

## 直交格子型道路網都市における斜線道路の距離短縮効果について

### - 斜線型道路網における距離分布・流動量分布の分析 -

On the Effect of Installation of Diagonal Roads in a City with Rectangular Lattice System

- An Analysis of Distance Distribution and Flow Distribution in a Rectangular City with Diagonal Roads -

鈴木 勉\*

Tsutomu Suzuki\*

We deal with the effect of diagonal roads, which is introduced into a city that has a rectangular lattice road network, on travel distance reduction and traffic flow reduction. Distribution of distance between pairs of points and geographical distribution of traffic flow under 4-directional routing system, rectilinear routing system, and that with diagonal roads are calculated in this paper. Comparison with the rectilinear routing system in a square city shows that diagonal roads can reduce mean travel distance by more than 10 percent. Average travel distance is drastically reduced at the center and at the four corners. It is also found that diagonal roads also contribute to traffic relaxation by absorbing almost one third of whole traffic flow, although the traffic flow keep same amount at the center.

**Keywords:** road network, diagonal road, distance, distance distribution, flow distribution  
道路網, 斜線型道路, 距離, 距離分布, 流動量

### 1. はじめに

ワシントンD.C.やデトロイト, インディアナポリス, バルセロナ, 我が国では帯広などに例を見る斜線型道路網は, 道路網の典型的パターンの一つとされている。しかし, 直交格子型道路網に付け加えられた対角線方向の道路の効果はこれまで定量的に論じられることはなかった。そこで, 本論文では距離分布および流動量分布を介して, 斜線道路の効果を論じることを目的とする。

### 2. 道路網の類型

斜線型道路網とは, 直交格子型の道路網に対角線方向の道路が加えられたものである。対角線方向の道路の本数や方向は様々なパターンが存在するが, 本論文では対称性も考慮して正方形の都市に直交格子と  $45^\circ$  の角をなす2本の対角線のみを加えたものを斜線型道路網と呼ぶこととする。 $45^\circ$ としたのは, 2本の場合に最も距離短縮効果が大きい角度であると考えられるからである。

直交格子型では任意の地点で二方向の移動が可能であるが, 斜線型では中心部に限り四方向の移動が可能になる(放射環状型ではあらゆる方向)。そこで本論文では, 極端なケースとして, 四方向型道路網 (Vaughan<sup>8)</sup> は 4-directional と呼んだ) をも考える。ワシントンD.C.の道路網はむしろこちらに近いとも見ることができる。

すなわち, 本論文では, 移動方向が東西および南北の2方向に限定される直交格子型道路網(任意の地点に四叉路), これに対角線状に2本の斜めの道路を加えた斜線型道路網, 直交格子型に北東-南西, 北西-南東の2方向を加えた4方向に限定される四方向型道路網(任意の地点に八叉路)の3つの道路網パターンを取り上げ, これらの道路網を有する正方形の仮想都市を考える。斜線型は直交格子型と四

方向型の中間と考えることができる。移動方向に制限がなく直線距離で移動できるといった一種の理想都市を便宜的に直線型道路網と呼び, 上の3つのパターンにこれを加えた計4パターンを対象とする。四方向型を考察する理由は, 直線型と斜線型のちょうど中間の性質を持ち, 斜線型の性質を理解するために重要な典型的道路網だからといえる。なお, 斜線型の2本の斜線道路を除いては, 道路は稠密に存在するものとする。道路長が有限の場合, 本論文の結果は道路間隔に依存するが, ここではこのことは考えない。図1に各パターンにおける2点間の移動経路を示す。

### 3. 四方向型道路網の距離分布と平均距離

まず, 四方向型の距離分布を導出する。図2のような長辺  $a$ , 短辺  $b$  の矩形を考える ( $a \geq b$ )。矩形内の2点  $(x, y)$ ,  $(u, v)$  間の四方向距離は以下の式で表される。

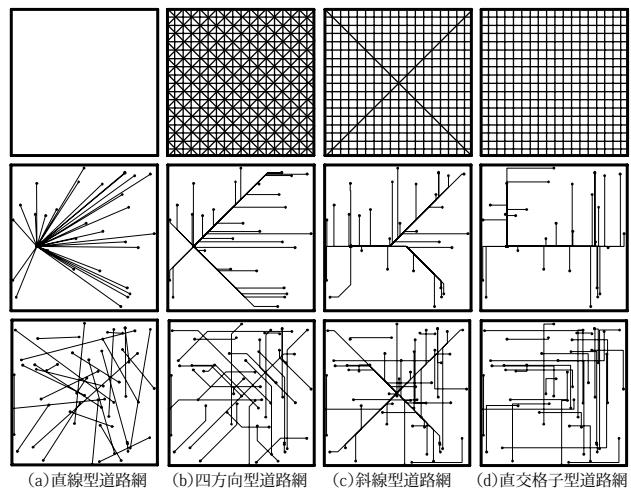


図1 道路網4類型と移動経路 (上段: 道路網, 中段: 固定点からの移動経路, 下段: 2点間の移動経路)

\*正会員 筑波大学 (University of Tsukuba)

$$d = \begin{cases} (\sqrt{2}-1)|x-u|+|y-v|, & |x-u| < |y-v| \text{ のとき} \\ |x-u|+(\sqrt{2}-1)|y-v|, & |x-u| \geq |y-v| \text{ のとき} \end{cases} \quad (1)$$

