【43】

氏　名（本　籍）	越（こし）谷（たに）重（しげ）夫（お）（鳥取県）
学位の種類	理学博士
学位記番号	博乙第34号
学位授与年月日	昭和55年7月31日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	**The principal 2—blocks of finite groups with abelian sylow 2—subgroups** （アーベル2—シロー部分群をもつ有限群の主2—ブロックについて）

主　査	筑波大学教授	理学博士	太刀川　弘幸
副　査	筑波大学教授	理学博士	阿部　英一
副　査	筑波大学教授	理学博士	内山　三郎
副　査	筑波大学教授	理学博士	児玉　之宏

論文の要旨

群の表現は代数学の古く且つ最も重要な研究分野の一つであるが，標数 $p \neq 0$ の体上の表現，即ちモジュラー表現の研究及びその発展はR. Brauerによって1940年代から強力にすすめられてきている。1942年Brauerは欠除群（defect group）の位数が丁度 p である場合のブロックを決定したが，これは後年E. C. Dadeの巡回欠除群をもつブロックに関する決定的な結果（1966年）を導びき，その結果非巡回欠除群をもつブロックの研究がモジュラー表現の中心課題となりつつある。

一方欠除群が非巡回群である場合の最初の研究成果もBrauer（1971年）によってなされた。1974年に彼は $p=2$ で欠除群が二面体群の場合のブロックの研究をおこなったが，一年後J. B. Olssonは彼の手法を真似て一般四元数群または準二面体群の場合を解明した。然しこれ等の群はすべて非可換群であって，位数 2^3 の欠除群をもつブロックの決定問題として残された場合は欠除群が（2，2，2）型可換群の場合となった。本論文において著者は主ブロックについてではあるがこの問題を解決している。同時に欠除群が（2，2，2，2）型可換群の場合の主ブロックも完全に決定している。

以下，著者の主要な成果を述べることにする。Gを可換2—シロー部分群Pをもつ有限群，Fを標数 $p=2$ の代数的閉体，Bo(G) をGの主2—ブロックとする。このときBo(G) に対する欠除群はPである。さてO(G)で位数が奇数であるGの最大正規部分を表わし，O′(G)で指数が奇数であるGの最小の正規部分群を表わすことにする。このとき自然な対応でGの2—シロー部分群とO′(G/O(G))の2—シロー部分群は同型になる。更にGの2—シロー部分群が可換であればO′(G/O(G))

の構造はThompson, Bender, Janko, Walter, Wardなどの業績により可換２ー群と次のいづれかの単純群の直積になることが分る：(1)特殊線型群$SL(2, 2^n)$，(2)射影特殊線型群$L_2(q)$，但し$q>3$であり$q\equiv 3$或いは$5 \pmod 8$，(3)Jankoの第一単純群J_1，(4)Ree型の単純群$R(q)$。そこで$S=O'(G/O(G))$とおくとき$Bo(S)$の構造は比較的容易に決定出来る。そして著者は本論文においてBo(G)とBo(S)の関連を明かにすることによりBo(G)の構造を具体的に決定している。又著者はこの方向での研究に隋性指数$e(G)$及び$e(S)$が重要な役割を演ずることを明らかにしている。ここで$e(G)=|N_G(P):C_G(P)|$，但し$N_G(P)$と$C_G(P)$はそれぞれGにおける正規化群と中心化群である。

実際，著者は$e(G)=e(S)=$素数，９，21の場合$Bo(G)\cong Bo(S)$を証明している。ここで注意を喚起したいのは同型を証明しているだけでなく，夫々の場合におけるSを決定していることである。例えば定理2.4においてeが素数，Gが非可解であるとき，eは2^m-1と表わせ，$m\geq 3$のとき$S\cong SL(2,2^m)\times(P/(\overbrace{Z_2\times\cdots\cdots Z_2}^{m\text{個}}))$，$m=2$のとき$S\cong L_2(q)\times(P/(Z_2\times Z_2))$となることを証明している。

第５章と第６章では位数８と16の初等可換群をシロー２ー部分群にもつ群GについてのBo(G)を決定している。このとき$e(G)$が素数でなく且つ$e(G)\gneqq e(S)$の場合が発生するが，著者はGが非可解群ならばいづれの場合も$Bo(G)\ncong Bo(S)$であることを証明している。

また，$\overline{G}=G/O(G)$の連正規部分群$\overline{L}$ $(\geq S)$で$2\nmid|\overline{G}:\overline{L}|$，$e(G)=e(\overline{L})$が成立する場合$Bo(G)\cong Bo(\overline{L})$であることを示している。この事実はこの種の研究では初めて指摘され，将来より一般的に解明を望まれるものであるといえよう。

審　査　の　要　旨

非巡回的欠除群Pをもつブロックの解明は現代のモジュラー表現論のかかえている最も基本的ではあるが難解な課題の一つである。Pを初等可換群に限った場合でも（2，2）型可換群の場合のみR. Brauerによって解決されているにすぎない。本論文において著者はPが（2，2，2）型及び（2, 2, 2, 2)型可換群である場合の主ブロックBoを決定している。この結果とBrauer(二面体群), Olsson（一般四元数群）の結果を併せることにより，位数８の任意の群を欠除群にもつ主ブロックが完全に決定されたことになる。この事実よりしても著者の業績は高く評価出来る。又問題をBo(G)とBo(O′(G/O(G)))との関連に帰着させた方法は非常に興味あり効果的であるといえる。特に隋性指数の研究の重要性を立証したことによって既にこの方面の研究に大きな貢献をなしたものといえる。また最近の単純群の分類の成果を巧みに利用している点など著者の創意と力量をうかがうことができる。

よって，著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。