

氏 名 (本 籍) つゆ 露 峰 茂 あき 明 (東京都)

学 位 の 種 類 理 学 博 士

学 位 記 番 号 博 乙 第 278 号

学 位 授 与 年 月 日 昭和60年10月31日

学 位 授 与 の 要 件 学位規則第5条第2項該当

審 査 研 究 科 数学研究科

学 位 論 文 題 目 Some results on rings of automorphic forms  
(保形形式の環についてのある結果)

主 査 筑波大学教授 理学博士 小 泉 正 二

副 査 筑波大学教授 理学博士 阿 部 英 一

副 査 筑波大学教授 理学博士 中 川 久 雄

副 査 筑波大学教授 理学博士 西 村 敏 男

## 論 文 の 要 旨

150 年の昔において、飛躍的に発展した楕円函数論は、現代では分科された多方面の数学の共通な端緒、又は範例として、現代数学—複素解析、代数学、数論、および代数幾何学など—に深く関連している。そして、19 世紀初め、この方面で最も大きな足跡を残した数学者として、Abel, Jacobi, Gauß の 3 人の名があげられ、その各々はそれぞれに、他の 2 人に持たない特徴をもっていた。特に Gauß は既に (楕円) モジュラ函数を知っていたことで、特長づけられる。楕円モジュラ函数は後に、Kronecker の “青春の夢” を通して、数論の中で大きな意味をもつことになった。この面で、楕円モジュラを一般化したものが “Hilbert 保形形式、函数” である。又一方、楕円函数の本質的一般化の Abel 函数に関連して、 “Siegel 保形形式、函数” が導入された。

これらの保形形式からなる環の構造をしらべることは、数論上、又は代数幾何学上大変興味ある問題であり、1971 年、Eichler は “保形形式 (特に、Hilbert および Siegel 保形形式) の環はいつ Cohen—Macaulay 環となるか?” という問題を提起した。本論文で著者が扱ったのは、上の Eichler 問題である。論文は 2 つの部分にわかれており、第 1 部は Hilbert 保形形式、第 2 部は Siegel 保形形式を扱う。

第 1 部：Hilbert 保形形式環  $\mathcal{A}(\hat{r})^{(r)}$  は、有理数体上総実の有限次拡大体  $K$ 、 $K$  に付随する Hilbert モジュラ群と  $\text{Aut}(K/Q)$  との合成群の有限位数部分群  $\hat{\Gamma}$ 、重さを制限する正整数  $r$  などに関係してきまる。 $r \geq 2$  のとき、この環  $\mathcal{A}(\hat{r})^{(r)}$  が Cohen—Macaulay である場合をきちんと決定したのが、主定理

である。実は、大部分の場合にはCohen-Macaulayにならない。更に $[K:Q]=2$ の場合にCohen-Macaulay性と同値な等式を与えている。

第2部では、 $n$ 次のSiegel保形式形式環 $\mathcal{O}(\Gamma_n)$ は、 $n \geq 4$ ならばCohen-Macaulayでないことを主張している。一方 $n=2$ の時はC-Mであることが知られており、(J.-I. Igusa),  $n=3$ のときはC-Mでないことが、最近著者により証明されたが、これは本論文の内容には含まれない。これらは、可換環論でも、興味ある例と考えられている。特に一意因数分解可能な環で、Cohen-Macaulayでない例を無限個、組織的に与えたことは、環論的にも評価されている。更により一般的な有界対称領域上の保形式形式環について考察がなされ、その環がCohen-Macaulayでないための十分条件が、かなりゆるい条件として与えられて、この論文を終えている。

## 審 査 の 要 旨

保形式形式環の構造を調べる問題は、ごく特殊な場合を除いて、大変難かしいものと考えられている。殆んど唯一の一般的な定理は、“保形式形式環は $\mathbb{C}$ 上有限生成である”ことを主張する。一方、Cohen-Macaulay性は現代の可換環研究の最も基本的な性質となっており、多くの研究はこの立場から出発する。著者の結果はこの方面でかなり決定的なものである。結果は主に否定的なもの“殆んどの場合にCohen-Macaulayでない”となったが、これが保形式形式環の今後の研究への導火線ともなろう。結果自身は具体的で、他の問題への応用、例えば、保形式形式加群の次元の決定なども考えられ、秀れた業績であるといえる。

よって、著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。