【2】

氏名（本籍）	大田春外（おおたはると）（兵庫県）
学位の種類	理学博士
学位記番号	博甲第32号
学位授与年月日	昭和54年7月31日
学位授与の要件	学位規則第5条第1項該当
審査研究科	数学研究科　数学専攻
学位論文題目	**On Hewitt realcompactifications of products（積のヒュイット実コンパクト化について）**

主査	筑波大学教授	理学博士	勝田雄吉
副査	筑波大学教授	理学博士	児玉之宏
副査	筑波大学教授	理学博士	中川良祐
副査	筑波大学教授	理学博士	前原昭二

論文の要旨

ここで扱う位相空間はすべて完全正則T_1空間なので，これを単に空間とよぶことにする。

与えられた空間Xに対して，それを稠密に含むようなコンパクト空間YはXのコンパクト化とよばれ，その研究は位相空間論における重要な課題の一つである。空間Xのコンパクト化のうちで最も重要なものがStone-Cechコンパクト化で，βXであらわされる。コンパクトの一般化として，1948年にE. Hewittによって導入された実コンパクトという概念は，コンパクトにおとらず重要なもので，しかも両者は類似した性質を多くもっている。必然的にコンパクト化に対応して実コンパクト化が考えられ，そのうちで最も重要なものがHewitt実コンパクト化である。これはνXであらわされ，βXに対応するものである。例えば，空間X上の実数値有界連続関数がいつでもβX上まで連続に拡張されるのに対し，X上の実数値連続関数は常にνXまで連続に拡張される。

1959年にI. Glicksbergは積空間のStone-Cechコンパクト化に関して，つぎの重要な結果を得た。「X，Yが無限個の点よりなる2つの空間ならば，等式$\beta(X\times Y)=\beta X\times\beta Y$が成り立つためには，積空間$X\times Y$がpseudocompactになることが必要十分である。」当然Hewitt実コンパクト化についても，同じく簡潔な結果が得られるであろうと予想された。ところが予想に反して，この問題「等式$\nu(X\times Y)=\nu X\times\nu Y$が成り立つための必要十分条件は何か？」はそれ程単純なものではなく，極めて困難な奥深い問題であることがわかってきた。実際，積空間$X\times Y$の位相的性質によるだけのGlicksberg流の解決は不可能であることもM. Husekによって示されている。

本論文で取り上げた主題はまさに，この問題の解明である。1968年，W. W. Comfortはこの問題の解明の一つの糸口ともおもえる注目すべき結果を得た。すなわち，「空間Xが局所コンパクト，実コンパクトかつ非可測濃度（non-measurable cardinal）をもつならば，任意の空間Yに対して，$\nu(X \times Y) = \nu X \times \nu Y$が成り立つ。」

著者は本論文で，まずこのComfortの結果の逆が成り立つことを証明して，任意の空間Yに対して，$\nu(X \times Y) = \nu X \times \nu Y$が成立するような空間Xを特徴づけることに成功した。これに止まらず，著者はさらにつぎのような構想を立てた。いまPを位相的性質とする。この性質Pをもつすべての空間Yに対して，$\nu(X \times Y) = \nu X \times \nu Y$を成立させるような空間Xをすべて集めて，これをR(P)であらわす。種々の位相的性質Pに対して，このR(P)が特徴づけられるならば，この難解な問題もある程度解明されるであろうと。実際，本論文でかなり多くの位相的性質Pに対するR(P)が解明されて，この着想は成果があった。最後に，その主なものを列挙する。

1．R＝R (metacompact)＝R (subparacompact)＝〔the class of locally compact, realcompact spaces with non-measurable cardinal〕.

2．R(k)＝R (locally compact)＝R (Moore)＝〔the class of locally compact spaces with non-measurable cardinal〕.

3．R (metrizable)＝〔the class of weak cb*-spaces with non-measurable cardinal〕.

4．R (locally compact, metrizable)＝〔the class of spaces with non-measurable cardinal〕.

審　査　の　要　旨

2つの空間X, Yの積空間X×YのHewitt実コンパクト化を考察するにあたっては，$\nu(X \times Y)$と$\nu X \times \nu Y$が一致すか否かを判定することが決定的である。一般には，この両者は一致しない。そこで，どのような条件の下で両者は一致するか，より厳密には，この両者が一致するための必要十分条件は何か，が問題になる。前述のように，この問題は極めて難解で，Hewitt以後多くの研究がなされたにも拘らず満足すべき解答は得られていない。この点，著者が本論文でとった方法はまことに効果的で，この方面の研究を飛躍的に前進させた。その創意と力量は高く評価される。また，得られた結果ばかりでなく，本論文に盛り込まれた豊富な例と問題は今後の研究に多くの示唆を与えている。

よって、著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。