

VII – 1 . 非平衡統計物理

教授	有光 敏彦
助教	吉田 恭
博士後期課程大学院生	小松崎 慎人, 武智 公平, 大日向 正志
博士前期課程大学院生	阿部 朝彦
学群生 (卒業研究)	丸山 隆一
研究留学生	図力古爾, 程 コウ

【1】 散逸場の量子論, 量子情報物理 (有光) 著書 [1]

Non-Equilibrium Thermo Field Dynamics (NETFD) の体系 (1984) では非平衡量子散逸系が正準演算子形式 (量子力学や場の量子論と同じ形式) で扱え, 散逸過程にある物理量を真空期待値として求められる。この体系は, 量子系確率微分方程式 (量子確率 Liouville 方程式, 量子 Langevin 方程式) も取り入れる形で, 一貫した正準演算子形式の体系として拡張定式化された (1990)。

NETFD の体系を駆使して, 量子情報物理に関わる問題 (主に, 量子コヒーレンスと散逸の関わるダイナミカルな問題) への応用を進めている。量子通信や量子計算を実現するためには量子もつれ状態 (量子エンタングル状態) を駆使するが, それが散逸の影響で時間と共に如何に壊されるかを考慮に入れて, これまで量子力学のレベルで開発された手法や概念を検討し直す必要がある。

(1) スクイーズド真空の生成過程における散逸の効果 (吉田, 有光) 論文 [1]

量子光学におけるスクイーズド真空は, 連続量量子テレポーテーションなどで用いられ, 量子情報における応用的価値が高い。スクイーズド真空は実験室では縮退パラメトリック過程などを用いて生成されるが, その過程における散逸の影響を評価することは応用上も重要である。

本研究では, 縮退パラメトリック過程によるスクイーズド真空の生成における散逸の影響を, NETFD の枠組で調べた。散逸時間発展のみを考慮した真空 $|W(t)\rangle$ を参照真空として, 散逸を伴ったスクイーズド真空の演算子形式による表現とその消滅演算子を求めた。その結果, スクイージングにより真空の位相対称性を破られる過程が, $|W(t)\rangle$ への粒子ペアの凝縮で表現されることが分かった。また, 得られた真空の表現を用いて正準演算子 p, q のそれぞれの分散 $\Delta p(t), \Delta q(t)$ およびそれらの積である不確定性関係の時間発展を調べた。散逸が無い場合不確定性関係は一定に保たれるのに対して, 散逸がわずかでもある場合は不確定性関係が時間と共に発散することが示された。

(2) 空間相関を考慮した環境下での量子誤り訂正 (有光) 論文 [2]

空間的相関を有するノイズの影響下にある量子ビット列の時間発展を NETFD の理論体系で解析, 既存の (独立ノイズ仮説に基づいた) 量子誤り訂正符号が, 空間的相関を有するノイズにより量子ビット列に生じる誤りをも訂正できることを示した。量子ブラウン運動の理論及びそれに基づく量子 Liouville 方程式を利用して, 空間的相関を有するノイズ影響下にある量子ビット列の時間発展を記述する完全正值写像を求めた。NETFD の体系での写像演算子の具体的表式を利用して, 空間的相関を有するノイズにより量子ビット列に生じる誤りが, スタビライザー符号による通常の (すなわち, 無相関ノイズに対するのと全く同じ) 誤り訂正手続によって訂正されることを証明したものである。

