【29】

氏名（本籍）	大竹公一郎（群馬県）
学位の種類	理学博士
学位記番号	博甲第59号
学位授与年月日	昭和55年3月25日
学位授与の要件	学位規則第5条第1項該当
審査研究科	数学研究科　数学専攻
学位論文題目	On colocalization and localization in abelian categories with applications to the theory of modules（加群の理論に応用をもつアーベル圏における余局所化及び局所化について）

主査	筑波大学教授	理学博士	太刀川弘幸
副査	筑波大学教授	理学博士	阿部英一
副査	筑波大学教授	理学博士	茂木勇
副査	筑波大学助教授	理学博士	加藤豊紀

論文の要旨

素イデアルに対し局所環を構成し，その上の加群の構造を利用して，もとの環上の加群を研究することは可換環において有効な一つの方法である。局所環の構成は特殊な商環の構成として考えられるが，非可換環に対しても商環を構成することはOre, Goldie, Utsumi, Lambek等々によって研究されている。1962年P. Gabrielはこれらの拡張と考えられるアーベル圏の局所化の理論を展開した。本論文において著者は局所化の双対概念である余局所化の理論をS. E. Dickson (1966) の捩理論 (Torsion Theory)，加藤豊紀氏の局所化と余局所化の双対性定理及びF. K. Fullerの森田圏同値の拡張との関連において研究している。

Rを環，Mod-Rを全ての右R一加群のつくる圏とし，$(\mathscr{T}, \mathscr{F})$ を一つの捩理論とする。写像 f : $B \to A$ は $B \in \mathscr{T}$, $\mathrm{Ker}\, f \in \mathscr{F}$, $\mathrm{Cok}\, f \in \mathscr{F}$ 且つ $X' \in \mathscr{F}$ であるような全ての完全例 $0 \to X' \to X \to X'' \to 0$ に対して $\mathrm{Hom}_R(B, -)$ が完全 (exact) である（このときBは余可分であるといわれる）ときAの余局所化であるといわれる。又，Aの局所化 $g: A \to B'$ は全く双対的に定義される。Aの余局所化及び局所化は存在すれば同型を除いて一意的に決定されるので以後BをC(A)，B'をL(A)で表わすことにする。

第1章では全てのA∈Mod-Rに対して余局所化が存在するための必十条件は $(\mathscr{T}, \mathscr{F})$ がJansの意味でTTF理論であること，即ち $F \in \mathscr{F}$ の剰余加群がまた $\mathscr{F}$ に属する場合であることを証明してい

る。更にこの場合$\mu:\Lambda\to R$を環自身の余局所化とするとき$C(A)\cong A\otimes\Lambda$, $A\otimes\Lambda\ni a\otimes\lambda\mapsto a\cdot\mu(\lambda)\in A$が$A\in$Mod-Rの余局所化になることを示している。又この存在定理から$\mathscr{F}$を捩類とする遺伝的捩理論（$\mathscr{T}$, $\mathscr{D}$）が考えられ，$\mathscr{C}=\{C(A)\mid C(A)\xrightarrow{f}A$は（$\mathscr{T}$, $\mathscr{F}$）余局所化$\}$, $\mathscr{L}=\{L(A)\mid A\xrightarrow{g}L(A)$は（$\mathscr{T}$, $\mathscr{D}$）に関し局所化$\}$とおくとき$\mathscr{C}$と$\mathscr{L}$とがHom_R（Λ,$-$）と（$-\otimes_R\Lambda$）で圏同値であることを証明している。これは加藤氏の理論の設定の自然性を立証する一例を提示して意義深いものである。

