氏名（本籍）	石井直紀（東京都）		
学位の種類	博士（理学）		
学位記番号	博乙第1,499号		
学位授与年月日	平成11年3月25日		
学位授与の要件	学位規則第4条第2項該当		
学位論文題目	On Riemann-Roch Graphs and Coverings over d-gonal Curves （リーマン-ロッホグラフとd-gonal曲線の被覆について）		
主査	筑波大学教授	理学博士	竹内光弘
副査	筑波大学教授	理学博士	木村達雄
副査	筑波大学教授	理学博士	平良和昭
副査	筑波大学教授	理学博士	神田護

論文の内容の要旨

平面領域で定義された多価解析関数が，その上で一価解析関数となるよう，定義領域を改変して得られる面をリーマン面とよぶ。リーマン面の精密な定義はH. Weylにより与えられ，関数論，位相幾何学，代数幾何学等さまざまな角度から研究されており，数学における基本概念の一つである。この論文では，代数幾何学の立場から，コンパクト・リーマン面について，そのWeierstrass gap集合，d-gonal曲線の被覆問題などをくわしく研究し，いくつかの興味深い結果を得ている。

本論文は3節からなる。第1節では，コンパクト・リーマン面のWeierstrass gap集合について著者のオリジナルな考えである，リーマン-ロッホ・グラフという概念を用いて研究した。コンパクト・リーマン面とそのn個の点から，Weierstrass gap集合とよばれる集合が定義される。n＝1の場合，この集合の位数はリーマン面の種数（genus）に等しい。n＝2の場合は最近研究されはじめ，位数の上限と下限が種数により表示されることが分っている。著者は，リーマン-ロッホ・グラフという新たな概念を導入して，一般のnに対するgap集合の位数を研究した。その結果，位数の下限を種数を用いて表すことに成功した。又n＝3のときの位数の上限を得ることもできた。

コンパクト・リーマン面は，代数幾何学の立場では曲線と捉えられる。整数dに対し，d-gonal曲線とよばれるコンパクト・リーマン面の重要なクラスがある。第2節と第3節ではd-gonal曲線を研究している。被覆問題は，リーマン面の研究に大きな役割を果すが，第2節ではd-gonal曲線の被覆をくわしく研究し，ガロア群に関連する興味深い結果を得た。リーマン球面の自己同形群は五つの型に限られることが知られている。著者はその主定理においてd-gonal曲線の被覆は，リーマン球面の被覆からファイバー積により得られることを示した。これを用いて，d-gonal曲線の被覆のガロア群や分岐の型を決定し，方程式を具体的に記述する等の結果を得た。第3節では，より具体的に，方程式で定義されたコンパクト・リーマン面についてくわしい考察を行っている。一般に，与えられたリーマン面がd-gonal曲線になるか否かの判定は容易でない。著者は，方程式の形で与えられるコンパクト・リーマン面について，それがd-gonal曲線になるための十分条件をいくつか与え，そのときg'_dという量が一意的に定まることを示している。さらに，そのように定義された2つのリーマン面が同形となるための必要十分条件を求めている。さらにリーマン面の自己同形，その固定点集合との関連で興味深い考察を行っている。

審査の結果の要旨

コンパクト・リーマン面のWeierstrass gap集合の位数を求めるために考え出されたリーマン-ロッホ・グラフの概念は，本論文の著者石井氏の独創的なアイデアであり，高く評価してよい。またd-gonal曲線の被覆について単に抽象的な一般論を展開するのではなく，具体的な例を数多く考察して，方程式の形で与えられたリーマン面がd-gonal曲線となるための十分条件を見出した事，及びリーマン球面の被覆と結びつけて，d-gonal曲線の被覆のガロア群や分岐の型を決定した事も評価される。この方面について，今後もさらに進展が期待される。

よって，著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。