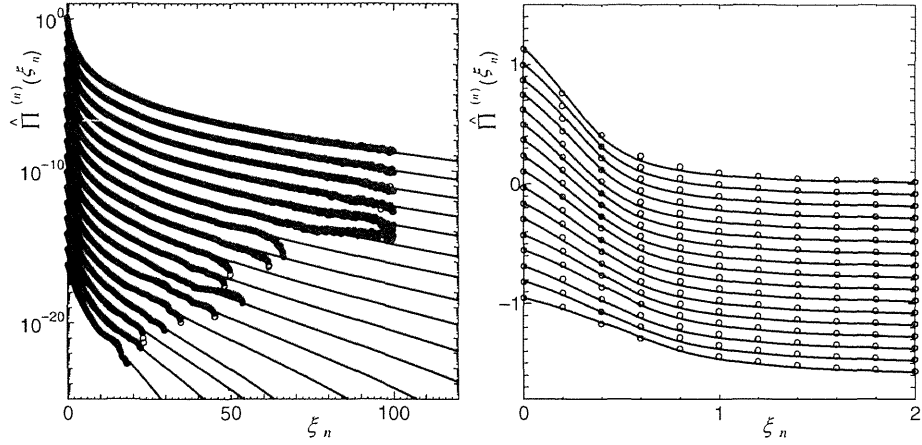


図 1: The PDFs of energy transfer rates for $\delta = 2^{1/4}$ on (a) log and (b) linear scale in the vertical axes. For better visibility, each PDF is shifted by -1 unit along the vertical axis in (a) and by -0.1 unit along the vertical axis in (b). Open circles are the PDFs by DNS from the smallest value (top) to the largest value (bottom) in $2r/\eta$. Solid lines represent the curves given by the present theory with $\mu = 0.320$ ($(1 - q) \ln \delta = 0.323$, $\alpha_0 = 1.19$, $X = 0.382$). Note that $q = -0.862$.

(3) 連続量量子テレポーテーション (院生: 大日向, 有光, 吉田)

量子テレポーテーションでは, Alice と Bob はそれぞれスクイーズド真空を生成し, これらをハーフ・ビーム・スプリッター (HBS) を通過させることによりエンタングル状態を生成して利用する。Victor が準備した入力状態 (量子情報) の伝送に当たって, Alice がホモダイン測定 (Bell 測定) を実施し, 得られて測定値を古典通信手段で Bob に知らせる。それに基づいて, Bob は適切なユニタリー変換を施し, Victor からの量子情報を出力状態として手に入れる。Victor の入力状態と Bob が得た出力状態の正確さは, フィデリティーにより評価される。

連続量量子情報の伝送では, エンタングル状態がスクイーズド状態を利用して作られているが, 実験室で生成されるスクイーズド真空では, そのスクイーズドの程度をあまり大きくできないため, Alice と Bob が共有するエンタングル状態は不完全である。Alice が実施するホモダイン測定の基底も, スクイーズド状態を利用して作られたものと仮定すると, スクイーズド状態が不完全であるため, 測定量演算子 (位置の差および運動量の和) の固有状態にはならない。従って, Alice の得る測定値に量子的不確定さが入り込む。これらの不完全性が出力状態に与える影響を, NETFD を駆使して調べた。その結果, Alice と Bob 間のエンタングル状態の不完全さの程度とホモダイン測定の不完全さの程度には, 興味深い関係のあることが分かった。それは, 「前者の不完全さと後者の不完全さが同程度のときに, フィデリティーが最も良い値を与える」というものである。引き続き, 上記の不完全さに加え外部環境の影響を受けた場合の出力状態の被る変化を調べている。

【2】 間欠性を呈する流動系の非平衡統計物理

(1) マルティフラクタル確率密度関数理論 (MPDFT) (有光) 論文 [3, 4], 講演 [3, 4, 5, 7]

MPDFT (Multifractal Probability Density Function Theory) は, 『間欠性の本質は, Navier-Stokes 方程式のスケール不変性に起因する速度場の特異性が実空間にマルティフラクタル分布しているこ

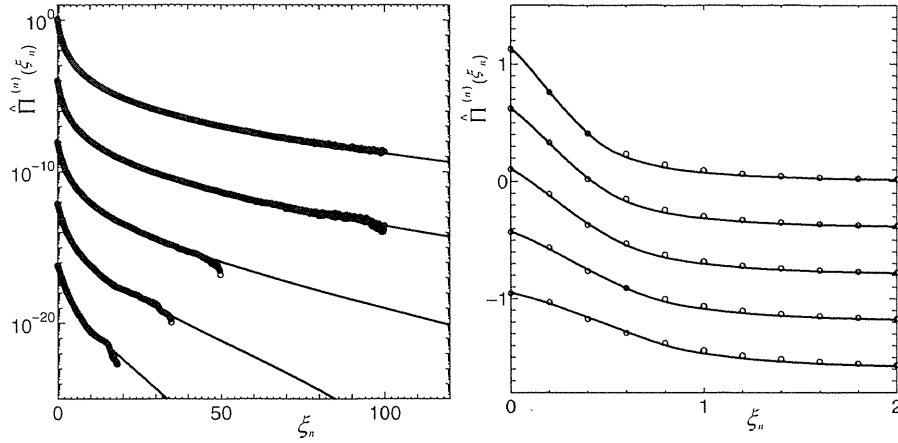


図 2: The PDFs of energy transfer rates for $\delta = 2$ on (a) log and (b) linear scale in the vertical axes. For better visibility, each PDF is shifted by -4 unit along the vertical axis in (a) and by -0.4 unit along the vertical axis in (b). Parameters are the same as Fig. 1. Note that $q = 0.534$.