$d < r$  である2点のペアの量を  $F(r)$  とおくと、腰塚<sup>4)</sup>に倣って  $|x-u|=X$ ,  $|y-v|=Y$  とし、 $|x-u|=r$ ,  $|y-v|=r$  であるペアの密度がそれぞれ  $2(a-r)$ ,  $2(b-r)$  であることを用いて、

$$F(r) = \iiint_{d < r} dx dy du dv = \iint_{d < r} 2(a-X)2(b-Y)dXdY \quad (2)$$

と表すことができる。矩形が細長くなく  $\sqrt{2}a/2 \leq b \leq a$  を満たす場合、積分領域は  $r$  によって以下のように場合分けされる (図3左)。ただし、 $\phi = 4(a-X)(b-Y)$  である。

i)  $0 \leq r \leq b$  のとき

$$F(r) = \int_0^{r/\sqrt{2}} \int_0^{r-(\sqrt{2}-1)X} \phi dYdX + \int_{r/\sqrt{2}}^r \int_0^{(\sqrt{2}+1)(r-X)} \phi dYdX \quad (3)$$

ii)  $b < r \leq a$  のとき

$$F(r) = \int_0^{(r-b)/(\sqrt{2}-1)} \int_0^b \phi dYdX + \int_{(r-b)/(\sqrt{2}-1)}^{r/\sqrt{2}} \int_0^{r-(\sqrt{2}-1)X} \phi dYdX \\ + \int_{r/\sqrt{2}}^r \int_0^{(r-X)/(\sqrt{2}-1)} \phi dYdX \quad (4)$$

iii)  $a < r \leq \sqrt{2}b$  のとき

$$F(r) = \int_0^{(r-b)/(\sqrt{2}-1)} \int_0^b \phi dYdX + \int_{(r-b)/(\sqrt{2}-1)}^{r/\sqrt{2}} \int_0^{r-(\sqrt{2}-1)X} \phi dYdX \\ + \int_{r/\sqrt{2}}^a \int_0^{(r-X)/(\sqrt{2}-1)} \phi dYdX \quad (5)$$

iv)  $\sqrt{2}b < r \leq a + (\sqrt{2}-1)b$  のとき

$$F(r) = \int_0^{r-(\sqrt{2}-1)b} \int_0^b \phi dYdX + \int_{r-(\sqrt{2}-1)b}^a \int_0^{(r-X)/(\sqrt{2}-1)} \phi dYdX \quad (6)$$

これを  $r$  で微分して、以下の距離分布  $f(r)$  を得る。

i)  $0 \leq r \leq b$  のとき

$$f(r) = \frac{2}{3}(1+\sqrt{2})r^3 - (2+\sqrt{2})(a+b)r^2 + 4\sqrt{2}abr \equiv f_1 \quad (7)$$

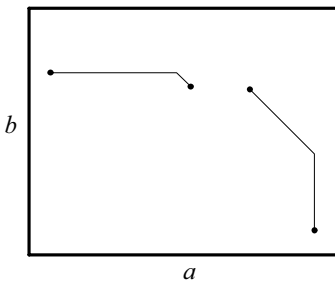


図2 四方向型道路網の移動経路

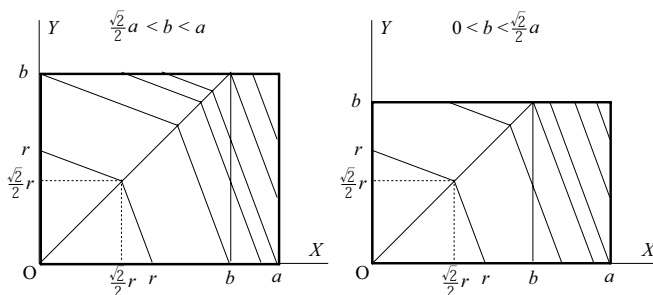


図3 積分区間の場合分け

ii)  $b < r \leq a$  のとき

$$f(r) = -\frac{2}{3}(2+\sqrt{2})r^3 - \{\sqrt{2}a + (4+3\sqrt{2})b\}r^2 - \{4ab + (6+4\sqrt{2})b^2\}r + \{(2+2\sqrt{2})ab^2 + \frac{6+4\sqrt{2}}{3}b^3\} \equiv f_2 \quad (8)$$

iii)  $a < r \leq \sqrt{2}b$  のとき

$$f(r) = -\frac{1}{3}(10+6\sqrt{2})r^3 + (6+5\sqrt{2})(a+b)r^2 \\ - 2\{(3+2\sqrt{2})(a^2+b^2) + (4+2\sqrt{2})ab\}r \\ + \frac{2}{3}(a+b)\{(3+2\sqrt{2})(a^2+b^2) + \sqrt{2}ab\} \equiv f_{31} \quad (9)$$

iv)  $\sqrt{2}b < r \leq a + (\sqrt{2}-1)b$  のとき

$$f(r) = -\frac{2}{3}(3+2\sqrt{2})r^3 + 2\{(3+2\sqrt{2})a + (1+\sqrt{2})b\}r^2 \\ - 2\{(3+2\sqrt{2})a^2 + (2+2\sqrt{2})ab + b^2\}r + \frac{2}{3} \\ \{(3+2\sqrt{2})a^3 + (3+3\sqrt{2})a^2b + 3ab^2 + (\sqrt{2}-1)b^3\} \equiv f_4 \quad (10)$$