一方 1974 年にK. R. Fullerは森田同値の一つの一般化を発表したが，それは加藤の定理に含まれないことが分った。当然これら二つの定理を包含する結果が切望されたが第２章ではこれにほぼ答え得る理論を展開している。著者はMod-Rにおける捩理論のみを考える代りにより一般的なアーベル圏$\mathscr{A}$における捩理論を取扱い，局所化と弱flat対象，余局所化とCQF-3対象及び余可分対象の関係を明かにしている。例えば任意の全射$f:A\to A'$に対し$\mathrm{Hom}_{\mathscr{A}}$（U, f）$=0\Rightarrow\mathrm{Hom}_{\mathscr{A}}$（U, A′）$=0$の成立するとき対象UをCQF-3であるという。これはUによって生成される捩理論（$\mathscr{T}$, $\mathscr{F}$）が余遺伝的になる必十条件である。然し一般のアーベル圏ではこれのみでは$\mathscr{A}$の全ての対象に対し余局所化の存在は導びけない。存在を保証する条件としてUの余可分性が追加される。そして第２章の主定理は次の如く述べられる。$\mathscr{A}$をexact direct limitsをもつアーベル圏，UをCQF-3対象，（$\mathscr{T}$, $\mathscr{F}$）をUによって生成される捩理論とする。ここで$\mathscr{F}$は直和について閉じていると仮定すると，${}_RU$は弱flatになる。但し$R=\mathrm{End}_{\mathscr{A}}U$，そして${}_RU$を用いてMod-Rで定義される捩理論（$\mathscr{T}'$, $\mathscr{F}'$）は遺伝的になる。更に次の各条件は同値である。

(i)　（$\mathscr{T}$, $\mathscr{F}$）に対しUは余可分である。

(ii)　Aを$\mathscr{A}$の任意の対象とするとき
$\phi_A:\mathrm{Hom}_A$（U, A）$\otimes_R U\to A$は（$\mathscr{T}$, $\mathscr{F}$）に関してAの余局所化を与える。

(iii)　任意の右R－加群Mに対し$\Psi_M:M\to\mathrm{Hom}_{\mathscr{A}}$（U, $M\otimes_R U$）は（$\mathscr{T}'$, $\mathscr{F}'$）に関して局所化を与える。

又この時$\mathrm{Hom}_{\mathscr{A}}$（U,$-$）と（$-\otimes_R U$）によって$\mathscr{C}$と$\mathscr{L}$は圏同値になる。

実際Sを環，$\mathscr{A}$をMod-Sのcomplete additive部分圏とするとき，Fullerの結果は$\mathscr{C}=\mathscr{A}$, $\mathscr{L}=$Mod-Rとしてとらえられ，加藤氏の結果は$\mathscr{A}=$Mod-S, 且つ（$\mathscr{T}$, $\mathscr{F}$），（$\mathscr{T}'$, $\mathscr{F}'$）はderived context $<{}_RU_S$, ${}_S\mathrm{Hom}_S$（U, S）${}_R>$により与えられる捩理論としてとらえられるのである。

以上のように第２章の主定理はderived contextから導びかれる加藤氏の結果を包含しているが，第３章においては互にadjointな関手T, Hに対して二つの捩理論を定義し残された場合をも含む興味ある定理を証明している。

審　査　の　要　旨

Mod-Rにおける捩理論（$\mathscr{T}$，$\mathscr{F}$）に関し凡てのR一加群が余局所化をもつための必十条件として$\mathscr{F}$がＴＴＦ類であることを示し，又その具体的な表現を決定したことはこの方面の研究に最も魅力ある基本的な結果をもたらしたものとして高く評価される。更に加藤による先駆的業績があるけれどもFuller, 東屋, 加藤氏等々によるいくつかの森田圏同値定理の拡張をアーベル圏における余局所化された対象からなる部分圏と局所化された対象からなる部分圏の圏同値という観点から統一し，すべてを（Gabriel-PopescuによるGrothendieck圏の加群圏への埋蔵定理をも）包含する定理を与えたことは非常に秀れた業績といえる。なおこの定理の証明に用いられた結果及び概念そのものも興味あり示唆的であり，将来この方面の研究に影響をあたえるものと思われる。

よって，著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。