氏名（本籍）	上原成功（香川県）		
学位の種類	博士（理学）		
学位記番号	博甲第 2,056 号		
学位授与年月日	平成11年3月25日		
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当		
学位論文題目	Multi-Valued Function Spaces and Compactifications of Function Spaces（集合値関数空間と関数空間のコンパクト化）		
主査	筑波大学教授	理学博士	保科隆雄
副査	筑波大学教授	理学博士	宮本雅彦
副査	筑波大学教授	理学博士	森田純
副査	筑波大学助教授	理学博士	酒井克郎

論文の内容の要旨

本論文は，無限次元位相多様体論の中で，近年研究が盛んである関数空間の位相に関する研究で，8章からなる。

無限次元位相多様体論は，1960年代後半から1970年代にかけて確立された分野であり，シェイプ理論における補集合定理，単純ホモトピー理論におけるWhiteheadのねじれの位相普遍性の証明，ANR理論におけるコンパクトANR空間が有限型を持つことの証明など，他の分野における非常に優れた応用で知られている。この理論では，最も標準的名無限次元の空間として，Hilbert立方体 $Q=[-1,\ 1]^{\omega}$ 及びHilbert空間と同相である Q の擬内部 $s=[-1,\ 1]^{\omega}$ が挙げられる。本論文では，主に関数または集合値関数からなる無限次元多様体の研究に焦点を当て，これらが組（Q, s）自体或いはこれをモデルとする位相多様体の構造を持つかどうか考察を行った。

以下，内容を述べると，第1章では準備を行い，第2章はアブソーバーに関する結果に当てられているが，この論文の主体となるのは，第3章以降である。

第3章から第5章にかけては，コンパクト距離空間上の関数空間の（局所）コンパクト化の研究が述べてある。空間 X 上の実数値連続関数からなるBanach空間 $C(X)$ は，上記の s と同相なので，Q は $C(X)$ のコンパクト化と見なせる。そこで“Q と同相な $C(X)$ の自然なコンパクト化で，$C(X)$ との組として（Q, s）と同相になるように $C(X)$ を含むものが存在するか？”という問題が生じる。$\overline{\mathrm{R}}=[-\infty,\ \infty]$ とするとき，関数をそのグラフと同一視すると，$C(X)$ は巾空間 $2^{X\times\overline{R}}$ に埋蔵される。このとき閉包をとることにより，$C(X)$ の自然なコンパクト化 $\overline{C}(X)$ が得られるが，3章においては，X が局所連結で無限個の点を持つとき，($\overline{C}(X)$, $C(X)$) は（Q, s）と同相になることが証明され，この問題の解が得られている。

第4章では，自明でない一般のPeano連続体 Y の閉集合を値とする上半連続集合値関数の空間USC（X, Y）を調べ，X が局所連結で孤立点を持たなければ，USC（X, Y）は Q と同相になることを示した。

第5章では，近年非常に関心を持たれている関数空間である同相写像群H(X)が扱われている。2次元以下の多面体 X に対して，$H(X)$ は S-多様体となる。上と同様に，$H(X)$ を $2^{X\times X}$ の部分空間と見なして閉包をとると，$H(X)$ の自然なコンパクト化 $\overline{H}(X)$ が得られる。ここでは，X が1次元の場合に，($\overline{H}(X)$, $H(X)$) が（Q, s）-多様体になることを示した。特に，X が単位閉区間 $I=[0,\ 1]$ のときには，($\overline{H}(I)$, $H(I)$) は（Q, s）と同相になることを示した。

第6章以降では，空間のコンパクト性を仮定せず，一般の距離空間 X 上の I（または R）の閉区間を値とする（有界な）集合値関数 $\mathrm{USCC}_B(X)$ を扱っている。6章では、完備距離空間 X に対して、$\mathrm{USCC}_B(X)$ が AR になる必要十分条件を与えた。これにより，X がコンパクトの場合には，無条件で $\mathrm{USCC}(X)$ が AR になることが得られる。7章は，$\mathrm{USCC}_B(X)$ のコンパクト化の研究である。8章においては，$\mathrm{USCC}_B(X)$ が Hilbert 空間と同相になる場合を調べている。X が一様局所連結な完備距離空間でコンパクトでないとき，$\mathrm{USCC}_B(X)$ が可分でない Hilbert 空間に同相になることを証明した。特に，X が可分であれば，$\ell_2(2^{\aleph})$ と同相になることが示されている。

審査の結果の要旨

空間とその部分空間が，組として（Q，s）或いは（Q，s）- 多様体に同相となるかという考察は，無限次元の構造の複雑さに起因して一般に難解である。本論文で関数空間に対して得られた結果は何れも興味深く，また証明の手法も自然で簡明であり，更に研究が発展する可能性を示すものである。また，論文後半での $\mathrm{USCC}(X)$ の AR 性についての結果は，Fedorchuk の結果を完全に含むもので，新たな進展を与えている。本論文は，成果及びその手法を通してこの方面の研究の発展に大いに寄与したものと考えられる。

よって，著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。