との現れである』との仮説に基づいて、古典乱流および量子乱流などで得られる裾の広い各種確率密度関数 (PDF) の高精度解析を可能にした理論体系である。

乱流のアンサンブル理論の基礎となるカスケード・モデルにおいては、大きなスケールで注入されたエネルギーによってサイズ l_{in} の渦が生み出され、この渦は流れに沿って移動する過程でサイズ $l_{in} \delta^{-1}$ の渦に分裂し、次々に小さな渦 (サイズ $l_{in} \delta^{-n}$, $n = 1, 2, 3, \dots$) が生み出されると考える。ただし、 $\delta (> 1)$ はズーム率を表す。大小様々なスケールの渦の存在は、Navier-Stokes 方程式の持つスケール不変性により、速度場などの物理量に特異性をもたらす。MPDFT では、その特異性が、乱流における間欠現象を司るのである。

乱流の時系列データやある時刻における乱流のスナップショットより、特異性を示す物理量 (速度差, 圧力差, エネルギー散逸率, エネルギー輸送率など) の確率密度関数 (PDF) を抽出する。その際、抽出 2 点間距離 (時間的, 空間的) や粗視化領域の直径をズーム率 δ で変化させて一連の PDF を得て解析を行う。ところで、ズーム率を決めるのは観測者である。従って、ひとつの乱流系データからズーム率を変えて PDF を抽出した場合、その乱流系の物理量は同じ値を示すべきである。

従来は $\delta = 2$ の PDF シリーズしか提供されなかったが、最近では高 Reynolds 数での風洞実験データや大規模サイズの乱流の直接数値実験 (DNS) がなされ、ズーム率 δ の異なる PDF 列が得られるようになった。そこで、MPDFT の理論体系におけるズーム率 δ が物理量の値に顕に依らない形で理論体系が構成できるか否かを再検討したところ、エントロピー指数 q と間欠性を呈する物理量に付随した特異性指数 α を関連付けるスケーリング関係式は

$$\frac{1}{1-q} = \frac{\ln \delta}{\ln 2} \left(\frac{1}{\alpha_-} - \frac{1}{\alpha_+} \right) \quad (1)$$

の形に拡張すべきであることを明らかにした。ただし、 α_- と α_+ ($\alpha_- < \alpha_+$) は、注目している物理量のマルチフラクタル・スペクトル $f(\alpha)$ のゼロ点である。なお、ズーム率が $\delta = 2$ の場合には、(1) は従来採用していた Lyra-Tsallis 型スケーリング関係式に還元する。

現時点で世界一のサイズ 4096^3 大規模乱流 DNS データを有する名古屋大学の金田・石原グループからエネルギー散逸率 PDF とエネルギー輸送率 PDF の提供を受け、新しいスケーリング関係式が上記の物理的要請を満たしているかについて検証を行い、ポジティブな結果を得た。図 1 と図 2 に、それぞれ、 $\delta = 2^{1/4}$ と $\delta = 2$ の場合におけるエネルギー輸送率 PDF の解析結果を載せてある。こ

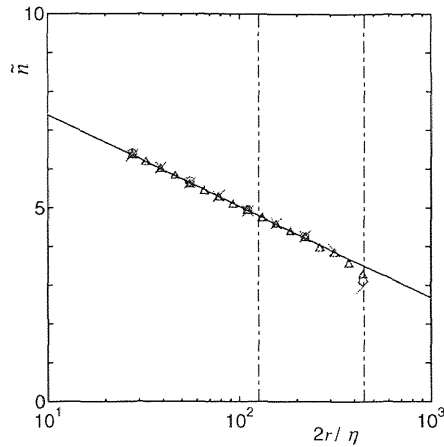


図 3: The relation between \tilde{n} and $2r/\eta$ extracted from the PDFs of energy transfer rates for $\delta = 2^{1/4}$ (open triangles), $\delta = 2^{1/2}$ (crosses) and $\delta = 2$ (open circles). The line is $\tilde{n} = -1.02 \ln(2r/\eta) + 9.75$. Note that the inertial range is the region between the vertical dash-dotted lines.

の乱流 DNS 系の間欠性指数が $\mu = 0.320$ であることが、何れの δ での解析からも得られ、新しいスケーリング関係式の検証に成功した。さらに、慣性領域より遥かに小さいスケールまで、特異性がスケーリング則を満たしていることを見出した。 \tilde{n} はエネルギー・カスケードモデルにおけるステップ数に対応し、それが δ に依存しないことが示された (図 3)。

(2) n^∞ 周期軌道のべき的不安定性と特異性スペクトルの解析 (院生: 小松崎, 有光) 講演 [3, 4, 5, 7]

新しいスケーリング関係式 (1) は、『十分発達した乱流は、 δ^∞ 不安定周期軌道に基づく δ スケール・カントール集合の集合体である』という新しい解釈が可能であることを示唆している。

δ^∞ 超安定周期軌道でさえ、これまでは、Feigenbaum 普遍則の解析という抽象的な視点以外では取り扱われることがほとんどなかった。そのような状況の中、 δ^∞ 不安定周期軌道の構造を解析するために、非常に長い周期 ($\sim 10^7$) の周期軌道を求める厳密計算方法の開発を進めている。まず、その方法とそれに基づいた数値計算手法を考案し、 δ^K 不安定周期軌道 ($K \gg 1$) を具体的に追跡する。これにより、「 δ^∞ 不安定周期軌道の階層構造解析」の抽出を進めている。これは、間欠性を示す物理系の時系列データから、その背後にある階層構造を決定するための道を開くものである。

(3) 極性流体としての粉粒体流の構成方程式 (院生: 武智, 吉田, 有光) 論文 [5]

砂や小麦粉といった多数の粒子からなる系を総称して粉粒体と呼ぶ。粉粒体を速度場の他に回転速度場の自由度を持つ極性流体と捉えたとき、その運動方程式を閉じるには、応力・偶応力と場の量との間の関係、すなわち構成方程式を決める必要がある。

本研究では、粉粒体に特化したシミュレーション手法である離散要素法を用いて、一様せん断率の速度場、一様トルク外場下における 2 次元粉粒体の振る舞いを調べた。散逸関数や構成方程式を測定し、その関数形を決定した。粉粒体の体積分率 ν が小さい場合 ($\nu = 0.1$)、シミュレーション結果は roughness 係数をフィットすれば Lun による運動論的理論と整合することが示された。また $\nu = 0.7$ の高密度で応力への衝突による寄与が運動論的寄与を凌駕するようになってもお、運動論的理論による構成方程式の見積もりが有効であることが示された。更に密度を上げてジャミング転移点に近い密度 $\nu = 0.8$ になると、シミュレーションと運動論的理論の結果に乖離が生じることが明らかになった。比較的密な粉粒体流においては、金谷理論が有効であることが期待されたが、(i) 散逸関数の動

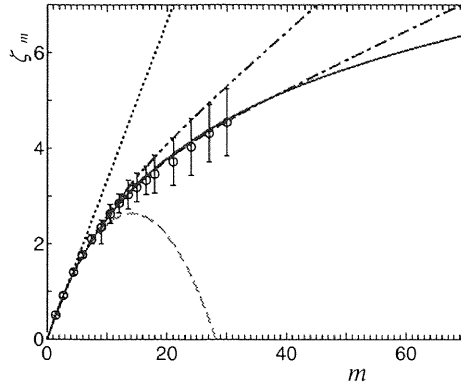


図 4: 記号 \circ が DNS の結果, 実線が A&A モデル (MPDFT), 一点鎖線が S-W モデルである。比較のため, K41(点線), K62(破線), She-Leveque (1984) モデル (二点鎖線) のスケーリング指数も描いてある。

摩擦係数依存性, (ii) 散逸関数から構成関係式への分解方法, の 2 点において, $\nu = 0.8$ の本シミュレーション結果と金谷理論は整合しないことが示された。従って, 粉体流でジャミング転移に近い体積分率の場合には, 運動論における互いに独立な短時間衝突過程とも, 金谷理論における接触点での 2 粒子の表面速度差が維持される長時間接触過程とも異なる粒子間相互作用の描像が必要であることが示唆された。

(4) 電磁流体乱流の統計解析 (吉田) 講演 [1, 2, 8]

太陽表面, 太陽風, 地球のコア, 核融合炉などのプラズマの流体近似モデルとなる電磁流体 (MHD) の乱流の統計的性質は, 水や空気などの通常の流体の乱流のそれと比較して, まだ明らかになっていない部分が多い。

