

氏名(本籍)	江 田 勝 哉 (神奈川県)				
学位の種類	理 学 博 士				
学位記番号	博 乙 第 83 号				
学位授与年月日	昭和57年 1 月 31 日				
学位授与の要件	学位規則第 5 条第 2 項該当				
審査研究科	数学研究科				
学位論文題目	Completion and co-products of Heyting algebras (ハイティング代数の完備化と補積)				
主査	筑波大学教授	理学博士	西 村 敏 男		
副査	筑波大学教授	理学博士	高 橋 恒 郎		
副査	筑波大学教授	理学博士	中 川 久 雄		
副査	筑波大学教授	理学博士	村 松 壽 延		

論 文 の 要 旨

P.J. Cohenによる 1963 年の forcing method が, D. Scott によりブール代数值モデルへと展開され, 集合論に新しい視点が与えられた。近年これを更に, ハイティング代数值モデルへと拡げ, 集合論により広い視点を与えようという研究が行なわれてきている。本論文はその研究の一環をなすものであり, ハイティング代数 (Ha) の完備化, とくに有界分配束 (BDL) としての補積と関係した重要な結果を与えている。Ha の完備化はブール代数 (Ba) の完備化に比べ多様である。本論文では, とくに, 標準完備化, イdeal全体による完備化, 極大イdealのなす open algebra による完備化について論じている。とくに重要な結果は, 以下の (5), (6), (7), (8), (9) で述べられる, ハイティング拡大 $V^{(H)}$ 中における完備ハイティング代数 (cHa) の global section についての結果及びその応用である。

論文の前半では, (1) Ha の補積がまた Ha になること, (2) 性質 T をもつ BDL について, 極大イdealのなす open algebra の特徴づけ, (3) Stone-Cech のコンパクト化の束論的な見方, など興味ある結果を与えている。また補積と完備化の関係については,

(4) X, Y を位相空間, $O(X), O(Y)$ をその開集合がなす cHa とする。このとき $O(X \times Y)$ は $\overline{O(X) \otimes O(Y)}$ と同型である。

という簡明な結果を与えている。

論文の後半では, 前半の諸結果をもとに, ハイティング拡大 $V^{(H)}$ 中の cHa の global section の表

示とその応用として、つぎの(5)~(9)の重要な結果を与えている。

(5) H を cHa , Ω を Ha とする。また, $R(H)$ を H の正則元のなす cBa とする。このとき $\overline{\Omega}^{(H)}$ は $\overline{R(H) \otimes \Omega}$ と同型である。

これは, Kunen-Scottの cBa についての結果の拡張となっている。

(6) L, L' を分配束, IL, IL' をそのイデアルのなす cHa とする。このとき, $\check{I}L^{\mu}$ は $I(L \otimes L')$ 及び $\overline{IL \otimes IL'}$ と同型である。

(7) H を cHa , X を位相空間とする。このとき $O(\check{X})$ は $\overline{H \otimes O(X)}$ と同型である。

(8) (7)で $H=O(Y)$ ならば, $O(\check{X})$ は $O(X \times Y)$ と同型である。

(9) “ $O(X_T)$ と $O(X)$ が同型である” ことが $V^{(O(T))}$ で成立する。

本論文では更に, (5), (6), (7)を, Fourman-Scottの内化により, $V^{(H)}$ の中の同型定理にすることができることも示している。

審 査 の 要 旨

集合論の命題に, ハイティング代数の元を論理値として与え, 集合論の拡大されたモデルをつくる研究には, 近年多くの研究者の興味を寄せられている。この場合, ハイティング代数の完備化は多様であるため, その完備化についての性質は現在十分にはわかっていない。本論文は其中で, (1) 標準完備化, (2)イデアル全体による完備化, (3)極大イデアルのなすopen algebraによる完備化, について, 重要かつ簡明な結果を与えている。これらの諸結果は, それ自身興味あるものであるが, 集合論への応用にも重要なものとして高く評価できる。また, 本論文で与えている集合論への応用, 「 $O(X_T)$ と $O(X)$ が同型である” が $V^{(O(T))}$ で成り立つ」という結果はopen algebra特有の性質で, 重要な結果として高く評価できる。

よって, 著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。