同様に、矩形が細長く、 $0 < b < \sqrt{2}a/2$  の場合 (図3右) は、以下のように求められる。

i)  $0 \leq r \leq b$  のとき

$$f(r) = f_1 \quad (11)$$

ii)  $b < r \leq \sqrt{2}b$  のとき

$$f(r) = f_2 \quad (12)$$

iii)  $\sqrt{2}b < r \leq a$  のとき

$$f(r) = -2b^2r + \frac{2}{3}\{3a + (\sqrt{2}-1)b\} \equiv f_{32} \quad (13)$$

iv)  $a < r \leq a + (\sqrt{2}-1)b$  のとき

$$f(r) = f_4 \quad (14)$$

2点間の距離の総和は、領域が細長いかどうかによらず、

$$\int_0^{a+(\sqrt{2}-1)b} rf(r)dr \\ = \frac{b^2}{30}\{10a^3 + 10(\sqrt{2}-1)a^2b + 5(2-\sqrt{2})ab^2 - (2-\sqrt{2})b^3\} \quad (15)$$

と求められる。したがって、 $r$  の平均  $E(r)$  は

$$E(r) = \frac{10a^3 + 10(\sqrt{2}-1)a^2b + 5(2-\sqrt{2})ab^2 - (2-\sqrt{2})b^3}{30a^2} \quad (16)$$

と得られる。領域が一边  $a$  の正方形の場合は、特に

$$\text{四方向距離: } E(r) = \frac{4+3\sqrt{2}}{15}a \approx 0.5495a \quad (17)$$

となる。直線距離<sup>3)</sup>および直交距離<sup>4)</sup>の場合は、

$$\text{直線距離: } E(r) = \frac{2+\sqrt{2}+5\ln(1+\sqrt{2})}{15}a \approx 0.5214a \quad (18)$$

$$\text{直交距離: } E(r) = 2a/3 \approx 0.6667a \quad (19)$$

であるので、直交格子型から四方向型になることは平均距離の意味で直線距離の移動にかなり近づくことを意味する。

#### 4. 斜線型道路網の距離分布と平均距離

八叉路交差点の処理は現実には非常に困難である。それに対して、斜線型は都心に八叉路が一つ、斜線沿いに六叉

路ができるものの、それ以外は直交格子型と同じで比較的实现しやすいと考えられる。そこで本章では、斜線型道路網における距離分布を求める。

斜線型道路網上の最短距離(斜線距離)は四方向距離の如く  $X$  と  $Y$  だけで表せないの、栗田<sup>9)</sup>に倣って条件付密度関数から求める。一辺  $a$  の正方形の領域に対角線上に2本の斜線があるとする。正方形の中心を原点  $O$  とし、辺と平行に直交座標軸をとれば、固定点  $(x, y)$  からの条件付斜線距離分布  $\psi(r|x, y)$  は、距離  $r$  の等高線に基づいて、図4のように8つの領域に場合分けすることにより求められる

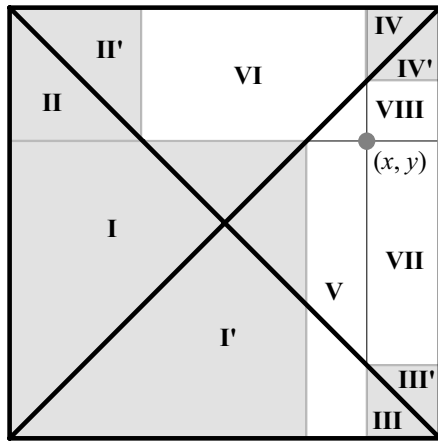


図4 条件付斜線距離分布導出における場合分け

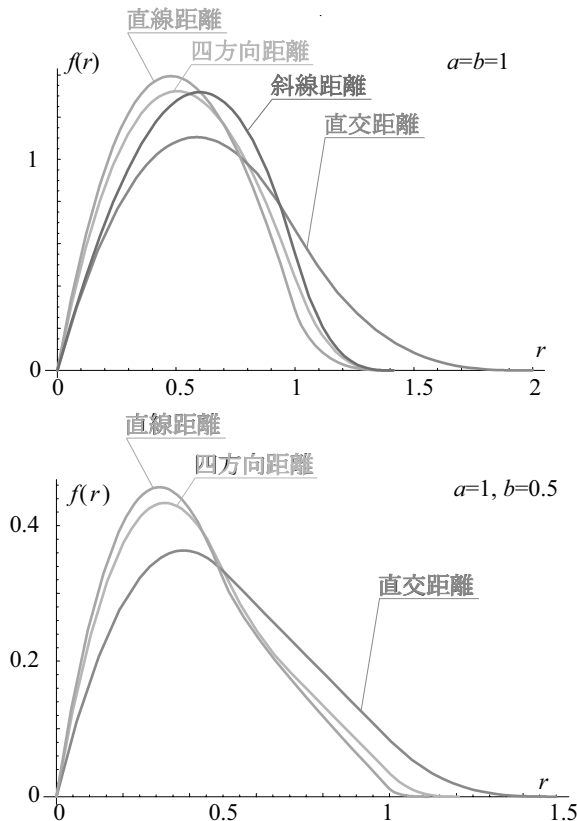


図5 距離分布の比較

表1 正方形領域における平均距離の比較

	平均距離	比
直線距離	$\frac{2 + \sqrt{2} + 5 \ln(1 + \sqrt{2})}{15} a \approx 0.5214 a$	1.000
四方向距離	$\frac{4 + 3\sqrt{2}}{15} a \approx 0.5495 a$	1.054
斜線距離	$\frac{2(3 + \sqrt{2})}{15} a \approx 0.5886 a$	1.129
直交距離	$2a/3 \approx 0.6667 a$	1.279

