

氏名	有馬 直彦			
学位の種類	博士（社会工学）			
学位記番号	博甲第10440号			
学位授与年月日	令和4年3月25日			
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当			
審査学術院	理工情報生命学術院			
学位論文題目	非凸錐線形最適化問題の凸化			
主査	筑波大学 教授	工学博士	吉瀬章子	
副査	筑波大学 教授	博士（理学）	繆瑩	
副査	筑波大学 教授	博士（理学）	繁野麻衣子	
副査	筑波大学 准教授	博士（工学）	高野祐一	
副査	筑波大学 教授	工学博士	久野誉人	

論文の要旨

本論文は、非凸2次最適化問題とその緩和問題である完全正值最適化問題の最適値が等価となる条件を一般化することで、非凸錐上での線形最適化問題の凸化に関する性質を導出し、その応用可能性を論じることを目的としている。

非凸2次最適化問題は連続最適化の中でもNP困難な問題であり、その有効な緩和問題は分枝限定法などを用いた求解において大きな威力を発揮する。1990年代に入り、2次制約付2次最適化問題に対して半正定値錐上の線形最適化問題である半正定値計画問題が有効な緩和問題を与えることが示され、さらに半正定値錐と同じく対称行列空間の凸錐集合である完全正值錐を用いれば、最適値が一致する凸緩和問題が得られることが示された。

本論文では、これらの先行研究の、特に2次制約付2次最適化問題の制約領域の凸包と、その緩和問題である完全正值最適化問題の制約領域の関係について考察し、元の問題と緩和問題の最適値が一致するためのより一般的な条件の導出を試みている。そしてこの結果、先行研究における元の問題と緩和問題の最適値の等価条件は、完全正值錐という特定の錐の性格によるものではなく、一般ベクトル空間での任意の非凸錐上の線形最適化問題と、その非凸錐を凸化した緩和問題のそれぞれの最適値の関係として記述できること、さらにこの結果が、元の非凸錐線形最適化問題と、その問題を凸化した緩和問題の最適値が一致するための必要十分条件と等価であることを示した。

得られた成果の有益な応用可能性として、多項式最適化問題と0-1混合線形制約付2次最適化問題に着目し、それぞれに適用した場合に得られる結果を導出している。特に0-1混合線形制約付2最適化問題に対しては、制約式が2本の完全正值最適化問題という極めて簡潔な形で緩和問題が与えられることを示し、その双対問題も含め元の問題と最適値が一致することを示した。さらにこの主双対問

題にラグランジュ緩和問題を導入し、この問題のラグランジュ定数を無限大に発散させることによって緩和問題の最適値が元の問題の最適値に収束することも理論的に保証した。完全正値錐そのものを用いた解法の実装は困難であるが、より取り扱いが容易な非負半正定値錐で緩和することで実用的な解法が得られる可能性もあり、緩和問題の構造が極めて単純であるという優位性に基づく、効率的な緩和問題の解法の提案などが期待される。

審 査 の 要 旨

【批評】

本論文は、ある種の2次制約付2次最適化問題に対して、完全正値錐上の凸緩和問題を考えることで、元の問題の実行可能領域の凸包と凸緩和問題の実行可能領域が一致するという Burer (2009) の極めて興味深い先行研究を端緒として、この成果の一般化と簡素化に徹底して取り組んだ成果をまとめた論文である。本論文の内容に深く関係する著者らの研究から2次制約付2次最適化問題に対する高速な解法が提案されているなど、錐最適化分野における貢献も大きく、学位論文として十分な水準に達していると考えられる。

一方で、本論文の主要な成果である、元問題と緩和問題の最適値の等価性を与える必要十分条件は、元の条件を一般化したものではあるものの、踏み込んだ特徴づけが行われておらず、その判定方法も不明であることから、理論的にも実用的にも、さらなる議論の余地を大きく残しており、これらに関する言及がないことは、本論文に対する若干の物足りなさを感じさせる要因となっている。

【最終試験の結果】

令和4年1月28日、理工情報生命学術院において、学位論文審査委員の全員出席のもと、著者に論文について説明を求め、関連事項につき質疑応答を行った。この結果とシステム情報工学研究群社会工学学位プログラムにおける達成度評価による結果に基づき、学位論文審査委員全員によって、合格と判定された。

【結論】

上記の学位論文審査ならびに最終試験の結果に基づき、著者は博士（社会工学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。