

氏名(本籍)	酒井洋介(茨城県)		
学位の種類	博士(理学)		
学位記番号	博甲第4554号		
学位授与年月日	平成20年3月25日		
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当		
審査研究科	数理物質科学研究科		
学位論文題目	Tiled orders over a discrete valuation ring and Frobenius full matrix algebras with structure systems (離散付値環上のタイル整環と構造系を持つ Frobenius 全行列多元環)		
主査	筑波大学教授	理学博士	竹内光弘
副査	筑波大学教授	理学博士	木村達雄
副査	筑波大学教授	理学博士	坪井明人
副査	筑波大学准教授	理学博士	藤田尚昌

論文の内容の要旨

本学位論文では2つの課題について研究している。前半では、加群の初等的完全列とそのタイル整環への応用を研究し、後半では、タイル整環の剰余多元環を原型とする構造系を持つ全行列多元環のうち、特に Frobenius 全行列多元環について研究している。以下、 D は離散付値環、 πD は D の極大イデアルとする。

前半の研究：一般の環上で、与えられた加群の2つの部分加群を使って、初等的に短完全列が作れる。この短完全列は簡単なものであるが、様々なところで有効に使われていて重要である。本論文では、この短完全列を3つ以上の部分加群の場合に一般化することを試み、一般化できるための必要十分条件を求めて、一般化できない場合があることを具体例を挙げて指摘し、その上で、具体的に応用の期待できる十分条件を見つけている。そして実際に、大局次元が剰余体 $D/\pi D$ の標数に依存するタイル D -整環の代表的な例で、この初等的な完全列を応用して、Jacobson 根基の極小射影分解を具体的に記述している。

後半の研究：離散付値環上のタイル整環 Λ のホモロジー代数的性質はその剰余多元環 $\Lambda/\pi\Lambda$ に凝縮されている。そのような多元環を研究する枠組みとして、Fujitaによる構造系を持つ全行列多元環の研究が始まった。Roggenkamp-Kirichenko等により研究の進められていた Gorenstein タイル整環 Λ に対して、その剰余多元環 $\Lambda/\pi\Lambda$ は $(0, 1)$ -構造系を持つ Frobenius 全行列多元環になる。本論文では、この逆問題「任意の $(0, 1)$ -構造系を持つ Frobenius 全行列多元環は、ある Gorenstein タイル整環の剰余多元環として得られるか？」を研究し解決している。即ち、タイル整環のサイズ n が $2 \leq n \leq 7$ の場合には、任意の $(0, 1)$ -構造系を持つ Frobenius 全行列多元環に対して、対応する Gorenstein タイル整環を見つけこの逆問題は正しいことを確かめ、 $n \geq 8$ の場合には常に、対応する Gorenstein タイル整環を持たないような $(0, 1)$ -構造系を持つ Frobenius 全行列多元環が存在することを示している。次に、 $(0, 1)$ -構造系に限定せずに、一般の構造系を持つ全行列多元環の研究を行っている。ここでは、全行列多元環のサイズ n が4以上の場合、基礎体の元をパラメーターとする、非同型な Frobenius 全行列多元環の系列を構成している。 n が3以下の場合には、そのような系列は無く、任意の全行列多元環はその $(0, 1)$ -極限と同型になることを示し、実際に同型類をすべて求めている。

審査の結果の要旨

酒井氏は離散付値環上のタイル整環およびその剰余多元環を原型とする構造系を持つ全行列多元環という、非可換環論において重要な具体性のある対象を研究している。

最近 Fujita-Oshima により剰余体の標数に依存して大局次元の有限無限が変化するタイル整環の例が見つかった。しかし、その計算法は σ -poset の表現圏を介しているため、実際の極小射影分解を直接記述したわけではなかった。酒井氏は与えられた加群の3つ以上の部分加群から初等的に作られる完全列を丁寧に研究し、その応用としてこのタイル整環の極小射影分解の記述に成功している。このように基本的な完全列がこれまで知られていなかった事は意外であり、酒井氏の独創性は評価できる。この結果は、Colloquium Mathematicum に掲載予定であるが、レフェリー報告でも高く評価されている。

後半の研究：「論文の要旨」の欄で述べた $(0, 1)$ -構造系を持つ Frobenius 全行列多元環に関する逆問題、および基礎体の元をパラメーターとする非同型な Frobenius 全行列多元環の構成は、当該研究において基本問題であった。前者の逆問題においては、極小な Frobenius 構造系を導入してこの問題を解決できた点が興味深い。後者の研究においては、 $(0, 1)$ -極限の導入および Frobenius 全行列多元環の無限系列の構成が興味深い。これらは当該研究の今後の進展において重要な役割を果たすものと考えられる。

よって、著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。