

氏名(本籍)	安井義和(奈良県)
学位の種類	博士(理学)
学位記番号	博乙第757号
学位授与年月日	平成4年3月25日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	Shrinking properties of open covers (開被覆の縮小性)

主査	筑波大学教授	理学博士	児玉之宏
副査	筑波大学教授	理学博士	高橋恒郎
副査	筑波大学教授	理学博士	中川良祐
副査	筑波大学助教授	理学博士	保科隆雄

論 文 の 要 旨

積空間の正規性を因子空間の性質によって決定することは位相空間論の中心課題の一つである。1950年代にC. H. Dowkerは積空間が正規となる条件として、因子空間の被覆特性を研究した。以来、積空間の正規性の研究は因子空間の種々の被覆特性の研究に移行している。本論文において著者は、2つの重要な被覆特性BとDを導入して、それ等の内的特徴付けを与えると同時に、精細に積空間の正規性を研究している。

k を無限濃度とする。位相空間 X において単調増加で長さ k の X の開被覆が単調増加な開被覆に縮小可能であるとき、 X は被覆特性 $B(k)$ をもつという。単に縮小可能な開被覆が存在するとき、被覆特性 $D(k)$ をもつという。すべての無限濃度 k について $B(k)$ または $D(k)$ が成立するとき、単に被覆特性 B または D をもつという。DowkerとIshikawaの定理により、包含関係「パラコンパクト空間 \rightarrow 特性 $B \rightarrow$ 特性 $D \rightarrow$ 可算パラコンパクト空間」が成立する。これらの包含関係のすべてにおいて逆が成立しないことが反例を与えることで証明されている。特性 $B(k)$ 、 B の内的特徴付けとしてつぎのことが成立する。(1) X が $B(k)$ をもつ必要十分条件は、濃度 k の任意の開被覆が局所的に $k-1$ 未満としか交わらない開細分をもつことである。(2) X が B をもつ必要十分条件は、任意の開被覆 u が局所的に $|u|-1$ 未満としか交わらない開細分をもつことである。この応用として、(3)パラ・リンデレーフな可算パラコンパクト空間は特性 B をもつことが知られる。また、Navyの空間の存在は、 B をもつパラコンパクトでない空間の実例を与えている。濃度 k に対して I_k によって、 k までの順序数からなる空間で点 k を除いてすべて離散位相をもつものとする。つぎの定理は、特性 $B(k)$ および B と積空間の正規性の関連を与える。(4)正規空間 X が特性 $B(k)$ をもつ必要十分条件は、積空間 $X \times I_k$ が正

規となることである。(5)正規空間 X が特性 B をもつ必要十分な条件は、任意の無限濃度 k に対して積空間 $X \times I_k$ が正規となることである。つぎに著者はすべての開被覆が縮小可能となる空間族を求めている。(6)サブ・メタコンパクト正規空間では任意の開被覆が縮小可能である。(7)位相空間 X において、各閉包が完全正規である開集合からなる任意の被覆は縮小可能である。(6)と(7)はA. Beslagićによっても独立に示された開被覆についての補題から証明される。最後に可算積空間と特性 B の関係としてつぎのことが示されている。(8)特性 B をもつ位相空間の可算積が正規ならば、この積空間は特性 B をもつ。

審 査 の 要 旨

閉区間と積空間の正規性を与える条件としてC. H. Dowkerにより導入された可算パラコンパクトの概念は、著者により $B(k)$, $D(k)$ さらに B , D 等の被覆特性として多様化され、国際的に研究の対象となっている。パラコンパクトと B の差また B と D の差は、Dowker空間と名付けられる集合論的にも興味ある空間族である。M. E. Rudinにより与えられたDowker空間の構成は複雑で、その分析は困難であったが、本論文によって明確な分析が得られるに至った。著者により得られた B 特性の内的特徴付けは、積空間を研究する手段として有効であるのみならず、連続写像による保存性等の解明に役立っている。また正規性の特性空間として導入した空間 I_k はその構成の簡明さから多くの応用が得られている。パラコンパクトという強い性質を持たなくとも、完全正規性という比較的弱い局所的性質から開被覆の縮小性が得られるという著者の結果も大変興味深いものである。本論文における著者の研究は高く評価されている。

よって、著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。