(ただし  $0 \leq y \leq x \leq a/2$ ).  $\psi(r|x, y)$  については詳細を付録Aに付す。2本の斜線を使う OD ペアは存在しないことに注意されたい。

これを用いて積分区間と場合分けに十分注意しながら、  

$$g(r) = \iint_{0 \leq y \leq x \leq \frac{a}{2}} \psi(r|x, y) dy dx \quad (20)$$

によって距離分布  $g(r)$  を求めると、

i)  $0 \leq r \leq a$  のとき

$$g(r) = -\frac{8}{3}(\sqrt{2}-1)r^3 - 4(2-\sqrt{2})ar^2 + 4a^2r \quad (21)$$

ii)  $a < r \leq \sqrt{2}a$  のとき

$$g(r) = -\frac{4}{3}(3+2\sqrt{2})r^3 + 4(4+3\sqrt{2})ar^2 - 8(3+2\sqrt{2})a^2r + \left(\frac{32}{3} + 8\sqrt{2}\right)a^3 \quad (22)$$

を得ることができる。 $r$  の平均は

$$\text{斜線距離: } E(r) = \frac{2(3+\sqrt{2})}{15} a \approx 0.5886a \quad (23)$$

となる。この値は、四方向距離の平均には及ばないが、直交距離から比べれば大きな短縮であり、高々2本の斜線が平均距離にもたらす効果が大きいことを示している。このことが、斜線型が経験的に道路網の典型パターンとして独立した存在とされている所以かもしれない。

図5に、 $a=b=1$  の正方形領域における四方向距離、斜線距離の分布および  $a=1, b=1/2$  の長方形領域における四方向距離の分布を、直線距離や直交距離の分布と比較して示す。四方向距離の分布は直線距離の分布にかなり近い。一方、斜線距離の分布はそれほど近づかないのだが、直交距離の分布の持つ長い裾野(対角線方向の2点間の移動に相応)が斜線により短絡されて消えることが、表1に示すように平均距離を大きく減少させる効果を持つことがわかる。

## 5. 固定点からの平均距離の分布の比較

次に、各道路網によって領域内の固定点からの平均距離を比較する。一辺  $a$  の正方形領域を考え、その中心を原点  $O$  とし、辺と平行に直交座標軸をとる。

四方向型道路網における固定点  $(x, y)$  からの平均距離(ただし、 $0 \leq y \leq x \leq a/2$ )は、式(1)で絶対値記号内の正負に注意しながら  $u, v (-a/2 \leq u, v \leq a/2)$  で積分して面積  $a^2$  で除すことにより

$$\bar{r}(x, y) = \frac{1}{6a^2} \{-2(2-\sqrt{2})x(x^2+3y^2) + 6a(x^2+y^2) + (\sqrt{2}+1)a^3\} \quad (24)$$

と求められる。対称性を用いて、正方形内の固定点からの平均距離の分布を図6上のように示す。これを  $x, y (-a/2 \leq x, y \leq a/2)$  で積分して面積  $a^2$  で除せば、平均距離式(17)と一致する。

一方、斜線型道路網における固定点  $(x, y)$  からの平均距離 (ただし、 $0 \leq y \leq x \leq a/2$ ) は、固定点  $(x, y)$  からもう一方の点  $(u, v)$  までの距離が図4の8つの領域別に

$$d = \begin{cases} (x-y) + \sqrt{2}(y-v) - (u-v), & (x, y) \in \text{領域Iのとき} \\ (x-y) + \sqrt{2}(y-u) + (u-v), & (x, y) \in \text{領域I'のとき} \\ (x+y) - \sqrt{2}(y-v) - (u+v), & (x, y) \in \text{領域IIのとき} \\ (x+y) - \sqrt{2}(y+u) + (u+v), & (x, y) \in \text{領域II'のとき} \\ (x+y) - \sqrt{2}(x-u) - (u+v), & (x, y) \in \text{領域IIIのとき} \\ (x+y) - \sqrt{2}(x+v) + (u+v), & (x, y) \in \text{領域III'のとき} \\ (x-y) - \sqrt{2}(x-u) - (u-v), & (x, y) \in \text{領域IVのとき} \\ (x-y) - \sqrt{2}(x-v) + (u-v), & (x, y) \in \text{領域IV'のとき} \\ (x-u) + (y-v), & (x, y) \in \text{領域Vのとき} \\ (x-u) - (y-v), & (x, y) \in \text{領域VIのとき} \\ -(x-u) + (y-v), & (x, y) \in \text{領域VIIのとき} \\ -(x-u) - (y-v), & (x, y) \in \text{領域VIIIのとき} \end{cases} \quad (25)$$

で与えられることを用いて、これを  $u, v$  で積分して面積  $a^2$  で除すことにより

$$\bar{r}(x, y) = \frac{1}{6a^2} \{4(2-\sqrt{2})x^3 + 6(\sqrt{2}-1)a(x^2+y^2) + 3(2-\sqrt{2})a^2x + (\sqrt{2}+1)a^3\} \quad (26)$$