これまでの我々の研究において, 乱流統計の近似理論の一つである Lagrange 繰り込み近似 (LRA) を一様等方性 MHD 乱流に適用し, 全 (運動 + 磁場) エネルギーのスペクトル $E(k)$ (k は波数) が $k^{-3/2}$, 残差 (運動 - 磁場) エネルギーのスペクトル $E^R(k)$ が k^{-2} に従うことを示し, その比例定数まで見積もった。また, 太陽風などの実際の MHD 乱流においては, ある特定の方向に一様磁場がある場合が多く, 乱流の統計も非等方的となる。先に得られた等方的エネルギースペクトルに一様磁場を摂動として加え, その場合のエネルギースペクトルテンソルの非等方成分について, 現象論的解析から, その非等方成分が等方成分と同じスケール則 ($k^{-3/2}$) を持つことが示唆され, それは直接数値シミュレーションにおいても検証された。この結果は, エネルギースペクトルの等方成分と非等方成分の比が波数によらず, 一様磁場の非等方性が高波数 (小スケール) まで深く浸透していることを意味する。これは, 小スケールで等方化し統計的普遍性を持つと考えられている通常の流体の乱流と異なる性質である。

(5) 一般化された log-Poisson モデルの検証 (有光) 講演 [6]

一般化された log-Poisson モデルに基づいて速度構造関数 ζ_m が, 各種の実験から得られた速度構造関数を精度良く再現することが報告されている。速度構造関数は $\langle (\delta u_n / \delta u_0)^m \rangle = (\ell_n / \ell_0)^{\zeta_m}$ で定義される。ただし, $\langle \dots \rangle$ は $P(\alpha)$ での平均であり, $\delta u_n = |u(\bullet + \ell_n) - u(\bullet)|$ は速度場成分 u の速度差を表す。

MPDFT の A&A モデルでは, マルティフラクタル・スペクトル

$$f(\alpha) = 1 + \{ \ln [1 - (\alpha - \alpha_0)^2 / (\Delta\alpha)^2] \} / (1 - q) \ln \delta \quad (2)$$

を出発点とする。 α_0 , $\Delta\alpha$, $(1-q)\ln\delta$ は, 1つのパラメータ μ (間欠指数) を与えると決まる。ただし, q はエントロピー指数, δ は拡大率である。一方, She-Waymire (S-W) モデル (1995) では, 質量指数

$$\tau(\bar{q}) = 1 - (1 + \gamma)\bar{q} + \gamma^2[1 - (1 - \mu/\gamma)^{\bar{q}}]/\mu \quad (3)$$

を出発点とする。 μ と γ の2つのパラメータに依存する。質量指数 $\tau(\bar{q})$ は, $f(\alpha)$ と Legendre 変換 $f(\alpha) = \alpha\bar{q} + \tau(\bar{q})$ で関連している。速度構造関数を通じて導入されるスケーリング指数 ζ_m は, $\zeta_m = 1 - \tau(m/3)$ で与えられる。各種モデルのスケーリング指数を図4に掲げた。 $m \lesssim 40$ での A&A モデルと S-W モデルの解析精度が高いことが分かる。MPDFT の物理的背景を探る比較考察を進めている。

(6) 量子流体乱流の渦糸モデルによるシミュレーション (院生: 武智, 吉田, 有光)

液体ヘリウムの超流動状態や Bose-Einstein 凝縮体の流動などの量子流体の運動は, 循環が量子化された渦糸が存在し, Navier-Stokes 方程式に従う古典流体とは異なる性質を有する。渦糸が量子化されていることを利用して, 乱流の本質に迫ろうという構想が Feynman により提案されたが, 最近になって, ようやく実験や数値計算が可能な状況になって来ている。今年度は, これまで進めてきた数値計算コードを, 間欠性を評価できる精度が得られるようにさらに改良・工夫した。

【3】 研究・教育成果の社会への還元・奉仕活動

(1) 雑誌編集委員 (有光) 社会還元等 [1, 2]

1. 日本応用物理学会欧文誌 (JJAP) の編集委員 (Ei) を務めた。
2. ウクライナ国科学アカデミー凝縮系物理学研究所出版の学術雑誌「Condensed Matter Physics」の編集委員を務めた。

(2) 翻訳 (有光) 社会還元等 [3]

パリティー誌の依頼により, 翻訳を行った。

(3) 研究集会代表者 (吉田) 社会還元等 [4]

