

氏名(本籍)	赤池祐次(山梨県)
学位の種類	博士(理学)
学位記番号	博甲第1,834号
学位授与年月日	平成10年3月23日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	Menger Manifolds and n -shape theories (メンガー多様体と n -シェーブ理論)
主査	筑波大学教授 理学博士 加藤久男
副査	筑波大学教授 理学博士 保科隆雄
副査	筑波大学教授 理学博士 杉浦成昭
副査	筑波大学教授 理学博士 竹内光弘
副査	筑波大学助教授 理学博士 酒井克郎

論文の内容の要旨

1960年代後半, Borsukによって, 病的な空間に対しても有効な Homotopy 論とも言える Shape 理論が提唱された。局所的に Hilbert cube Q と同相な可分距離空間を Hilbert cube 多様体 (Q -多様体) と呼ぶが, 1972年に Chapmanはこの Q -多様体の理論を Shape 理論に応用し, 補集合定理と呼ばれる美しい定理を証明した。一方, 1980年代の Bestvinaによる研究以来, n 次元 Menger 空間 μ^n は, 有限次元にもかかわらず, 無限次元である Q と非常に良く似た性質を持っていることが明らかになり, 局所的に μ^n と同相な可分距離空間である n 次元 Menger 多様体 (μ^n -多様体) の研究が行われてきた。1987年に Chigogidze が n -shape の概念を導入し, μ^{n+1} 多様体の理論を応用して, Chapman の補集合定理の有限次元版である $n+1$ 次元 Menger 空間における補集合定理を証明したのが, n -Shape 理論の始まりである。

この論文は, Menger 多様体の理論を用いた n -Shape 理論の研究であり, 本人の5編の論文をまとめ上げたものである。この研究においては, homotopy という概念が重要な役割を果たす。空間 X から空間 Y への2つの写像が与えられたとき, 任意の n 次元空間から X への任意の写像との合成が, 普通の意味で homotopic になるならば, それらは互いに n -homotopic であると定義されるが, n 次元空間から X への写像が与えられて初めて homotopy が与えられるので, 普通の homotopy の概念より扱うのが難しくなる。

1章では, この n -homotopy に関する拡張定理がより適応しやすい形に改良された。

2章では, Menger 多様体の基本定理が対の形に拡張されている。

3章においては, Chigogidze が扱わなかったカテゴリー同型に関する Chapman の結果が, n -shape の対の形に読み替えられ, さらに, 補集合定理が対の形に拡張されている。Cellularity の研究において, UV^∞ や UV^n という重要な概念があるが, これらは1点と同じ shape や n -Shape を持つという性質と同値であることが知られている。コンパクトでない局所コンパクト空間の場合には, それぞれ, SUV^∞ や SUV^n という概念に拡張されている。1974年に, Ball と Sher は, 局所コンパクト空間に対して有効な proper shape の概念を導入したが, 後に, Sher はそれを用いて SUV^∞ の特徴付けを与えた。

4章では, proper n -shape の概念が導入され, SUV^n の特徴付けが与えられ, X が n 次元以下で連結のとき, X が SUV^n ならば SUV^∞ となることが示され, Sher によって得られた結果が拡張された。これは, Sher の結果にお

ける n 次元 PL 多様対の閉集合であるという条件を, 単に n 次元であるという条件に緩めたという点で, 非常に良い結果と言える。

5章においては, proper n -shape の別のアプローチが与えられ, 4章のものとの比較がなされると共に, コンパクト化の n -shape との関係が調べられ, X が $n+1$ 次元以下で連結のとき, X が SUV^n ならば X の Freudenthal コンパクト化 FX は UV^n となることが示された。

6章では, Menger 多様対の閉集合の近傍の状況に関する結果が与えられている。

審 査 の 結 果 の 要 旨

この論文では, Hilbert cube 多様体と Shape 理論の結果を Menger 多様体と n -Shape 理論へ翻訳することが主な仕事となっているが, その際, homotopy を n -homotopy に翻訳しなければならない。上に述べたように, この翻訳はそれ程単純ではない。この論文の基となる5編の論文は, すでに referee の審査を受け, Glasnik Mat., Bulletin of Polish Acad. Sci., Colloquium Math., Tsukuba J. Math. といった国際的によく知られ, 評価されている雑誌に掲載または掲載予定となっている。それぞれの結果は興味深いものであるが, 特に4章の結果は, 上に述べたように非常に良い結果である。この論文は, 全体として良くまとめられ, 優れた博士論文であると言える。

よって, 著者は博士 (理学) の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。