【186】

氏　名(本　籍)	鈴木龍一（すずき りゅういち）（長野県）
学位の種類	博　士（理　学）
学位記番号	博乙第862号
学位授与年月日	平成5年3月25日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	Blow－up Solutions of One Dimensional Quasilinear Degenerate Parabolic Equations （1次元準線形退化放物型方程式の爆発解）

主　査	筑波大学教授	理学博士	松村睦豪
副　査	筑波大学教授	理学博士	梶谷邦彦
副　査	筑波大学教授	理学博士	太刀川弘幸
副　査	筑波大学教授	理学博士	中川久雄

論文の要旨

本論文は，数理物理学における多孔性媒質（porous media）中の熱拡散過程を記述する基礎方程式を典型例とし，これを一般化した1次元準線形退化放物型方程式のある種のクラスに属する偏微分方程式に対する初期値問題（＝Cauchy問題），初期境界値問題（境界条件はDirichlet条件あるいはNeumann条件）の解の爆発点のつくる集合の形と時間変数が爆発時間に近づくときの界線（interface）の挙動について研究したものである。

第1章では多孔性媒質方程式 $(u^{1/m})_t = u_{xx} + u^{p/m}$ $(m \geq 1,\ p > 1)$ を一般化した $b(u)_t = u_{xx} + f(u)$ なる形の方程式を取り扱っている。ここで $f(u)$ は熱源を表わす非線形項である。関数bおよびfに関する適当な条件のもとで，時間tに関し局所的な弱解が一意的に存在するが，一般に大局解は存在せず，時間変数tがある有限時間Tに近づくとき媒質のある点xで解は $u(t, x) \to \infty$ となる。xをuの爆発点，Tをuの爆発時間と呼ぶ。著者は熱源関数fについて次の2つの場合の解について考察した。(Ⅰ) $f(u)$ の増大度がuの増大度に比し極めて大きいとき (Ⅱ) $f(u)$ の増大度がuの増大度に比し極めて小さいとき。著者は(Ⅰ)の場合，初期値問題および初期境界値問題の解uの爆発点の集合Sは有限集合になることを証明した。また初期値問題に対して時間 $t=0$ で与える初期データ $u_0(x)$ がコンパクトな台Kをもつとき，bとfに関するある種の条件のもとで有限伝播性が成り立つ，即ちtの単調増大および単調減少連続関数 $\xi_1(t)$, $\xi_2(t)$ で $\{x \in IR;\ u(x, t) > 0\} = (\xi_1(t), \xi_2(t))$ となるものが存在することを示した。$x = \xi_1(t)$, $x = \xi_2(t)$ はそれぞれ左および右界線の定義関数である。(Ⅰ)の場合 $S \subset K$ で，$t \to T$ のとき界線は有界にとどまる $(i, e, \lim_{tiT} |\varepsilon_i(t)| < \infty)$ ことを示し，更に(Ⅱ)の場合には $S = IR \cup \{-\infty\} \cup \{\infty\}$ すなわち無限遠点も含めて各点すべて爆発点となり $t \to T$ のとき界線は無限遠

に延びることを証明している。

第２章では，熱源と対流項のある多孔性媒質方程式 $(u^{1/m})_t - u_{xx} + (u^{q/m})_x = u^{p/m}(m, p, q > 1)$ を一般化した $\beta(u)_t - u_{xx} + g(u)_x = f(u)$ なる形の方程式に対する初期値問題で，f(u) のuについての増大度が対流項g(u) やuに比し極めて大な場合を研究している。上記の方程式に対しては，第１章で取り扱った対流項のない方程式の解の爆発集合が有限集合になることを証明するのに用いた方程式の折り返しについての不変性は利用できない。そこで，１点爆発解の存在を保証するf, gおよび初期データに関する条件，その爆発点が有限点である為の条件を見出し，これらの条件のもとでｔが爆発時間Ｔに近づくとき界線が有界にとどまることを証明している。

審　査　の　要　旨

非線形偏微分方程式の解の爆発問題は，局所解が存在するとき，大局解の非存在の観点からどのような非線形項と初期データに対し解の爆発が起るかとの問題が研究されて来たが，近年解のより精密な性質が研究されるようになった。多孔性媒質方程式に対する解の爆発集合，爆発時間，界面の挙動の研究から，同様の性質をもつより一般な非線形放物型方程式のクラスを見出すことが問題となるが本研究もその方向を目指したものである。

Chen－Matanoが半線形 (b (u)＝u) のとき解の爆発集合について得た結果を準線形で退化する場合を含むより一般な場合に拡張し，また多孔性媒質方程式に対するGalaktinovの仕事，半線形方程式に対する１点爆発解の存在を示したFriedman－Laceyの方法を拡張し一般な条件のもとで結果を得たものである。また著者を含む幾人かの研究者により，著者の仕事の多次元化への研究が進みつつあり，著者はこの分野の研究に一定の貢献をしたものと考えられる。

よって，著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。