研究集会の研究代表者を務めた。

<論文>

- [1] Kyo Yoshida, Tsuyoshi Hayashi, Sachiko Kitajima and Toshihico Arimitsu: “Dissipative squeezed vacuum in non-equilibrium thermo field dynamics”, *Physica A*, **389**(4), 705–722 (2010).
- [2] T. Arimitsu: “Non-Equilibrium Thermo Field Dynamics and Its Application to Error-Correction for Spatially Correlated Quantum Errors”, *Interdisciplinary Information Sciences* **15** (2009) 441–471.
- [3] T. Arimitsu and N. Arimitsu: “Analysis of PDFs for Energy Transfer Rates from 4096³ DNS — Verification of the Scaling Relation within MPDFT —”, *J. of Turbulence* (2010) submitted.
- [4] N. Arimitsu and T. Arimitsu: “Verification of the scaling relation within MPDFT by analyzing PDFs for energy dissipation rates of 4096³ DNS”, *Physica A* (2010) submitted.

- [5] Kohei Takechi, Kyo Yoshida and Toshihico Arimitsu: “Constitutive equations for granular flow under uniform shear and external torque”, Cond. Mat. Phys., submitted.

< 著書 >

- [1] 柴田文明, 有光敏彦, 番 雅司, 北島佐知子: 「量子と非平衡系の物理」(東京大学出版会, 2009) pp.369 [ISBN978-4-13-062611-8].

< 講演 >

- [1] 招待講演 Kyo Yoshida: “Small scale statistics of isotropic and weakly anisotropic MHD turbulences”, International Symposium on Modern Perspectives of Fluid Mechanics, 2009年6月, Nagoya University, Nagoya, Japan.
- [2] 招待講演 Kyo Yoshida: “Spectra in astrophysical turbulences”, RIMS Workshop “Mathematics and Physics across the Diversity of Turbulence Phenomena”, 2009年7月, Kobe Institute, Kobe, Japan.
- [3] T. Arimitsu, N. Arimitsu and T. Motoike: “Analyses of Fully Developed Turbulence by MPDFT — Generalized Scaling Relation and δ^∞ Unstable Orbits —”, International Symposium on Turbulence, 2009年9月21日-9月25日, Peking University, Beijing, China
- [4] 特別講演 有光敏彦, 有光直子, 本池巧: 「充分発達した乱流の新しい解釈に向けて — δ^∞ 不安定軌道の集団 —」, 研究集会「乱流現象及び非平衡系の多様性と普遍性」, 2009年11月12日-14日, 九州大学応用力学研究所, 福岡
- [5] 招待講演 有光敏彦, 有光直子: 「間欠的時系列のマルチフラクタルPDF理論による解析 — 乱流を題材にして —」, “非線形時系列に対する現象数理学の発展” シンポジウム (明治大学グローバルCOEプログラム「現象数理学の形成と発展」), 複雑系現象の時系列解析3 — 経済現象・物理現象 —, 2009年11月19日-20日, 明治大学, 駿河台
- [6] 有光敏彦, 有光直子: 「一般化された log-Poisson モデルの検証 — マルティフラクタル確率密度関数理論の視点から —」, 日本物理学会 第65回年次大会, 2010年3月, 岡山大学, 岡山
- [7] 有光直子, 有光敏彦: 「風洞乱流のマルチフラクタルPDF理論による解析」, 日本物理学会 第65回年次大会, 2010年3月, 岡山大学, 岡山
- [8] 招待講演 吉田 恭: 「乱流小スケールにおけるデータ同化の影響」, 統計数理研究所 2009年度共同利用共同研究集会『乱流の統計理論とその応用』, 2010年3月, 統計数理研究所, 東京, 日本.

< 社会還元等 >

- [1] 有光敏彦: Japanese Journal of Applied Physics, 編集委員
- [2] 有光敏彦: Condensed Matter Physics (The Institute for Condensed Matter Physics on the National Academy of Science of Ukraine), 編集委員
- [3] 有光敏彦: 翻訳「拡散, その2筋の系譜」T.N. ナラシンハン (パリテイ, 2010.04, 丸善) 22-29.
- [4] 吉田恭: 九州大学応用力学研究所共同利用研究集会「乱流現象および非平衡系の多様性と普遍性」研究代表者, 2009年1月-.

< 卒業論文 (学士) >

- [1] 筑波大学卒業論文: 丸山隆一 (有光) 「神経細胞の生理学的測定データへの隠れマルコフ解析の応用」(2010) 3月.