と求められる。対称性を用いて、正方形内の固定点からの平均距離の分布を図6中のように示す。これを  $x, y (-a/2 \leq x, y \leq a/2)$  で積分して面積  $a^2$  で除せば、平均距離式(23)と一致する。

直交距離の固定点  $(x, y)$  からの平均距離 (ただし、 $0 \leq y \leq x \leq a/2$ ) も同様の方法で

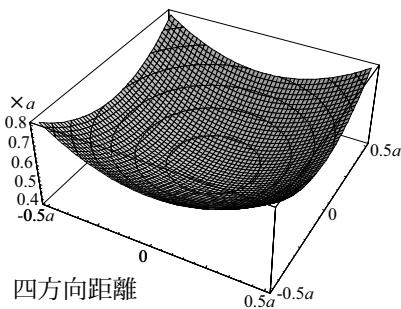
$$\bar{r}(x, y) = \frac{1}{2a} \{2(x^2+y^2) + a^2\} \quad (27)$$

と求められるので、これを図示すると図6下のように示す。

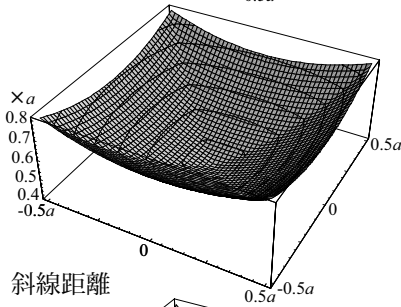
直交距離の平均の、斜線距離の平均に対する比を地点別に求めてその分布を示したのが図7である。この値が大きいほど、直交距離の平均に対して斜線距離の平均の方が短いことを表す。図を見ると、同じ斜線道路沿道でも正方形の中心と四隅ほどその恩恵を受け、その中間では斜線道路を使わないケースがあるため恩恵はやや小さいことがわかる。

## 6. 流動量分布の比較

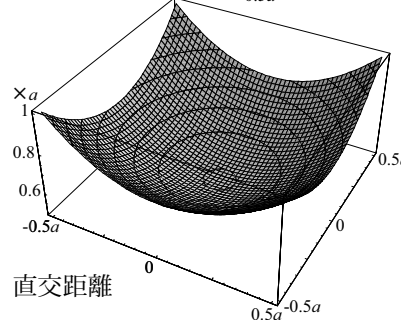
直交距離に比べて四方向距離や斜線距離の平均はかなり短くなることが明らかになったが、このことは総流動量の



四方向距離



斜線距離



直交距離

図6 固定点からの平均距離分布

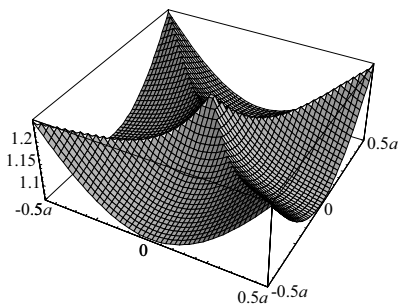


図7 直交距離の平均の斜線距離の平均に対する比の分布

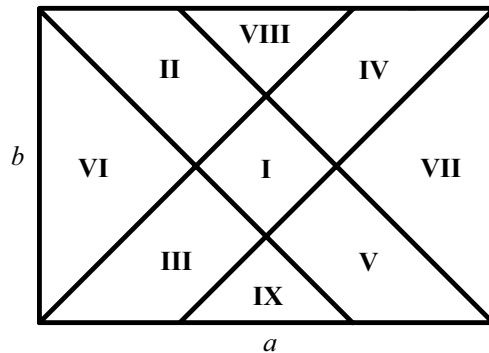


図8 四方向型道路網の流動量分布導出における場合分け



減少をも意味する。そこで、各道路網における流動量分布を求めることとする。

まず、四方向型道路網における流動量分布を求める。図2と同じく、長辺 $a$ 、短辺 $b$ の矩形を考える。長辺を $x$ 軸、短辺を $y$ 軸にとり、2点間の経路は左折のみの最短経路であるものと仮定すれば、地点 $(x,y)$ における流動量は、腰塚・西野<sup>5)</sup>にならって、図8に示した9つの領域別に付録Bの

