【17】

氏　名（本　籍）	本（ほん）　間（ま）　正（まさ）　明（あき）（東京都）
学 位 の 種 類	理　学　博　士
学 位 記 番 号	博　甲　第　92　号
学位授与年月日	昭和56年3月25日
学位授与の要件	学位規則第5条第1項該当
審 査 研 究 科	数学研究科　数学専攻
学 位 論 文 題 目	**On Linear Systems and Automorphisms of an Algebraic Curve（代数曲線の1次系と自巳同型について）**

主　査	筑波大学教授	理学博士	阿　部　英　一
副　査	筑波大学教授	理学博士	太刀川　弘　幸
副　査	筑波大学教授	理学博士	村　松　寿　延
副　査	筑波大学助教授	理学博士	小　泉　正　二

論　文　の　要　旨

数学的対象としての代数曲線は数学全般の中でも最も古い歴史をもつものの1つである。19世紀以降，Abel, Jacobi, Riemann, Weierstrassによる楕円関数論は1変数複素関数論の特殊な1例でありながら，その端緒においては関数論の1つの主流であり，一般に，コンパクトなリーマン面上の関数論に発展するに至って，代数曲線論と同一対象を扱うものとなった。また，代数曲線の代数的対応の環，自巳同形群などを通して，代数学の中にも影響をおよぼしている。一方，代数幾何学的には1次元代数多様体として，零次元または2次元以上のものとはかなり本質的に異った性質をもち，多次元研究へのよき範例として役割を果している。本論文は3つの話題をとりあげ，関連した内容の中で関数論的，代数的，代数幾何学的興味にわたっている。

第1の話題（Part 1）はモジュラ曲線のWeierstarass pointとcuspに関するものであり，この種の問題はH. Petersson, B. Schoeneberg等によってとりあげられ，モジュラ群の主合同部分群について，彼等によって解かれた問題（例えばWeierstrass pointとcuspが一致することなど）をモジュラ形式論上興味ある合同部分群 $\Gamma(n,2n)$ について解いている。

第2の話題（Part 2, 3）は射影代数曲線の定義方程式に関するものである。Mumfordが1966年アーベル多様体の定義方程式をリーマンのテータ関数に関する2次関係式に関連させて論じ，さらに，同様の問題をアーベル多様体以外のものにもおよぼして（1969）以来，同種の問題を代数曲線に関して考え，与えられた曲線が何次以下の多項式の零点としてあらわされるかが問題とされてき

た(B.Saint-Donat, T.Fujita)、本論文では曲線が２次式と３次式の共通零点となる充分条件をコホモロジー論の表現と方法を使って述べている。その条件は今まで知られている条件を含み，しかも，本質的な拡張となっている。さらに進んで種数の小さな時，種数０，１，２の場合は簡単であるので，３の場合，上の充分条件で制御できない場合を含め，定義方程式の次数に関する問題のすべての可能性について考察している。

種数２以上の代数曲線の自巳同形群が有限群であることはモジュラの場合を含み知られており，その位数の可能最大数もHurwitzの定理として知られている。本論文の第３の話題(Part 4)では上のような代数曲線の自巳同形の位数が素数であるとき，その素数の可能性をきめ，大きな素数を位数とする自巳同形をもつ代数曲線のすべての可能性と存在を，その曲線の方程式を具体的に与えるという形で解いている。すなわち，種数を g とすると，自巳同形の素の位数 q の可能性は，もし，$q > g+1$ ならば $q=2g-1$ かあるいは $=2g+1$ であり，$g+2$ 以上の素の位数の自巳同形をもつすべての曲線の方程式を正標数の場合を含めて与えている。この種の問題はR. D. Accola, P. Roquette, K. Komiya等により部分的に，例えば標数０のときはAccolaにより，種数３のときはKomiyaにより論じられているが，それ等を含み統一的に扱った集大成である。可能素因子の決定はHurwitzの公式の注意深い評価であるが，曲線の方程式の具体例は代数曲線の双有理同値に関する興味ある応用も含み，この方面の数学の内容を豊かにしている。

審　査　の　要　旨

代数曲線論はその歴史の古さと完成度からその中での問題はある程度先人によって扱われてきたものである。本論文での問題

(1) Weierstrass pointsとcuspとの関係

(2) 定義方程式の決定

(3) 自巳同形の位数に関する問題

などは必ずしも新しいものではなく何人かの数学者Schoeneberg, Mumferd, Roquetteなどによって部分的に考えられたものであるが，著者はこれらの問題の最終的な結果にまでたどりつき，可能性を教えあげるときも，例をあげるときも，記述が非常に具体的である。このような具体例がその分野における数学の内容を豊かにするし，将来の研究への導火線にもなると期待され，非常に秀れた業績である。

よって，著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。