氏名(本籍)	森下和彦(京都府)
学位の種類	博士(理学)
学位記番号	博乙第 1,457 号
学位授与年月日	平成10年10月31日
学位授与の要件	学位規則第4条第2項該当
学位論文題目	MAPPINGS ON FUNCTION SPACES (関数空間上の写像について)

主査	筑波大学教授	理学博士	保科隆雄
副査	筑波大学教授	理学博士	伊藤光弘
副査	筑波大学教授	理学博士	赤平昌文
副査	筑波大学教授	理学博士	加藤久男

論文の内容の要旨

本論文は，位相空間論の主要な分野の一つである関数空間の C_p 理論の上で，連続汎関数及び ℓ-同値性について論じたもので，3章からなる。

完全正則空間 X 上の実数値連続関数全体を $C(X)$，そのうち有界なもの全体を $C^b(X)$ で表す。$C^b(X)$ は，これにいわゆる sup-norm 位相を導入することにより，Banach 空間の一つとして関数解析学においても旧くから研究されている。この位相を一般化して，$C(X)$ にはコンパクト開位相及び点収束位相が考えられ，それぞれの位相を導入したとき空間 $C(X)$ を，$C_k(X)$，$C_p(X)$ で表すことにする。$C_k(X)$，$C_p(X)$ の考え方は両者とも新しくはないが，$C_k(X)$ は幾何学的な分野では基本的な概念としてかなり以前から用いられ，応用面も広い。他方，$C_p(X)$ は線形位相空間としての構造を持つにも関らず，位相的には元の空間 X の連続濃度個の積の構造を部分的に持つなどの難解な面が影響して研究が遅れていたが，1970年後半 Arhangel' skiĭ 等により基本的な研究が始まり，以後今日に至るまで種々の研究成果が得られて，いわゆる C_p 理論の分野が確立している。$C_p(X)$ は，それを位相空間として考察する場合と，線形位相空間として考察する場合とでは大いに事情が異なる。本論文では，位相空間 $C_p(X)$ 上の連続汎関数の最小台の存在問題及び2つの線形位相空間 $C_p(X)$，$C_p(Y)$ の間の線形位相同型性について探究し，優れた成果を挙げた。

以下，内容を述べると，第1章では，基本事項の準備の後，本論文に関連する幾つかの基本的事実を挙げ，研究の動機付けについて述べている。

$C(X)$ 上の実数値関数を一般に汎関数といい，任意の汎関数 λ に対し，λ の値を定める X の部分集合を λ の台という。汎関数の台はなるべく小さくとれることが望ましいが，$C_p(X)$ 或いは $C_k(X)$ 上での線形連続汎関数に対しては，最小な台が存在してそれぞれ有限集合或いはコンパクトであるようにとれることが知られている。第2章では，任意の連続汎関数は，$C_k(X)$ 及び $C_p(X)$ の何れについても最小な台を持つことを証明した。更にその最小台は，$C_p(X)$ の場合は可分となることを示し，$C_k(X)$ の場合も同様な検討を行い，種々の例を挙げて $C_p(X)$ の場合との違いを詳細に述べている。

空間 X，Y について，$C_p(X)$ と $C_p(Y)$ が互いに線形位相空間として同型となるとき，X と Y は互いに ℓ-同値であるという。ℓ-同値性については，1980年 Pavlovskiĭ により，コンパクト距離空間 X，Y が互いに ℓ-同値ならば，X と Y の次元は等しいことが証明され，C_p 理論の幾何学的な方面への進展の端緒となったが，これに示唆される問題として Y が幾何学的に標準的な空間をするとき，Y に ℓ-同値な空間 X は如何なる空間

かという問題が生じる。Valov は，Hilbert 立方体，n 次元 Menger 立方体と ℓ - 同値となる空間の特徴付けを与えたが，最も基本的な n 次元立方体 I^n については，Pavlovskiĭ が n 次元有限多面体は I^n と ℓ -同値になることを上記の研究で証明して以来未解決であった。第 3 章において著者は，これに答えて空間が I^n と ℓ - 同値になる必要十分条件を与えることに成功した。証明では先ず n 次元コンパクト位相多様体が I^n と ℓ - 同値になることが示され，更に次元論の手法も駆使した著者独自の着想に富む高度な議論が展開されている。

審 査 の 結 果 の 要 旨

C_p 理論は，一般論の研究及び応用と現在は多岐に渡って研究されているが，著者の連続汎関数の最小台の存在定理は，他の多くの論文で用いられその有用性が高く評価されている。また，本論文により n 次元立方体と ℓ - 同値となる空間の特徴付けが与えられたことは，Valov の研究と並び ℓ - 同値性の研究を通して C_p 理論が幾何学的な方向に発展する十分な可能性を与えたものと言える。本論文は，成果及びその手法を通してこの方面の今後の発展に大いに寄与したものと考えられる。

よって，著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。