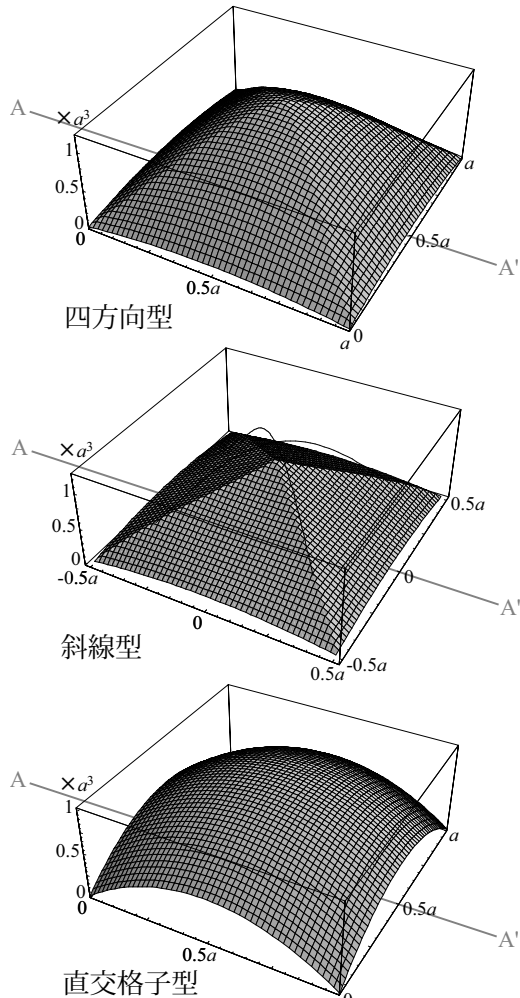


図9 流動量分布

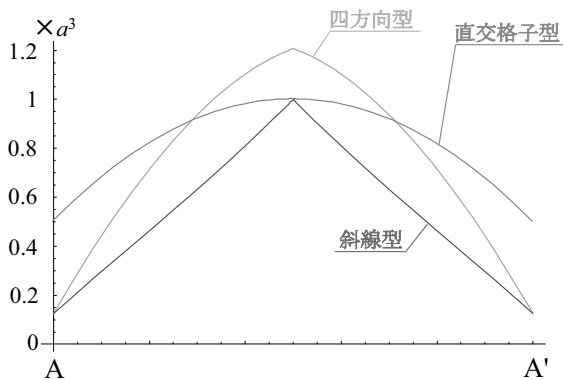


図10 流動量分布の比較

ように方向別流動量を足し上げることにより導くことができる(ただし、 $b \leq a/2$ のときは領域VIIIおよびIXは出現しない)。これを $x,y$  ( $0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b$ )で積分して起終点ペアの量 $a^2 b^2$ で除せば、平均距離式(16)と一致する。

一辺 $a$ の正方形の領域における流動量分布は図9上の上になる(このときは領域VI~IXのみ)。総流動量に占める斜め方向の流動量の比率は $\frac{3\sqrt{2}}{4+3\sqrt{2}} \approx 0.5147$ となり、斜め方向が過半数を占めることがわかる。

斜線型道路網における流動量分布は、直交格子型道路網の部分と斜線道路の部分とに分けて求めることになる。平均距離の減少に斜線道路が重要な役割を果たすことがわかっているので、流動量の相応の部分に斜線道路に吸収されることが予想できる。

対角線上に2本の斜線がある一辺 $a$ の正方形の領域を考え、正方形の中心を原点 $O$ とする。四方向型のとときと同様、2点間の経路が複数ある場合には左折のみの最短経路を経由するものと仮定すれば、 $(x,y)$  (ただし $0 \leq x \leq a/2, -x \leq y \leq x$ )における流動量は、図4の領域区分にしたがって、付録Cのように求められる。これを $x,y$  ( $-a/2 \leq x,y \leq a/2$ )で積分して起終点ペアの量 $a^4$ で除せば、平均距離式(23)と一致する。一辺 $a$ の正方形の領域における流動量分布は図9中の上になる。ただし、斜線道路上の流動量分布は、直交格子状の道路上の流動量とは別に実線で示している。全体の総流動量に占める斜線道路上の総流動量の比率は、 $\frac{\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}} \approx 0.3204$ となり、およそ1/3の交通量が2本の斜線道路へ集中することがわかる。

腰塚・西野<sup>5)</sup>による直交距離の流動量分布を同様に図示すると、図9下の上になる。

三者の流動量分布を、正方形領域の中心を通過して一辺に平行な方向でとった断面で比較すると、図10の上になる。斜線型については斜線道路上の流動量は除いている。斜線道路を導入すれば、直交格子型道路網上のおよそ1/3の流動量を斜線道路に吸収させて減少させることができることがわかる。

## 7. おわりに

本論文では、四方向距離および斜線距離を定義し、それらの距離分布および流動量分布を求めた。そしてそれらの結果を介して、斜線道路の効果を論じた。結論をまとめると以下ようになる。

- ① 直交距離から斜線距離への移行は、平均距離の意味で、四方向距離の平均には及ばないものの大きな短縮となり、高々2本の斜線が平均距離にもたらす効果は大きい。斜線距離の距離分布で見ると、直交距離の分布の持つ長い裾野が斜線により短絡されて消えることにより、平均距離を大きく減少することができる。
- ② 固定点からの平均距離の分布を見ると、斜線道路沿道

の距離短縮効果が大きいことは言うまでもないが、中でも正方形の中心と四隅ほどその効果は大きく、それらの中間では斜線道路を使わないケースがあるため、効果はやや小さい。

- ③ 流動量分布を導出することにより、直交格子型斜線道路の導入は、中心部の流動量には影響しないものの、直交格子型道路網上のおよそ 1/3 を斜線道路に吸収させて、他の領域の流動量を減少させることができることが明らかとなった。

上記の結果は、単純に斜線型道路網を推奨するためのものではなく、移動方向が2方向に限定された現実の2次元都市空間の中で、新たな方向への移動が可能になることが移動効率の意味で大きな効果があることを理論的に示すことができたことに意義があると考えている。

