氏　名（本　籍）	小　山　　晃（埼玉県）
学位の種類	理学博士
学位記番号	博乙第240号
学位授与年月日	昭和60年3月25日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	数学研究科
学位論文題目	Coherent singular complexes in strong shape theory （強シェイプ理論における連接特異複体について）
主　査	筑波大学教授　理学博士　児玉之宏
副　査	筑波大学教授　理学博士　中川良祐
副　査	筑波大学教授　理学博士　宮下庸一
副　査	筑波大学教授　理学博士　村松寿延

論文の要旨

本論文において著者は，位相空間に対して連接特異複体とよばれるCSS複体を構成し，これを使用して今まで知られていたCech ホモロジー群，特異ホモロジー群，Steenrod-Sitnikov ホモロジー群とは異なる連接特異ホモロジー群を定義し，その特徴的性質を研究している。A を共有限有向集合を添え数とする位相空間の逆系列を対象とし，連接写像の連接プロホモトピー類を射とする圏とする。H を Kan 複体を対象とし，単体写像を射とする圏とする。このとき，連接特異複体関手とよばれる A から H への共変関手Scが定義される。すなわち，共有限有向集合を添え数とする空間の逆系列 $\underline{X}$ に対して Kan 複体 S_c（$\underline{X}$）が定義される。さらに，S_c（$\underline{X}$）の実現である CW 複体 $|S_c(\underline{X})|$ から$\underline{X}$への自然な連接写像 $\tau_{\underline{X}}$が構成され，つぎの定理が成り立つ。(1)空間の逆系列$\underline{X}$がAにおいてある CW 複体より支配されるならば，$\tau_{\underline{X}}$は圏 A において同型を誘導する。つぎに，逆系列 $\underline{X}$ に対して連接特異ホモロジー群 H^c_*（$\underline{X}$）を H_*（S_c（$\underline{X}$））として定義する。この群は，A における不変量となる。H^c_*は Steenrod-Sitnikov ホモロジー群とは有限多面体に対しても異っている。定点空間の逆系列（$\underline{X,x}$）に対して連接ホモトピー群 H^c_*（$\underline{X,x}$）が定義出来るが，この群は関手 Scと連接写像 $\tau_{(\underline{x,x})}$によってつぎのように解明される。すなわち，(2) $\tau_{(\underline{x,x})}{}^*:\Pi_n|ISc(\underline{X,x})|)\to \Pi^c_n$（$\underline{X,x}$）はすべての n について同型対応である。また Hurewicz の同型定理がつぎの形で成立する。(3) $n\geqq 1$ とし，$0\leqq i\leqq n-1$ となるすべての i について Π^c_n（$\underline{X,x}$）$=0$ となれば，Hurewicz の準同型 $\psi_n:\Pi^c_n$（$\underline{X,x}$）$\to H^c_n$（$\underline{X,x}$）が定義され，(i)$n=1$ ならば，ψ_1は全射であり ψ_1の核は Π^c_1（$\underline{X,x}$）の交換子群となる。(ii)$n\geqq 2$ ならば，ψ_nは同型対応となる。（$\underline{X,x}$）を孤状連結な定点空間の逆系列

である定点CW 複体によって支配されるならば，Edwards と Geoghegan によって構成された定点CW 複体 E $(\underline{X},x)$ のホモトピー群は Π^{c}_{n} $(\underline{X},x)$ によってつぎのように評価される。(4)連接写像$P_{(\underline{x},x)}$:E $(\underline{X},x)$ → $(\underline{X},x)$ が定義され，誘導準同型$P_{(\underline{x},x)}{}^{*}$:$\Pi_{n}$ (E $(\underline{X},x)$) →Π^{c}_{n} $(\underline{X},x)$ はすべての n に対して同型対応である。

(5)弱ホモトピー同値f: | E $(\underline{X},x)$ | → | Sc $(\underline{X},x)$ | が存在する。実例として，$\underline{X}$を1次元円周の有限和からなる可算逆系列とするとき，連接特異ホモロジー群H^{c}_{1} $(\underline{X})$ は，Steenrod-Sitnikov ホモロジー群 H^{s-s}_{1} $(\underline{X})$ から異なることが計算されている。最後に，強シェープ理論において，連接ホモロジー群と連接ポモトピー群が論じられている。

Marderic と Lisica による位相空間の ANR 解系列と密接な関連があることが示されている。

審　査　の　要　旨

位相空間Xに対して特異複体S (X)を構成して特異ホモロジーH_{*} (X) を定義し，実現 | S(X) | のホモトピー群を求めることは，CW 複体とか ANR 空間などの滑らかな位相空間については有効であるが，局所連結性のない複雑な位相空間に対しては位相不変量の役割りを十分に果していない。例えばゼロシェープをもつ空間などの分類には無力である。本論文において著者が構成した連接特異複体は，この欠点を十分に補うもので，位相不変量として非常に有効なものである。特にこの複体から定義される連接特異ホモロジー群は強シェープ圏における不変量として，空間の分類に大きな貢献をなしている。また連接特異複体の実現のホモトピー群は，Quigley-Lisica-Mardesic のホモトピー群と同型となり，後者の群が計算し難いことから多くの応用が予想されている。また Hurewicz 型の準同型がホモトピー群とホモロジー群の間に定義されることも興味ある事実である。Steenrod-Sitnikov ホモロジー群との類似が予想されていたが，著者は簡単な実例で２つのホモロジー論が異なることを示している。連接特異複体の特徴的性質は位相空間自体を知るために今後より精しく解明されるべきであり，本論文は連続体論，シェープ理論においても高く評価されている。

よって，著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものとみとめる。