はたわみを考慮した軌道となり, Fig. 3 (b) のようになる.図では,慣性力によって生じる曲げ変 形が確認できる.さらにこの軌道を並列的解法に入力すると, Fig. 3 (d) に示すようなフレキシブル・リンク系に対するトルク

Table 1 Link parameters for numerical test

	Link	Flexural	Link	Extra mass [kg]	Damping coefficients	
	[m]	[Nm <sup>2</sup> ]	mass [kg]		α	β
Link 1	0.200	0.5384	0.021	0.500	0.100	2.0×10-4
Link 2	0.200	0.4376	0.021	0.200	0.100	2.0×10-4
Link 3	0.200	0.2917	0.021	0,100	0.100	2.0×10-4
Link 4	0.200	0.1459	0.021	0.050	0.100	2.0×10-4
Link 5	0.200	0.02917	0.021	0.010	0.100	2.0×10⁴



Fig. 3 Inverse dynamics calculation for rigid-body and flexible models

曲線が得られる. 剛体リンク系の場合と比較し,曲線に大きな 振動が見られる. その周期は,系全体の1次固有周期と一致す る.以上より,並列的解法は,異なる剛性を有する部材によって 構成されたリンク系でも適用可能であること,また,剛体,フ レキシブル系の相違にもかかわらず,一様に適用可能であるこ とが確認された.

### 5. 制 御 実 験

Fig. 4 に示すような 2 関節フレキシブル・リンク系に対し, フィードフォワード制御実験を行った. 2 本のリンク部材は異な る材料でできており, Table 2 に示す物性値を持つ. また, ダ イナミクスの影響を大きくするため, 各関節にはギアレスモー タを使用した. 運動学計算アルゴリズムによって算出される軌 道,および並列的解法によって算出されるトルク値の精度を検



Fig. 4 2-joint flexible link system with different stiffness values

Table 2 Link parameters for experiment

Parameter	Link 1	Link 2	
Material	Stainless steel	Acryl	
Link length [m]	0.25	0.25	
Young's modulus [GPa]	200	4.38	
Moment of inertia [m4]	$2.92 \times 10^{-12}$	$7.72 \times 10^{-12}$	
Link mass [kg]	$6.83 \times 10^{-2}$	$6.20 \times 10^{-3}$	
Extra mass [kg]	5.81×10 <sup>-1</sup>	$4.20 \times 10^{-2}$	



**Fig. 5** Control angle for vibration control (v/c)

証するため,センサを使用せずにモデル情報のみからリンク先 端位置の制振を行う,モデルベースド制振を試みた.ここで用 いた制振手法は,以下の通りである.すなわち,算出された軌道 からリンク先端の速さがゼロとなる時刻を求める.これはリン ク部材のたわみ量が最大となる瞬間なので,その瞬間に Fig.5 に示すように制御角 θ だけ根元関節をたわみ方向へ回転させる. 先端の振幅が十分に小さくなるまでこの操作を繰り返す.単純 ではあるが,軌道およびトルク値の精度が高くなければ実現が 困難な制振手法である.本論文では,簡単のために Joint 2 の みに制振を適用した.制振効果を検証するため,上方から高速 度カメラにより動作を撮影し,最終姿勢におけるリンク先端位 置を計測した.

フィードフォワードとフィードバックトルクを合わせた制御 トルク *T<sub>FF+FB</sub>* は,次式のように求めた.

$$\tau_{FF+FB} = \tau_{motor} + \tau_{I.D.} + \tau_{feedback} \tag{21}$$

ここで, $T_{I.D.}$ は並列的解法によって求められたトルク, $T_{motor}$ ,  $T_{feedback}$ はそれぞれ,次式で求められるモータ特性トルクおよび PI フィードバックトルクである.



Fig. 7 Torque curves and control results for flexible model (without v/c)

$$\tau_{motor} = J\ddot{q}_d + D\dot{q}_d + f_c \tag{22}$$

$$\tau_{feedback} = K_P(q_d - q) + K_I \Sigma(q_d - q) \qquad (23)$$

ただし、*J*はモータの慣性モーメント、*D*はモータの粘性係数、 *f<sub>c</sub>*は動摩擦力、*q<sub>d</sub>*、*q*は目標角度と実際の検出角度、*K<sub>P</sub>*、*K<sub>I</sub>* は関節角とその積分値のフィードバックゲインである。FF+FB 制御では、*K<sub>P</sub>* = 3.5、*K<sub>I</sub>* = 0.017 の値を使用した.一方、 フィードバックのみの制御では、次の制御トルク  $\tau_{FB}$ を用い、 *K<sub>P</sub>* = 4.2、*K<sub>I</sub>* = 0.033 の値を使用した.

$$\tau_{FB} = \tau_{motor} + \tau_{feedback} \tag{24}$$

**Fig.6**(a)に2[s]で水平面内を半回転する初期の目標軌道を示 す.制御対象が剛体リンク系の場合には、この軌道をそのまま適 用する.前述の運動学計算を適用すると、Fig.6(b)(制振なし) と Fig.6(c)(制振あり)の軌道が得られる.まず、Fig.6(b) の軌道を並列的解法に入力することで、制振を適用しない場合





のトルク曲線 (**Fig.7** (a) および Fig.7 (b) の実線) が得られた. 図には、実際に出力した制御トルク  $\tau_{FB}$  と  $\tau_{FF+FB}$  を併せて 示す.  $\tau_{FF+FB}$  と並列的解法により得られたトルク値  $\tau_{I.D.}$  は、 良好に一致した. また、Fig.7 (c) の回転角を見ると、FF 制御 を導入することで追従性が向上していることが分かる. さらに、 リンク先端の X 座標値 (Fig.7 (d)) は、運動学計算結果と実 験結果が良好に一致している.

