

普通科高校における「線形計画法」に関する学習指導の可能性

— 数学科と公民科の教科横断的な指導に焦点を当てて —

数学科 三輪 直也

公民科 熊田 亘

1. はじめに

学校教育の役割の1つとして、児童・生徒の社会生活で役立つ資質・能力を身につけることが挙げられ、各教科の学習内容もその役割を果たし得る内容が扱われている。ただ、児童・生徒が学校を卒業して社会人となってから役立つよりも、毎日の日常生活で即時的に活用できるような、必要性の高い学習内容を授業で取り扱うことが望まれる。

「線形計画法」は、ある制約条件下で目的を達成するための最適解を導き出す優れた方法で、文化祭でのシフト決めなど高校生の日常生活でも生徒が自主的に活用する可能性を大いに秘めている。現行の高等学校学習指導要領では商業科や数学科の中で扱われる内容であるが、商業を履修する生徒数は多いとは言い難く、数学の教科書に記載されている問題も高校生の日常生活とは掛け離れた場面が提示されていることが多い。例えば井上(2014)の実践報告などを踏襲しつつも、普通科高校の生徒が日常生活で自主的に「線形計画法」を活用できるような、数学科と公民科の教科横断的な学習指導の在り方を考察した。

2. 「線形計画法」について

「線形計画法」とは、様々な制約条件のもとで目的関数を最大または最小にする変数の値、および最大値または最小値を求める数理計画法の一種で、制約条件も目的関数もすべて一次式で表されるものを意味する。例えば、制約条件が2つの一次不等式 $x + 2y \leq 12$, $2x + y \leq 12$ で与えられ、目的関数が一次式 $x + y$ で表される。このとき、制約条件を満たす正の実数 x と y の組の中で、目的関数を最大にする変数の値は $(x, y) = (4, 4)$ であり、目的関数は最大値 8 をとる。

もし制約条件と目的関数が2変数で与えられたならば、制約条件を満たす値が含まれる領域を図1のように平面上で図示することができ、問題場면을図形的に考えることもできる。2変数でない場合もシンプレックス法(単体法)を利用して解くことができるが、操作方法さえ覚えれば Excel でも簡潔に解くことができる。線形計画法のうち、求めたい変数の値を整数に限定したものを整数計画法といい、制約条件や目的関数に一次式ではないものを含む手法は非線形計画法という。

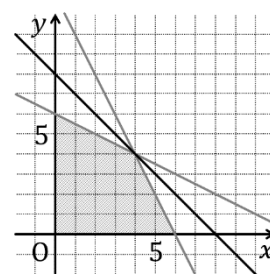


図1

「線形計画法」の身近な実用例で言えば、輸送コストを最小化や人員の配置方法など多岐にわたり、経済や工業の分野などで幅広く利用されている。

3. 「線形計画法」を題材とした授業の計画

「線形計画法」を生徒が実際に日常生活で活用するためには、なぜ最適解が求められるかの理論的な内容と、日常生活の問題を多変数で捉えて Excel で実際に解く実用的な内容を授業で取り扱う必要がある。数学科では理論的な内容に、公民科では実用的な内容を取り扱いながら、教科横断的な指導を通して相互に補完し合う指導系列を計画した。また、両方の授業に関連性をもたせるため、文化祭を話題にすることも留意した。

(1) 数学科での授業計画

授業を実施する予定の学校の文化祭では、模擬店で手作りの食べ物を販売するクラス団体のことを食販団体と呼び、基本的には第3学年で担当することが多い。そこで、食販で利益を最大にするための作戦会議を、第2学年で履修する「数学Ⅱ」の授業で扱うことにした。

●● Lecture 文化祭の食販に関する作戦会議！ ●●

あるクラスは食販団体として、ハンバーガーとオムライスを販売します。前日にひき肉、タマネギ、ケチャップなどの食材を表のように購入しました。食材を使い切って、利益もあげたいですね！



食材表 (1個あたり)			食材量	値段 (1個あたり)
	ハンバーガー	オムライス	・ひき肉 3800g	・ハンバーガー 400円
ひき肉	60g	40g	・タマネギ 2100g	・オムライス 300円
タマネギ	20g	30g	・ケチャップ 1200g	
ケチャップ	20g	10g		

ハンバーガーとオムライスを作る個数を調べるために、線形計画法を利用します。

図2

ハンバーグの個数を x 個、オムライスの個数を y 個とすると、3つの一次不等式 $60x + 40y \leq 3800$ 、 $20x + 30y \leq 2100$ 、 $20x + 10y \leq 1200$ が表す領域を図示することができ、 $400x + 300y$ の最大値を図形的に考えることができる。その結果、利益を最大にする正の整数 x と y の組は $(x, y) = (30, 50)$ であり、最大の利益は 27000 円であると求めることができる。なぜ最適解が求められるかも考えることも大切にしたい。3つの一次不等式による制約条件を満たす x と y の組をすべて導き出し、すべての組について利益を計算しても最適解が求められるが煩雑であることから、制約条件や目的関数を図形的に表現することで最大値を視覚的に解釈することができ、問題解決の手掛かりを得られることを強調したい。

最大の利益を求めた後も、ケチャップをすべて使い切った上での最大の利益を考えたり、ハンバーグとオムライスで 100 個売るために食材をどれだけ買い足せばよいかを考えたりするなど、問いを広げながら一連の活動を連続的に展開していく。これらの活動を通して、「線形計画法」によって最適解が求められる根拠の理解を促す。

(2) 公民科での授業計画

第2学年の「数学Ⅱ」で、1次式とグラフによる解法を学んだことを前提に、第3学年の「政治・経済」で「線形計画法」を扱う。ここでは、種類の異なる問題を扱い、実践的な解法と、「線形計画法」が企業活動や政府の施策（例えば新型コロナ・ワクチンの輸送）に用いられていること、また、生徒の身近な問題にも利用できることを紹介する。

授業のおおまかな流れは次の通りである。

- ア 下の【問題1】を用いて「数学Ⅱ」で学んだ「線形計画法」を復習する。
- イ 変数が増えると、1次式とグラフによる解法では解けなくなることを示す。
- ウ 表計算ソフトのソルバーを使った解法を紹介し、【問題1】を解いてみせる（ソルバーで用いられているシプレックス法については口頭で簡単に説明する）。
- エ 【問題2】【問題3】【問題4】について、制約条件と目的関数の式を立てさせ、ソルバーで解いてみせる（あるいは、ダイアログボックスに入力し、解くところまで生徒にやらせる）。

【問題1】

2種類の栄養ドリンクがあり、それぞれ1本あたりに含まれる3種類の栄養素の含有量、価格、また「頭を良くする」ために必要なそれぞれの栄養素の量が決まっている。なるべく安あがりに「頭を良くする」には、それぞれどれだけ飲めばいいだろうか。

【問題2】（輸送問題）

ある企業は、生産工場2箇所と、販売所3箇所を持っており、それぞれの工場での1日あたりの生産個数、それぞれの販売店での1日あたりの販売個数、そして、それぞれの工場から販売店へ商品1個を輸送するためにかかる費用が決まっている。なるべく輸送費用を抑えるためにはどうすればいいだろうか。

【問題3】（シフト決め）

アイドル6人が4つのCDショップの店頭でサイン会をする。CDショップではそれぞれ、来てもらうメンバーの人数枠が決まっている。それぞれのメンバーには行きたいCDショップの希望順がある。メンバーの希望をなるべく満たすようにするにはどうすればよいか。

【問題4】（シフト決め）

文化祭で食販を行うクラス（生徒数40人）がある。4つの時間帯があり、それぞれ10人ずつスタッフが必要である。生徒はそれぞれ、4つの時間帯について希望順がある。なるべく全員の満足度が高まるようにシフトを組むにはどうしたらよいか。

4. おわりに

今後は本稿で示した授業計画をもとに授業を行い、その実践報告をする予定である。

引用・参考文献

井上秀一（2014）. 線形計画法による数学の有用性の認識. 日本科学教育学会年会論文集. Vol.38. pp.325-326.