

氏名(本籍)	千 葉 慶 子 (福島県)
学位の種類	理学博士
学位記番号	博乙第277号
学位授与年月日	昭和60年10月31日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	On the normality of product spaces (積空間の正規性について)
主査	筑波大学教授 理学博士 児玉之宏
副査	筑波大学教授 理学博士 中川良祐
副査	筑波大学教授 理学博士 杉浦成昭
副査	筑波大学教授 理学博士 高橋恒郎

論 文 の 要 旨

積空間の正規性に関する問題は、以前から研究されているが、数多くの重要な問題を含んでおり、位相空間論の中心課題の一つである。本論文において著者は、ラスネフ空間などの一般距離空間との積が正規空間または族正規空間となる位相空間の条件を最も広い形で求めている。

第1章においては、森田紀一の予想「正規P空間との積が正規となる空間は距離空間となる」がM空間族について成立することを示している。すなわち、XがM空間であるとき、Xが距離化可能である必要十分条件は、任意の正規P空間との積が正規空間となることである。また、Xが距離化可能な σ 局所コンパクト空間となる必要十分条件は、任意の可算パラコンパクト空間との積が正規空間となることである。つぎに、局所可算コンパクトな正規P空間とラスネフ空間の積は正規空間となることを証明している。この場合、一般に正規P空間とラスネフ空間の積が正規空間とならないことを指摘している。さらに、可算コンパクト正規空間Xと M_1 -空間Yで積空間 $X \times Y$ が正規とならないものを構成している。この例は、正規P空間とパラコンパクト σ 空間の積が正規となるかという永見啓応の問題の否定解となる。第2章では、積空間の族正規性が論じられる。族正規 Σ 空間と第一可算パラコンパクトP空間の積が正規空間となることが示される。一般に積空間の正規性が族正規性を意味しないが、Xが族正規空間でYが σ 局所コンパクトパラコンパクト空間の場合は、 $X \times Y$ の正規性が族正規性を与えることを証明している。第3章では、厚地正彦とM. E. Rudinにより導入された $B^*(\mathcal{K})$ -property, weak B-propertyが研究されている。これらの基本的性質が調べられているが、特に B^*

(K)-propertyが積空間で保存されないこと、また完全正規空間とサブパラコンパクト正規空間は weak B-propertyをもつことが証明されている。第4章で完全正規、サブパラコンパクト空間に対応する Σ -積の weak B-propertyが論じられる。コンパクト空間の Σ -積、可分距離空間、より一般に、リンデレフで可算tightnessをもつ Σ -空間の Σ -積は weak B-propertyをもつことが証明されている。

審 査 の 要 旨

著者はこれまで積空間の正規性についての興味ある数多くの結果を得ている。積空間の正規性に関する森田紀一の予想はすでに20年程前に提起されたものであるが、著者の仕事はこの予想の解決へ最も貢献度が高いものと思われる。著者は空間が可分の場合、M空間の場合に完全解を与えている。この解では、特異に複雑な構造をもつP空間を構成し、この空間との積空間が正規となることから原空間の性質を引き出す方法がとられている。この形の証明法はM. E. RudinやT. Przymusińskiに踏襲され、集合論のある種の公理系の下に森田の予想の完全解決を生むに至った。また、積空間の正規性と族正規性に関して著者が得た結果は現在最も厳密なものである。その条件を欠くときには定理が成立しないが、これを示すために構成された実例は定理の正確さを示すだけでなく、永見啓応により10年前に提起された問題の否定解を与えている。後半において、 $B^*(\mathcal{K})$ -propertyが積空間で保たれないが、weak B-propertyが Σ -積で保存されることも興味深い結果である。本論文における著者の研究は、積空間の正規性の多くの研究において本質的に使用されており、その研究者の間で非常に高く評価されている。

よって、著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。