【125】

氏　名（本　籍）	津田光一（愛媛県）
学位の種類	理学博士
学位記番号	博乙第 290 号
学位授与年月日	昭和61年1月31日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	**Dimension theory of general spaces** （一般の空間における次元論）

主　査	筑波大学教授	理学博士	児玉之宏
副　査	筑波大学教授	理学博士	中川良祐
副　査	筑波大学教授	理学博士	内山三郎
副　査	筑波大学教授	理学博士	西村敏男

論文の要旨

本論文において著者は，一般距離空間における被覆次元の研究，特に万有空間の存在と次元の積定理の成立について論じている。第1章において，次元がn以下で位相濃度がα以下の距離空間の族Fに対して，Fの各空間を埋蔵する万有空間$Z_{n,\alpha}$の存在を証明している。さらに，任意のF空間は，積空間$Z_{n,\alpha}\times Z_{n,\alpha}=Z_{n,\alpha}^2$に閉集合として埋蔵されることを示している。n＝1の場合は，$Z_{1,\alpha}$のn重積空間がFの任意の空間を閉集合として含むこと，この結果を利用してその(n＋1)重積空間H^{n+1}がFの任意の空間を閉集合として含む2次元ANR空間Hを構成している。第2章では，距離空間の族と異なり層形空間の族に対しては殆どの場合万有空間が存在しないことを示している。すなわち，σ－疎となる層形空間，M_0空間，層形μ空間，包囲ネットを持つ層形空間，強い意味での0次元層形空間，L空間，自由L空間などの族に対して万有空間は存在しないことを証明している。第3章においては，Wageにより考慮された次元の積定理の成立しない空間の例を一般の次元で構成している。(1) 連続体仮説の下につぎの性質をもつ空間X(n)が存在する：$X(n)^2=X(n)\times X(n)$は完全正規，可分，第1可算局所コンパクト空間であり，$\dim X(n)^2=\mathrm{Ind}X(n)^2=n$，$\dim X(n)=0$が成立する。ここで，n＝1，2，…，∞であり，dim XはXの被覆次元で，Ind Xは大きな帰納的次元である。n＝∞の場合，$X(\infty)^2$は可算次元でない。(2) 任意のn＝1，2，…，∞に対して，第一可算，可分，局所コンパクト，局所可算空間X，Yでつぎの条件を満たすものが存在する：X×Yは可算パラコンパクトかつ族正規空間で，dim X＝dim Y＝0，dim(X×Y)＝Ind(X×Y)＝nが成立する。n＝∞の場合，X×Yは

強い意味での可算次元でない。(3)　任意の$n=1, 2, \cdots, \infty$と自然数mに対して，つぎの条件を満たす可分な第1可算空間Xが存在する：X^mはリンデレフ空間で$\dim X^m=0$である，X^{m+1}は正規空間で$\dim X^{m+1}=n$である。$n=\infty$の場合，X^{m+1}は強い意味での可算次元ではない。(4)　可分距離空間Xと第1可算，可分なリンデレフ空間Yが存在して，$\dim X=\dim Y=0$かつ$\dim(X\times Y)=1$となる。これらの実例を構成するために，Wageの導入した方法を精密化して，Kunen, Przymusinskiの位相を増大する方法が使用されている。応用として，0次元の第1可算リンデレフ空間の列の逆極限となる可分，可算パラコンパクト族正規空間Xで，$\dim X=\mathrm{Ind}\, X=k(=1, 2, \cdots, \infty)$となる空間Xの存在を証明している。

審　査　の　要　旨

有限次元の可分な局所コンパクト距離空間は実数直線の有限積に閉集合として埋蔵されることが知られているが，可分性と局所コンパクト性を除いた場合に実数空間の役割を果たす空間の存在は知られていなかった。著者は，与えられた濃度αに対して，位相濃度αをもつn次元完備距離空間で実数空間の役割を果たす距離空間を構成した。特に$n=1$の場合は上記の問題に対してほぼ満足すべき解決となっている。距離空間族に対して存在する万有空間が層形空間族に対して存在しないという事実は，層形空間で次元論が確立されているだけに興味ある結果である。ラスネフ空間族に対しては万有空間が存在するという推測が強いが，著者は可分なラフネス空間族に対しては万有空間が存在しないことを示している。次元の積定理に対する反例は，Wageの0次元空間の例を含む形で，任意の有限次元の場合，さらに無限次元の場合まで著者によって構成されている。第1可算，完全正規，局所コンパクトなどのよい条件の空間族でも積定理が成立しないことは興味深い。一連の反例は，Wageの構成法では作れないが，著者独自の方法を見出して構成された。この方法は，次元論における空間の例の構成に種々の形で応用されており，国際的にも高度な評価を得ている。

よって，著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。