【90】

氏　名（本　籍）	土(ど)　井(い)　幸(ゆき)　雄(お)（東京都）
学位の種類	理　学　博　士
学位記番号	博　乙　第　228　号
学位授与年月日	昭和60年１月31日
学位授与の要件	学位規則第５条第２項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	**On the structure of Hopf modules** **（ホップ加群の構造）**
主　査	筑波大学教授　理学博士　阿　部　英　一
副　査	筑波大学教授　理学博士　松　村　睦　豪
副　査	筑波大学教授　理学博士　宮　下　庸　一
副　査	筑波大学助教授　理学博士　竹　内　光　弘

論　文　の　要　旨

著者は本論文において，相対ホップ加群の概念を新らしく導入し，そのホロモジー代数的理論を構成し，それらを基礎にしてホップ代数の多元環への作用を研究して，不変式論やガロア理論を一般化するとともに，代数群への応用を考察した。

第１章では，多元環上の加群の双対概念である余代数上の余加群の理論を構成し，余分離余代数の表現論，ホップ代数の積分と余フロベニウス性との関連などを考察して，余代数上のコホモロジー群の基礎理論を構成した。

第２章では，従来のホップ加群の概念を拡張して相対ホップ加群を定義してその性質を考察した。Ａを体ｋ上の代数とし，ＢをＡ—余加群代数とする。ＡからＢへの余加群射をＡのＢへの積分と定義し，さらにそれが単位元を保存するとき全積分と定義する。このとき，Ｂが全積分をもてば任意の（Ａ，Ｂ）—ホップ加群はＡ—余加群として入射的であることを示し，これを利用して，ホップ代数全射が全平垣ならば忠実全平坦になることを証明した。また，相対ホップ加群に対して従来のホップ加群のときと類似の構造定理を証明した。これはさらに次章以下で一般化される。

第３章では，相対ホップ加群の圏論的な考察を行った。Ｍを（Ａ，Ｂ）—ホップ加群とし，M_0,C をそれぞれＭのＡ—不変部分ホップ加群，ＢのＡ—不変部分余加群とする。このとき，ホップ—ガロア理論や代数群の商の理論で重要な写像が，（Ａ，Ｂ）—ホップ加群の圏M_B^AとＣ—加群の圏M_Cとの間の随伴関手として把えられることを示した。さらに，ＢのＡ—余加群構造射が接合積に関して可逆のとき，ＢはＡ上分裂的であると定義し，この条件のもとで（Ａ，Ｂ）—ホップ加

群Mが$M_0 \otimes_C B$と同型になることを証明した。

第4章では，一般の可換環R上のホップ代数AとA―余加群代数Bについて，（A，B）―ホップ加群の構造を研究し次の結果を得た。

(I) Aの対合射が全単射（例えばAがR上有限生成射影的，またはAが可換か余可換）のとき，次の条件は同値である。

(1) BがA上分裂的

(2) （A，B）―ホップ加群Mについて，$M_0 \otimes_C B \cong M$かつ$C \otimes A \cong B$（左C―加群かつA―余加群として）

(3) $B \otimes_C B \cong B \otimes A$かつ$C \otimes A \cong B$

この結果は，ホップ―ガロア理論の再構成に重要な役割を果すものである。

(II) Aを体k上のホップ代数とし，A，Bが可換であるとき，次の条件は同値である。

(1) $B \otimes_C B \to B \otimes A$が全射かつBが全積分をもつ

(2) M_B^AとM_Cとは圏同値

(3) $B \otimes_C B \to B \otimes A$が単射かつBが忠実平坦C―加群

この結果は，アフィン代数群のアフィン商と誘導表現に関するOberstの結果，可換ホップ代数の左余イデアル部分代数とホップ商の間の対応をあたえる竹内の結果などを含むものである。

審　査　の　要　旨

ホップ代数の理論は従来トポロジーの理論の中で階数つきのホップ代数が研究されてきたが，最近になって，ガロア理論や代数群の理論への応用などを中心として，階数つきでないホップ代数の代数的理論が注目され，活発に研究されつつある。ホップ―ガロア理論では可換環上の一般には可換でないホップ代数で有限生成射影的など有限性の条件がついたものが研究対象となり，代数群の理論では体上の可換ホップ代数で無限次元のものが研究対象となっている。したがって，それぞれの理論は条件も方法も異なり別々に研究されてきた。著者は全積分や分裂性の概念を新らたに導入して，余加群代数やホップ加群の理論を展開し，上記の2つの理論に統一的な視点をあたえ理論の再構成を行った。著者のこの理論は独創的であり，不変式論やガロア理論の一般化であるとともに代数群の表現論などへの応用も期待され，今後の理論の発展に先駆的な役割を果したものと高く評価される。

よって，著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものとみとめる。