

投資家行動が決めるマーケットインパクト
—ローインテリジェンスモデルによる分析—

筑波大学大学院システム情報工学研究科

2009年7月

木村 博道

目次

第1章	はじめに	2
1.1	ゼロ・インテリジェンス・モデル — 投資家の意思決定と市場制度 . . .	2
1.2	経済物理学におけるゼロ・インテリジェンス・モデル	4
1.3	Smithらのゼロ・インテリジェンス・モデルの概略	5
1.4	流動性, 特にマーケット・インパクトについて	6
1.5	Smithら, Farmerらの研究以降のゼロ・インテリジェンス・モデル, およびその他の関連研究	10
1.6	ロー・インテリジェンス・モデル — 「板情報に対する5つのインテリジェンス」の導入	11
1.7	本研究の結果の概要	13
1.8	本論文の構成	14
第2章	本研究で扱う指標, パラメータの推定	16
2.1	指標の推定	16
2.1.1	λ の推定	16
2.1.2	ビッド・アスク・スプレッドの推定	18
2.1.3	拡散係数の推定	19
2.2	パラメータの推定	20
2.2.1	σ の推定	20
2.2.2	μ の推定	23
2.2.3	α の推定	23
2.2.4	δ の推定	25
第3章	Smithらのモデルの, 東証1, 2部で取引されている銘柄への適用	27
3.1	Smithらのモデル	27
3.2	Smithらのモデルの検証	29
3.2.1	本研究の対象期間と対象銘柄	29
3.2.2	モンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデル	31
3.3	結果	37

3.3.1	λに対する検証	37
3.3.2	ビッド・アスク・スプレッドに対する検証	37
3.3.3	拡散係数に対する検証	37
3.3.4	Smithらのモデルの検証：まとめ	38
第4章	ロー・インテリジェンス・モデルの提案とその検証	40
4.1	投資家の注文傾向：関連研究と東証1,2部で取引されている銘柄に関する実証分析	40
4.1.1	成行注文の傾向	40
4.1.2	指値注文の傾向	45
4.1.3	ロー・インテリジェンス・モデルの定義	50
4.2	結果	54
4.2.1	λに対する検証	54
4.2.2	ビッド・アスク・スプレッドに対する検証	54
4.2.3	拡散係数に対する検証	55
4.2.4	モンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルとロー・インテリジェンス・モデルの比較	55
4.2.5	ロー・インテリジェンス・モデルの最小性	56
第5章	議論	59
5.1	市場制度と投資家行動	59
5.2	本研究で導入した投資家行動の意味	60
5.3	今後の課題	62
付録A	注文駆動方式による価格決定	71
付録B	データ処理の方法	73
B.1	データ・ブロック	73
B.2	板情報の処理	74
付録C	推定の対象銘柄一覧	76
付録D	時間の測り方について	79
付録E	論文リスト	81

第1章 はじめに

1.1 ゼロ・インテリジェンス・モデル — 投資家の意思決定と市場制度

金融市場で多数の投資家により取引が行われ、その結果、注文の分布や取引価格のダイナミクスが観測される。このダイナミクスは、「投資家行動（意思決定）」と「市場制度（取引ルール）」の両者に由来すると考えられる。したがって、市場で観察される様々な現象を理解するには投資家行動、市場制度あるいは両者の相互作用という観点から分析することが有効であり、これらの観点から多くの研究が行われてきた。

例えば、マーケット・マイクロ・ストラクチャーと呼ばれている分野において、市場制度より投資家行動の方に重点を置いて市場の性質を理解しようとする研究としては、Stoll による研究がある [63]。その研究によると、価格を正規乱数として与えたとき、マーケット・メイク制度（証券会社などが常にアスクとビッドを提示することによって、投資家が必ず取引を行えるようにした制度。アスクとビッドを提示する義務のある証券会社のことをマーケット・メーカーと呼ぶ。マーケット・メーカーは投資家ではないが、マーケット・メイク方式を採用している市場では重要なプレーヤーであり、マーケット・マイクロ・ストラクチャーでは考察の対象になる。）の下では、マーケット・メーカーが在庫リスクを最小にするなどのような最適化行動を行う結果、ビッド・アスク・スプレッド（売り注文の中で最も安い注文価格であるアスクと買い注文の中で最も高い注文価格であるビッドの差）は決定されるという。

さらに、統計物理学的手法やエージェント・シミュレーションを経済学研究に導入した、いわゆる「経済物理学」と呼ばれている分野 [2, 24, 44, 62] においても、投資家行動を重視した研究がある [5, 13, 15, 35]。エージェント・シミュレーションとは、計算機の中に人工市場を構築し、仮想的なトレーダーに取引を行わせるという手法である。これらの研究では、人工市場にファンダメンタリスト（経済指標や財務指標を重視して取引する。）、チャートスト（株価の上下の傾向を重視して取引する。）、ノイズ・トレーダー（ランダムに取引する。）を導入し、取引を行わせ、市場の様々な現象を理解しようとしている。このように、投資家行動を重視した研究は多数行われている。

逆に、市場制度に重点を置き、注文はポアソン到着に従うなどのように投資家行動

を無視あるいは可能な限り単純化するという研究も盛んに行われている。市場制度のモデル化に重点を置く研究では、効用最大化などは特に仮定せず、合理性からかけ離れた投資家を仮定することが多いので、「ゼロ・インテリジェンス・モデル」と呼ばれる。

例えば、実験経済学および人工市場に関連した分野の研究としては、Gode & Sunder が行ったものがある [30]。彼らは、被験者のみからなる実験市場、予算制約のあるゼロ・インテリジェンス・トレーダー（注文をランダムかつ独立に行うトレーダー。）のみからなる人工市場、予算制約のないゼロ・インテリジェンス・トレーダーのみからなる人工市場の三者を比較し、各市場が市場均衡に到達するかどうか、総余剰（全ての投資家が得ることができた利得の和）が理論値通りの値になるかどうかを調べた。その結果、被験者のみからなる市場では総余剰は理論値の 90.2% から 100.0% となった。また、予算制約のあるゼロ・インテリジェンス・トレーダーのみからなる市場では総余剰は理論値の 97.1% から 99.9% となった。ところが、予算制約のないゼロ・インテリジェンス・トレーダーのみからなる市場では総余剰は理論値の 48.8% から 90.0% となった。したがって、ゼロ・インテリジェンス・トレーダーであっても予算制約があれば、総余剰はほぼ理論値通りの値となり、均衡に到達できるのである。このことは、市場均衡を考える際には投資家の効用最大化を仮定する必要は無いということを示唆する。人々が自分の欲望に従って行動する（効用最大化）と社会全体がよりよい状態になるという考え方が「見えざる手」である。言い換えると、「見えざる手」が均衡へ向かわせる力は、経済学者が考えていたよりもかなり強く、市場制度と予算制約だけを考慮すれば十分理解できるのかもしれないということが Gode & Sunder の研究で示されたのである。

マーケット・マイクロ・ストラクチャーの分野では、Mendelson はオペレーションズ・リサーチの分野における待ち行列理論を用いて、周期的に注文がキャンセルされるような市場をモデル化し、出来高（取引量）の解析解を導出するなどしている [47]。Cohen らは注文がポアソン到着すると仮定し、注文のキャンセルもポアソン分布に従うとして、注文の待ち時間の期待値などを計算した [16]。このように、注文がポアソン到着すると仮定すると、ある種の市場の性質は解析的に与えることもできる場合がある。また、遠藤らは、大阪証券取引所で取引されている日経平均先物のデータを用いて、日中株価変動における指値注文分布を解析し、2重待ち行列を用いて価格変動がモデル化できることを示した [21]

したがって、市場の性質の一部は、市場制度（取引ルール）をモデル化し、投資家のゼロ・インテリジェンスを仮定することによって理解したり解析解を求めたりすることができるということが一連のゼロ・インテリジェンス・モデルの先行研究から分かっている。これらのことは、ゼロ・インテリジェンスな投資家を仮定した仮想的な

モデルを分析することによって初めて分かることである。

1.2 経済物理学におけるゼロ・インテリジェンス・モデル

実験経済学やマーケット・マイクロ・ストラクチャー分野のゼロ・インテリジェンス・モデル研究とは別に、経済物理学でもゼロ・インテリジェンス・モデル研究が行われている。経済物理学では、統計物理学的手法やエージェント・シミュレーションにより市場ダイナミクスの統計的性質などが研究されている。この手法を用いると、既存の手法では分析不可能だった「どのような条件下でファット・テイル（価格変化率などが正規分布に従わず、ずっと裾野の広い分布、例えば、べき分布に近似的に従う [44, 62] .) を再現できるか」といったテーマを扱うことができる。

Maslov のモデル [45] は、市場制度の一つである注文駆動方式¹により価格決定が行われ、注文はランダムに到着すると仮定し投資家行動の特徴を考慮しないモデルである。Maslov のモデルでは売り指値、買い指値、売り成行、買い成行のいずれが行われるかは $1/4$ の確率で決まり、注文はランダムに行われる。売り指値注文の指値は、「市場価格 $+\Delta$ 」($\Delta = 1, 2, 3, 4$) の値をとる。 Δ の値は $1/4$ の確率で一様に決まるとする。買い指値注文についても同様で、ただし、 $\Delta = -1, -2, -3, -4$ の値をとる。一注文の注文株数は、売り買い、指値成行の別によらず、常に一定とする。また、一定時間待って執行されなかった注文はキャンセルされるものとする。以上の設定の下で、Maslov は、価格変化率の分布は、価格変化率が十分大きなところでは、べき分布に従うということを示した。つまり、ファット・テイルという市場の性質は投資家行動よりも市場制度に由来する性質である可能性があることが分かった²。

また、ゼロ・インテリジェンス・モデルは簡単なモデルであるため、解析的な扱いが可能な場合もある。例えば、Slanina [57] は、指値注文は必ず現在の市場価格から一定の距離の位置に置かれる、キャンセルは生じないなどの条件の下で、価格変化率

¹注文駆動方式については付録 A でまとめる。また、以下で登場する、指値、成行、アスク、ビッドなどの用語についても付録 A で述べる。

²ファット・テイルに関する研究は、ここで紹介した研究以外にも多数存在する。例えば、確率過程を用いて価格時系列をモデル化した研究として、ランダム乗算過程 [61]、GARCH [7] などがある。しかし、これらの研究ではファット・テイルの背後で何が起きているのか、例えば、ファット・テイルという現象にとって市場制度と投資家行動のどちらがより重要なのか、といった疑問には答えられない。

一方、エージェント・シミュレーションを用いた研究によって、ファット・テイルの起源として、投資家同士の相互作用 [35, 43]、ネットワーク上の群衆行動 [15]、少数派ゲーム [11] などのメカニズムが提案されている。

ところが、Maslov のモデルでは、特にそのようなメカニズムを仮定せずともファット・テイルが出現する。つまり、ファット・テイルという性質の一部は市場制度に由来すると考えられる。

の密度関数は、価格変化率が十分大きなところでべき分布に従い、その指数は2となることを示した。上述のモデル以外にも多種多様なゼロ・インテリジェンス・モデルが提案されている [9, 12, 64]。

このようにゼロ・インテリジェンス、つまり投資家の意思決定を考慮しないモデルであっても、市場現象をかなりの程度理解できることが分かっている。これらの研究が示唆することは、市場の性質の中には投資家の意思決定よりも市場制度自体によって理解できるものが多数存在するということである。

1.3 Smithらのゼロ・インテリジェンス・モデルの概略

以上の研究では、投資家の意思決定よりも市場制度だけで理解できる市場の性質を見つけているが、ゼロ・インテリジェンス・モデルと呼ぶことができるモデルの中で、現実の市場の取引データを用いて定量的に検証されているモデルはまだ少ない。そのような数少ないモデルの中でも統計力学的手法を用いて市場ダイナミクスを記述し、かつ、その妥当性を現実の取引データにより実証しているモデルとしてSmithらのゼロ・インテリジェンス・モデルがある [17, 60]。この研究では、注文駆動方式による価格決定を用いて注文がポアソン到着するという仮定から、ビッド・アスク・スプレッド、価格の拡散係数(2.1.3節を参照。以下、拡散係数と略記する。)などを解析的に計算できることを示した。このことは、注文フローと価格形成の関係を解明したことを意味している。以下では、このモデルを簡単にSmithらのモデルと呼ぶことにする。Smithらのモデルでは、次のような仮定が置かれている。

1. モデル上の価格として、現実の市場価格の自然対数を用いる。したがって、モデル上の価格は実数値となる。全く同じ呼値に注文が複数存在する可能性は実質的になく、時間優先原則は無視できる³。
2. 売り(買い)指値注文はビッド(アスク)より高い(安い)半無限区間全体に一樣に到着する。単位価格幅単位時間あたりに到着する指値注文株数は一定の値 α とする。
3. 成行注文は一定の到着率 μ で到着する⁴。

³Smithらは呼値の刻み(取引価格の最小単位。3.2.1節を参照。)が有限である場合も考えているが結果にはほとんど影響しない。

⁴アスク(ビッド)よりも高く買いたい(安く売りたい)という指値注文を実効的成行注文といい、厳密には成行注文とは異なる。しかし、実データから両者を区別することは難しく、先行研究 [26, 60]でも区別していない。そこで、本研究では、実効的成行注文を簡単に成行注文と呼ぶことにする。

4. 成行注文が売り注文になるか買い注文になるかは， $1/2$ の確率で決まる．つまり，売り（買い）成行注文到着率は $\mu/2$ である．
5. 一注文は，指値・成行，売り買いに関わらず一定の株数 σ からなる．
6. キャンセルは一定の割合でランダムかつ独立に行われる．指値注文がキャンセルされるまでの平均時間の逆数を δ_s とする．

Smith らは，以上の仮定の下で，注文駆動方式という市場制度のみに由来するダイナミクスをモデル化し，価格形成過程を記述する手法を提案した．その手法を用いて，注文到着率などのパラメータとビッド・アスク・スプレッド，拡散係数の関係を示す簡単な法則を導くことができた．そして，このモデルで用いられるパラメータである指値注文到着率 α ，成行注文到着率 μ ，一注文あたり平均株数 σ ，指値注文がキャンセルされるまでにかかる時間の逆数 δ_s は，全て実データから求めることができる．

さらに，Farmer らは，ロンドン証券取引所（LSE）の 11 銘柄を対象にビッド・アスク・スプレッドと拡散係数を計測し，Smith らのモデルから計算される値と比較した [26]．その結果，ビッド・アスク・スプレッドに対する，両者の値を回帰したときの決定係数は 0.96 となった．また，拡散係数に対する決定係数は 0.76 となった．したがって，投資家の合理性を考慮しなくても，注文駆動方式を用いた市場の法則をある程度理解できることが分かった．図 1.1 は Farmer らの研究手法を図示したものである．

ビッド・アスク・スプレッドは，流動性（流動性については次節で述べる．）の，簡単かつ代表的な指標の一つである．拡散係数は値動きの重さを意味し，市場の安定性の一つの指標となる．Smith らのモデルによって，注文到着率など 4 つのパラメータを用いてビッド・アスク・スプレッド，拡散係数という市場の流動性・安定性を示す量を説明⁵ できるようになった．

1.4 流動性，特にマーケット・インパクトについて

その一方，Smith らのモデルで説明できない量もある．それは「流動性」の指標の一つである「マーケット・インパクト」である．

マーケット・インパクトについては後述することとし，まず，流動性について簡単に説明する．流動性とは，投資家が出した成行注文の注文成立のしやすさのことを指

⁵ここで「説明」とは回帰分析の「説明」変数と同様の意味である．すなわち，あるモデル（回帰式やシミュレーションモデル）を用いてビッド・アスク・スプレッド（2.1.2 節を参照．）や価格の拡散係数（2.1.3 節を参照．）を計算し，実際の値と比較したという意味である（図 1.1）．本研究でもこの意味で説明という語を用いる．

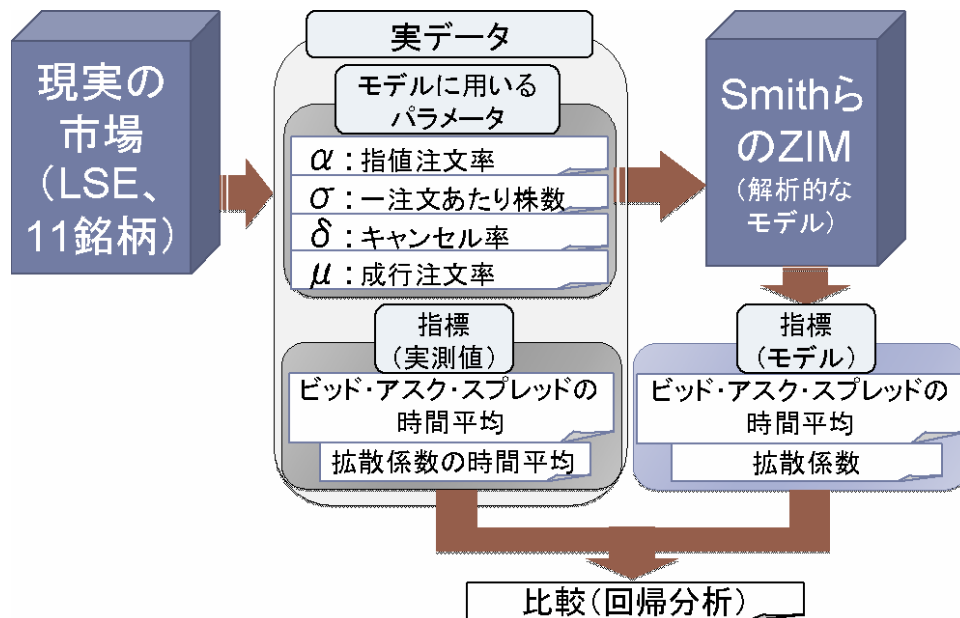


図 1.1: Farmer らによる, Smith らのモデルの検証 [26]. LSE はロンドン証券取引所 (London Stock Exchange) の略である. Farmer らは, まず, LSE の実データからビッド・アスク・スプレッドと拡散係数の実測値を求め, また指値注文率などの, モデルに必要なパラメータを求めた. さらに, そのパラメータを用いて, ビッド・アスク・スプレッドと拡散係数の理論値を求め, 実測値と比較した.

す。流動性が高いと指値注文が多く、現時点の最良価格で自分の注文を執行できる可能性が高まる。つまり、売買にかかるコストが小さくなるということを意味する。逆に、流動性が低いと指値注文が少なく、自分の注文が現時点の最良価格で全て執行できるとは限らない。極端な場合、流動性は完全に枯渇し、指値注文が無くなってしまいうこともあり、投資家は現在の価格水準を判断することさえできなくなってしまう。図 1.2 はこの様子を示したものである。

流動性は、特に実務家にとって重要な量である。彼らは自分の注文行動によりアスク（ビッド）がどのくらい動くのかを常に気にしつつ成行注文を行っている。流動性の一つの指標として、マーケット・インパクトがある [49, 51, 52]。これは、投資家の行動が市場に与える影響のこと [37, 50] であり、その表現として、「マーケット・インパクト関数」、つまり「 n 単位（単元株数）の成行注文によって平均的にどのくらいアスク（ビッド）が動くか」を意味する関数がよく用いられる。

マーケット・インパクトについては、すでに様々な先行研究が行われている [10, 28, 33, 36, 42, 53, 66]。例えば、Lillo ら [42] は以下のような研究を行った。まず、ニューヨーク証券取引所で取引されている 1,000 銘柄を時価総額により 20 のグループに分けた。次に、各グループに対して、平均的なマーケット・インパクトの形状を求めた。その結果、一成行注文（株数 ω ）によりどのくらいアスクとビッドの平均値が動いたかを Δp 、各グループの平均時価総額を C 、ある定数を γ, δ とすると、 $\Delta p \rightarrow \Delta p C^\gamma$ 、 $\omega \rightarrow \omega / C^\delta$ によって変換（スケーリング）することによって、銘柄ごとに個別の性質は存在するが、マーケット・インパクトの大まかな形状をひとつの関数で近似できることを示した。ここで、 $\gamma \approx \delta \approx 0.3$ である。

マーケット・インパクトの関数形は様々なものが提案されている [53] が、次のように、べき的な関係を仮定することも一般的である [28, 42]。 n 単位の成行注文が到着したときにアスクまたはビッドが平均してどのくらい動いたかを $\langle \Delta p \rangle$ 、ある定数を λ_1, ν とすると、

$$\langle \Delta p \rangle = \lambda_1 n^\nu. \quad (1.1)$$

ν が変化すると、マーケット・インパクトの形状も変化する。図 1.3 はマーケット・インパクトの形状と指値注文の分布との関係を図示したものの概念図である。Plerou らは、ニューヨーク証券取引所で取引されている銘柄のうち、最も取引頻度の高かった 116 銘柄全てにおいて、マーケット・インパクトは concave であったと報告している [53]。したがって、図 1.3 (a) のように ν は 1 より小さくなる傾向があることがわかる。図 1.3 (a) のようにアスク付近の注文が少ないと、 ν は 1 より小さい傾向があることがわかる。なぜなら、アスク付近の注文が少ないため、小口の成行注文でも価格は動きやすいが、ある程度大口の成行注文に対しては存在する指値注文株数が多くなってくるため価格は動きにくくなるからである。また、指値注文はどの価格帯にも

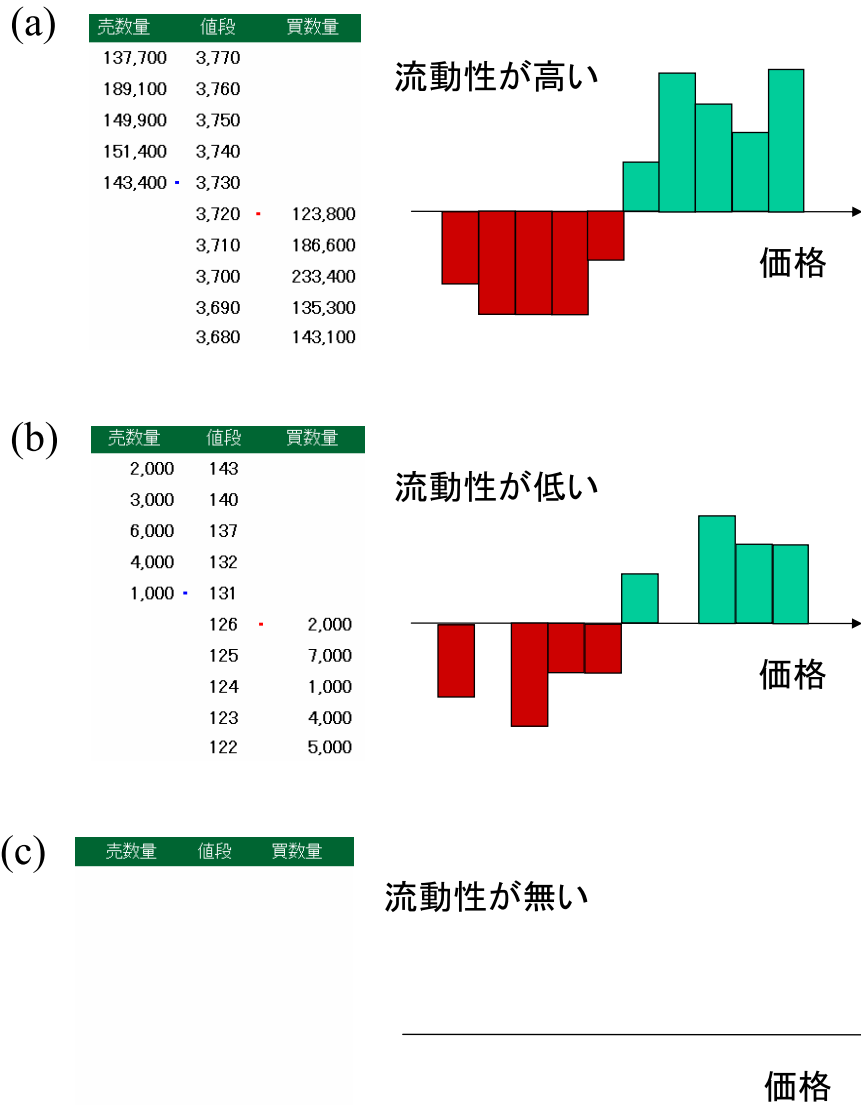


図 1.2: 流動性の多寡と板情報（注文状況）の例．左図はある呼値（価格）に存在する指値注文が何株あるかを示している．左側の列は売り指値注文株数，中央の列は呼値，右側の列は買い指値注文株数を意味する．このように呼値をならべて指値注文株数を示したものを板情報という．ちなみに，本研究で扱う実データはこの図のように 5 本分の板情報からなる．これを 5 本気配値といい，投資家はリアル・タイムにこの図を見ることができる．(a)(b)(c) の順に指値注文株数が減少しているので，流動性はこの順に減少する．右図はそのイメージを描いたものである．横軸が価格，縦軸が指値注文株数を意味し，緑が売り指値注文，赤が買い指値注文を意味する．

一様に存在すると仮定すると ν は1に等しい [25] ので，売り指値注文は図 1.3 (b) 下のように分布する．さらに，図 1.3 (c) に示すように，アスク，ビッド付近に大量に指値注文が存在する場合には $\nu > 1$ となる．この場合には，存在する指値注文株数の割に価格は動きにくく，流動性は大きい．なお，この図では呼値は離散値となっているが，考え方は実数値の場合でも同様である．

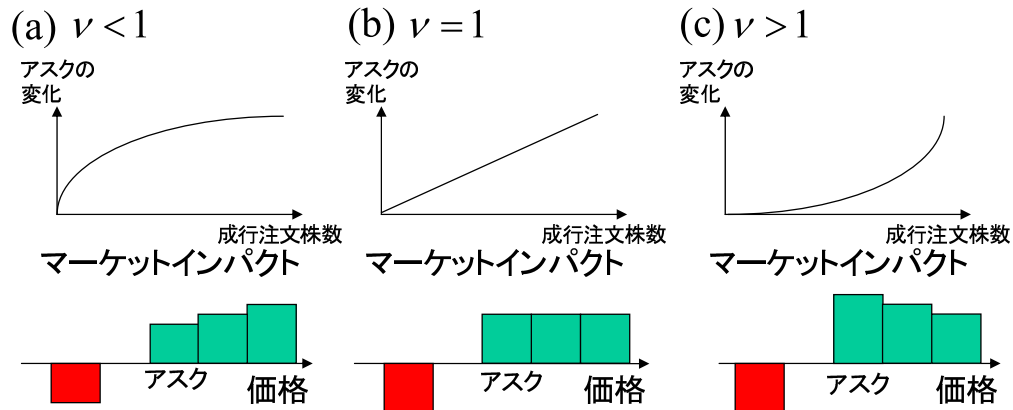


図 1.3: マーケット・インパクトの形状と指値注文の分布との関係．この図では，特に，売り指値注文について描いた．上图がマーケット・インパクトの形状のイメージを示したものである． ν は(1.1)式で与えた定数 ν である．下图は，各々(a)(b)(c)のグラフで示されるマーケット・インパクトを作る「指値注文の分布」の例である．マーケット・インパクトのグラフと指値注文の分布の図はそれぞれ対応している．

Smithらのモデルではマーケット・インパクトが concave になることを説明できた [60]．また，Smithらのモデルで導入された次元解析の手法(3.1節を参照)を用いてマーケット・インパクトをスケールリングすると，そのおおよその形状をある一つの曲線で近似できることが分かった [26]．しかしながら，定量的にはマーケット・インパクトを説明できないことも分かっている [26]．

1.5 Smithら，Farmerらの研究以降のゼロ・インテリジェンス・モデル，およびその他の関連研究

Smithらのモデルから影響を受けた研究としては，Mike & Farmer [48]の研究が挙げられる．この研究は注文同士の相互作用やキャンセルが生じる確率をモデル化することにより，ビッド・アスク・スプレッドや価格変化率の分布関数などを再現して

いる。

また、Gu & Zhou [31] は、Mike & Farmer のモデルを前提として、価格変化率の分布関数の裾野をべき分布で近似したときのべき指数がどのように決まるのかについて論じている。さらに、価格変化率の分布関数を t 分布で近似したとき、その自由度はタイムスケール（時間尺度）とともに増加することを見出した。

Slanina [59] は注文駆動方式を用いた仮想市場における価格時系列の研究についてレビューを行っている。

以上では、「投資家行動を重視する研究」「市場制度を重視する研究」について述べてきたが、「両者とも重視しない研究」も存在する。例えば、ランダムに2人の投資家を選択し、その2人の投資家はあるゲームを行うという状況を考える。そのゲームの勝者は50%の確率でランダムに決まる。そして、勝った投資家が相手の資産のある割合をもらえると仮定すると、資産分布は指数分布に従う [19]。ところが、企業や個人の資産分布や収入分布は漸近的にべき分布で近似できることが知られている [1,3,20,41]。では、なぜべき分布が出現するのだろうか。資産や収入の分布は投資家行動あるいは市場制度によって説明されるような現象なのだろうか。Slanina [58] は、同様の状況の下で、ただし、ゲームを行うたびに配当をもらえると設定を加えると、資産分布は漸近的にべき分布に従う場合があることを解析的に示した。このことは、資産分布を説明するにあたって、投資家行動や市場制度の要因はあまり重要でなく、配当のように経済全体が成長するという要因が重要であるということを示唆する。

このように、投資家行動を重視せずに市場の様々な性質を理解しようとする研究は活発に行われている。しかしながら、マーケット・インパクトを扱ったゼロ・インテリジェンス・モデルまたはその拡張モデルはまだ存在しない。したがって、マーケット・インパクトが市場制度により決まるのか、それとも、投資家の意思決定の要素も重要なのかは分かっていない。

1.6 ロー・インテリジェンス・モデル — 「板情報に対する5つのインテリジェンス」の導入

1.4 節では、Smithらのモデルはマーケット・インパクトをあまり説明できないと述べたが、これはなぜだろうか。現実の市場におけるマーケット・インパクトは、市場制度だけではあまり説明できず、投資家の意思決定の要素も重要なのだろうか。また、投資家の意思決定も重要であるのなら、ゼロ・インテリジェンス・モデルにどのようなインテリジェンスを「最低限」付け加えれば、マーケット・インパクトを説明

できるようになるだろうか．本研究の目標は以上の疑問に答えることである⁶．

そこで，本研究では，まず，注文がどのようなタイミングで到着しやすいかなどを東証の実データを用いて検証した．その結果，次の5つの性質があることが分かった．

- 成行注文については（4.1.1 節を参照．）
 - 1．直前に売り（買い）成行注文が連続していれば，次の成行注文も売り（買い）になりやすい．
 - 2．アスク（ビッド）の厚み（指値注文数量）が厚いと，売り（買い）成行注文を出しやすい．
- 指値注文については（4.1.2 節を参照．）
 - 3．アスク，ビッドから遠く離れた呼値よりもアスク，ビッド付近，またアスクとビッドの間に指値注文を出しやすい．
 - 4．アスク（ビッド）の厚みより「アスク +1（ビッド -1）」の厚みが厚いと，アスク（ビッド）に売り（買い）指値注文を出しやすい．
 - 5．ビッド・アスク・スプレッドが3呼値単位以上開いているときにアスクとビッドの間に売り（買い）指値注文を出すとき，アスク（ビッド）の左（右）隣に出しやすい．つまり，ビッド・アスク・スプレッドは少しずつ縮小する．

以上の性質をモデルに導入する際に用いるパラメータは全て実データから推定することができる．

これらの性質は以下のように考えると理解しやすい．まず，性質1．は，成行注文には慣性（トレンド）が存在するということである．次に，性質2．3．4．については約定確率を高めるように投資家は注文を行うと解釈できる．また，性質4．5．については注文価格が有利になるように投資家は注文を行うと解釈できる．

⁶先行研究の Smith らのモデルの目的は「注文駆動方式の市場で観測されるいくつかの統計的性質の起源は何か」を明らかにすることにある．本研究では同様な目的・視点で理論の拡張を目指す．

Smith ら [60]，Farmer ら [26] の論文でも触れている気体分子運動論の例えでは，まず（1）理想気体の理論では，分子の大きさや分子間力（分子同士の相互作用）のような要素を無視（理想気体）した上で「気体の体積は圧力に反比例する」というボイルの法則などを導くことに成功している．次に，（2）理想気体の仮定をはずして分子の大きさや分子間力のような要素をモデルで考慮すると，液体から気体へ不連続に状態が変化する「相転移」現象を理解することができる．つまり，分子の大きさや分子間力のような要素が相転移に重要な役割を果たしているということが分かる．

Smith らのモデルが気体分子運動論における理想気体のモデルにあたるのであれば，ロー・インテリジェンス・モデルは「実在」気体のモデルに相当する．つまり，本研究で Smith らのモデルを拡張することの目的は，投資家のどのようなインテリジェンスあるいは相互作用が市場の性質を示す各指標に影響しているのかを考察することである．

この5つの性質を Smith らのモデルに導入したモデル「ロー・インテリジェンス・モデル」を構築した(4.1.3節を参照)。これらの性質を導入するにあたっては、ある呼値に存在する指値注文量が重要であり、これを厚みと呼ぶ。そして、厚みと注文の相互作用を考慮するため、価格は整数値をとるものとする。シミュレーション上では、実際の市場価格を呼値の刻みで除したものを価格として取り扱う。

そして、マーケット・インパクトの一つの指標である「 λ^7 」、Smith らのモデルを検証するための指標として用いられたビッド・アスク・スプレッド、拡散係数について、モンテカルロ・シミュレーションを用いてロー・インテリジェンス・モデルの説明能力を調べた。図 1.4 はその手法を図示したものである。

1.7 本研究の結果の概要

本研究の結果は次の2点にまとめることができる。第一に、東証の実データを用いてモンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルの検証、具体的には $\log(\text{各指標の実測値}) = A \times \log(\text{各指標のモデル値}) + B$ の形で回帰を行った。ここで、対数の底は e である。以下で用いる対数でも全て底は e である。その結果、ビッド・アスク・スプレッド、拡散係数については、決定係数はそれぞれ 0.957, 0.873, A についてはそれぞれ 0.984, 0.873, B についてはそれぞれ 0.102, -0.730 となった。しかしながら、 λ については、決定係数が 0.454, A が 1.057, B が -0.693 となった。この傾向は先行研究 [26] の結果と一致する。第二に、同じ東証の実データを用いてロー・インテリジェンス・モデルの検証を行った。すると、ビッド・アスク・スプレッドに対しては、決定係数 = 0.902, $A = 1.043$, $B = 0.323$, 拡散係数に対しては、決定係数 = 0.851, $A = 0.786$, $B = 0.127$, λ に対しては、決定係数 = 0.822, $A = 0.940$, $B = -0.095$ となった。

さらに、上述の5つの性質のいずれが欠けてもモデルの説明能力は減少した。したがって、「注文駆動方式という市場制度」以外の λ の性質の要因となるものとして、以上で述べた「5つのインテリジェンス」がある可能性が示唆された。

これらの結果から、市場制度に加え、投資家が「板情報を理解して取引に利用できる程度のインテリジェンス」を持っていれば、 λ の大きさを説明できることが明らか

⁷ λ は、1 単位の成行注文が到着したとするとそれによって平均的にどのくらい価格が動くかを意味する指標 [40, 52] である。ただし、本研究での λ は多少異なる意味を持たせている。詳細は 2.1.1 節で説明する。

[27] では、Smith らのモデルはマーケット・インパクトをうまく説明できないと述べられているだけで、 λ についてどうであったかについては述べられていない。しかし、Smith らのモデル(正確には、以下で説明するモンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデル)によって λ もうまく説明できないことは本研究で示す。

になった．ゼロ・インテリジェンス・モデルではこれらのインテリジェンスを考慮していないため， λ を説明できないものと考えられる．

1.8 本論文の構成

本論文は以下のように構成される．

まず，第2章では，本研究で説明の対象とする指標である， λ ，ビッド・アスク・スプレッド，拡散係数について詳述する．次に，第3章では，東証1,2部で取引された416銘柄の実データを用いて，Smithらのモデルのモンテカルロ・シミュレーションを行い，そのモデルが東証の各銘柄にも適用できるかどうかを検証した．第4章では，Smithらのモデルを拡張した新たなモデルを提案する．このモデルをロー・インテリジェンス・モデルと呼ぶことにする．第4章の内容は，本論文の主内容であり，日本オペレーションズ・リサーチ学会和文論文誌に採録が決定している [39]．最後に，第5章では，何が λ を決めているのかについて議論し，また，本研究で導入した投資家行動の意味について議論し，全体を総括する．

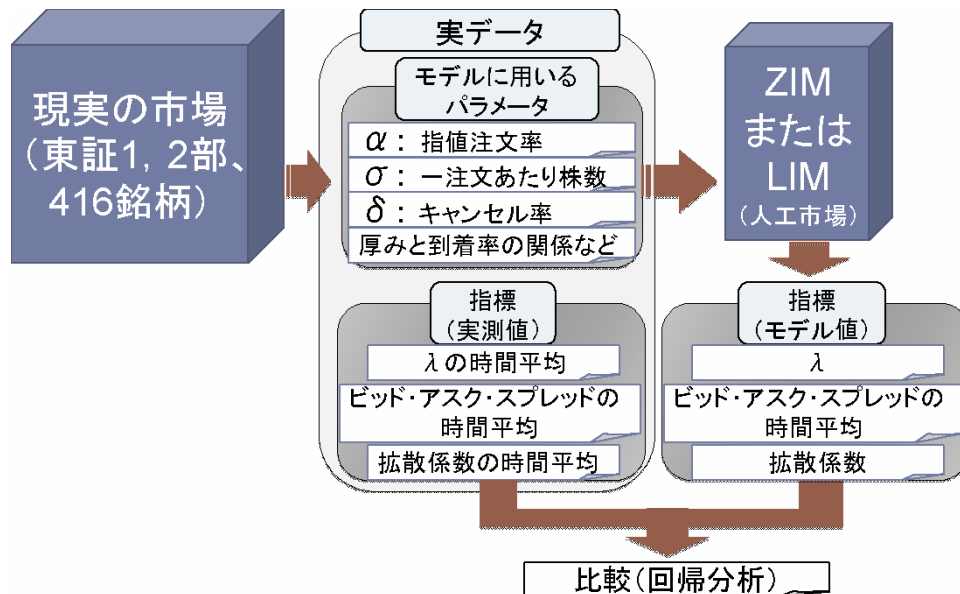


図 1.4: ロー・インテリジェンス・モデルの検証法の概略。まず、東証の実データから λ , ビッド・アスク・スプレッドと拡散係数の実測値を求め、また指値注文率などの、モデルに必要なパラメータを求めた。さらに、そのパラメータを用いて、人工市場を構築しロー・インテリジェンス・モデルのシミュレーションを行い、 λ , ビッド・アスク・スプレッドと拡散係数の値（これを以下ではモデル値と呼ぶことにする。）を求め、実測値と比較した。なお、Smith らのモデルは解析的なモデルであり、ビッド・アスク・スプレッドと拡散係数に関してはシミュレーションを行う必要はない。しかしながら、本研究では、Smith らのモデルによって与えられるはずのモデル値もシミュレーションにより推定することとした。これは、ロー・インテリジェンス・モデルは複雑なモデルであるため、シミュレーションによってモデル値を出力する必要があり、Smith らのモデルについても同条件で比較したいからである。以下では、この、Smith らのモデルのシミュレーション・モデルをモンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルと呼ぶことにする。

第2章 本研究で扱う指標，パラメータの推定

本研究では，東証で取引されている1,2部銘柄に対し，次の3つの「指標」:(1)マーケット・インパクトの指標である λ (2.1.1節で定義する.) (2)アスクとビッドの差であるビッド・アスク・スプレッド (3)価格がどのぐらいの速さで広がっていくかを示す拡散係数について，実データから求めた実測値と，モンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルおよびロー・インテリジェンス・モデルから求めたモデル値を回帰分析する．そこで，2.1節では，これらの3つの指標の本研究における定義と計算方法について詳細に説明する．次に，2.2節では，モンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルで用いる「パラメータ」:(1)平均注文株数 σ (2)成行注文到着率 μ (3)指値注文到着率 α (4)キャンセル率 δ の推定法について説明する．なおロー・インテリジェンス・モデルについてもほぼ同様の推定法を用いるが，異なる点は各節で述べることとする．

2.1 指標の推定

2.1.1 λ の推定

本研究における λ の定義 マーケット・インパクトは， n 単位の成行注文が到着したときにアスクまたはビッドがどのぐらい動くかを示す， n の関数である．注文の大きさは「売買単位（取引所で取引できる最小単位株数．3.2.1節を参照.）」を単位として測る．その関数形は様々なものが提案されている [53] が，べき的な関係を仮定することも一般的である [28, 42] ．

そこで，本研究でも簡単に次のような n のべき関数を仮定する．

$$\langle \Delta p \rangle = \lambda_1 n^\nu. \quad (2.1)$$

ここで， λ_1, ν は定数で， $\langle \Delta p \rangle$ は， n 単位の成行注文が到着したときにアスクまたはビッドが平均してどのぐらい動いたかを示す．

本研究で扱うモンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルとロー・インテリジェンス・モデルでは、どちらも注文は常に σ 株ずつ行われるとする。そこで、本研究では「仮に σ 株の買い（売り）成行注文が行われたとしたときに、平均してどのくらいアスク（ビッド）を動かすかを示す量」に注目し、これを「 λ 」と呼ぶことにする。 λ の定義や、 λ と (2.1) 式の λ_1 の関係については後述する。

このタイプのマーケット・インパクトは「仮想のマーケット・インパクト」と呼ばれている [12, 46, 67]。 λ には成行注文がどのような状況で到着したかという情報は含まれず、指値注文の分布のみから計算できる。この意味で仮想のマーケット・インパクトは平均的な指値注文の分布を直接反映しているといえる。

本研究における λ の推定法 λ の推定法について説明する。まず、売り指値注文の分布に注目して考える。今から n 単位の買い成行注文が到着すると仮定したとき、アスクがどのくらい移動することになるかは気配データ（ある呼値に指値注文が何株あるかを記したデータ。詳細は付録 B.2 を参照。）からわかる。その新しく出現するはずのアスクを p とする。次に、現気配データのアスクを ask 、呼値の刻みを M とし、各 n に対し、

$$\Delta p(n) \equiv \begin{cases} \log(p) - \log(ask) & (\text{for Monte Carlo zero intelligence model}) \\ (p - ask)/M & (\text{for low intelligence model}) \end{cases}$$

を計算する。買い指値注文についても同様に

$$\Delta p(n) \equiv \begin{cases} \log(bid) - \log(p) & (\text{for Monte Carlo zero intelligence model}) \\ (bid - p)/M & (\text{for low intelligence model}) . \end{cases}$$

この操作を売り（買い）気配データごとに行い、各 n に対して平均した値を $\langle \Delta p(n) \rangle$ と書くことにする。本研究では売り注文ルールと買い注文ルールが対称であることを仮定するので、 $\langle \Delta p(n) \rangle$ の計算時も売りと買いを区別することなくまとめて行う。

図 2.1 は λ の求め方を図示したものである。売り指値注文が図 2.1 (a) のように分布していたとき、仮に 1 単位の買い成行注文が到着するとアスクは変化しないので $\Delta p(1) = 0$ である。仮に 2 単位の買い成行注文が到着するとアスクは 1 大きくなるので $\Delta p(2) = 1$ である。売り指値注文が図 2.1 (b) のように分布していたときにも同様に計算する。そして、各 n に対してどのくらいアスク（またはビッド）が移動したかの平均値 $\langle \Delta p(n) \rangle$ を算出すると、図 2.1 (c) のような曲線が得られる。そこで、 $\langle \Delta p(n) \rangle = \lambda_1 n^\nu$ の形を仮定し、両辺の自然対数をとって回帰を行い、 λ_1, ν を推定する。

回帰の範囲 (n の最大値) は以下のように決める。本研究で扱う実データは 5 本気配値なので、5 本気配値上に存在する売り（買い）指値注文株数よりも大口の買い（売

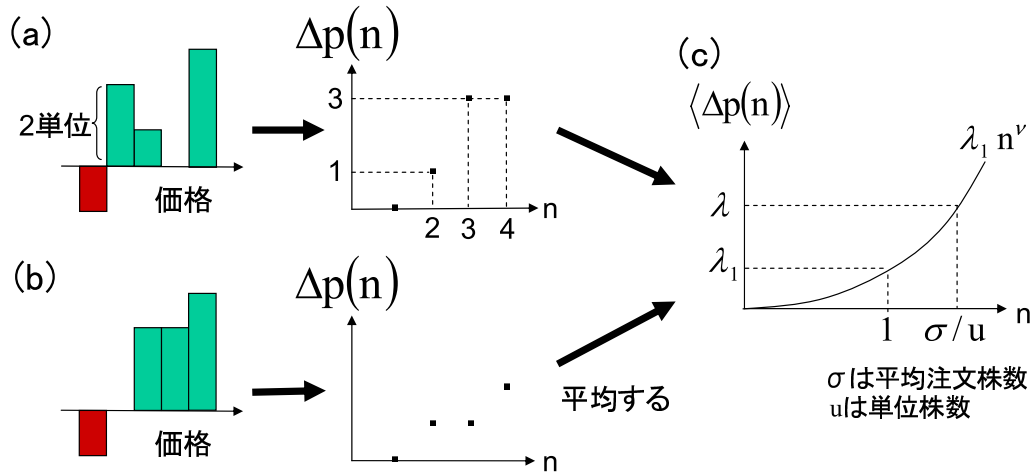


図 2.1: λ の求め方 .

り) 成行注文が行われると仮定したときには、どこにアスクが新しく出現するか分からなくなってしまう。そこで、回帰を行う前に、買い気配データと売り気配データの中で指値注文株数がもっとも少ない気配データをあらかじめ見つけておく。その気配データ中の指値注文株数の総数を N_{\min} とおくと、 n の最大値は N_{\min} である。このようにすると、 N_{\min} 株までの大口成行注文なら常に指値注文が存在するので新アスクを推定することができる。 $N_{\min} < 3$ となってしまうような銘柄は回帰分析が不可能なので本研究の対象外とする。

売買単位を u とすると、図 2.1 (c) を見ると分かるように、 λ は $\lambda_1 (\sigma/u)^\nu$ により推定できる。ここで、 σ は平均注文株数、 u は単位株数である。モデル値も同様に推定できるが、常に σ 単位で注文は行われるので、 $\sigma/u = 1$ とする。つまり、モデル値の場合は λ_1 が λ そのものである。

2.1.2 ビッド・アスク・スプレッドの推定

アスクとビッドの差をビッド・アスク・スプレッドという (図 A.1 参照)。

ビッド・アスク・スプレッドは、簡単な流動性指標の一つである [49]。ビッド・アスク・スプレッドについても様々な研究が行われている。例えば、Roll [55] は価格変化率の時系列データとビッド・アスク・スプレッドの関係を導き、その関係がどの程度成り立つかを検証した。また、Glosten & Harris [29], Hasbrouck [32] などは、ビッド・アスク・スプレッドに対し、様々な独立変数を用いて VAR (ベクトル自己回帰) を適用し、情報の持つ重要性を結論している。

次節では、本研究でどのようにビッド・アスク・スプレッドを推定したかについて説明することにする。

ビッド・アスク・スプレッドの実測値の推定法 ビッド・アスク・スプレッドの実測値は以下のように測る。ゼロ・インテリジェンス・モデルにおける価格は現実の市場価格の自然対数に相当するので、ある気配データ i が与えられたとき、そのときのアスク(ビッド)を ask_i (bid_i)とすると、ビッド・アスク・スプレッド S_i は $\log(ask_i/bid_i)$ で与えられる。また、ロー・インテリジェンス・モデルにおける価格は整数値であり、現実の市場価格を、呼値の刻みを単位として測ったもの(第4章を参照)に相当するため、 S_i は「 $(ask_i - bid_i)/$ 呼値の刻み」で与えられる。そして、ある銘柄のビッド・アスク・スプレッドの実測値は S_i の単純平均で定義する。

ビッド・アスク・スプレッドのモデル値の推定法 ビッド・アスク・スプレッドのモデル値は以下のように測る。実測値の測定では新しい気配データが得られるたびにビッド・アスク・スプレッドを測るとした。そこで、モデル値でもそれに対応した測り方にする。スコープ(ほぼ5本気配値の幅に相当する。詳しくは2.2.3節を参照)内の指値注文が増減したタイミングでビッド・アスク・スプレッドを計算し、その単純平均をもってその銘柄のビッド・アスク・スプレッドのモデル値とする。

2.1.3 拡散係数の推定

拡散係数はボラティリティに類似した概念である。ボラティリティは金融リスクの代表的な指標であるため、関係する研究も多数存在する。Engleは、ボラティリティ変動が過去の価格変化率に依存するような確率過程(ARCH)を考えた[22]。BollerslevはARCHをさらに拡張した(GARCH)[7]。[8]は、それらの拡張モデルのサーベイである。また、Clark[14]、Epps & Epps[23]、Tauchen & Pitts[65]などは、出来高(ある期間内の取引量)とボラティリティの間に正の相関があることを報告している。

本研究では、価格がどのぐらいの速さで広がっていくかという指標を拡散係数という用語で統一して記述する。拡散係数の定義はFarmerら[27]と同様とする。具体的な定義を以下で説明する。

価格時系列がランダム・ウォークに従うとした時に τ 時間後の価格分散は τ に比例する。その比例係数を拡散係数という。すなわち、ある時刻 t の、アスクとビッドの平均値の時系列を p_t (つまり、モンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルに対しては $(\log(ask_t) + \log(bid_t))/2$ 、ロー・インテリジェンス・モデルに対しては「 $(ask_t + bid_t)/2/$ 呼値の刻み」)とすると、 p_t がランダム・ウォークに従うのであれ

ば $\langle (p_{t+\tau} - p_t)^2 \rangle = D\tau$ が成り立つ。 D が拡散係数である。ここで、時系列中で約定タイム t (注文が約定するたびに +1 することにより測る時間。付録 D を参照。) を動かして平均 $\langle \cdot \rangle$ を計算する。最小二乗法を用いると D は以下のように書ける。

$$\text{actual diffusion rate} = D = \frac{\sum_{\tau=1}^{80} \langle (p_{t+\tau} - p_t)^2 \rangle \tau}{\sum_{\tau=1}^{80} \tau^2} .$$

τ の値の範囲は、[27] にならい、銘柄によらず 1 から 80 までとした。図 2.2 は拡散係数の求め方を図示したものである。まず、各 $\tau_i (i = 1, 2, 3)$ に対し、価格差 $p_{t+\tau_i} - p_t$ の 2 乗平均を計算する。 p_t がランダム・ウォークに従うと仮定すると、 $\langle (p_{t+\tau} - p_t)^2 \rangle$ は τ に比例する。つまり、比例係数を D とすると、 $\langle (p_{t+\tau} - p_t)^2 \rangle = D\tau$ となる。そこで、回帰を行い D を推定する。

図 2.3 は、試験的に作ったランダム・ウォークの時系列に対して、この推定法を適用し、どのぐらいの精度で拡散係数を推定できたかを示している。 $\log(y) = A \times \log(x) + B$ の形で回帰を行うと、 $A = 0.998 \pm 0.001$, $B = -0.017 \pm 0.011$, $R^2 = 1.000$ となった。

拡散係数のモデル値についてはこうして求めた D をそのまま用いた。一方、実測値については、 D をデータ・ブロック (気配データ、約定データからなる一連のデータ。詳細は付録 B.1 を参照。) ごとに求め、約定タイムで測ったデータ・ブロックの大きさによる重み付き平均値を用いた [27]。これは現実の市場取引は、シミュレーションと異なり、昼休みなどの取引の中断があるからである。

2.2 パラメータの推定

2.2.1 σ の推定

モンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルおよびロー・インテリジェンス・モデルでは注文は σ 単位ずつ行われる。本研究では、Farmer ら [26] と同様、指値注文の平均注文株数をもって σ を定義する。

成行注文を考慮しないのは以下のような理由である。まず、アスク (ビッド) に存在する指値注文株数より大口の買い (売り) 成行注文が入ってきた時には、その注文はアスク (ビッド) 内で処理しきれず次の気配にかかることになるが、それは見かけ上別の注文として実データに記録される (図 2.4)。そこで、実データから求められた一成行注文あたり平均株数を「見かけ上の σ_{mo} 」と書くことにする。一方、投資家が本当に行った成行注文の平均株数は実データからは分からない。これを「真の σ_{mo} 」と

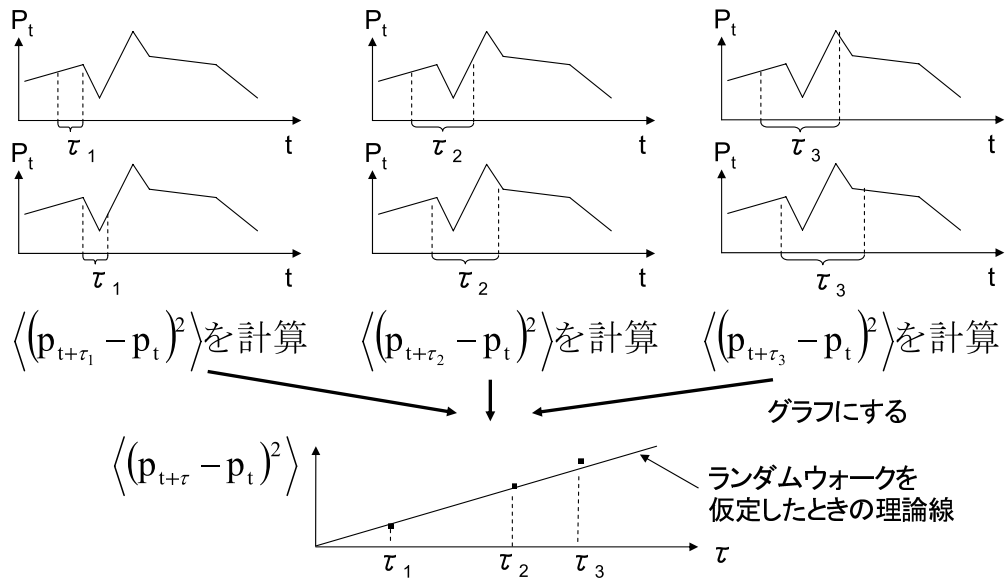


図 2.2: 拡散係数の求め方 .

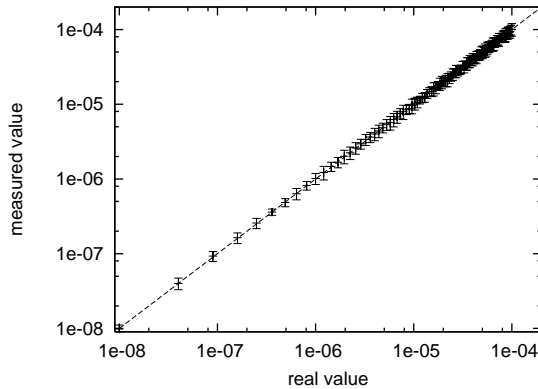


図 2.3: 拡散係数の推定法の精度 . ある標準偏差 (ここでは 10^{-4} から 10^{-2} まで 10^{-4} 刻みとした . 図 3.6 (e) で示すように , この値の範囲は価格を実数値とした場合の拡散係数の実測値の範囲を含んでいる .) を持つ正規乱数を 10000 回加えることによりランダム・ウォークに従う時系列を発生させ , 本文中に述べた方法により拡散係数を求めた . 各標準偏差に対して 20 個の時系列を発生させた . 横軸は真の拡散係数 , 縦軸は時系列から求められた拡散係数の平均値である . また , 実線は $y = x$ である . 誤差棒は標準偏差の 2 倍とした .

書くことにする．図 2.4 より、「見かけ上の σ_{mo} 」 \leq 「真の σ_{mo} 」である．アスク（ビッド）に存在する株数より常に小口か等しい株数の成行注文が行われる銘柄に対してのみ等号が成立する．また，一指値注文あたり平均株数を σ_{lo} と書くことにする．ここで「真の σ_{mo} 」 $\gg \sigma_{lo}$ ということは考えにくい．これは，あまりに大口の成行注文は市場価格に影響を与えてしまうからであり，大口の成行売買を行いたい投資家は注文を分割して行えばよいからである．これは「真の σ_{mo} 」 $\lesssim \sigma_{lo}$ ということを示唆する．以上の考察から「見かけ上の σ_{mo} 」 \leq 「真の σ_{mo} 」 $\lesssim \sigma_{lo}$ を得る．ここで「見かけ上の σ_{mo} 」は σ_{lo} と同程度の値である [27] から「真の σ_{mo} 」 $\approx \sigma_{lo}$ である¹． σ は真の σ_{mo} と σ_{lo} の加重平均になるから，結局，成行注文株数 σ_{mo} を考慮する必要はない．

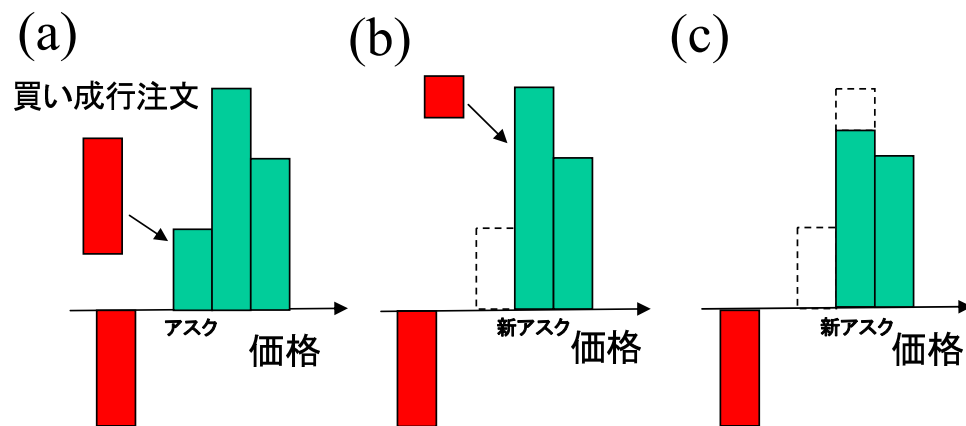


図 2.4: 投資家がアスクの厚み（アスクに存在する指値注文数量）よりも大口の買い成行注文を行った場合の指値注文分布の推移の例（a）アスクの厚みよりも大口の買い成行注文が行われたとする（b）アスクにある指値注文が全て約定し，新しいアスクが誕生する（c）新アスク上の指値注文も少し約定する（a）で示した買い成行注文は（c）の点線部分の2つの注文として分割されて記録される．したがって，実データから求められた一成行注文あたり平均株数は，真の成行注文平均株数よりも小さくなる．

そこで，あるデータ・ブロック i に対する平均注文株数 σ_i は「（あるデータ・ブロック i 中の，気配値データを用いて把握できた全指値注文株数）/（把握できた指値注

¹Farmer ら [27] によると「見かけ上の σ_{mo} 」は σ_{lo} より数%から数十%小さいがほぼ同程度の値である．一方，東証の実データでは逆に「見かけ上の σ_{mo} 」は σ_{lo} より数十%程度大きい．これは，相場操縦を行おうとする仕手筋の影響かもしれない．したがって，厳密にはこの論法を東証の実データに用いることはできない．しかしながら，第3章の目的は Smith らのモデルの検証であるので [27] の設定にしたがった．また，第4章でも σ として同じ値を用いた．

文の回数)」により推定するものとする．このようにして求めた σ_i をデータ・ブロック中の約定タイムで重みをつけて平均したものを，その銘柄の σ とする [27]．

2.2.2 μ の推定

μ は単位時間あたり成行注文株数として定義される．モンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルおよびロー・インテリジェンス・モデルでは成行注文到着率として用いられる．本研究では，時間は約定タイム，すなわち成行注文が行われるたびに +1 するというやり方を用いて計っているため， μ は，成行注文の 1 回あたり注文株数に等しい．ところが，この値はそのまま計算すると前節で述べたように過小評価になってしまう．そこで，Farmer らの研究 [27] の設定にならい，成行注文の 1 回あたり注文株数は，指値注文の 1 回あたり注文株数 σ に等しいと仮定する．つまり $\mu = \sigma$ である．したがって，モンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルの場合には μ の値を計算する必要はない．

2.2.3 α の推定

次に， α の推定法について述べる． α は単位時間単位価格幅あたりに到着する指値注文株数として定義される．モンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルおよびロー・インテリジェンス・モデルでは指値注文到着率として用いられる． α の推定は μ, σ ほど簡単ではない．理由は 2 つある．一つ目は，本研究で用いた実データは板情報であって個々の注文がいつどの呼値に到着したかはわからないからである．したがって，板情報の差分をとることにより指値注文がどの呼値に到着したかを判定する必要がある．二つ目は，気配データは 5 本気配値なので，全ての指値注文を把握できるわけではないからである．つまり，直前の気配データに無い気配が次の気配データで出現したり (図 2.5 左)，あったはずの気配が消えていたり (図 2.5 右) ということが起きる．これらは Farmer らの研究 [26] にはない困難である．

そこで，次のような方法を考案した．売り気配値について， $p_1 =$ 「直前の売り 5 本気配値の中で最高値 (現実の取引価格)」， $p_2 =$ 「直後の売り 5 本気配値の中で最高値 (同じく，現実の取引価格)」， $\min = \min(p_1, p_2)$ とおく．モンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルの場合には，売り注文に対しては $(\log(\text{bid}) + \log(\text{bid} + 1))/2$ から $(\log(\min) + \log(\min + 1))/2$ までの価格幅を「スコープ」と呼ぶことにする (図 2.5)．また，ロー・インテリジェンス・モデルの場合には， $\text{bid} + 1$ から \min までの価格幅を「スコープ」と呼ぶことにする．買い注文の場合も同様である．

このとき，本来なら全ての指値注文を対象に α を推定したいが，実データの構造上

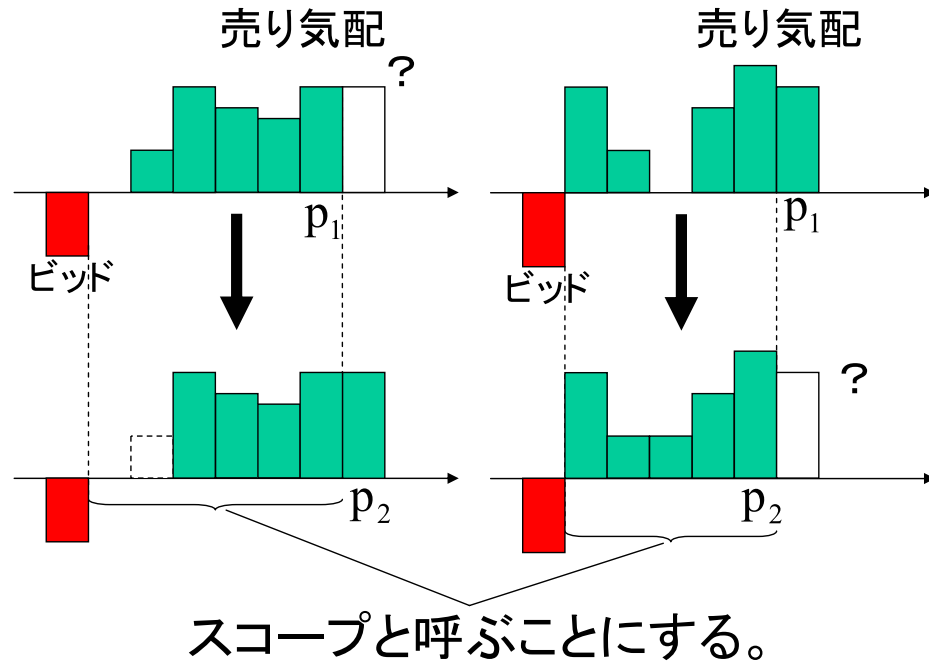


図 2.5: 気配データの変化の例と「スコープ」の定義。

そのようなことは不可能なので、スコープ外部にも内部と同じように指値注文が到着していたものとする。図 2.6 (b) は、スコープの時間変化のイメージ図である。これは図 2.6 (a) の 5 本気配値データの時間変化の図を、株数の軸を無視して上から見たものと考えればよい。図 2.6 (b) の横軸は「 $\log(\text{価格})$ または 価格 / 呼値の刻み」を表し、縦軸は約定タイムを表している。スコープ外部のイベントについてはデータが無いので、 α の計算に寄与しない。つまり緑色に塗られた部分の面積 A の内部に到着した指値注文株数をカウントし、それを A で割れば α を推定できる。すなわち、 $A = \sum(\text{スコープ} \times \text{指値注文が発生しなかった時間})$ なので、 α は「(ある期間中の、把握できた全指値注文株数) / A 」により推定できる。ゼロ・インテリジェンス・モデルでは売りと買いは対称に扱うので、売りと買いの指値注文を区別無くまとめて注文株数や A を計算する。この操作をデータ・ブロックごとに行う。その結果、得られた値の、約定タイムによる重み付き平均がある銘柄の α となる。

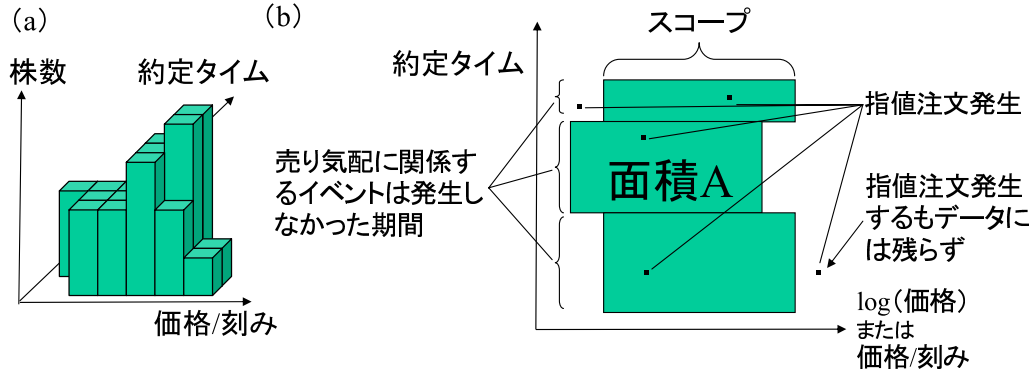


図 2.6: スコープの変化の例と面積 A の定義 .

2.2.4 δ の推定

本研究における δ は単位時間あたりにある注文がキャンセルされる確率である . モンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルおよびロー・インテリジェンス・モデルでは , 指値注文がどのぐらいの確率でキャンセルされるかを定めるパラメータである . 一方 , Smith ら [60] は , δ をある指値注文が最終的に約定しなかった時の , その注文の寿命の逆数と定義している . 両者は , 本研究のように , 時間を離散的に測るとすると , 異なる値をとる .

本研究で用いた実データでは個々の注文の行方は追えないため , 注文ごとにそのキャンセル率を推定することは不可能である . そこで , 各キャンセルは独立に生じ指値注文分布は定常状態にあると仮定して δ を推定することにする .

以下では , 時刻 1 にデータ・ブロックが始まり時刻 T にデータ・ブロックが終わるとする . つまり , データ・ブロック中 T 回指値注文が約定される .

まず , δ を約定データと気配データから推定する方法を考える . スコープ内部に到着する指値注文の到着率を α' ² , 成行注文到着率を μ' ³ , 時刻 t におけるスコープ内部に存在する指値注文株数を N_t とすると , 平均的には時刻 $t-1$ と t の間にキャンセルされる指値注文株数は δN_{t-1} なので

$$N_t - N_{t-1} \approx (\alpha' - \mu') \cdot 1 - \delta N_{t-1} = \alpha' - \mu' - \delta N_{t-1} .$$

² α' は単位時間単位価格あたりに到着する指値注文株数であり , α' は単位時間あたりにスコープ内に到着する指値注文株数であるので , 異なる記号を用いる .

³約定タイムの下では $\mu = \sigma$ であるが , それは十分に短い時間では成り立っているとは限らず , 一般には μ の値はゆらぎを持っている . そこでデータ・ブロック中における全成行注文株数を T で割ったものを μ' とおく .

$t = 2$ から T まで辺々加え合わせると,

$$N_T - N_1 \approx (\alpha' - \mu')(T - 1) - \delta \sum_{t=1}^{T-1} N_t. \quad (2.2)$$

したがって,

$$\delta \approx \frac{(\alpha' - \mu')(T - 1) - (N_T - N_1)}{\sum_{t=1}^{T-1} N_t} = \frac{(\alpha' - \mu') - \frac{N_T - N_1}{T-1}}{\frac{\sum_{t=1}^{T-1} N_t}{T-1}} \quad (2.3)$$

$$\approx \frac{(\alpha' - \mu') - \frac{N_T - N_1}{T-1}}{\bar{N}}. \quad (2.4)$$

\bar{N} はスコープ内に存在する指値注文株数の平均である．こうしてあるデータ・ブロック中における δ を推定することができた．

以上の δ を推定する操作をデータ・ブロックごとに行い，得られた値を約定タイムで重みをつけて全データ・ブロックで平均した値をある銘柄の δ とする．ただし(2.3)式によると δ が負になることもありうる．そのようなデータ・ブロックは外れ値として除いて計算を行った．

第3章 Smithらのモデルの，東証1，2 部で取引されている銘柄への 適用

Farmerらは，Smithらのモデルをロンドン証券取引所で取引されている銘柄に適用し，ビッド・アスク・スプレッド，拡散係数については高い説明力（それぞれ決定係数0.96，0.76）を持っているがマーケット・インパクトについてはあまり説明できないという結果を得た [26,27]．本節では，東証1，2部の各銘柄のデータを用いてSmithらのモデルのモンテカルロ・シミュレーションを行うことにより，Farmerらの主張と同様の結論が成り立つことを確認する．以下では，まず，Smithらがどのように市場を扱ったかについて述べ，次に，本研究において，Smithらのモデルをどのようにシミュレーションしたかについて説明する．

3.1 Smithらのモデル

一般にあるシステムを特徴づける量の間を知りたい時，その単位（長さ，質量，時間など）に注目するとそれらの定性的な関係を予測できることがある．この手法を次元解析という．次元とは単位のことである．例えば，質量 m の重りを長さ l のひもに吊るして振り子としたとき，その振り子の周期 T がどのように決まるかを知りたいとする．このとき，運動方程式を立てて周期を計算する方法が考えられる．ひもと鉛直方向がなす角を θ ，重力加速度を g とすると，振り子の振幅が十分小さい ($|\theta| \ll 1$) という近似の下で，運動方程式は $ml\ddot{\theta} = -mgsin\theta \approx -mg\theta$ となる．この運動方程式の一般解は， A, ϕ をある定数とすると， $\theta = A \sin(\sqrt{g/l} t + \phi)$ となる．したがって，振り子の周期 T は $2\pi\sqrt{l/g}$ である．一方，次元解析の考え方は次のようになる．まず，周期に関係する可能性のある物理量はひもの長さ l ，重りの質量 m ，重力加速度 g であり，それぞれ長さ，質量，長さ/時間²の次元を持つ．したがって， l, m, g を組み合わせて時間の次元を作るには $\sqrt{l/g}$ とするしかない．周期 T は時間の

次元を持つことから，ある無次元の定数 k を用いて $T = k\sqrt{l/g}$ となっているはずである．こうして，運動方程式を解かずにひもの長さ，重りの質量，重力加速度，振り子の周期の関係式を見つけることができた．ただし，無次元の定数 k は次元解析からは分からず運動方程式を解くことにより初めて分かる．ここで，重要なことは振り子の周期は重りの質量によらないという性質（振り子の等時性）を，運動方程式を解かずに導出できたことである．このように，あるシステムがどのような振る舞いをするかについての詳細な情報が無くても，次元解析を用いると，そのシステムを特徴づける量の間関係を調べることができる可能性がある．そこで，Smithらは次元解析を市場に適用することを考えた．

Smithらは，注文がポアソン到着するという仮定の下で，次元解析的な手法によりビッド・アスク・スプレッド，拡散係数などを推定可能であることを示した．Smithらは次のような仮定をおいた．まず，モデル上の価格として対数価格（自然対数）を用いている．したがって，本節のアスク（ビッド）は現実の市場におけるアスク（ビッド）の自然対数を意味する．次に，売り（買い）指値注文はビッド（アスク）より高い（安い）半無限区間に一様に行われる（図 3.1）．指値注文は，単位時間単位価格あたり α の到着率で到着する．また，成行注文は一定の到着率 μ で到着する．成行注文が売り注文になるか買い注文になるかは， $1/2$ の確率で決まる．さらに，一注文は，指値注文，成行注文に関わらず一定の株数 σ からなる．最後に，キャンセルは，指値注文がキャンセルされるまでの時間の逆数が δ_s となるようランダムかつ独立に行われる．以上の仮定は，1.3 節でも説明した．

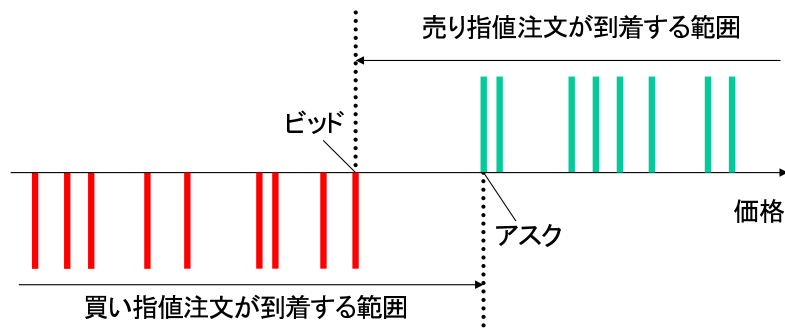


図 3.1: Smithらのモデルを前提としたときの，指値注文の分布例．縦軸は注文株数，横軸は価格を意味する．価格は実数値をとり，注文株数は一定値であるため，指値注文分布はこの図のようになる．

パラメータ $\alpha, \delta_s, \mu, \sigma$ を構成する次元は価格，株数，時間の3種類である．各パラメータの次元を表 3.1 にまとめた．この4つのパラメータを用いると，価格の次

表 3.1: Smith らのモデルのパラメーター一覧 .

変数	意味	次元
α	単位時間単位価格幅あたりに到着する指値注文株数	株数/価格/時間
δ_s	ある指値注文がキャンセルされるまでの平均時間の逆数	1/時間
μ	単位時間あたりに到着する成行注文株数	株数/時間
σ	一注文あたり注文株数	株数

元を持つ量は μ/α , 株数の次元を持つ量は μ/δ_s と σ , 時間の次元を持つ量は $1/\delta_s$ と σ/μ しかない . また最も簡単な無次元量は $\delta_s\sigma/\mu$ である . 以下 , μ/α を p_c , $\delta_s\sigma/\mu$ を ϵ_s と書く .

市場の平均ビッド・アスク・スプレッド S と拡散係数 D は上記のパラメータ α , δ_s , μ , σ の関数として表現することができる . ビッド・アスク・スプレッド S は価格の次元を持つので , 無次元の関数 f を用いて , $p_c f(\epsilon_s)$ と表すことができる . また , 拡散係数 D は価格²/時間の次元を持つので , 無次元の関数 h を用いて $p_c^2 \delta_s h(\epsilon_s)$ と表すことができる . f , h の具体的な形は数値計算により求めることができる . その結果 , Smith らは $\epsilon_s \gtrsim 0.05$ の範囲で

$$S = \frac{\mu}{\alpha}(0.28 + 1.86\epsilon_s^{0.75})$$

$$D_0 = \frac{\mu^2 \delta_s}{\alpha^2} (2\epsilon_s)^{-0.5}$$

$$D_\infty = \frac{\mu^2 \delta_s}{\alpha^2} (2\epsilon_s)^{0.5}$$

が成り立つことを示した . Smith らのモデルでは , 拡散係数は見ているタイムスケール (時間尺度) に依存する . 非常に短いタイムスケールの極限では , 拡散係数は D_0 となる . 逆に , 非常に長いタイムスケールの極限では , D_∞ となる .

次節では , 本研究において , Smith らのモデルをどのように検証したかについて述べる .

3.2 Smith らのモデルの検証

3.2.1 本研究の対象期間と対象銘柄

本研究の対象期間は 2003 年 10 月 30 日から 2006 年 2 月 28 日とした .

本研究において対象とする銘柄は , 東証 1 , 2 部で取引されている 416 銘柄である . ただし , ETF や東証が主市場となっていない銘柄は除いてある . そのような銘柄は

図 3.2: (a) 日清紡績 (銘柄コードは 3105) の 2004 年 3 月 26 日 10:24 の板情報 . 売り気配側には 2,000 株の注文しかないため, この銘柄は本研究の対象外となる (b) 参考までに同銘柄の 2009 年 2 月 27 日の後場の引け (15:00) の板情報を示しておく .

(a)

売り指値	呼値	買い指値
1,000	760	
1,000	730	
	718	3,000
	717	4,000
	716	3,000
	712	6,000
	710	5,000

(b)

売り指値	呼値	買い指値
12,000	713	
39,000	712	
8,000	711	
8,000	710	
4,000	709	
	706	1,000
	705	35,000
	704	19,000
	703	11,000
	702	56,000

株価指数や東証以外の市場の動きに左右され, ゼロ・インテリジェンス・モデル及びロー・インテリジェンス・モデルでは扱いにくくなるからである . また REIT も含んでいない . さらに, 対象銘柄は以下で述べる条件を満たすものを選んだ .

実データが存在する期間中, 合併を経験した会社について, 合併後に存続したほうの会社に関しては本研究の対象外とし, 被合併側の会社のみを対象とする . このことは, 合併前の期間のデータしか扱わないことを意味する . これは, モデル上, 合併は異なるパラメータ ($\alpha, \mu, \delta, \sigma$ など) を持つ会社を混合することに相当し, 今回の分析の目的に沿わないからである . 株式交換についても同様の扱いとする . なお, 新規上場, 上場廃止された会社はそのまま分析対象とする .

呼値の刻み (価格の最小単位) は価格水準ごとに決まっている . 例えば, 価格が 2,000 円以下では 1 円, 2,001 円以上 3,000 円以下では 5 円単位で注文するようになっている . この変更はシミュレーションに影響するので, 対象期間中, 呼値の刻み変更水準の価格 (例えば, 2,000 円) に一度でも触れた銘柄は分析対象外とする .

株式はあるまとまった単位で取引される . これを売買単位という . 売買単位は, 例えば 1,000 株単位から 100 株単位のように, 変更することが可能である . この変更はシミュレーションに影響するかどうか不明であるため, 本研究では, 売買単位変更のあった銘柄は分析対象外とする .

企業は 1 株をいくつかに分割したり (株式分割), 新株を発行したりすることで (増資), 発行済株式数を増やすことがある . 小規模な株式分割や増資はゼロ・インテリ

ジェンス・モデルのシミュレーションにあまり影響しないと考えられるため，そのまま分析対象とする¹。

以上で述べたことを全て満たす銘柄は約 1500 銘柄存在する．そのうち，指値注文到着率などのパラメータ，ビッド・アスク・スプレッドなどの指標を全て計算できる銘柄は 416 銘柄である．この 416 銘柄を対象に計算を行う．なお，本研究における λ の求め方は，2.1.1 節で述べたように，売りまたは買い指値注文が最も少ないときでも 3 単位存在することが必要である．この制約が厳しいために対象銘柄はかなり減ってしまう．例えば，日経 225 採用銘柄の一つである日清紡績（銘柄コードは 3105）でさえ対象外となる．図 3.2 (a) に日清紡績の 2004 年 3 月 26 日 10 時 24 分の板情報を示した．売り気配側には 2,000 株の注文しかないため，この銘柄は本研究の対象外となる．

本研究で扱う実データは日経メディアマーケティング株式会社から購入した，ティックデータ（個別株・5 本気配板）（ヒストリカル）を使用した．

3.2.2 モンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデル

モンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルと Smith らのモデルとの相違点

Smith らのモデルでは，解析的にビッド・アスク・スプレッドや拡散係数を計算できるが，本研究ではモンテカルロ・シミュレーションにより λ ，ビッド・アスク・スプレッド，拡散係数を推定することとした．つまり，銘柄ごとに，乱数を用いて注文を生成し取引を行わせ，出力された 3 つの指標について実際の市場から推定された値と比較した．これは，第 4 章で導入するロー・インテリジェンス・モデルは解析的に扱うのは難しいため，モンテカルロ・シミュレーションにより指標を推定することになるが，両モデルを比較するには，Smith らのモデルに対してもモンテカルロ・シミュレーションを行ったほうが両モデルを統一的に扱えるからである．そこで，以下で述べる，Smith らのモデルをコンピュータ・シミュレーションにより検証するためのモデルをモンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルと呼ぶことにする．

ここで注意すべき点は，モンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルでは図 3.3 に示すように指値注文の到着領域を有限にせざるをえず，Smith らのモデルを忠実に実行できない点である．Smith らのモデルでは，指値注文が到着する領域は半無限区間，かつその到着率は単位時間単位価格幅あたり一定であることを仮定している．モンテカルロ・シミュレーションを行うにあたってはこの 2 つの仮定は両立しない．

¹大幅な株式分割を行った銘柄はかなりの影響があるかもしれない．しかし，このケースは分割前後で株価が急落することになり，「呼値の刻みの変更された銘柄は分析対象外」というルールによって除かれる．

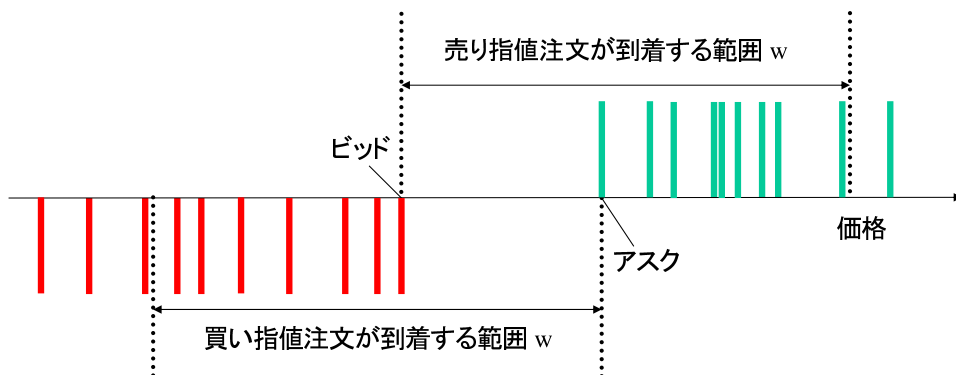


図 3.3: モンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルでは売り（買い）指値注文はビッド（アスク）から一定の領域 w 内で一様に到着すると仮定する．図 3.1 と比較すると，変更点分かる．

なぜなら，この 2 つを共に仮定してしまうと，単位時間に指値注文は無限個到着してしまうことになってしまい，シミュレーションが進行しなくなってしまうからである．したがって，指値注文が到着する領域は有限であるとせざるを得ない．また，到着領域が有限であっても，あまりに領域を広く取りすぎると指値注文が大量に存在することになり，シミュレーションが現実的な時間で終了しなくなってしまう．そこで，本研究では売り（買い）指値注文はビッド（アスク）から w 離れた価格までの間に到着すると仮定する（図 3.3）． w は 2.2.3 節で述べた「スコープ」——これは，本研究で用いた実データから，指値注文が到着した価格が判定できる最大の範囲である——の 20 倍とする²．

w が有限であるという設定にしてしまうとアスクやビッドが存在しないことがあり

²指値注文到着領域の大きさ w が小さすぎると，シミュレーションを精度よく実行できない可能性がある．Smith らのモデルでは，アスク，ビッドから十分遠い領域において単位価格幅あたりに存在する指値注文株数は，0 ではない一定の値をとり，定常状態に収束する．ところが，モンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルでは，アスク，ビッドから十分遠い領域においては指値注文は存在しなくなってしまう．これは，指値注文はアスク，ビッド付近に到着すると仮定したからである．したがって， w が十分小さいと，アスクやビッドが動いたことによって新たに指値注文到着領域に入ってきた境界領域（つまり， $\text{bid} + w$ や $\text{ask} - w$ 付近の領域）に指値注文がほとんど存在しない状況のまま，その境界領域がアスク，ビッド付近に近づいていくことになる．この状況は Smith らのモデルでは起こりえない．

では， w の最小値を見積もってみよう．売り注文と買い注文は対称に扱うとしたので，ここでは売り注文のみを考える．時刻 t にビッドから w の領域に存在する指値注文株数を N_t （単位は σ ）とする． w が十分大きいという近似の下では，アスク，ビッドが動く効果は無視でき， $N_t \gg 1$ なので， N_t は，

$$N_t - N_{t-1} = \frac{\alpha w}{\sigma \delta} - \frac{\mu}{2\sigma} - \delta N_{t-1} \quad (3.1)$$

うる．Smithらのモデルでは単位時間に無限個の指値注文が到着するため，アスク，ビッドは必ず存在することになるが，モンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルで，特に指値注文到着率が小さい銘柄の場合，指値注文到着幅 w は有限なので単位時間に指値注文は有限個しか到着せず売り（買い）指値注文が無くなってしまい，アスク（ビッド）を定義できないことがありうる．そのような場合には，図 3.3 のようにアスク（ビッド）を基にして指値注文の到着位置を決めることができない．そこで，アスク（ビッド）が無くなってしまったら，無くなる直前のアスク（ビッド）を起点とし，そこから w だけ離れた位置までの間に指値注文が到着するものとする．

モンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルのアルゴリズム

シミュレーションにおける時間経過は注文が約定するたびに +1 することにより測る．これを約定タイム（詳細は付録 D で述べる．）と呼ぶことにする．

シミュレーションを行うにあたり，最初に， $N = \lceil \alpha w / \sigma \delta + 1 \rceil$ 個の売り指値注文を価格軸上の 0 から w まで一様かつランダムに並べる³．最低一つの売り指値注文を置くために，1 を足している．ここで， $\lceil x \rceil$ は x を超えない最大の整数値を表す．こうすると，単位価格幅あたり平均して $\alpha / \sigma \delta$ 個程度の売り指値注文を置くことができる．買い指値注文についても同様である．

次に，実際に注文を発生させ，取引を行わせる．そのために，ここで，買い指値注文，売り指値注文，買い成行注文，売り成行注文，キャンセルの各イベントの生起率を推定しておく．イベント生起率が分かれば，以下の要領で各イベントが生じる確率

にしたがう．この方程式を， $N_0 = 0$ の条件で解くと

$$N_t = \left(\frac{\alpha w}{\sigma \delta} - \frac{\mu}{2\sigma \delta} \right) [1 - (1 - \delta)^t] \quad (3.2)$$

となるから，指値注文の分布が定常状態に収束するまでのタイムスケール（時間尺度）は $(-\log|1 - \delta|)^{-1} (\equiv T_1)$ 程度である．なお，本研究で対象とした銘柄では全て $0 < \delta < 2$ となったので， $t \rightarrow \infty$ で N_t は収束する．一方，拡散係数を D とすると， $(\text{ask} + \text{bid})/2$ が w 程度動くまでのタイムスケール T_2 は w^2/D 程度である．したがって，アスクやビッドが w 程度動くまでに $\text{bid} + w$ または $\text{ask} - w$ 付近の指値注文分布が定常状態に収束するためには $T_1 \ll T_2$ ，つまり， $w \gg (-\log|1 - \delta|)^{-1/2} D^{1/2}$ を満たせばよい． D としては D_0 と D_∞ の 2 種類が考えられるが，ほとんどの銘柄で $\epsilon_s \ll 1$ となり $D_0 \gg D_\infty$ であることから D としては D_0 を用いる．すると， $w \gg (-\log|1 - \delta|)^{-1/2} D_0^{1/2} = (-\log|1 - \delta|)^{-1/2} [\sigma^4 \delta / 2\alpha^4]^{1/4}$ を得る．本文中の設定は，この値のさらに 4.7 倍から 270 倍程度の大きさとなる．つまり，アスク，ビッドが現在の価格から w 程度動く間に， $\text{bid} + w$ または $\text{ask} - w$ 付近の指値注文分布が定常状態に収束するまでの時間は十分あると考えてよい．

³売り注文と買い注文は対称に扱うこととしたので，売り注文のみを考える．定常状態において， σ を単位としたときの， bid から $\text{bid} + w$ の領域内に存在する指値注文株数 N は (3.2) 式より， $\alpha w / \sigma \delta - \mu / 2\sigma$ である．今， w は十分大きいとしているので第 2 項は無視できる．したがって，定常状態では，単位価格幅あたり売り指値注文はおよそ $\alpha / \sigma \delta$ 存在することになる．そこで，シミュレーションでは最初に w の領域内に売り指値注文を $\alpha w / \sigma \delta$ 程度置くことにした．

も求めることができる．簡単に2種のイベント X_1, X_2 を考え，その単位時間あたり生起率はそれぞれ π_1, π_2 であるとする．イベント $X_i (i = 1, 2)$ が生じる確率 p_i は生起率 π_i に比例する．したがって，比例定数を k とすると $p_i = k\pi_i$ である．そして，どちらかのイベントが必ず生じるものとする $\pi_1 + \pi_2 = 1$ である．以上より，イベント $X_i (i = 1, 2)$ が生じる確率 p_i は $\pi_i / (\pi_1 + \pi_2)$ により求めることができる． $i > 2$ でも同様である．

まず，指値注文の生起率について考察する． α の定義から， σ 株の売り指値注文が bid から bid + w までの領域のどこかに到着するとしたときの，売り指値注文生起率は $\alpha w / \sigma$ である．bid + w より遠い領域には指値注文は到着しない．買い指値注文についても同様に，ask から ask - w までの領域のどこかに到着するとしたときの，買い指値注文生起率は $\alpha w / \sigma$ である．ask - w より遠い領域には指値注文は到着しない．

次に，成行注文の生起率について， μ の定義から，買い(売り)成行注文が起きる確率は，売り買い等確率としているので $\mu / 2\sigma$ に比例する．本研究では，約定タイムを採用したので $\mu = \sigma$ となり(2.2.1節を参照.)，買い(売り)成行注文生起率は $1/2$ となる．

最後に，キャンセルの生起率について述べる．モンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルでは， δ はある指値注文の単位時間あたりキャンセル率である．現在の全指値注文総数を n とすると，次に起こるイベントがキャンセルとなる確率は $n\delta$ に比例する．

以上の考察をまとめると，注文の時間発展を決めるアルゴリズムは次のようになる．各イベントが生じる確率の分母を $P = 2\alpha w / \sigma + 1 + n\delta$ とおくと

1. 確率 $1/2P$ で売り成行注文到着イベントが発生する．
2. 確率 $1/2P$ で買い成行注文到着イベントが発生する．
3. 確率 $\alpha w / \sigma P$ で売り指値注文到着イベントが発生し，bid から bid + w の領域に一樣かつランダムに到着する．
4. 確率 $\alpha w / \sigma P$ で買い指値注文到着イベントが発生し，ask から ask - w の領域に一樣かつランダムに到着する．
5. 確率 $n\delta / P$ でキャンセル・イベントが発生する．実際にどの注文がキャンセルされるかは，ランダムに決まる．

このようにして，モンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルでは指値注文や成行注文が到着し，キャンセルが起きる．

成行注文が $[10/\delta + 1]$ 回到着してから， λ ，ビッド・アスク・スプレッド，拡散係数の計算を始める．Smithらのモデルでは，成行注文が無かったとすると単位価格幅あ

たり平均して $\alpha/\sigma\delta$ 個程度の指値注文が存在するので，初期指値注文分布生成時にはそのように指値注文を置いた．一方，成行注文が到着するようになると指値注文が約定し始めるので，アスク，ビッド付近の指値注文の密度は薄く， $\alpha/\sigma\delta$ 個よりも少なくなり，新たな定常状態に遷移する．その値に収束するまでのタイムスケール（時間尺度）は $2/\delta$ 程度⁴であるが，ここでは余裕をもって成行注文が $[10/\delta + 1]$ 回到着したら注文分布は定常状態に到達したと見なし， λ ，ビッド・アスク・スプレッド，拡散係数の計算を始める．

シミュレーションは，定常状態に達した後，成行注文がさらに 10 万回到着したら終了するものとする．図 3.4 は定常状態到達後の成行注文到着回数と (a) ビッド・アスク・スプレッド (b) 拡散係数の推定値の相対誤差の関係を図示したものである．各成行注文到着回数（横軸）に対して，20 回ずつシミュレーションを行い，各推定値を求めた．成行注文到着回数以外の設定は，以上で述べたシミュレーションの設定と同様である．この図によると，成行注文到着回数が 10 万回前後ではビッド・アスク・スプレッドに対しては 1% 弱，拡散係数に対しては数 % 程度の誤差があることが分かる．

最後に， λ ，ビッド・アスク・スプレッド，拡散係数⁵ を計算する．その計算法は 2.1 節で述べた．そして，それらの値の実測値とモデル値が一致したかどうかを調べるために回帰分析の結果を出力する．Farmer ら [27] によると，回帰係数の誤差は通常の最小二乗法ではなくブートストラップ法に基づいて評価すべきだという．なぜなら，パラメータが自己相関していたり，銘柄間で相関があったりするからである．しかし，モンテカルロ・シミュレーションを用いて彼らの評価法を適用するのは難しい．なぜなら，その評価法を実行するには，対象期間を分割してその各期間内でパラメータや指標を推定する必要があるが，流動性があまり高くない銘柄に対してはデータが足りなくなってしまうからである．そこで，本研究では参考として通常の最小二乗法によって求めた標準偏差を示す．これは，ブートストラップ法により求めた誤差より小さくなる傾向がある．

図 3.5 はシミュレーションの流れを図示したものである．

⁴売り注文と買い注文は対称に扱うとしたので，ここでは売り注文のみを考える．時刻 t にビッドから w の領域に存在する指値注文株数を N_t （単位は σ ）とする． w が十分大きいという近似の下で N_t は (3.1) 式にしたがう．したがって，指値注文分布が新たな定常状態に達するまでのタイムスケールは，ほとんどの銘柄で $\delta \ll 1$ なので， $(-\log|1 - \delta|)^{-1} \approx 1/\delta$ 程度となる．これは売り側の注文分布だけであるので，売り注文と買い注文の両方を考えるのであれば $2/\delta$ 回程度成行注文が到着すればよい．

⁵本研究では D_0 に相当する拡散係数のみを対象とし， D_∞ に相当する拡散係数は対象としない．その理由は，連続した実データの大きさは最大でも 2 時間半（後場での取引時間に相当）なのであまり大きくはできず，データ量も限られてしまうからである．

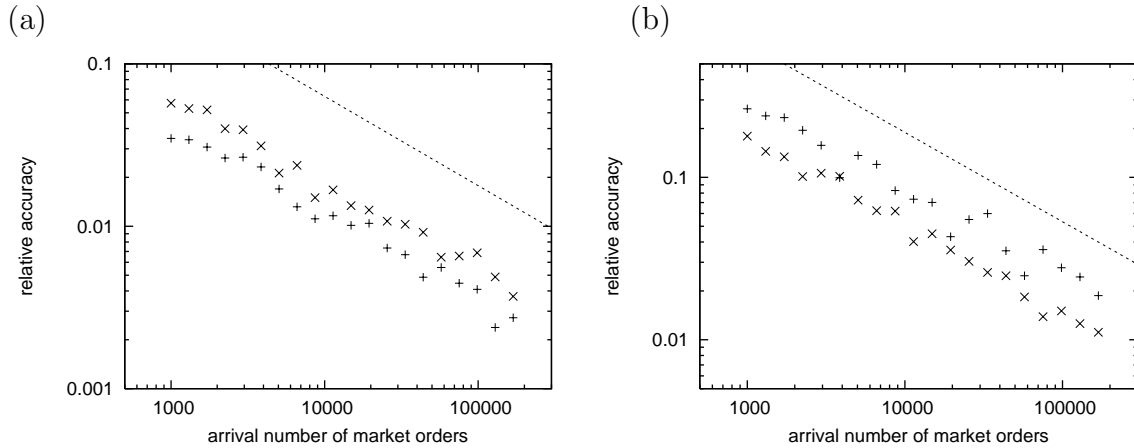


図 3.4: 定常状態到達後の成行注文到着回数と (a) ビッド・アスク・スプレッド (b) 拡散係数の推定値の相対誤差．横軸は成行注文到着回数，縦軸は各推定値の標準偏差 / 各推定値の平均．+ はキッコマン（銘柄コードは2801），× はエヌ・ティ・ティ・ドコモ（同9437）の実データを用いて，シミュレーションを20回行い，各推定値を計算したものである．点線は成行注文到着回数の -0.55 乗に比例する曲線である．

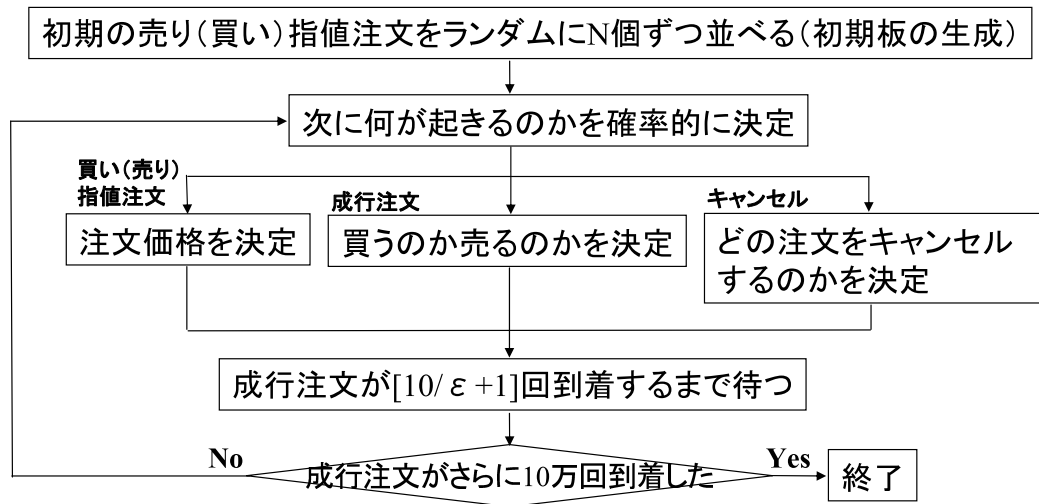


図 3.5: モンテカルロ・シミュレーションの手順．

3.3 結果

本節では、モンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルから得られた λ 、ビッド・アスク・スプレッド、拡散係数の各モデル値が各銘柄から得られた実測値とどの程度一致しているのかを検証する。そのために λ 、ビッド・アスク・スプレッド、拡散係数の各指標に対し $\log(\text{実測値}) = A \times \log(\text{モデル値}) + B$ という形の回帰分析を行う。なお、モデル値と実測値が完全に一致する場合、 $A = 1, B = 0, R^2 = 1$ である。

3.3.1 λ に対する検証

図 3.6 (a) は各銘柄に対し、 λ の実測値と、モンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルによるモデル値がどの程度一致しているかを示した図である。 λ とは、 σ 単位の成行注文が到着したとするとアスク、ビッドが平均的にどのくらい動くかを示す指標である。回帰係数は $A = 1.057 \pm 0.057, B = -0.693 \pm 0.387$ 、決定係数は 0.454 となった。 λ が小さい、すなわち流動性が高い銘柄についてはモデルからのずれが非常に大きく、中には 2 桁程度異なるような銘柄もある。

流動性が高い銘柄は取引量も多いためデータ数は十分あり、パラメータ推定の誤差もそれほど大きくないと考えられる。にもかかわらず、 λ は、特に、流動性が高い銘柄について説明できない傾向がある。

3.3.2 ビッド・アスク・スプレッドに対する検証

図 3.6 (c) は、ビッド・アスク・スプレッドについて同様に示したものである。ビッド・アスク・スプレッドとはアスクとビッドの値の差であり、即時往復売買のコストを示す。横軸がモデル値、縦軸が実測値を表し、各 + が一つの銘柄を示している。点線はモンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルのモデル値と完全に一致したときに乗る線、実線は回帰直線である。回帰係数は $A = 0.984 \pm 0.010, B = 0.102 \pm 0.060$ 、決定係数は 0.957 となった。

3.3.3 拡散係数に対する検証

図 3.6 (e) は拡散係数について同様に示したものである。拡散係数とは、価格変動がランダム・ウォークに従うと仮定すると τ 時間後の価格と現時点の価格の 2 乗差は τ に比例するが、その比例定数のことである。回帰係数は $A = 0.873 \pm 0.016, B = -0.730 \pm 0.242$ 、決定係数は 0.873 となった。

3.3.4 Smithらのモデルの検証：まとめ

Farmer らによると，Smithらのモデルをロンドン証券取引所（LSE）の11銘柄に対して検証した結果，ビッド・アスク・スプレッドで $A = 0.99 \pm 0.10$ ， $B = 0.06 \pm 0.29$ ， $R^2 = 0.96$ ，拡散係数で $A = 1.33 \pm 0.25$ ， $B = 2.43 \pm 1.75$ ， $R^2 = 0.76$ であった [26]．

一方，本研究で扱った東証の実データとLSEのデータは構造が異なるので，直接比較はできないものの，東証1，2部で取引されている416銘柄に対してモンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルを検証した結果，ビッド・アスク・スプレッド，拡散係数に関しては，Farmerらの研究と同程度の説明力を持っていることが分かった．

しかしながら， λ については，決定係数は0.454となりあまり高い精度では説明できない．特に，図3.6(a)を詳しく見ると分かるように，流動性が高い銘柄ではモンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルを用いると λ のモデル値は大きすぎる傾向があることが分かる．以上の結果は，表4.1にまとめた．

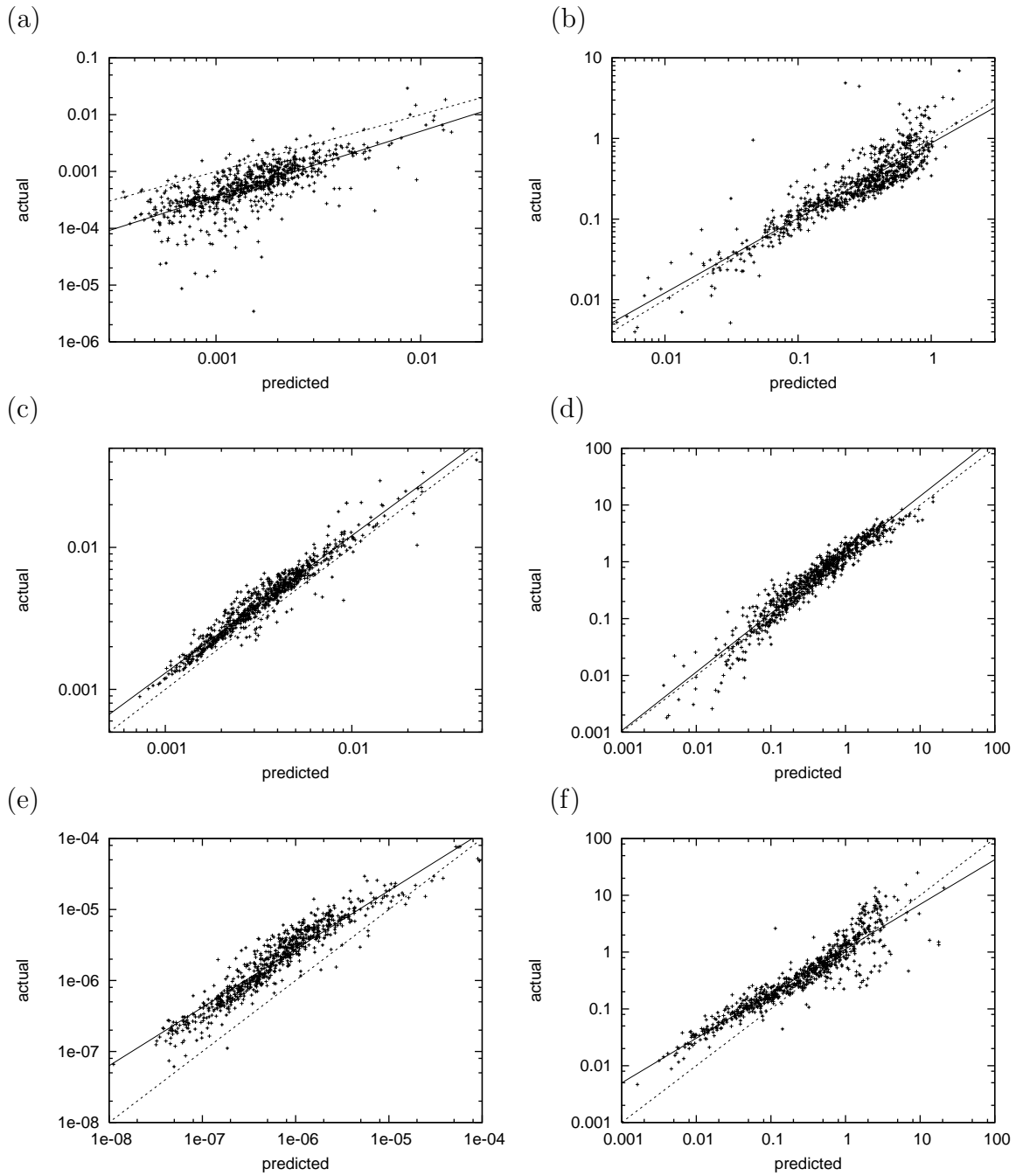


図 3.6: (a)(c)(e) はそれぞれ λ , ビッド・アスク・スプレッド, 拡散係数の実測値とモンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルによる値を銘柄ごとにプロットしたものである。また (b)(d)(f) はそれぞれ各指標の実測値とロー・インテリジェンス・モデルによる値を銘柄ごとにプロットしたものである。横軸がモデル値, 縦軸が実測値を表す。点線はモデル値と完全に一致したときに乗る線, 実線は回帰直線である。

第4章 ロー・インテリジェンス・モデルの提案とその検証

Smithらのモデルでは、注文がポアソン到着すると仮定することにより、分析の焦点を市場制度にあてた。Smithらのモデルではビッド・アスク・スプレッド、拡散係数を説明することはできたが、 λ を説明することはできなかった。この問題点を解決する一つの方法は、Smithらのモデルで考慮されていなかった投資家行動をモデル化し、シミュレーションに導入することである。

そこで、本章では、まず、東証の5本気配値データを用いて投資家行動を調べる。次に、ロー・インテリジェンス・モデルを定義する。そして λ 、ビッド・アスク・スプレッド、拡散係数に対して、ロー・インテリジェンス・モデルの説明力を検証する。なお、ロー・インテリジェンス・モデルでは価格は整数であるとするため、本節以降ではモデル上の価格として現実の市場価格を呼値の刻みで除したものをを用いる。

4.1 投資家の注文傾向：関連研究と東証1，2部で取引されている銘柄に関する実証分析

以下では、投資家の振る舞いを具体的に調べる。そのため、関連研究に触れつつ、東証の実データを用いて定量的な結果が出せるよう、計算方法を考案する。

まず、成行注文がどのような傾向を持っているかについて述べる。

4.1.1 成行注文の傾向

連続して到着する同種の成行注文 他人の意見を模倣することにより、自分の意見を無視して行動を決めるといった行動様式を群衆行動あるいはバンドワゴン効果と呼ぶ。金融市場における群衆行動の研究としては、Welchの研究がある [69]。この研究では、証券アナリストがある銘柄を買い推奨するか売り推奨するかの時間変化を調べ、群衆行動がどの程度発生したかを推定している。また、理論的には、群衆行動は様々な経

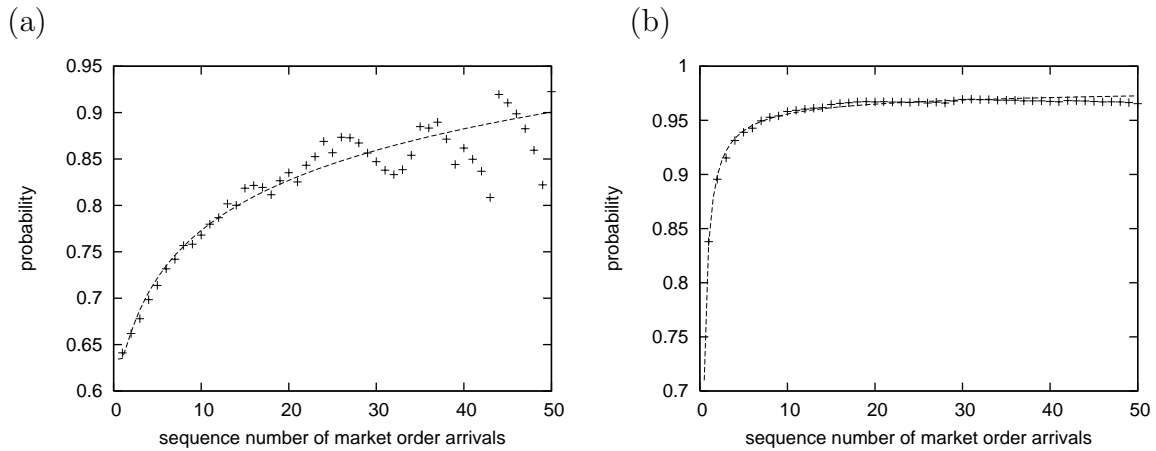


図 4.1: 売り (買い) 成行注文が n 回連続して到着した後の成行注文が売り (買い) 注文となる確率 P . 横軸が n , 縦軸が P を示している . 点線は (4.1) 式を用いて回帰したときに得られる線である (a) はキッコーマン (銘柄コードは 2801) , (b) はエヌ・ティ・ティ・ドコモ (同 9437) に対する結果である .

済現象を理解するために用いられている [4, 6, 18, 56, 68] . 本研究では , 東証の実データを用いて , 売り (買い) 成行注文の後には売り (買い) 成行注文が続きやすいという , 注文についての群衆行動が起きていることを実証する .

Smith らのモデルおよびモンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルでは注文は必ず σ 単位で行われると仮定しているが , 実際の市場では σ 株よりも大口の成行注文が到着することもしばしばある . そのような注文は指値注文分布を大きく変えてしまうため , λ に大きな影響を与えていることは十分想像できる .

そこで , 本研究では注文の大きさに注目する . N 株の売り (買い) 成行注文が到着したとき , $n (\equiv \lceil N/\sigma + 0.5 \rceil$; これは N/σ の小数点以下を四捨五入した値である .) 回連続して売り (買い) 成行注文が到着したと解釈することにする . 図 4.1 は , この意味で売り (買い) 成行注文が n 回連続して到着した後 , 次に到着した成行注文も売り (買い) 注文となる確率 P を示している . 横軸が n , 縦軸が P である .

この関係を表現するために次のような回帰式を用いた¹。

$$P(n) = a + b \log(n) + \frac{c}{n}. \quad (4.1)$$

ここで、 a, b, c は回帰係数であり、銘柄ごとに推定する。 $err.$ は誤差項である。 n があまり大きくなると、データ数が少なくなり回帰の精度が悪くなるため、本研究では $n < 40$ の範囲で回帰を行った。図 4.1 中の点線は回帰結果を図示したものである。(4.1) 式の自由度修正済み決定係数は、対象銘柄の 90% 以上で 0.9 を超える。

(4.1) 式を仮定すると、「売り（買い）注文の後には売り（買い）注文が続きやすい」、すなわち、「 $P(1) > 0.5$ かつ任意の正の n に対し $P(n)$ は単調増加となる」ことの必要十分条件は、「 $a + c > 0.5$ かつ $b > c$ 」である。この条件を満たす銘柄は、416 銘柄中 395 銘柄存在する。したがって、95% 以上の銘柄で、連続して売り（買い）の成行注文が続くと次の成行は売り（買い）注文になりやすい。なお、推定値のメジアンは $a \approx 0.72, b \approx 0.05, c \approx -0.0086$ となった。

本研究では (4.1) 式を利用してシミュレーションを行う。なお、Smith らのモデルでは任意の n に対して $P(n) = 0.5$ である。

厚みと成行注文到着率 次に、アスク（ビッド）の厚みと売り（買い）成行注文到着率の関係について考察する。ここで、厚みとはアスクまたはビッドに存在する指値注文株数のことである。特定の呼値にかかる指値注文株数については、例えば「セカンド・アスク（本研究では「アスク +1」を指す。また、セカンド・ビッドは「ビッド -1」を指す。詳細は付録 A 参照。）の厚み」のように呼ぶことにする。単に「厚み」と言った場合にはアスクまたはビッドの厚みを指す。

約定タイムを用いると、モンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルでは成行注文到着率 μ は σ に等しい (2.2.1 節を参照)。しかし、実際の市場では成行注文到着率 μ は一定ではなく、ゆらぎを持っている。そこで、以下では、どのような状況で μ が大きくなるのかを考える。

ある銘柄の指値注文が図 4.2 (a) のように、ビッドに指値注文が多数存在していたとする。これをビッドが「厚い」と表現する。そして、この銘柄を急いで購入したい投資家がいたとする。この投資家は A: 成行注文によって直ちに購入するか、B: ビツ

¹次の式

$$P(n) = a + b \log(n) + \frac{c}{n} + \frac{d}{n^2} + e \log(n)^2 + f \frac{\log(n)}{n}$$

を仮定して赤池情報量規準 (AIC) を各銘柄に適用すると、最良のモデル (AIC が最小となるような回帰式) 中の項のうち、最も多くの銘柄に含まれていた項は第 2 項である (定数項は除く)。また、2 番目に多くの銘柄に含まれていた項は第 3 項である。そこで、本研究では (4.1) 式を用いた。

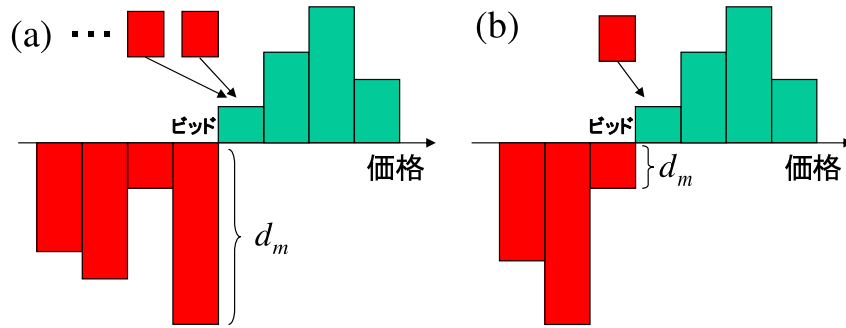


図 4.2: ビッドが (a) 厚いときと (b) 薄いときの，成行注文到着率の違い。

ドに指値を行い売り成行注文が到着するまで待つかの意思決定を迫られている。ここで B の選択を行ったとすると，約定するまでに時間がかかったり，場合によっては，約定しなかったりする可能性がある。したがって，図 4.2 (a) のような状況では投資家は A の選択，すなわち成行注文を行いやすくなると考えられる。逆に，図 4.2 (b) のようにビッドに存在する指値注文がそれほど多くない場合には，B：指値注文の選択を行えば約定する確率は高く，しかも A：成行注文の選択を行った場合に比べ 1 呼値単位分安く株式を購入することができる。よって，ビッドに買い指値注文が多くあればあるほど，買い成行注文到着率が増加する傾向があることが推測できる。

この推測が正しく，投資家が約定する確率を高めようと行動するのであれば「ビッドの厚み」 \gg 「アスクの厚み」のとき価格 ($\equiv (\text{ask} + \text{bid})/2$) は上がりやすく，逆に「ビッドの厚み」 \ll 「アスクの厚み」のとき価格は下がりやすいということになる。図 4.3 は (a) キッコーマン (銘柄コードは 2801) (b) エヌ・ティ・ティ・ドコモ (同 9437) の 2 銘柄について，ある時刻 t におけるアスクの厚みとビッドの厚みの差を σ で割って小数点以下を四捨五入した値と，時刻 $t+1$ における価格と時刻 t における価格の差の平均値の関係を示したものである。前者は流動性が低い銘柄の，また後者は流動性が非常に高い銘柄の例として挙げた。この図より，キッコーマンとエヌ・ティ・ティ・ドコモの 2 銘柄に関しては，ビッドの厚みがアスクの厚みよりも大きいと価格は上がりやすく，逆に，ビッドの厚みがアスクの厚みよりも小さいと価格は下がりやすい傾向があるように見える。

そこで，アスク (ビッド) の厚み d_m/σ と， d_m が与えられたときの条件付 μ_{d_m}/σ —すなわち単位時間あたり売り (買い) 成行注文到着株数を σ で割ったもの— の関係を考える。 μ_{d_m} は (厚みが d_m であったときの条件付成行注文株数) / (厚みが d_m であったときの条件付約定タイム) により推定するものとする。なお，Smith らのモデルにおいては， μ_{d_m}/σ は厚み d_m によらず定数値 1 となる。

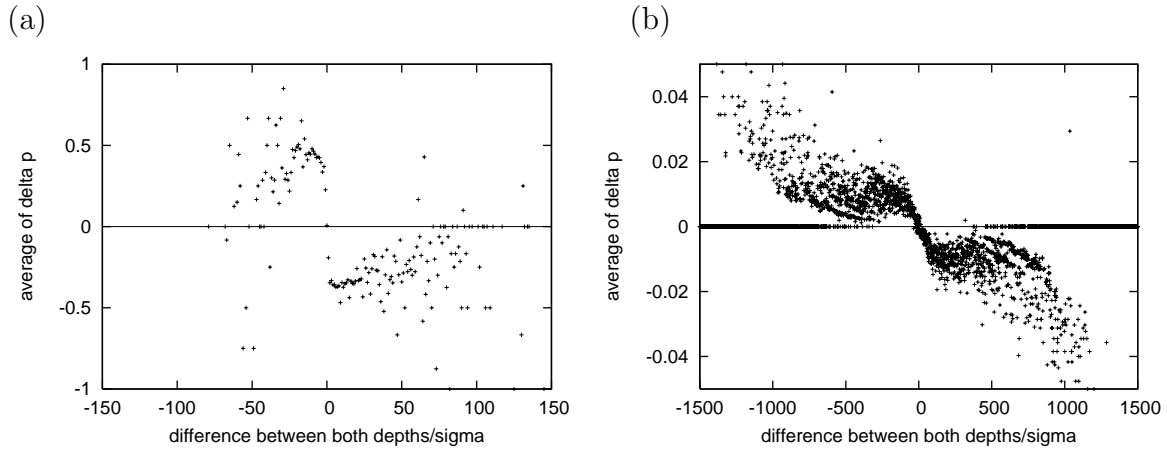


図 4.3: ある時刻 t におけるアスクの厚みとビッドの厚みの差を σ で割った値と、時刻 $t + 1$ における価格 ($\equiv (\text{ask} + \text{bid})/2$ / 呼値の刻み) と時刻 t における価格の差の平均値．横軸が厚みの差，縦軸が価格差の平均値を表す．実線は価格がまったく動かないとしたときの線である (a) はキッコーマン (銘柄コードは 2801) (b) はエヌ・ティ・ティ・ドコモ (同 9437) の実データを用いた．

図 4.4 (a) はキッコーマン (銘柄コードは 2801) (b) はエヌ・ティ・ティ・ドコモ (同 9437) の各銘柄に対して，横軸に厚み d_m/σ ，縦軸に μ_{d_m}/σ をプロットしたものである．図 4.4 を見ると，2 つのことが分かる．第一に，厚みが小さいところでは，グラフが右上がりになっている．これは先ほどの推測どおりである．第二に， μ_{d_m}/σ は厚みに対して単調に増加するのではなく，厚みが大きいところでは分散が大きく，図 4.4 (b) では減少する傾向さえ観察される．

この曲線を表現する関数として本研究では次のものを仮定する²． μ_{d_m}/σ を y ， d_m/σ を x とおき， A ， γ_1 ， γ_2 ， γ_3 を回帰分析によって求める係数とすると

$$y = A \exp \left[\gamma_1 x^{0.5} + (\gamma_2 + \text{err.})x + \gamma_3 x^{1.5} \right] . \quad (4.3)$$

ここで err. は誤差項である．これらの係数を求めるために両辺の自然対数を取り x で

²次の式

$$\frac{\log(y)}{x} = \frac{\log(A)}{x} + \gamma_1 x^{-0.5} + (\gamma_2 + \text{err.}) + \gamma_3 x^{0.5} + \gamma_4 \frac{\log(x)^{0.5}}{x} + \gamma_5 \frac{\log(x)}{x} + \gamma_6 \frac{\log(x)^{1.5}}{x} \quad (4.2)$$

を仮定して赤池情報量規準 (AIC) を各銘柄に適用すると，最良のモデル (AIC が最小となるような回帰式) 中の項のうち，最も多くの銘柄に含まれていた項 (定数項を除く) は第 1 項である．また，2 番目，3 番目に多くの銘柄に含まれていた項は順に第 2 項，第 4 項である．そこで，本研究では (4.3) 式を用いた．

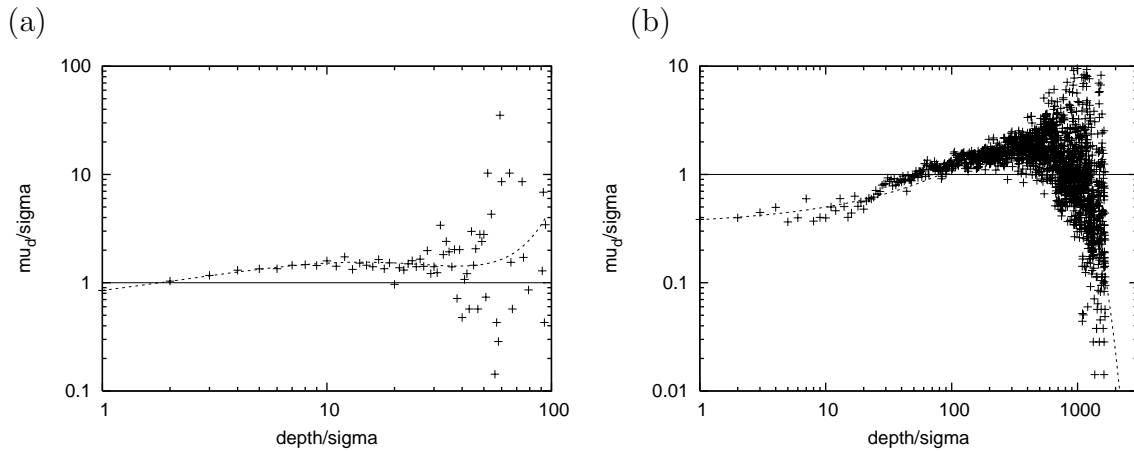


図 4.4: ある厚み d_m の下での、条件付成行注文到着率 μ_{d_m} . 横軸は d_m/σ , 縦軸は μ_{d_m}/σ である . 実線はゼロ・インテリジェンスを仮定したときに得られる線 , 点線は (4.3) 式を用いて回帰したときに得られる線である . (a) はキッコーマン (銘柄コードは 2801) (b) はエヌ・ティ・ティ・ドコモ (同 9437) に対する結果である .

割ると ,

$$\frac{\log(y)}{x} = \frac{\log(A)}{x} + \gamma_1 x^{-0.5} + \gamma_2 + \text{err.} + \gamma_3 x^{0.5} .$$

したがって、銘柄ごとに $\log(y)/x$ を $1/x$, $x^{-0.5}$, $x^{0.5}$ で回帰することにより $\log(A)$, γ_1 , γ_2 , γ_3 を求めることができる . ただし、 $y = 0$ となったデータは外れ値として除外する . この回帰分析を行うと、自由度修正済み決定係数が 0.8 を超える銘柄が全体の 60% を超える .

上述の方法を用いて実際にパラメータ γ_1 , γ_2 , γ_3 を推定すると、416 銘柄中 389 銘柄で $\gamma_1 > 0$, $\gamma_2 < 0$, $\gamma_3 > 0$ となった . 推定値のメジアンは $\gamma_1 \approx 0.5$, $\gamma_2 \approx -0.08$, $\gamma_3 \approx 0.003$ となった . したがって、ほとんどの銘柄に対して、 x が十分大きいときと十分小さいときには y は x の増加関数である . このことは、ビッド (アスク) が厚いと買い (売り) 成行注文到着率が増加し、投資家は約定確率を高めるよう行動している可能性があることを示唆する .

本研究では (4.3) 式を利用してシミュレーションを行う .

4.1.2 指値注文の傾向

次に、指値注文の傾向について考察する . 関連研究に触れつつ、東証の実データを用いて注文傾向を考察し、その計算方法について述べる . なお、以下では、売り指値注文について述べることとし、買い指値注文については同様の扱いとする .

アスク、ビッドからの相対位置に依存する指値注文到着率 Smithらのモデルでは、売り（買い）指値注文はビッド（アスク）から一様にポアソン到着すると仮定しているが、この仮定は投資家が持つであろう「不適切な指値注文を行って約定されないリスクを避ける。」という思考を無視している。実際、Potters & Bouchaudによると、アスク、ビッドから十分離れた呼値に指値注文が到着する確率はべき的に減少するという [54]。いいかえると、指値注文はアスク、ビッド付近に到着しやすい。この性質をモデルに取り入れるため本研究では、売り指値注文の到着領域を、まず、次の3種類に分ける。

1. アスクとビッドの間。この領域を領域 *I* と呼ぶことにする³。到着率は α_{in} で一定値とする。
2. アスク。この領域を領域 *II* と呼ぶことにする。平均到着率は α_{above} とする。詳細は次節で述べる。
3. アスクよりも高い領域。この領域を領域 *III* と呼ぶことにする。到着率は α_{out} で一定値とする。

到着率 α_{in} , α_{above} , α_{out} の推定法は、2.2.3 節で述べた α の推定法とほぼ同様で、各々の条件（例えば、領域 *I* に到着した、など）を満たす指値注文について算出する。

α_{in} , α_{above} , α_{out} の大きさを比較すると、416 銘柄中 226 銘柄で α_{above} が最大となる。したがって、領域 *II* へ注文されることが多いことが分かる。

そこで、領域 *II* を細分することを考える。図 4.8 (a) のようにアスクの厚みがセカンド・アスクの厚みより小さいときの指値注文到着率を α_{low} とする。また、逆に図 4.8 (b) のようにアスクの厚みがセカンド・アスクの厚みより大きいときの指値注文到着率を α_{high} とする。なお、 α_{low} , α_{high} についても、各々の条件を満たす指値注

³領域 *I* は存在しないこともある。ビッド・アスク・スプレッドがちょうど 1 のときはアスクの左隣がビッドになるからである。したがって、到着領域を次の 5 種に分けて考えることもできる。

- (a) アスクとビッドの間。この領域を領域 *I* と呼ぶことにする。
- (b) 領域 *I* が存在するときのアスク。この領域を領域 *II* と呼ぶことにする。
- (c) 領域 *I* が存在するときの、アスクよりも高い領域。この領域を領域 *III* と呼ぶことにする。
- (d) 領域 *I* が存在しないときのアスク。この領域を領域 *II'* と呼ぶことにする。
- (e) 領域 *I* が存在しないときの、アスクよりも高い領域。この領域を領域 *III'* と呼ぶことにする。

領域 *I*, *II*, *III*, *II'*, *III'* の指値注文到着率を比較すると、領域 *I* が最大の銘柄は対象銘柄中 26.7%、領域 *II* が最大の銘柄は同 55.3%、領域 *II'* が最大の銘柄は同 18.0% である。また、領域 *III*, *III'* が最大の銘柄は存在しなかった。したがって、投資家は売り指値注文をビッドに近い呼値に置くというよりもアスクに置く傾向があり、アスクをアンカーとして利用していることが分かる。そこで、本研究では領域を本文中のように 3 つに分けることにする。

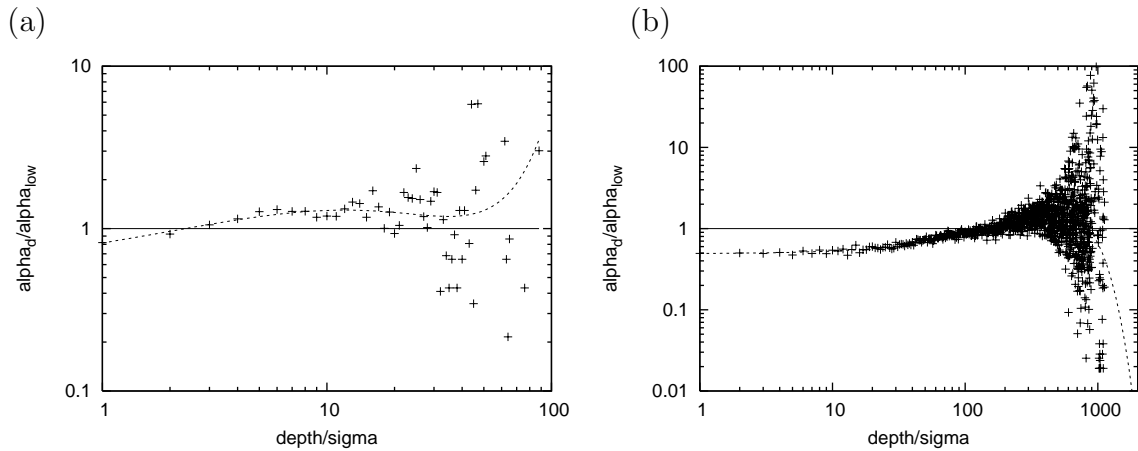


図 4.5: アスク (ビッド) に到着する指値注文の到着率と , アスク (ビッド) の厚みとセカンド・アスク (セカンド・ビッド) の厚みの差 $d_l (> 0)$ の関係 . 横軸は d_l , 縦軸は $\alpha_{d_l}/\alpha_{low}$ である (a) はキッコマン (b) はエヌ・ティ・ティ・ドコモにおける結果を示す . 点線は (4.4) 式を用いた回帰により得られた曲線である . また , 実線は , α_{d_l} が d_l によらず一定の値 α_{low} であるとしたときの線である .

文について算出する . α_{in} , α_{low} , α_{high} , α_{out} の大きさを比較すると , 416 銘柄中 322 銘柄で α_{low} が最大となる . なお , 銘柄ごとに求めた , 各指値注文到着率のメジアンは $\alpha_{in}/\sigma/\delta \approx 20$, $\alpha_{low}/\sigma/\delta \approx 30$, $\alpha_{high}/\sigma/\delta \approx 17$, $\alpha_{out}/\sigma/\delta \approx 3$ となった . したがって , アスクの厚みがセカンド・アスクの厚みより小さいときには到着率がさらに大きくなる傾向があることが分かった .

アスクに到着する指値注文の到着率 売り注文を出そうとしている投資家がいるとして , どのような状況において指値注文をアスクに出しやすいかを考える . 特に , その投資家はアスクに売り指値注文を出すか成行注文を行って直ちに売かの決断をせまられているとする . その場合 , 4.1.1 節で述べたように , アスクに存在する指値注文株数 (つまりアスクの厚み) が十分少なければ , 投資家はアスクに売り指値を出すものと考えられる .

では , 投資家はアスクの厚みの大きさをどのように感知しているのだろうか . ここでは , セカンド・アスクの厚みとの相対的な大きさの差を感知しているものと仮定する . すると , $d_l (\equiv \text{セカンド・アスクの厚み} - \text{アスクの厚み})$ が大きいときにアスクに指値注文が到着しやすいことになる . 図 4.5 は , $d_l > 0$ のときの (a) キッコマン (b) エヌ・ティ・ティ・ドコモに対する d_l と指値注文到着量 α_{d_l} の関係を図示したものである . なお , 縦軸の α_{d_l} は α_{low} で割ってある . これらの図より , 先の予想通り , 実際の取引においても , d_l が大きいときアスクに指値注文が到着しやすい傾向が

あることが分かる．このことは，投資家はアスクの厚みが薄いときにアスクに指値注文を行いやすい傾向があることを示唆する．

この現象をモデルに取り入れることにする．まず， $d_l > 0$ のときを考える．成行注文の場合と同様，次のような回帰式を仮定する⁴． $\alpha_{d_l}/\alpha_{low}$ を y ， d_l/σ を x とおき， A ， γ_1 ， γ_2 ， γ_3 を回帰分析によって求める係数とすると

$$y = f(x) \equiv A \exp \left[\gamma_1 x^{0.5} + (\gamma_2 + err.)x + \gamma_3 x^{1.5} \right] . \quad (4.4)$$

$err.$ は誤差項である．回帰は (4.3) 式と同様に，両辺の自然対数を取り x で割ってから行う．ただし， $y = 0$ となったデータは外れ値として除外する．ここで新たに定義されたパラメータ A ， γ_1 ， γ_2 ， γ_3 は買い注文・売り注文をまとめて計算し，また銘柄ごとに推定する．この回帰式を用いると，全体の 74% 以上の銘柄に対して自由度修正済み決定係数が 0.9 を超える．なお，銘柄ごとに推定した各パラメータのメジアンは $\gamma_1 \approx 0.4$ ， $\gamma_2 \approx -0.03$ ， $\gamma_3 \approx 0.0$ 程度である．

次に， $d_l \leq 0$ のときを考える． $d_l > 0$ のときと同様に次の回帰式を用いる． $\alpha_{d_l}/\alpha_{high}$ を y ， $-d_l/\sigma$ を x とおくと，

$$y = f(x) \equiv A \exp \left[\gamma_{1,high} x^{0.5} + (\gamma_{2,high} + err.)x + \gamma_{3,high} x^{1.5} \right] .$$

このとき， $\forall k = 1, 2, 3$ に対して $|\gamma_{k,high}| < |\gamma_k|$ となる銘柄は全体の 40% 弱存在する．したがって， $d_l \leq 0$ のときの指値注文到着率の， d_l に対する依存性は， $d_l > 0$ のときと比較して小さい傾向がある．

少しずつ縮小するビッド・アスク・スプレッド 木村&秋山 [38] によると，ビッド・アスク・スプレッドが 3 単位以上開いているときにアスクとビッドの間に到着する売り（買い）指値注文はアスク（ビッド）から近い呼値に到着しやすい．つまり，ビッド・アスク・スプレッドは少しずつ縮小する傾向がある．図 4.6 は，ビッド・アスク・スプレッドが 3 単位以上開いていたときに，売り（買い）指値注文が $ask - 1$ ($bid + 1$) に到着する確率とそのときの平均ビッド・アスク・スプレッドを銘柄ごとにプロットしたものである．実線は，指値注文がどの呼値に到着するかが完全にランダムであると仮定したとき（つまり，Smith らのモデルにおける仮定するとき）に得られる線である．98% 以上の銘柄がこの線を上回っているのでアスクとビッドの間に到着する指値注文はビッド・アスク・スプレッドを少しずつ縮めるように到着することが分かる．図 4.7 (a) はそのような状況を描いたイメージ図である．

⁴成行注文の場合と同様に (4.2) 式を仮定して赤池情報量規準 (AIC) を各銘柄に適用すると，最良のモデル (AIC が最小となるような回帰式) 中の項のうち，最も多くの銘柄に含まれていた項 (定数項を除く) は第 1 項である．また，2 番目，3 番目に多くの銘柄に含まれていた項は順に第 2 項，第 4 項であった．したがって，本研究では (4.4) 式を仮定する．

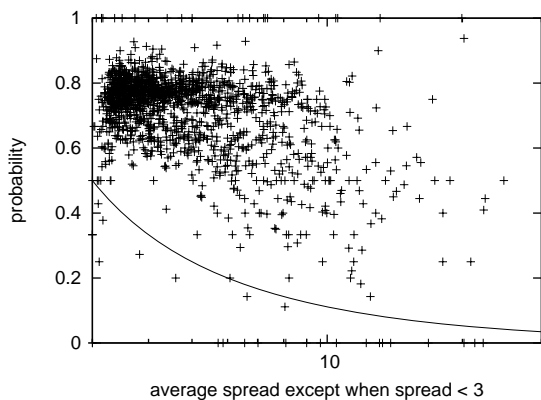


図 4.6: ビッド・アスク・スプレッドが3単位以上開いていたときに、アスクとビッドの間に到着した売り（買い）指値注文が $\text{ask} - 1$ ($\text{bid} + 1$) に到着していた確率とそのときの平均ビッド・アスク・スプレッドを銘柄ごとにプロットした。横軸はビッド・アスク・スプレッドが3以上開いているという条件の下でのビッド・アスク・スプレッドの平均値、縦軸はその到着確率を示す。実線は、アスクとビッドの間どの呼値にも等確率で到着すると仮定したときに得られる線である。

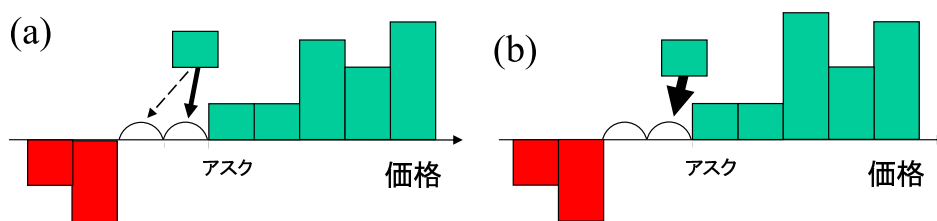


図 4.7: (a) 現実の市場における、アスクとビッドの間に到着する指値注文の模式図。売り指値注文の場合には $\text{ask} - 1$ に到着する確率が高い。ビッド・アスク・スプレッドはアスクとビッドの差なので、この図の状況ではビッド・アスク・スプレッドは3となる。なお、対象銘柄中、この図のようにビッド・アスク・スプレッドが3以上開いている確率が最も大きい銘柄はペガサスミシン製造（銘柄コードは6262）で95%、最も小さい銘柄はエヌ・ティ・ティ・ドコモ（同9437）で0.01%であった。ビッド・アスク・スプレッドが3以上開いている確率は平均すると20%前後である (b) ロー・インテリジェンス・モデルにおける、アスクとビッドの間に到着する指値注文の模式図。売り指値注文の場合には必ず「 $\text{ask} - 1$ 」に到着する。

そこで、本研究では、Smithらのモデルの「指値注文は一様に到着する。」という仮定の代わりに「ビッド・アスク・スプレッドは少しずつ縮小するように投資家は指値注文を行う。」と仮定する。ただし、モデルを簡単にするため、図4.7(b)に示すように、アスクとビッドの間に到着する売り（買い）指値注文は、必ずアスク（ビッド）の左（右）隣に到着すると仮定する。

4.1.3 ロー・インテリジェンス・モデルの定義

実データから分かる上述の傾向をモンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルに導入したモデルをロー・インテリジェンス・モデルと呼ぶことにする。本研究では、図1.2で示したような5本気配値と呼ばれる実データを用いてロー・インテリジェンス・モデルを検証したが、このモデルそのものは実データの形状とは無関係である。例えば、大阪証券取引所では8本気配値が公開されており、投資家はそれを見て意思決定を行うことができる。つまり、アスク、ビッド付近の板情報が公開されているならばロー・インテリジェンス・モデルを構成できる。また、2005年以前の東京工業品取引所のように3本気配値しか公開されていないのであればパラメータの推定精度は落ちることが予想できる。しかし、ロー・インテリジェンス・モデルの構成とは関係がない。

このモデルのシミュレーションの方法はモンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルと同様であるが、以下の3点が異なる。

1. 価格は整数値をとる。
2. 成行注文到着率を実データに基づいて決定する。
3. 指値注文到着率を実データに基づいて決定する。

1点目は、ロー・インテリジェンス・モデルでは、価格は自然対数をとらず整数値であるとし、呼値の刻みを単位とする点である。Smithらのモデルおよびモンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルでは価格は実数値をとり呼値の幅は0なので、注文の優先順序は成行優先と価格優先のみを考えればよく、注文駆動型市場のもう一つの原則である時間優先原則を考える必要は無い。一方、ロー・インテリジェンス・モデルでは価格は整数値をとるので、時間優先原則を考慮しなければならない。これは、同呼値に到着している指値注文が2つ以上あった場合、先に到着した指値注文から約定するということを意味する。時間優先原則は現実の市場でも用いられている取引ルールなので、この原則の適用は妥当である。

そして、価格が整数値になったことに伴い、各パラメータ、 λ 、ビッド・アスク・スプレッド、拡散係数を求めなおす必要がある。その方法はモンテカルロ・ゼロ・イン

テリジェンス・モデルで用いられた各パラメータ，各指標を推定する方法とほぼ同様で， $\log(\text{価格})$ となっているところを対数をとらずに，価格を呼値の刻みで割った値を用いて計算する．

成行注文到着率の決定 2点目は，成行注文は4.1.1節で実証した性質に基づいて到着するとした点である．以下ではこの点について詳述する．ロー・インテリジェンス・モデルでは，成行注文到着率を次のように決める．

まず，時刻 t (t は約定タイム，すなわち成行注文が到着するたびに $+1$ することにより測る．) における「売り(買い)成行注文が n 回連続して到着した後，次も売り(買い)成行注文が到着する確率」 P_t を

$$P_t = \begin{cases} P(n) & (0 < P(n) < 1) \\ P_{t-1} & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

のように決める．ただし， $P(n)$ は(4.1)式により定義される． $P(n)$ は n の値によっては，0より小さくなったり，1より大きくなったりすることがある． P_t は確率なので， $P(n)$ が0より小さくなったり，1より大きくなったりした場合には直前の P_{t-1} を用いることとする．また，時刻0での確率 P_0 は $1/2$ と仮定する．

そして， μ_{d_m} と P_t は独立に変動すると仮定すると，アスクの厚みが d_m (注文は常に σ 単位ずつ行われるため， d_m は σ を単位とした整数値をとる．) で，売り成行注文が直前に n 回連続していたとき，次の時刻における売り成行注文到着率 μ_{sell} は

$$\mu_{\text{sell}} = A \exp \left[\gamma_1 d_m^{0.5} + \gamma_2 d_m + \gamma_3 d_m^{1.5} \right] P_t$$

となる．同様に，買い成行注文が直前に n 回連続していたとき，次の時刻における μ_{sell} は

$$\mu_{\text{sell}} = A \exp \left[\gamma_1 d_m^{0.5} + \gamma_2 d_m + \gamma_3 d_m^{1.5} \right] (1 - P_t)$$

で与えられる．

買い成行注文到着率 μ_{buy} についても同様に，ビッドの厚みが d_m で買い成行注文が直前に n 回連続していたとき，次の時刻における買い成行注文到着率 μ_{buy} は

$$\mu_{\text{buy}} = A \exp \left[\gamma_1 d_m^{0.5} + \gamma_2 d_m + \gamma_3 d_m^{1.5} \right] P_t$$

となる．同様に，売り成行注文が直前に n 回連続していたとき，次の時刻における μ_{buy} は

$$\mu_{\text{buy}} = A \exp \left[\gamma_1 d_m^{0.5} + \gamma_2 d_m + \gamma_3 d_m^{1.5} \right] (1 - P_t)$$

で与えられる．

ただし，買い(売り)指値注文が一つも無かったときには，売り(買い)成行注文が到着しても約定できないため，売り(買い)成行注文到着率は0とする．

指値注文到着率の決定 3点目は、指値注文は4.1.2節で実証した性質に基づいて到着するとした点である。以下では、この点について詳述する。ロー・インテリジェンス・モデルでは、指値注文到着率を次のように決める。

4.1.2節で述べたことをまとめると、売り指値注文は次の4種に分けられる。

1. アスクとビッドの間に到着する注文。到着率は α_{in} で一定値とする。
2. アスクの厚みがセカンド・アスクの厚みよりも小さいときにアスクに到着する注文。到着率は一定値ではなく、 $d_l(\equiv \text{セカンド・アスクの厚み} - \text{アスクの厚み})$ に依存する。ここで、注文は常に σ 単位ずつ行われるため、 d_l は σ が単位とした整数値をとる。平均到着率は α_{low} とする。
3. アスクの厚みがセカンド・アスクの厚みよりも大きいときにアスクに到着する注文。到着率は α_{high} で一定値とする。
4. アスクよりも高い呼値に到着する注文。到着率は α_{out} で一定値とする。

まず、「1. アスクとビッドの間に到着する注文」については一定の到着率 α_{in} で到着するものとする。例えば、図4.8(a)のようにビッド・アスク・スプレッドが2空いているとき、アスクとビッドの間に指値注文が到着する可能性があり、その到着率は α_{in} である。しかし、モンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルとは異なり一様に到着するのではなく、後述するように、売り(買い)指値注文はアスク(ビッド)の左(右)隣に必ず到着すると仮定する。一方、図4.8(b)ではビッド・アスク・スプレッドは1であるため、 α_{in} の到着率で指値注文が到着する領域はない。

次に、「2. アスクの厚みがセカンド・アスクの厚みよりも小さいときにアスクに到着する注文」については(4.4)式にしたがって注文到着率を計算する。図4.8(a)では、 $d_l(\equiv \text{セカンド・アスクの厚み} - \text{アスクの厚み}) > 0$ となっているので、アスクへの指値注文到着率 α_{d_l} は d_l に依存する。また、その平均値は α_{low} である。

「3. アスクの厚みがセカンド・アスクの厚みよりも大きいときにアスクに到着する注文」については一定の到着率 α_{high} で指値注文が到着すると仮定する。図4.8(b)では、 $d_l \leq 0$ となっているので、アスクへの指値注文到着率は定数 α_{high} である(d_l に依存しない。)と仮定する。

「4. アスクよりも高い呼値に到着する注文」については指値注文到着率 α_{out} は定数であると仮定する。ただし、3.2.2節で論じたように、 $bid + w$ よりも遠い呼値には指値注文は到着しないものとする。 w は「スコープ」(2.2.3節で述べる「スコープ」と定義は同じだが、ロー・インテリジェンス・モデルでは価格は整数なので呼値を単位として測る。)の20倍である。

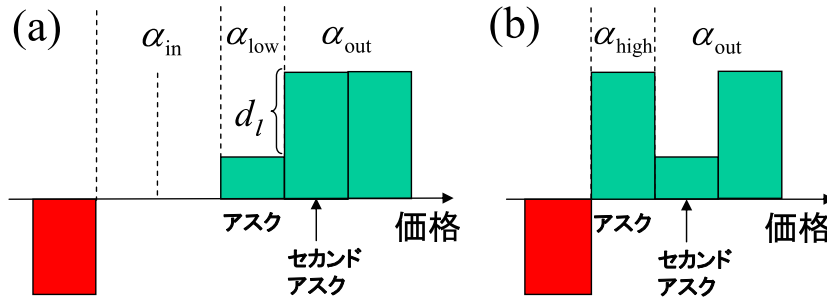


図 4.8: d_l , α_{in} , α_{low} , α_{high} , α_{out} の定義 .

以上より, 売り指値注文の到着率 $\alpha_{sell}(p)$ は, 呼値 p に依存して次のように決まる .

$$\alpha_{sell}(p) = \begin{cases} 0 & (p < \text{ask} - 1) , \\ (\text{ask} - \text{bid} - 1)\alpha_{in} & (p = \text{ask} - 1) , \\ \alpha_{low}f(d_l) & (p = \text{ask} \ \& \ d_l > 0) , \\ \alpha_{high} & (p = \text{ask} \ \& \ d_l \leq 0) , \\ \alpha_{out} & (\text{ask} < p < \text{bid} + w) , \\ 0 & (p \geq \text{bid} + w) . \end{cases}$$

ここで, $p = \text{ask} - 1$ のとき, α_{in} に $\text{ask} - \text{bid} - 1$ が掛けられているのは, $\text{bid} < p < \text{ask}$ に到着するはずであった売り指値注文を全て $\text{ask} - 1$ に到着するようにしているからである . なお, $f(\cdot)$ は (4.4) 式によって与えられる関数である .

買い指値注文到着率 $\alpha_{buy}(p)$ については, d_l を「セカンド・ビッドの厚み - ビッドの厚み」と定義すると,

$$\alpha_{buy}(p) = \begin{cases} 0 & (p > \text{bid} + 1) , \\ (\text{ask} - \text{bid} - 1)\alpha_{in} & (p = \text{bid} + 1) , \\ \alpha_{low}f(d_l) & (p = \text{bid} \ \& \ d_l > 0) , \\ \alpha_{high} & (p = \text{bid} \ \& \ d_l \leq 0) , \\ \alpha_{out} & (\text{ask} - w < p < \text{bid}) , \\ 0 & (p \leq \text{ask} - w) . \end{cases}$$

によって与えられる .

本研究では, 以上で述べたような現実の市場で観察される投資家の注文傾向を導入し, 投資家のインテリジェンスを表現する .

ロー・インテリジェンス・モデルのアルゴリズム ここまで与えられた成行, 指値注文到着率を用いて, どのように成行, 指値, キャンセルの各イベントを生成させる

のかについて述べる．なお，キャンセルについてはモンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルと同様に，キャンセル率 δ でランダムかつ独立に生じるとする．

各イベントは以下のように生成される．指値注文総数を n ，各イベントが生じる確率の分母を $P = \sum_p \alpha_{\text{sell}}(p) + \sum_p \alpha_{\text{buy}}(p) + \mu_{\text{sell}} + \mu_{\text{buy}} + n\delta$ とおくと，

1. 確率 μ_{sell}/P で売り成行注文到着イベントが発生する．
2. 確率 μ_{buy}/P で買い成行注文到着イベントが発生する．
3. 確率 $\alpha_{\text{sell}}(p)/\sigma P$ で呼値が p の売り指値注文到着イベントが発生する．
4. 確率 $\alpha_{\text{buy}}(p)/\sigma P$ で呼値が p の買い指値注文到着イベントが発生する．
5. 確率 $n\delta/P$ でキャンセル・イベントが発生する．実際にどの注文がキャンセルされるかは，ランダムに決まる．

他の設定はモンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルと同様である．

4.2 結果

本節では λ ，ビッド・アスク・スプレッド，拡散係数に対するロー・インテリジェンス・モデルのモデル値と実測値を比較する．まずは λ からである．

4.2.1 λ に対する検証

図 3.6 (b) は λ の，実測値と本モデルによるモデル値がどの程度一致しているかを示した図である．ここで λ とは，仮に σ 株の成行注文が到着したら平均して価格はどれくらい動くかを示す指標である．回帰係数は $A = 0.940 \pm 0.021$ ， $B = -0.095 \pm 0.044$ ，決定係数は 0.822 となった．なお，モンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルの場合には決定係数は 0.454 であったので，決定係数は上昇したことが分かる．

4.2.2 ビッド・アスク・スプレッドに対する検証

図 3.6 (d) は，ビッド・アスク・スプレッドから 1 を引いた値について同様に示したものである．ここでビッド・アスク・スプレッドとはアスクとビッドの差である．価格は呼値を単位として測っているため，ビッド・アスク・スプレッドの最小値は 1 である．そこで図 3.6 (d) ではビッド・アスク・スプレッドから 1 を引いた値を図示

してある．各+が一つの銘柄を示している．点線はモデル値と完全に一致したときに乗る線，実線は回帰直線である．回帰係数は $A = 1.043 \pm 0.017$, $B = 0.323 \pm 0.035$, 決定係数は 0.902 となった．なお，モンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルでは決定係数 0.957 であるから，ロー・インテリジェンス・モデルは同程度の説明力を持っていることが分かる．

4.2.3 拡散係数に対する検証

図 3.6 (f) は拡散係数について同様に示したものである．ここで拡散係数とは，価格がランダム・ウォークに従うとしたとき τ 時間後の価格分散は τ に比例するが，その比例係数のことである．回帰係数は $A = 0.786 \pm 0.011$, $B = 0.127 \pm 0.024$, 決定係数は 0.851 となった．なお，モンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルでは決定係数 0.873 であるから，ロー・インテリジェンス・モデルは同程度の説明力を持っていることが分かる．

4.2.4 モンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルとロー・インテリジェンス・モデルの比較

第 3 章では東証の実データを用いて Smith らのモデルをモンテカルロ・シミュレーションにより検証した．その結果，ビッド・アスク・スプレッドに関しては決定係数が 0.902 となり，Smith らのモデルはかなり有効なモデルであることが分かった．しかし，仮に σ 株の成行注文が到着したときに平均してどのくらい価格が動くかを示す λ については決定係数はそれぞれ 0.454 とそれほど高くならなかった．つまり Smith らのモデル及びモンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルでは λ を説明することは難しい．

一方，ロー・インテリジェンス・モデルではビッド・アスク・スプレッド，拡散係数の決定係数はほとんど変わらず， λ の決定係数は上昇した．表 4.1 は，以上の結果をまとめたものである．

なお，この結果は 5 本気配値からなる実データを用いたから得られたわけではなく，ロー・インテリジェンス・モデルで導入した 5 種のインテリジェンスの効果であると考えられる．なぜなら，モンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルでは同じデータを用いて λ を計算したにもかかわらず，決定係数はロー・インテリジェンス・モデルほどには高くならなかったからである．

表 4.1: モンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデル (mZIM) とロー・インテリジェンス・モデル (LIM) の比較. $\log(\text{実測値}) = A \times \log(\text{モデル値}) + B$ の形に回帰したときの B, A, R^2 を示す. 表中, BS スプレッドとはビッド・アスク・スプレッドの略である () 内は標準偏差.

モデルと検証した市場	指標	B (SD)	A (SD)	R^2
mZIM を東証で検証	λ	-0.693(0.387)	1.057(0.057)	0.454
	BS スプレッド	0.102(0.060)	0.984(0.010)	0.957
	拡散係数	-0.730(0.242)	0.873(0.016)	0.873
LIM を東証で検証	λ	-0.095(0.044)	0.940(0.021)	0.822
	BS スプレッド	0.323(0.035)	1.043(0.017)	0.902
	拡散係数	0.127(0.024)	0.786(0.011)	0.851
Smithらのモデルを LSE で検証 [26]	BS スプレッド	0.06(0.29)	0.99(0.10)	0.96
	拡散係数	2.43(1.75)	1.33(0.25)	0.76

4.2.5 ロー・インテリジェンス・モデルの最小性

ロー・インテリジェンス・モデルでは, 1.6 節で述べたような, 5 つのインテリジェンスを導入した. 本節では, これらのインテリジェンスがどの程度本質的に重要であるかを調べるため, ロー・インテリジェンス・モデルから各インテリジェンスを除いたモデルに対し, λ , ビッド・アスク・スプレッド, 拡散係数のモデル値を求め, 実測値と比較する.

以下では, ロー・インテリジェンス・モデルから性質 X を除いたモデルを ExcludeX と呼ぶことにする. 例えば, ロー・インテリジェンス・モデルから性質 1: 「直前に売り (買い) 成行注文が連続していれば, 次の成行注文も売り (買い) になりやすい」を除いたモデルを Exclude1 と呼ぶことにする. すなわち, Exclude1 では, 成行注文が売りになるか買いになるかは直前の成行注文に依存せず 1/2 の確率で決まる. また, ロー・インテリジェンス・モデルから性質 2: 「アスク (ビッド) の厚みが厚いと, 売り (買い) 成行注文を出しやすい」を除いたモデルを Exclude2 と呼ぶことにする. すなわち, 成行注文は厚みとは無関係に行われる. また, ロー・インテリジェンス・モデルから性質 3: 「アスク, ビッドから遠く離れた呼値よりもアスク, ビッド付近, またアスクとビッドの間に指値注文を出しやすい」を除いたモデルを Exclude3 と呼ぶことにする. すなわち, モンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルと同様, 指値注文はある範囲に一様に行われる. また, ロー・インテリジェンス・モデルから性質 4: 「『アスク (ビッド) の厚み』 \ll 『アスク +1 (ビッド -1) の厚み』」となっているとき, アスク (ビッド) に売り (買い) 指値注文を出しやすい」を除いたモデル

ルを Exclude4 と呼ぶことにする．すなわち，指値注文は厚みとは無関係に行われる．ただし，Exclude4 では性質 3 は考慮するため，その到着率は一様ではない．最後に，ロー・インテリジェンス・モデルから性質 5 : 「ビッド・アスク・スプレッドが 3 呼値単位以上開いているときにアスクとビッドの間に売り（買い）指値注文を出すとき，アスク（ビッド）の左（右）隣に出しやすい。」を除いたモデルを Exclude5 と呼ぶことにする．すなわち，アスクとビッドの間に売り（買い）指値注文を出すときには，その間に一様に指値注文が行われる．

表 4.2 は ExcludeX ($X=1, 2, 3, 4, 5$) とロー・インテリジェンス・モデルを比較したものである．この表によると，まず，Exclude5 以外のモデルは， λ ，ビッド・アスク・スプレッド，拡散係数の 3 指標の決定係数がロー・インテリジェンス・モデルの決定係数よりも小さいことが分かる．また，Exclude5 については，決定係数こそロー・インテリジェンス・モデルよりも大きいものの，3 指標の全てにおいて， A は 1 より離れ， B は 0 より離れている．したがって，この 3 指標に関しては，ロー・インテリジェンス・モデルで導入した 5 つのインテリジェンスが本質的な役割を果たしており，どのインテリジェンスが欠けても説明力が減少することが分かる．

表 4.2: ExcludeX (X=1, 2, 3, 4, 5) とロー・インテリジェンス・モデル (LIM) の比較。ここで, ExcludeX はロー・インテリジェンス・モデルから性質 X を除いたモデルを指す。 $\log(\text{実測値}) = A \times \log(\text{モデル値}) + B$ の形に回帰したときの B, A , 決定係数 R^2 を示す。表中, BS スプレッドとはビッド・アスク・スプレッドの略である () 内は標準偏差。

モデル	指標	B (SD)	A (SD)	R^2
Exclude1	λ	-0.713(0.042)	0.523(0.016)	0.722
	BS スプレッド	0.114(0.037)	0.776(0.015)	0.868
	拡散係数	0.296(0.052)	0.596(0.014)	0.815
Exclude2	λ	-0.596(0.040)	0.521(0.014)	0.776
	BS スプレッド	0.098(0.035)	0.646(0.012)	0.883
	拡散係数	-0.391(0.045)	0.495(0.014)	0.762
Exclude3	λ	0.076(0.055)	1.885(0.050)	0.775
	BS スプレッド	-1.086(0.026)	1.712(0.034)	0.862
	拡散係数	0.485(0.046)	0.859(0.017)	0.867
Exclude4	λ	0.201(0.066)	1.070(0.032)	0.725
	BS スプレッド	0.444(0.053)	1.134(0.027)	0.808
	拡散係数	-0.002(0.041)	0.683(0.014)	0.848
Exclude5	λ	-0.355(0.038)	0.856(0.019)	0.832
	BS スプレッド	0.508(0.038)	1.109(0.018)	0.901
	拡散係数	-0.390(0.032)	0.642(0.012)	0.867
LIM	λ	-0.095(0.044)	0.940(0.021)	0.822
	BS スプレッド	0.323(0.035)	1.043(0.017)	0.902
	拡散係数	0.127(0.024)	0.786(0.011)	0.851

第5章 議論

5.1 市場制度と投資家行動

Smithらのモデルは、注文駆動方式による市場制度を前提として、注文がポアソン到着し注文のキャンセルも確率的に生じるというモデルであり、ビッド・アスク・スプレッド、拡散係数についてはうまく説明することができた。このことは、ビッド・アスク・スプレッド、拡散係数を決定する要因は投資家の意思決定よりも市場制度にあることを示唆する。しかし、 σ 株の成行注文が到着したときにどのくらい価格が動くかを示す指標である λ についてはあまり説明できなかった [26]。

そこで、本研究では、投資家が約定確率を高めたり少しでも有利な価格で約定するように注文を行える程度のインテリジェンスを持ち、その結果「指値注文分布と注文の相互作用」や「注文間相互作用」が生じると仮定し、それらの相互作用を記述する方法を考案、それをモデルに組み込んだ。第4章ではこのモデル——ロー・インテリジェンス・モデル——を検証するため、モンテカルロ・シミュレーションにより λ を説明できるかどうかを調べた。その結果、高い説明力を持つことが分かった。ロー・インテリジェンス・モデルでは株式のファンダメンタルズや価格のトレンド、ニュース、あるいは投資家の効用などは考慮していない。にもかかわらず、 λ の説明力が高いということは流動性を理解するにあたってファンダメンタルズなどの要素はあまり重要でなく、指値注文分布と注文、あるいは注文同士の相互作用を理解することが重要であることを示唆する。

さらに、本研究では416銘柄と、Farmerらが対象とした11銘柄よりもずっと多数の銘柄を対象とした。この中には様々な業種・規模の企業が含まれている。このことはロー・インテリジェンス・モデルの頑健性を示すものと思われる。

では、現実の市場における λ を決定する、本質的に重要なものは何だろうか。ゼロ・インテリジェンス・トレーダーを仮定した、Smithらのモデル（次元解析などの物理学的手法を用いたモデル）ではマーケット・インパクトはあまりうまく説明できない。また、モンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデル（人工市場を構築し、コンピュータ・エージェントにより取引を行わせるゼロ・インテリジェンス・モデル、第3章を参照。）でもマーケット・インパクトの一指標である λ をやはりうまく説明

できない．これらのことから，注文駆動方式という市場制度だけではマーケット・インパクトを説明することは難しいということが示唆される．

そこで，第4章では，まず，マーケット・インパクトを説明する最低限の投資家行動を探すために，東証の実データから，指値注文分布と注文の相互作用など，投資家の注文行動の性質を5つ抽出した．次に，それらの性質を導入したシミュレーションにより λ などを説明できるかどうかを検証した．注文同士の相互作用を実データから導き，シミュレーションに導入したという研究としてはMike & Farmer [48]がある．しかし，この研究では指値注文分布と注文の相互作用には着目していなかった．

5つの投資家行動の性質を導入してシミュレーションを行った結果， λ ，ビッド・アスク・スプレッド，拡散係数を高い決定係数で説明することができた．特に， λ はSmithらのモデルでは説明できない．また，5つの性質のうち，どの一つが欠けてもモデルの説明力は減少することから，注文駆動方式という市場制度とこれら5つの投資家行動の性質が現実の市場における λ を本質的に決定していることが分かる．

5.2 本研究で導入した投資家行動の意味

本研究では，以下の投資家行動の性質を導入した．

1. 直前に売り（買い）成行注文が連続していれば，次の成行注文も売り（買い）になりやすい．
2. アスク（ビッド）の厚みが厚いと，売り（買い）成行注文を出しやすい．
3. アスク，ビッドから遠く離れた呼値よりもアスク，ビッド付近，またアスクとビッドの間に指値注文を出しやすい．
4. アスク（ビッド）の厚みより「アスク+1（ビッド-1）」の厚みが厚いと，アスク（ビッド）に売り（買い）指値注文を出しやすい．
5. ビッド・アスク・スプレッドが3呼値単位以上開いているときにアスクとビッドの間に売り（買い）指値注文を出すとき，アスク（ビッド）の左（右）隣に出しやすい．

これらの投資家行動は λ ，ビッド・アスク・スプレッド，拡散係数にどのように影響するか，また，投資家はなぜそのような行動を取りやすいのかについて考察する．まず，1.の性質を導入すると，連続して同種の成行注文が行われやすいということから，売り指値注文量と買い指値注文量のバランスが崩れやすくなる．したがって，Smithらのモデルと比較すると，ビッド・アスク・スプレッドは大きく，拡散係数も

大きくなりやすくなると思われる。ただし、 λ への影響はさらに詳しく調べないと分からない。これは以下のような理由である。例えば、買い成行注文が連続して行われているとき、アスクの厚みは減少すると思われる。したがって、売り指値注文側から計算される λ は大きくなる傾向がある。しかしながら、逆に、売り成行注文は行われにくくなっているため、ビッドの厚みは増加している傾向にあるだろう。したがって、買い指値注文側から計算される λ は小さくなる傾向がある。そして、 λ はアスク付近の売り指値注文量とビッド付近の買い指値注文量を平均して算出しているため、1.の性質が λ にどのように影響するかは一概には言えない。

次に、2.の性質についても、1.の性質と同様、売り指値注文量と買い指値注文量のバランスを崩れやすくする性質なので、Smithらのモデルと比較すると、ビッド・アスク・スプレッド、拡散係数を大きくする傾向があると思われる。また、 λ にどのように影響するかについても一概には言えない。

2.の性質は、かなり意外である。投資家はマーケット・インパクトが小さくなるように取引を行っていると言われる [37,50]。この推測が正しいのであれば、売り（買い）成行注文到着率はビッド（アスク）の厚みに依存するとしたほうがよさそうである。ところが本研究から売り（買い）成行注文到着率はアスク（ビッド）の厚みに依存するとして説明できることが分かった。この理由はよく分からないが、次のような想像はできる。今、売り注文を確実に行いたいと考えている投資家がいるとする。そのためのもっともよい方法は売り成行注文を行うことである。売り成行注文を行うと、買い指値注文がある限り、確実に注文を実行できる。その代わりに、指値注文を行う場合と比較して安く売ることになってしまい、余分なコストがかかることになる。では、成行注文ではなく指値注文によって売ることにしたらどうだろうか。ここでは、投資家はアスクに指値注文を出すことを考えているものとする。また、ビッド・アスク・スプレッドは1、すなわちアスクのすぐ左隣がビッドであるとする。このような状況で、アスクに指値注文が多数あるときには、約定までの待ち時間が長くなったり、約定しないこともありうる。逆に、アスクに指値注文があまりないときには、そのような心配は少ない。したがって、投資家は、アスクに注文がたくさんあるときには、アスクに指値注文を行うよりも売り成行注文を出してしまうということが考えられる。つまり、本モデルのように売り（買い）成行注文到着率はアスク（ビッド）の厚みに依存するとして十分うまく説明できる理由は、投資家の「マーケット・インパクトを抑えたい」という欲求よりも「早く確実に注文を実行したい」という欲求のほうが上回っているからかもしれない。ただし、このことはあくまで推測であり、投資家へのアンケート等で確認すべきことである。

3.の性質は、アスク、ビッド付近に集中して指値注文が行われやすいということの意味するので、市場の安定化に寄与する。すなわち、Smithらのモデルと比較する

と、 λ 、ビッド・アスク・スプレッド、拡散係数を小さくすると思われる。アスク、ビッドから離れた呼値に注文を行った場合、注文はなかなか執行されなくなってしまうため、投資家はアスク、ビッド付近に注文を行う傾向があるのだらうと推察できる。

4. の性質も市場の安定化に寄与する。というのは、この性質は、アスク（ビッド）に売り（買い）指値注文が少ないと、さらに売り（買い）指値注文が行われやすくなると言っているからである。

5. の性質は、流動性が十分高い銘柄にはあまり影響が無い。流動性が十分高い銘柄では、この性質を適用できる状況である、ビッド・アスク・スプレッドが3以上開く状況がほとんどなくなってしまうからである。しかしながら、流動性が低い銘柄ではビッド・アスク・スプレッドを大きくする効果がある。

このように、5つの性質の影響は複雑に λ 、ビッド・アスク・スプレッド、拡散係数に関係しており、これらの性質のバランスが3つの指標の大きさを決めていると考えられる。

また、性質1. 以外の性質は、投資家は、約定確率を高くするように（性質2. 3. 4. ）、また、注文価格が有利になるように（性質4. 5. ）行動していると解釈すると理解しやすい。

そして、ゼロ・インテリジェンス・モデルで λ を説明できない理由は、「約定確率を高くするように」「注文価格が有利になるように」売買するという投資家行動を考慮していなかったからであると考えられる。

5.3 今後の課題

本研究の問題点は、投資家の行動特性がかなり複雑であり、それを表現するために用いたパラメータの数かなり多く、どの性質がどのように効いているかが分からないということが挙げられる。したがって、導入した5つの性質がどのように効いているのかを一言で理解することが困難である。 λ 、ビッド・アスク・スプレッド、拡散係数を説明でき、なおかつ、より簡単な投資家の行動特性は何であるかを探ることは今後の課題となる。

また、発展的な課題としては、「大口の注文に対するマーケット・インパクトを説明するには、どのような投資家行動を考慮すればよいか？」という問題が挙げられる。 λ は小口の注文（ σ 株程度）に対するマーケット・インパクトを意味している。大口の注文に対しては、ロー・インテリジェンス・モデルではあまり説明できない。

例えば、次のような拡張が考えられる。ロー・インテリジェンス・モデルでは注文は常に σ 株ずつ到着すると仮定した。これを厚みの関数として変動するようにすると、大口のマーケット・インパクトも説明できるようになるかもしれない。

本研究で提案するロー・インテリジェンス・モデルには、以上のような問題点がある。今後はこのような問題点を一つずつ解決していく必要があるだろう。

謝辞

本研究をまとめるにあたり，指導教員の秋山英三先生（筑波大学大学院システム情報工学研究科准教授）には，貴重な時間を割いて頂き，研究活動全般にわたり多くの御指導と激励を頂いた．特に，論文提出直前には深夜まで論文の構成，適切かつ簡潔なスライドの作り方等について懇切丁寧にご指導頂いた．また，岸本一男先生（筑波大学大学院システム情報工学研究科教授）には，本論文の正確さ，手法の妥当性，貢献等について詳細な御指摘をして頂いた．さらに，石川竜一郎先生（筑波大学大学院システム情報工学研究科講師）には，参考にするべき先行研究を紹介していただくなど，本論文の質の向上のために重要な指摘と御助言を数多くして頂いた．高橋正文先生（筑波大学大学院システム情報工学研究科准教授）からはファイナンスの専門家の立場から貴重な御指摘を頂き，また，分かりやすい論文の表現や構成法について御助言を頂いた．渡邊直樹先生（筑波大学大学院システム情報工学研究科講師）からは論文の位置づけ等に関する重要な御指摘とともに激励を頂き，また，今後の研究の指針となるコメントも頂いた．秋山研究室の学生及び卒業生，岸本研究室卒業生の Shiwei Zuo 氏ならびに遠藤操氏からも，貴重な御助言を頂いた．特に，遠藤氏には，忙しい中，発表用資料を見て頂いた．

また，6年半にわたる在学中，祖母からは学資，生活費の援助を頂いた．金銭的な困難を感じたことは無かったが，それはまったく祖母のおかげである．さらに，父には筑波大学システム情報工学研究科への入学を快く許可して頂いた．

本研究は以上の方々の労を惜しまぬ御協力があって初めて成り立つものであった．皆様方には深く感謝の意を表したい．

関連図書

- [1] Abul-Magd, A. Y. (2002), “Wealth distribution in an ancient Egyptian society,” *Physical Review E*, **66**, 057104.
- [2] 青山 秀明, 家富 洋, 池田 裕一, 相馬 亘, 藤原 義久 (2008) 『経済物理学』 共立出版 .
- [3] Aoyama, H., Souma, W. and Fujiwara, Y. (2003), ”Growth and uctuations of personal and company’s income,” *Physica A*, **324**, 352.
- [4] Banerjee, A. V. (1992), “A Simple Model of Herd Behavior,” *The Quarterly Journal of Economics*, **107**, 797.
- [5] Bak, P., Paczuski, M. and Shubik, M. (1997), “Price variations in a stock market with many agents,” *Physica A*, **246**, 430.
- [6] Bikhchandani, S., Hirshleifer, D. and Welch, I. (1992), “A Theory of Fads, Fashion, Custom, and Cultural Change as Informational Cascades,” *Journal of Political Economy*, **100**, 992.
- [7] Bollerslev, T. (1986), “Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity,” *Journal of Econometrics*, **31**, 307.
- [8] Bollerslev, T., Chou, R. Y. and Kroner, K. F. (1992), “Arch modeling in finance,” *Journal of Econometrics*, **52**, 5.
- [9] Bollerslev, T., Domowitz, I. and Wang, J. (1997), “Order flow and the bid-ask spread: An empirical probability model of screen-based trading,” *Journal of Economic Dynamics and Control*, **21**, 1471.
- [10] Bouchaud, J.-P., Mezard, M. and Potters, M. (2002), “Statistical properties of the stock order books: empirical results and models,” *Quantitative Finance*, **2**, 251.

- [11] Challet, D., Marsili, M. and Zhang, Y.-C. (2001), “Stylized facts of financial markets and market crashes in Minority Games,” *Physica A*, **294**, 514.
- [12] Challet, D., Stinchcombe, R. (2001), “Analyzing and modeling 1+1d markets,” *Physica A*, **300**, 285.
- [13] Chiarella, C., Iori, G. and Perello, J. (2009), “The impact of heterogeneous trading rules on the limit order book and order flows,” *Journal of Economic Dynamics & Control*, **33**, 525.
- [14] Clark, P. K. (1973), “A subordinated stochastic process model with finite variance for speculative prices,” *Econometrica*, **41**, 135.
- [15] Cont, R. and Bouchaud, J.-P. (2000), “Herd behavior and aggregate fluctuations in financial markets,” *Macroeconomic Dynamics*, **4**, 170.
- [16] Cohen, K. J., Conroy, R. M. and Maier, S. F. (1985), “Order flow and the quality of the market,” In Y. Amihud, T. Ho, and R. A. Schwartz, editors, *Market Making and the Changing Structure of the Securities Industry*, Rowman & Littlefield, Lanham.
- [17] Daniels, M. G., Farmer, J. D., Gillemot, L., Iori, G., and E. Smith. (2003), “Quantitative Model of Price Diffusion and Market Friction Based on Trading as a Mechanistic Random Process,” *Physical Review Letters*, **90**, 10, 108102.
- [18] Devenow, A. and Welch, I. (1996), “Rational herding in financial economics,” *European Economic Review*, **40**, 603.
- [19] Drăgulescu, A. and Yakovenko, V. M. (2000), “Statistical mechanics of money,” *The European Physical Journal B*, **17**, 723.
- [20] Drăgulescu, A. and Yakovenko, V. M. (2001), “Exponential and power-law probability distributions of wealth and income in the United Kingdom and the United States,” *Physica A*, **299**, 213.
- [21] 遠藤 操, 左 士イ, 岸本 一男 (2006) 「2重待ち行列による日中株価変動のモデル化とその検証」『日本応用数学会論文誌』 **16**, 3, 305 .
- [22] Engle, R. F. (1982), “Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of united-kingdom inflation,” *Econometrica*, **50**, 987.

- [23] Epps, T. W. and Epps, M. L. (1976), “The stochastic dependence of security price changes and transaction volumes: Implications for the mixture-of-distributions hypothesis,” *Econometrica*, **44**, 305.
- [24] Farmer, J. D. and Geanakoplos, J. (2008), “The virtues and vices of equilibrium and the future of financial economics,” *Complexity*, **14**, 3, 11, Wiley Periodicals, Inc., A Wiley Company.
- [25] Farmer, J. D. and Joshi, S. (2002), “The price dynamics of common trading strategies,” *Journal of Economic Behavior & Organization*, **49**, 149.
- [26] Farmer, J. D., Patelli, P. and Zovko, I. I. (2005), “The Predictive Power of Zero Intelligence in Financial Markets,” *Proceedings of the National Academy of Sciences*, **102**, 6, 2254.
- [27] Farmer, J. D., Patelli, P. and Zovko, I. I. (2005), “The Predictive Power of Zero Intelligence in Financial Markets,” Supplementary Information, *Proceedings of the National Academy of Sciences*.
- [28] Gabaix, X., Gopikrishnan, P. and Plerou, V. and Stanley, H. E. (2003), “A theory of power law distributions in financial market fluctuations,” *Nature*, **423**, 267.
- [29] Glosten, L. R. and Harris, L. E. (1988), “Estimating the components of the bid/ask spread,” *Journal of Financial Economics*, *21*, 123.
- [30] Gode, D. and Sunder, S. (1993), “Allocative efficiency of markets with zero intelligence traders: markets as a partial substitute for individual rationality,” *Journal of Political Economy*, **101**, 119.
- [31] Gu, G.-F. and Zhou, W.-X. (2009), “On the probability distribution of stock returns in the Mike-Farmer model,” *The European Physical Journal B*, **67**, 585.
- [32] Hasbrouck, J. (1988), “Trades, quotes, inventories, and information,” *Journal of Financial Economics*, **22**, 229.
- [33] Hausman, J. A. and Lo, A. W. (1992), “An ordered probit analysis of transaction stock prices,” *Journal of Financial Economics*, **31**, 319.
- [34] Jain, P. C. and Joh, G.-H. (1988), “The Dependence between Hourly Prices and Trading Volume,” *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **23**, 3, 269.

- [35] Kaizoji, T., Bornholdt, S. and Fujiwara, Y. (2002), “Dynamics of price and trading volume in a spin model of stock markets with heterogeneous agents,” *Physica A*, **316**, 441.
- [36] Kempf, A. and Korn, O. (1999), “Market depth and order size,” *Journal of Financial Markets*, **2**, 29.
- [37] Kendall, K. (2007), *Electronic and Algorithmic Trading Technology: The Complete Guide (Complete Technology Guides for Financial Services)*, Academic Press.
- [38] 木村 博道, 秋山 英三 (2007) 『流動性指標に見るトレーダの行動』『情報処理学会論文誌：数理モデル化と応用』, **48**, SIG 19(TOM 19) .
- [39] 木村博道, 秋山英三, 『市場流動性を説明できるローインテリジェンスモデル』, *Transactions of the Operations Research Society of Japan* , **52** (採録決定) .
- [40] Kyle, A. S. (1985), “Continuous Auctions and Insider Trading,” *Econometrica*, **53**, 6.
- [41] Levy, M. and Solomon, S. (1997), “New evidence for the power-law distribution of wealth,” *Physica A*, **242**, 90.
- [42] Lillo, F., Farmer, J. D. and Mantegna, R. N. (2003), “Master curve for price-impact Function,” *Nature*, **421**, 129.
- [43] Lux, T and Marches, M. (1999), “Scaling and criticality in a stochastic multi-agent model of a financial market,” *Nature*, **397**, 498.
- [44] Mantegna, R. N. and Stanley, H. E. (1999), *Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance*, Cambridge, MA: Cambridge University Press.
- [45] Maslov, S. (2000), “Simple model of a limit order-driven market,” *Physica A*, **278**, 571.
- [46] Maslov, S., Mills, M. (2001), “Price fluctuations from the order book perspective—empirical facts and a simple model,” *Physica A*, **299**, 234.
- [47] Mendelson, H. (1982), “Market behavior in a clearing house,” *Econometrica*, **50**, 6, 1505.

- [48] Mike, S. and Farmer, J. D. (2008), “An empirical behavioral model of liquidity and volatility,” *Journal of Economic Dynamics and Control*, **32**, 200.
- [49] 村永 淳 (2000), “本邦株式市場の流動性に関する動学的考察—東京証券取引所のティック・データ分析—,” *IMES Discussion Paper*, No.2000-J-18.
- [50] 日経金融新聞 (2006) , 「アルゴリズム取引上陸 (上) 効率売買で顧客争奪 クレディ・スイス, ゴールドマン」日経金融新聞, 2006/2/15 .
- [51] 大村 敬一, 川北 英隆, 宇野 淳, 俊野 雅司 (1998) 『株式市場のマイクロストラクチャー 株価形成メカニズムの経済分析』日本経済新聞社 .
- [52] 大村 敬一, 宇野 淳 (1998) , 「株価と売買高」『早稲田商学』第 376 号 .
- [53] Plerou, V., Gopikrishnan, P., Gabaix, X., and Stanley, H. E. (2002), “Quantifying stock price response to demand fluctuations,” *PHYSICAL REVIEW E*, **66**, 027104
- [54] Potters, M., Bouchaud, J.-P. (2003), “More statistical properties of order books and price impact,” *Physica A*, **324**, 133.
- [55] Roll, R. (1984), “A simple implicit measure of the effective bid-ask spread in an efficient market,” *Journal of Finance*, **39**, 112739.
- [56] Scharfstein, D. S. and Stein, J. C. (1990), “Herd Behavior and Investment,” *The American Economic Review*, **80**, 465.
- [57] Slanina, F. (2001), “Mean-field approximation for a limit order driven market model,” *Physical Review E*, **64**, 056136.
- [58] Slanina, F. (2004), “Inelastically scattering particles and wealth distribution in an open economy,” *Physical Review E*, **69**, 046102.
- [59] Slanina, F. (2008), “Critical comparison of several order-book models for stock-market fluctuations,” *European Physical Journal B*, **61**, pp. 225–240.
- [60] Smith, E., Farmer, J. D., Gillemot, L. and Krishnamurthy, S. (2003), “Statistical Theory of the Continuous Double Auction,” *Quantitative Finance*, **3**, 481.
- [61] Sornette, D. (1998), “Multiplicative processes and power laws,” *Physical Review E*, **57**, 4811.

- [62] Sornette, D. (2004), *Why Stock Markets Crash: Critical Events in Complex Financial Systems*, Princeton University Press.
- [63] Stoll, H. R. (1978), "The supply of dealer services in securities markets," *Journal of Finance*, *33*, 1133.
- [64] Tang, L.-H. and Tian, G.-S. (1999), "Reaction-diffusion-branching models of stock price fluctuations," *Physica A*, **264**, 543.
- [65] Tauchen, G. E. and Pitts, M. (1983), "The price variability-volume relationship on speculative markets," *Econometrica*, **51**, 485.
- [66] Torre, N. (1997), *Barra Market Impact Model Handbook*, Barra Inc.
- [67] Weber, P. and Rosenow, B. (2005), "Order book approach to price impact," *Quantitative Finance*, **5**, 357.
- [68] Welch, I. (1992), "Sequential Sales, Learning, and Cascades," *The Journal of Finance*, **47**, 695.
- [69] Welch, I. (2000), "Herding among security analysts," *Journal of Financial Economics*, **58**, 369.

付録 A 注文駆動方式による価格決定

東証で用いられている価格決定方式である注文駆動方式（ザラバ方式，オーダー・ドリブン方式，連続ダブル・オークション方式とも）について簡単に述べておく．注文駆動方式には大きく分けて二種類の注文方法がある．売買価格を提示するタイプの注文（指値注文）と現在出ている指値注文の中で最良の価格で売買するという注文（成行注文）である．指値注文は注文執行（これを約定という）前であればキャンセルすることも可能である．価格別の指値注文株数の情報を板情報，指値注文の指している価格を気配値もしくは呼値，売り（買い）注文のうち，最安値（最高値）をアスク（ビッド），アスクとビッドの差をビッド・アスク・スプレッドという．そして注文は以下の原則に従って処理される．

1. 成行優先原則，すなわち成行注文は指値注文よりも優先的に取引される．
2. 価格優先原則，すなわち売り（買い）指値注文の中ではより安い（高い）注文が優先的に取引される．
3. 時間優先原則，すなわち同価格の指値注文の中ではより注文時刻の早い注文が優先的に取引される．

このような価格決定方式を注文駆動方式という（図 A.1 を参照）．

本研究で扱う実データは指値注文が存在する 5 番目の気配まで存在する．これを 5 本気配値という．そして，通常，セカンド・アスク（セカンド・ビッド）とは注文が存在する呼値だけを見たときの，2 番目の呼値を指すが，本研究では呼値に注文があるかないかに関わらず，常に $\text{ask} + 1$ ($\text{bid} - 1$) の価格のことをさすことにする．

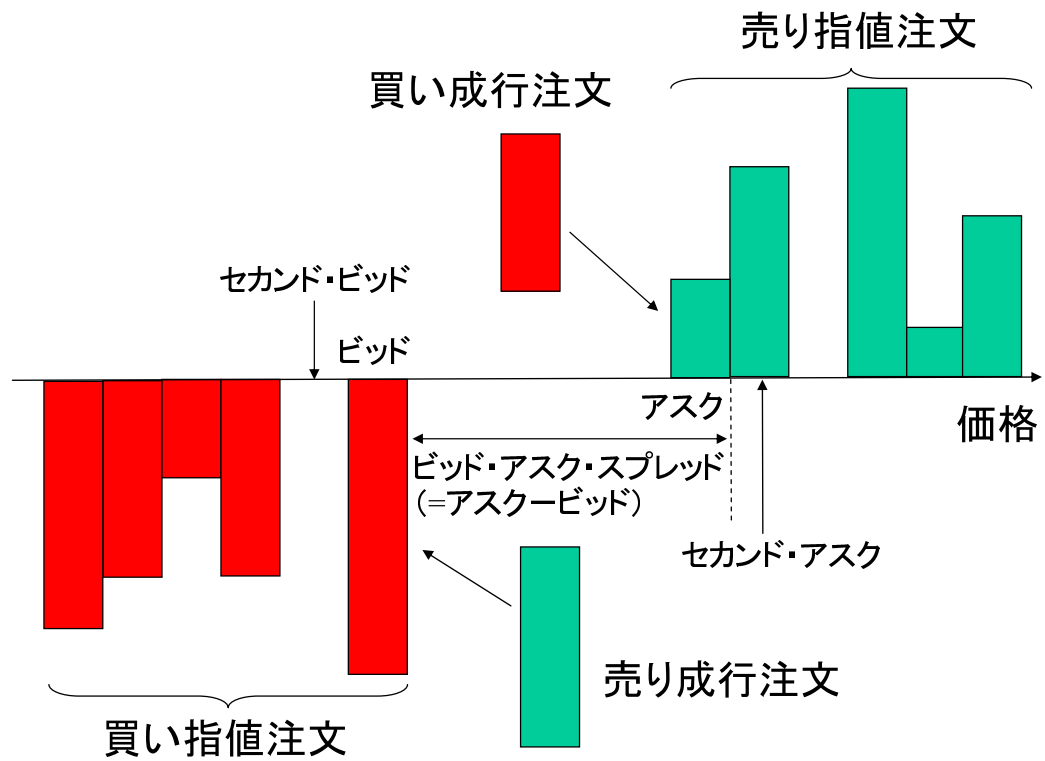


図 A.1: 板情報の例．横軸が価格，縦軸がその価格で注文された指値注文の量である．

付録B データ処理の方法

B.1 データ・ブロック

本研究の対象期間は2003年10月30日から2006年2月28日である。東証の場合、一日の最初の取引、昼休み直前直後、一日の最後の取引は注文駆動方式ではなく売買注文株数が一致する価格によって取引される（板寄せ）のでこれは除く。

市場には急激な価格変動に対処するために様々な制度が設けられている。例えば、大口の買い成行注文が到着する際、そのまま売買が成立してしまうと価格が大きく動いてしまうとする。このような場合、取引所はその呼値の周知を図り、新規の売り注文が入ってくるのを待つ。このときの気配を特別気配という。また、一日の値動きの幅には制限がある。この制限幅まで買われたときをストップ高、売られた時をストップ安という。ゼロ・インテリジェンス・モデル及びロー・インテリジェンス・モデルではそうした制度は考慮されていないため、このような状況はできるだけ排除し、データの精度をなるべくそろえる必要がある。そこでこうした制度が発動するたびにデータを区切り、普通の気配（一般気配）のときだけを対象にパラメータを計算する。つまり、時間的に連続していて、かつ一般気配のみからなるデータを作る。この区切られたデータをデータ・ブロックと呼ぶことにする。表B.1はデータ・ブロックの大きさの平均値や数、データ総数を銘柄ごとに求め、その最小、最大、平均値を示したものである。

表 B.1: データ・ブロックに関する統計量。銘柄ごとに「データ・ブロックの大きさの平均値」等を求め、対象銘柄の中で最小の値と最大の値、平均値を求めた。

	最小	最大	平均
データ・ブロックの大きさの平均値	9.8	1000	270
データ・ブロックの数	6	2708	2200
気配データ総数	1173	2.54×10^6	0.598×10^6
約定データ総数	336	1.26×10^6	0.188×10^6
全データ総数	1509	3.80×10^6	0.786×10^6

表 B.2: 約定データの構造．データにはこの表に相当する数字が収められているが，分かりやすさを優先したため表の細部は異なる．

日付	時刻	約定データか 気配データか	約定価格	約定株数	売り注文か 買い注文か
20031030	0903	0	398	10	0

B.2 板情報の処理

データ・ブロックは二種類のデータから成る．一つは注文成立時に記録されるデータで，約定価格，約定株数などが記されている．これを約定データという（表 B.2）．もう一つは，5本気配内で，指値注文数が行われたりキャンセルされたりするたびに記録されるデータで，気配データと呼ばれる（表 B.3）．本研究で用いる気配データは，アスクまたはビッドから5番目の気配までしか記録されていない．これを5本気配値という．

表 B.3: 気配データの構造．5本気配値データを利用しているので，一つの気配データにつき，売り気配データと買い気配データを合わせて，最大10行からなる．データにはこの表に相当する数字が収められているが，分かりやすさを優先したため表の細部は異なる．

日付	時刻	約定データか 気配データか	気配	気配にかかる 株数	売り側か 買い側か
20031030	0900	1	399	42	0
20031030	0900	1	400	62	0
20031030	0900	1	401	25	0
20031030	0900	1	402	82	0
20031030	0900	1	403	59	0
20031030	0900	1	398	81	1
20031030	0900	1	397	502	1
20031030	0900	1	396	201	1
20031030	0900	1	395	12	1
20031030	0900	1	394	10	1

東証における株取引は原則，9:00 から 11:00（前場）の間と 12:30 から 15:00（後場）の間に行われる．前後場をまとめて「場」と呼ぶことにする．場は取引が連続的に行

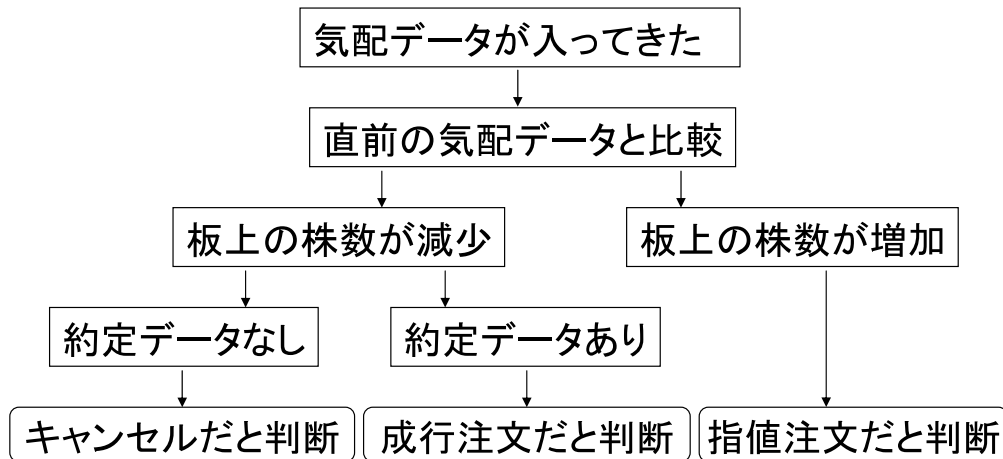


図 B.1: 気配データと約定データからどのような注文が入ったのかを判定するためのフローチャート。図中、「約定データあり/なし」は、現気配データと直前の気配データの間約定データがあるかないかを意味する。

われる最大単位となっており、データ・ブロックの最大単位にもなる。

場中では時に、一般気配以外の気配が出現することがある。付録 B.1 で述べた特別気配、ストップ高安などである。また指値注文が少なすぎてアスク、ビッドが存在しないこともある。ゼロ・インテリジェンス・モデルではこのような制度・状況は考慮していないため、本研究では取り除くことにした。取り除くたびにデータの連続性は失われることになる。こうして残ったデータがデータ・ブロックである。

データ・ブロックは必ず気配データから始まるようにする。それは次のような理由による。気配データは、指値注文、成行注文、キャンセルによって変化する。図 B.1 はこれらをどのように区別するかを示したものである。指値注文とキャンセルは気配データの差分により判別されるため、データ・ブロックは必ず気配データから始まるようにする。例えば特別気配の直後に約定データが入っていたらそれは取り扱わずに捨てることにする。

付録C 推定の対象銘柄一覧

以下は本研究で対象とした銘柄の一覧である（銘柄コード順）。

極洋，ニチロ，マル八，中外鉱業，住友石炭鉱業，三井松島産業，帝国石油，石油資源開発，フジタ，大林組，清水建設，長谷工コーポレーション，鹿島，大末建設，勝村建設，西松建設，環境建設，大木建設，井上工業，若築建設，佐伯建設工業，東洋建設，五洋建設，日本基礎技術，大成ユーレック，ライト工業，新日本空調，日本工営，日本製粉，昭和産業，日本農産工業，協同飼料，日本配合飼料，台糖，東洋精糖，日本甜菜製糖，新三井製糖，森永製菓，明治製菓，不二家，明治乳業，雪印乳業，森永乳業，プリマハム，林兼産業，丸大食品，総合警備保障，博報堂D Yホールディングス，サッポロホールディングス，アサヒビール，キリンビール，オエノンホールディングス，メルシャン，伊藤園，キーコーヒー，ローソン，ニイウス，ニチメン・日商岩井ホールディングス，三越，キッコーマン，味の素，キューピー，カゴメ，ニチレイ，山下医科器械，ラサ商事，東洋紡，ユニチカ，富士紡績，シキボウ，日東紡，BSL，大東紡織，トーア紡コーポレーション，三井鉱山，クスリのアオキ，帝人，東レ，東邦テナックス，三菱レイヨン，旭化成，サカイオーベックス，SUMCO，芦森工業，アツギ，マクロミル，王子製紙，北越製紙，中越パルプ工業，日本ユニパックホールディング，レンゴー，トーモク，住友化学工業，三菱化学，日産化学工業，ラサ工業，呉羽化学工業，日本曹達，東ソー，東亜合成，電気化学工業，信越化学工業，日本カーバイド工業，保土谷化学工業，川崎化成工業，鐘淵化学工業，協和発酵，三菱瓦斯化学，三井化学，日本合成化学工業，日本ゼオン，宇部興産，三菱樹脂，プラス・テク，野村総合研究所，電通，日本油脂，ミヨシ油脂，第一工業製薬，武田薬品工業，科研製薬，大日本塗料，日本ペイント，関西ペイント，中国塗料，大日本インキ化学工業，東洋インキ製造，サニックス，オリエンタルランド，フジテレビジョン，マイスターエンジニアリング，日本オラル，電通国際情報サービス，コニカミノルタホールディングス，ライオン，ドクターシーラボ，コニシ，新日本石油，昭和シェル石油，コスモ石油，富士興産，東燃ゼネラル石油，ペトロルブ・インターナショナル，新日鉱ホールディングス，横浜ゴム，東洋ゴム工業，アキレス，平成ポリマー，日本板硝子，東芝セラミックス，住友大阪セメント，太平洋セメント，東海カーボン，日本カーボン，東陶機器，日本ガイシ，ニチアス，住友金属工業，神戸製

鋼所，日新製鋼，日鉄鋼板，日本金属工業，日本冶金工業，日立金属，日本金属，大平洋金属，日本鑄造，日本製鋼所，三菱製鋼，神鋼鋼線工業，日本軽金属，三井金属鉱業，三菱マテリアル，住友金属鉱山，同和鉱業，古河機械金属，エス・サイエンス，住友軽金属工業，古河スカイ，三菱伸銅，古河電気工業，三菱電線工業，昭和電線電纜，東京理化工業所，日本橋梁，三和シャッター工業，三協アルミニウム工業，東洋シャッター，東京製綱，ニッパツ，アマダ，岡本工作機械製作所，牧野フライス製作所，東芝タンガロイ，ディスコ，OKK，石川製作所，大隈豊和機械，津田駒工業，ペガサスミシン製造，SMC，住友重機械工業，井関農機，北川鉄工所，クボタ，東京機械製作所，荏原，トーヨーカネツ，椿本チエイン，日本コンベヤ，油研工業，平和，SANKYO，JUKI，蛇の目ミシン工業，シルバー精工，日本ピストンリング，日本精工，NTN，不二越，ミネベア，日本トムソン，日立製作所，東芝，富士電機ホールディングス，安川電機，神鋼電機，明電舎，マブチモーター，高岳製作所，沖電気工業，岩崎通信機，大興電機製作所，NECエレクトロニクス，ワコム，日本無線，アンリツ，ソニー，TDK，三洋電機，ケンウッド，ミツミ電機，池上通信機，東和メックス，コロムビアミュージックエンタテイメント，日本ビクター，山水電気，クラリオン，ヒロセ電機，アルパイン，日本電池，YUASA，図研，ファナック，京セラ，日東電工，松下電工，森電機，ニチコン，KOA，三井造船，日立造船，佐世保重工業，三菱重工業，川崎重工業，石川島播磨重工業，日本車両製造，日産自動車，いすゞ自動車，トヨタ自動車，日野自動車，日産ディーゼル工業，三菱自動車工業，関東自動車工業，トピー工業，トキコ，東洋ラジエーター，カヤバ工業，プレス工業，カルソニックカンセイ，マツダ，ダイハツ工業，本田技研工業，小糸製作所，丸石自転車，ポスフル，ドン・キホーテ，幸楽苑，サイゼリヤ，魚力，ハイデイ日高，京都きもの友禅，島津製作所，大日本スクリーン製造，HOYA，ペンタックス，日本電産コパル，リズム時計工業，フジシール，凸版印刷，河合楽器製作所，ピジョン，セガ，タカラ，コクヨ，ナカバヤシ，ダイワ精工，日本バルカー工業，伊藤忠商事，丸紅，トーマン，ナイガイ，市田，レナウン，東京エレクトロン，日本マタイ，ユアサ商事，阪和興業，ニプロ，岩谷産業，昭光通商，GSI，クレオス，川鉄商事，ユニ・チャーム，ダーバン，ベスト電器，リンガーハット，三田自動車，しまむら，東急百貨店，丸善，十字屋，井筒屋，西友，新生銀行，UFJホールディングス，三井トラスト・ホールディングス，千葉銀行，横浜銀行，常陽銀行，群馬銀行，荘内銀行，あしぎんフィナンシャルグループ，静岡銀行，紀陽銀行，東京スター銀行，住友信託銀行，みずほ信託銀行，みずほフィナンシャルグループ，信金中央金庫，武富士，ニッシン，アコム，オリエントコーポレーション，ジャフコ，大和証券グループ本社，新光証券，みずほインベスターズ証券，コスモ証券，三菱証券，東海東京証券，SMB Cフレンド証券，三井住友海上火災保険，日本興亜損害保険，損害保険ジャパン，あ

いおい損害保険，富士火災海上保険，ミレアホールディングス，太陽生命保険，大同生命保険，東急不動産，藤和不動産，太平洋興発，ダイア建設，リサ・パートナーズ，東武鉄道，小田急電鉄，京王電鉄，東日本旅客鉄道，西日本旅客鉄道，西日本鉄道，近畿日本鉄道，日本通運，山九，日本郵船，商船三井，川崎汽船，新和海運，第一中央汽船，日本航空システム，ヤマタネ，東洋埠頭，上組，日本テレビ放送網，日本電信電話，KDDI，ボーダフォンホールディングス，エヌ・ティ・ティ・ドコモ，学習研究社，東京ガス，大阪ガス，東邦瓦斯，西部ガス，タイトー，東京都競馬，常磐興産，カプコン，ジェネラスコーポレーション，東海観光，東急観光，セコム，丸紅建材リース，日鉄商事，ニトリ，愛眼，吉野家ディー・アンド・シー．

付録D 時間の測り方について

本研究で用いた時間は約定するたびに +1 することにより測る。これを約定タイムと呼ぶことにする。このような測り方をした理由について述べる。

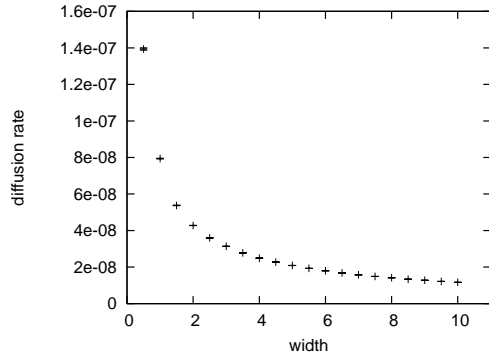
まず、指値注文到着率などのパラメータを推定するにあたって、実時間（物理時間）を用いることはあまり好ましくない。なぜなら、前場、後場の寄付、引けの時間帯（つまり、取引が開始したり終了する時間帯）は取引が活発であり [34, 51]、Smithらのモデルやロー・インテリジェンス・モデルで想定していない約定株数の周期的変動が見られるからである。

次に、Farmerら [26] が用いたイベント・タイム（指値注文、成行注文、キャンセルが起きるたびに +1 することにより時間を測る。ここで指値注文は全ての指値注文を指す。）はどうであろうか。実はこの測定方法はシミュレーションを行ううえで困難がある。Smithらのモデルでは、投資家はいくらでも高い（安い）売り（買い）指値注文を行うことができる。一方、3.2.2 節で指摘したように、シミュレーションを行うには指値注文到着領域は有限とせざるを得ない。図 D.1 (a)(b) は、イベント・タイムの下で、指値注文到着領域 w を変化させたときに拡散係数がどのくらい変化するかを示したものである。 w が増加するとモンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルは Smithらのモデルに近づくはずであり、拡散係数は Smithらの予言するある値に収束すると期待できる。ところが、実際にシミュレーションにより w と拡散係数の関係を出力すると w が増加しても拡散係数の値はなかなか収束しない（実は決して収束しない）。 w が増加するとそれに応じて存在する指値注文株数も増加するため、イベント・タイムの下で w が非常に大きくなるとほとんどの時間が指値注文の到着とそのキャンセルのために使われてしまう。したがって、価格が動きにくくなってしまい拡散係数は小さくなってしまう。つまり、拡散係数が w に依存してしまう。これは Smithらのモデルには無かった現象である。したがって、モンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデルでイベント・タイムを用いることは適切ではない。

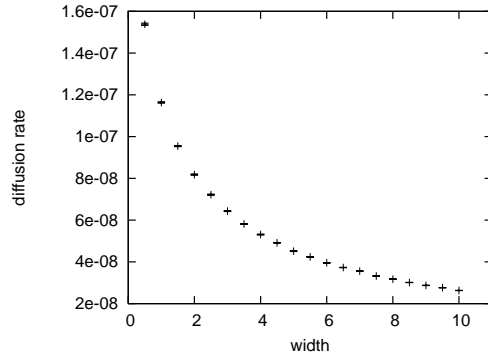
約定タイムを用いればそのようなことは起こらずにすむ。図 D.1 (c)(d) は、約定タイムの下で、指値注文到着領域 w を変化させたときに拡散係数がどのくらい変化するかを示したものである。図を見れば分かるように w にはほとんど依存しない。

ロー・インテリジェンス・モデルについても、同様に約定タイムにより時間を測る。

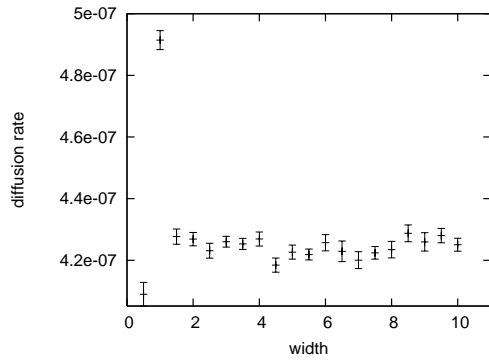
(a)



(b)



(c)



(d)

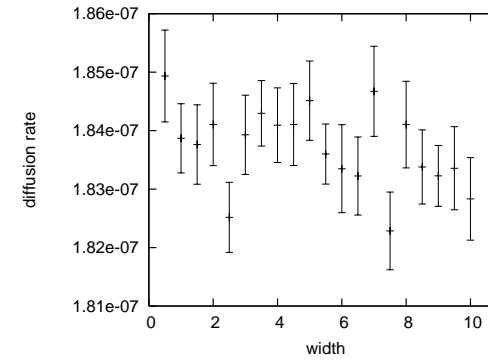


図 D.1: 拡散係数と指値注文到着領域 w の関係 (a)(b) はイベント・タイム (c)(d) は約定タイムを用いてモンテカルロ・ゼロ・インテリジェンス・モデル (3.2.2 節を参照.) のシミュレーションを行った。横軸は w であり, その大きさは 2.2.3 節で定義したスコープを単位に測った。縦軸は拡散係数である。比較のため, 他の設定は 3.2.2 節で述べた設定と同様とした。各 w につき 20 回ずつシミュレーションを行い, 拡散係数の平均値とその標準偏差を計算した (a)(b) では数値の変動が大きいため標準偏差の誤差棒 (標準偏差の 1 倍) がほとんど見えなくなってしまっている。なお, (a)(c) はキッコーマン (b)(d) はエヌ・ティ・ティ・ドコモのデータから得られたパラメータを用いた。

付 録 E 論文リスト

本論文の主内容は，2．の論文として採録決定しており，さらに，1．の論文が公表済みである．

1. 木村博道，秋山英三，「流動性指標に見るトレーダの行動」，情報処理学会論文誌：数理モデル化と応用，48, SIG 19(TOM 19)
2. 木村博道，秋山英三，「市場流動性を説明できるローインテリジェンスモデル」，TORSJ：Transactions of the Operations Research Society of Japan，Vol. 52（採録決定）