

氏名(本籍)	いけだ こういちろう (宮崎県)
学位の種類	博士(数学)
学位記番号	博甲第1,214号
学位授与年月日	平成6年3月25日
学位授与の要件	学位規則第5条第1項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	On minimal models (極小モデルについて)

主査	筑波大学教授	理学博士	本橋信義
副査	筑波大学教授	理学博士	村松寿延
副査	筑波大学教授	理学博士	赤平昌文
副査	筑波大学助教授	理学博士	坪井明人

## 論文の要旨

Minimal model とは真の elementary submodel を持たないような構造である。また prime model とは、それと elementarily equivalent な構造に常に elementary に埋め込めるような構造をいう。この二つの概念はいずれも構造が小さいということを表したものである。しかし、一般には二つの概念は必ずしも一致しない。

実際  $M = (M, =)$  は prime model であるが minimal model ではない。またこの場合には  $M$  と elementarily equivalent な minimal model は存在しない。Omitting Types Theorem を使えば、 $M = (Z, +, 0)$  は minimal model であるが prime model ではないことが判る。

Minimal model の構造に関して有名なものは次の定理である。

定理 (Shelah)。 $M$  が  $\omega$ -stable な minimal model ならば  $M$  の中に長さ無限の indiscernible set は存在しない。

Marcus はこの定理において  $\omega$ -stable の仮定は必要なことを示した。彼の例を解析するとそのモデルは stable だが superstable でないものになっている。そこではたして Shelah の定理は superstable に拡張されるか否かが問題になる。本論文において池田氏は肯定的結果を得た：

結果 1.  $M$  が superstable な minimal model ならば  $M$  の中に長さ無限の indiscernible set は存在しない。

$m(T)$  で理論  $T$  の minimal model の個数を表すとする。  $N_0 < m(T) < 2^{N_0}$  となる  $T$  が存在するかどうかは解かれていない問題である。Marcus は 1 変数関数記号を 1 つだけ持つ言語  $L$  からなる理論  $T$  では  $m(T) > 1$  から  $m(T) = 2^{N_0}$  が結論されることを示した。本論文において氏が示した以下の定理はこの結果の拡張になっている。

結果 2.  $T$  を *stable* で *trivial* な *theory* として,  $M$  を  $T$  の *minimal* であるが *prime* でない *model* とする。このモデルの中の元の  $U$ -rank がすべて 1 以下ならば  $m(T) = 2^{\aleph_0}$  となる。

また氏の結果の系として, 一変数関数記号を可算個持つような氏  $T$  に対しても  $m(T) > 1$  から  $m(T) = 2^{\aleph_0}$  が結論される。

## 審 査 の 要 旨

本論文においてはよく知られた二つの結果の拡張がなされている。その拡張は機械的になされるものではなく, 多くのアイデアを含んでいる。

実際, 結果 1 においては *envelope* という概念により, *prime model* の存在を仮定しない証明方法を与えた。また結果 2 においては, 古典的な手法の組み合わせである Marcus の結果に現代的な手法によりアプローチを試み, 明解な証明を与えることに成功している。氏の結果とその証明方法は今後の *minimal model* の研究に大きな影響を与えるものと思われる。

よって, 著者は博士 (数学) の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。