さらに言えば、直交格子型を基礎とした道路網の展開による移動効率を改善するために、大都市では移動距離が長大なために平均距離の短い放射環状道路網を整備する必要に迫られるが、中小都市では移動距離がそれほど長くないため、比較的安価ですむ斜線道路の導入で移動効率の改善を図ることができると理解することができる。具体的な検証を待たねばならないが、斜線道路に 1/3 の交通量が集中しても、中小都市ならばその程度も処理可能なレベルであろうからである。

## 謝辞

本研究の推進に当たっては、日本学術振興会科学研究費、旭硝子財団自然科学系研究助成、ユニオン造形文化財団ならびに大林都市研究振興財団の助成を受けた。ここに謝意を表する。

## 参考文献

- 1) Holroyd, E.M. (1966) Theoretical average journey lengths in circular towns with various routing systems. *Road Research Laboratory Report*, 43 (Ministry of Transport, UK, 1966).
- 2) Holroyd, E.M. (1968) Routing traffic in a square town to minimize route-crossings. *Beiträge zur Theorie des Verkehrsflusses, Strassenbau und Strassenverkehrstechnik*, 86, 175-183.
- 3) 腰塚武志 (1987) 都市平面における距離の分布, 谷村他『都市計画数理』, 朝倉書店.
- 4) 腰塚武志 (1996) 建物内の移動距離からみた低層建物と高層建物との比較, 都市計画論文集, 31, 31-36.
- 5) 腰塚武志・西野嘉彦 (1994) 道路走行パターンと混雑現象, 日本オペレーションズ・リサーチ学会春季研究発表会アブストラクト集, 37-38.
- 6) 栗田 治 (2001) 円盤都市における道路パターンの理論—直線距離, 直交距離ならびに放射・環状距離の分布—, 都市計画論文集, 36, 859-864.
- 7) 大津 晶・腰塚武志 (1998) 都市内流動量分布に関する基礎的研究, 都市計画論文集, 33, 319-324.
- 8) 鈴木 勉 (2006a) 斜線型道路網の距離分布と平均距離,

日本オペレーションズ・リサーチ学会春季研究発表会アブストラクト集, 170-171.

- 9) 鈴木 勉 (2006b) 斜線型道路網の流動量分布, 日本オペレーションズ・リサーチ学会秋季研究発表会アブストラクト集 (掲載予定)
- 10) Vaughan (1987) *Urban Spatial Traffic Patterns* (Pion, 1987).

## 付録 A：固定点 $(x,y)$ からの条件付斜線距離分布 $\psi(r|x,y)$

$$\psi(r|x,y) = 2 \sum_{i=1}^4 \psi_i(r|x,y) + \sum_{i=5}^8 \psi_i(r|x,y) \quad (A1)$$

ただし、 $\psi_i(r|x,y) (i=1,\dots,8)$  は、図4の領域別に以下の式で与えられる。

(1) 領域ⅠまたはⅠ'

i)  $x-y \leq r \leq a/2+x$  のとき

$$\psi_1(r|x,y) = (\sqrt{2}/2) \{r - (x-y)\} \quad (A2)$$

ii)  $a/2+x < r \leq (x-y) + \sqrt{2}(a/2+y)$  のとき

$$\psi_1(r|x,y) = \frac{2+\sqrt{2}}{2} [\{(x-y) + \sqrt{2}(\frac{a}{2}+y)\} - r] \quad (A3)$$

(2) 領域ⅡまたはⅡ'

i)  $x+y \leq r \leq a/2+x$  のとき

$$\psi_2(r|x,y) = (\sqrt{2}/2) \{r - (x+y)\} \quad (A4)$$

ii)  $a/2+x < r \leq (x+y) + \sqrt{2}(a/2-y)$  のとき

$$\psi_2(r|x,y) = \frac{2+\sqrt{2}}{2} [\{(x+y) + \sqrt{2}(\frac{a}{2}-y)\} - r] \quad (A5)$$

(3) 領域ⅢまたはⅢ'

i)  $x+y \leq r \leq a/2+y$  のとき

$$\psi_3(r|x,y) = (\sqrt{2}/2) \{r - (x+y)\} \quad (A6)$$

ii)  $a/2+y < r \leq (x+y) + \sqrt{2}(a/2-x)$  のとき

$$\psi_3(r|x,y) = \frac{2+\sqrt{2}}{2} [\{(x+y) + \sqrt{2}(\frac{a}{2}-x)\} - r] \quad (A7)$$

(3) 領域ⅣまたはⅣ'

i)  $x-y \leq r \leq a/2-y$  のとき

$$\psi_4(r|x,y) = (\sqrt{2}/2) \{r - (x-y)\} \quad (A8)$$

ii)  $a/2-y < r \leq (x-y) + \sqrt{2}(a/2-x)$  のとき

$$\psi_4(r|x,y) = \frac{2+\sqrt{2}}{2} [\{(x-y) + \sqrt{2}(\frac{a}{2}-x)\} - r] \quad (A9)$$