次に、制振を適用した場合のトルク曲線を **Fig.8**(a), Fig.8(b)に示す.この場合、特に注目すべき領域は、根元関節が静止し制振アルゴリズムが作用している領域(2[s]以降) であるが、制振なしの場合と同様に、 $\tau_{FF+FB} \geq \tau_{I.D.}$ が良好 に一致することが確認できる.複雑に挙動する Joint 2の回転 角(Fig.8(c))、リンク先端位置(Fig.8(d))ともに良好に一 致した、以上の結果より、算出された軌道とトルク値の精度の 高さが実証された.

#### 6. 結 言

本論文では、曲げ変形精度を向上させる Bernoulli-Euler は り要素を用いて並列的逆動力学計算法を改良し、フレキシブル・ リンク系のモデルベースド・フィードフォワード制御に適用し た.FEM を基に開発された運動学計算および逆動力学計算アル ゴリズムは、リンク系の材料力学的性質を考慮する上で適切な 手法であり、このことが数値例および実験結果より立証された.

本稿で示した実験は簡単なモデルに対するものであり、この 結果が従来の手法に対して即,優位性を示すものではない.し かし,既報までの検証から、より複雑な機構に対する並列的解 法の適用可能性は予測できる.今後,様々な剛性を有するユニッ ト式構造可変型マニピュレータを製作し,異なる境界条件下に おける実験を重ね,提案手法の汎用性についてさらに検証して いく予定である.

#### 考文献 鉃

- [1] J.J. Craig, 三浦宏文, 下山 勲 訳: ロボティクス―機構・力学・制 御—. pp.155-188, 共立出版、1991.
- [2] 杉本浩一:"閉ループ機構の運動方程式の導出",日本ロボット学会誌, vol.15, no.3, pp.460-467, 1997.
- [3] 中村仁彦,山根克,永嶋史朗:"構造変化を伴うリンク系の動力学計算 法とヒューマンフィギュアの運動計算",日本ロボット学会誌, vol.16, no.8, pp.1152-1159, 1998.
- [4] 磯部大吾郎:"有限要素法を用いたリンク機構の逆動力学計算",日本 ロボット学会誌, vol.20, no.6, pp.647~653, 2002.
- [5] D. Isobe: "A unified solution scheme for inverse dynamics," Advanced Robotics, vol.18, no.9, pp.859-880, 2004.
- [6] W.H. Sunada and S. Dubowsky: "On the dynamic analysis and behavior of industrial robotic manipulators with elastic members," Trans. of ASME, J. of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, vol.105, pp.42-51, 1983.
- [7] E. Bayo: "A finite-element approach to control the end- point motion of a single-link flexible robot," J. of Robotic Systems, vol.4, no.1, pp.63-75, 1987.
- [8] A.A. Shabana: "Dynamics of flexible bodies using generalized Newton-Euler equations," Trans. of ASME, J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control, vol.112, pp.496-503, 1990.
- [9] H. Asada, Z.D. Ma and H. Tokumaru: "Inverse dynamics of



の会員.

#### 磯部大吾郎 (Daigoro Isobe)

1965年7月1日生. 1994年東京大学大学院工学 研究科船舶海洋工学専攻修了,博士(工学).同年 東京大学生産技術研究所助手. 1995 年より筑波大 学構造工学系講師, 1999年より同大学機能工学系 講師, 2002年より助教授, 現在に至る. 構造工学 や計算力学的な手法を積極的にロボット工学に導入 した研究に従事.日本機械学会,日本建築学会,日本計算工学会など (日本ロボット学会正会員)

flexible robot arms: modeling and computation for trajectory control," Trans. of ASME, J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control, vol.112, pp.177-185, 1990.

- [10] S. Cetinkunt and W.L. Yu: "Closed loop behavior of a feedback controlled flexible arm: a comparative study," Int. J. of Robotics Research, vol.10, no.3, pp.263-275, 1991.
- [11] A.P. Tzes and S. Yurkovich: "Application and comparison of on-line identification methods for flexible manipulator control." Int. J. of Robotics Research, vol.10, no.5, pp.515-527, 1991.
- [12] R.J. Theodore and A. Ghosal: "Comparison of the assumed modes and finite element models for flexible multilink manipulators," Int. J. of Robotics Research, vol.14, no.2, pp.91-111, 1995.
- [13] D. Hui, S. Fuchun and S. Zengqi: "Observer-based adaptive controller design of flexible manipulators using time-delay neurofuzzy networks," J. of Intelligent and Robotic Systems, vol.34, no.4, pp.453-456, 2002.
- [14] 磯部大吾郎,今泉大作:"リンク系の部材剛性に依存しない統一的逆動 力学計算法", 日本機械学会論文集 (C 編), vol.70, no.691, pp.728-735, 2004.
- [15] D. Isobe, A. Yagi and S. Sato: "General-Purpose Expression of Structural Connectivity in the Parallel Solution Scheme and Its Application," JSME International Journal Series C, vol.49, no.3, pp.789~798, 2006.
- [16] K.J. Bathe: Finite element procedures. Prentice-Hall, 1996.



#### 加藤昭博(Akihiro Kato)

1982年3月19日生.2004年筑波大学工学システ ム学類, 2006年同大学大学院理工学研究科卒業, 修 士(工学).同年ジヤトコエンジニアリング株式会 社へ就職,現在に至る.