(5) 領域Ⅴ

i)  $0 \leq r \leq x-y$  のとき

$$\psi_5(r|x,y) = r \quad (A10)$$

ii)  $x-y < r \leq a/2+y$  のとき

$$\psi_5(r|x,y) = x-y \quad (A11)$$

iii)  $a/2+y < r \leq a/2+x$  のとき

$$\psi_5(r|x,y) = (a/2+x) - r \quad (A12)$$

(6) 領域Ⅵ

(6.a)  $x+y \geq a/2-y$  のとき

i)  $0 \leq r \leq a/2-y$  のとき

$$\psi_6(r|x, y) = r$$

ii)  $a/2 - y < r \leq x + y$  のとき

$$\psi_6(r|x, y) = a/2 - y$$

iii)  $x + y < r \leq a/2 + x$  のとき

$$\psi_6(r|x, y) = (a/2 + x) - r$$

(6.b)  $x + y < a/2 - y$  のとき

i)  $0 \leq r \leq x + y$  のとき

$$\psi_6(r|x, y) = r$$

ii)  $x + y < r \leq a/2 - y$  のとき

$$\psi_6(r|x, y) = x + y$$

iii)  $a/2 - y < r \leq a/2 + x$  のとき

$$\psi_6(r|x, y) = (a/2 + x) - r$$

(7) 領域VII

(7.a)  $x + y \geq a/2 - x$  のとき

i)  $0 \leq r \leq a/2 - x$  のとき

$$\psi_7(r|x, y) = r$$

ii)  $a/2 - x < r \leq x + y$  のとき

$$\psi_7(r|x, y) = a/2 - x$$

iii)  $x + y < r \leq a/2 + y$  のとき

$$\psi_7(r|x, y) = (a/2 + y) - r$$

(7.b)  $x + y < a/2 - x$  のとき

i)  $0 \leq r \leq x + y$  のとき

$$\psi_7(r|x, y) = r$$

ii)  $x + y < r \leq a/2 - x$  のとき

$$\psi_7(r|x, y) = x + y$$

iii)  $a/2 - x < r \leq a/2 + y$  のとき

$$\psi_7(r|x, y) = (a/2 + y) - r$$

(8) 領域VIII

(8.a)  $x - y \geq a/2 - x$  のとき

i)  $0 \leq r \leq a/2 - x$  のとき

$$\psi_8(r|x, y) = r$$

ii)  $a/2 - x < r \leq x - y$  のとき

$$\psi_8(r|x, y) = a/2 - x$$

iii)  $x - y < r \leq a/2 - y$  のとき

$$\psi_8(r|x, y) = (a/2 - y) - r$$

(8.b)  $x - y < a/2 - x$  のとき

i)  $0 \leq r \leq x - y$  のとき

$$\psi_8(r|x, y) = r$$

ii)  $x - y < r \leq a/2 - x$  のとき

$$\psi_8(r|x, y) = x - y$$

iii)  $a/2 - x < r \leq a/2 - y$  のとき

$$\psi_8(r|x, y) = (a/2 - y) - r$$

付録B：四方向型道路網の地点 $(x, y)$ における流動量 $t(x, y)$

$$t(x, y) = t_{NS} + t_{EW} + t_{NESW} + t_{NWSE}$$

(A13) ただし,  $t_{NS}, t_{EW}, t_{NESW}, t_{NWSE}$  は, 図8の領域別にそれぞれ以下の式で与えられる.

(A14) (1) 東西方向の微小な長さ  $\Delta x$  の線分を南北方向に横切る流動量  $t_{NS}$

$$(A15) \quad t_{NS} = \begin{cases} t_{NS11} + t_{NS21} + t_{SN11} + t_{SN21}, & (x, y) \in \text{領域I} \\ t_{NS11} + t_{NS21} + t_{SN11} + t_{SN22}, & (x, y) \in \text{領域II} \\ t_{NS11} + t_{NS21} + t_{SN12} + t_{SN21}, & (x, y) \in \text{領域III} \\ t_{NS11} + t_{NS22} + t_{SN11} + t_{SN21}, & (x, y) \in \text{領域IV} \\ t_{NS12} + t_{NS21} + t_{SN11} + t_{SN21}, & (x, y) \in \text{領域V} \\ t_{NS11} + t_{NS21} + t_{SN12} + t_{SN22}, & (x, y) \in \text{領域VI} \\ t_{NS12} + t_{NS22} + t_{SN11} + t_{SN21}, & (x, y) \in \text{領域VII} \\ t_{NS11} + t_{NS22} + t_{SN11} + t_{SN22}, & (x, y) \in \text{領域VIII} \\ t_{NS12} + t_{NS21} + t_{SN12} + t_{SN21}, & (x, y) \in \text{領域IX} \end{cases} \quad (B2)$$

(A16) ただし,

$$t_{NS11} = t_{SN11} = y(b - y)^2 / 2 \quad (B3)$$

$$t_{NS12} = y(a - x)(2b - 2y - a + x) / 2 \quad (B4)$$

$$(A19) \quad t_{NS21} = t_{SN21} = y^2(b - y) / 2 \quad (B5)$$

$$t_{NS22} = (a - x)(b - y)(2y + x - a) / 2 \quad (B6)$$

$$(A20) \quad t_{SN12} = xy(2b - 2y - x) / 2 \quad (B7)$$

$$t_{NS22} = x(b - y)(2y - x) / 2 \quad (B8)$$

(A21) (2) 南北方向の微小な長さ  $\Delta y$  の線分を東西方向に横切る流動量  $t_{EW}$

$$(A22) \quad t_{EW} = \begin{cases} t_{EW12} + t_{EW22} + t_{WE12} + t_{WE22}, & (x, y) \in \text{領域I} \\ t_{EW12} + t_{EW21} + t_{WE12} + t_{WE22}, & (x, y) \in \text{領域II} \\ t_{EW12} + t_{EW22} + t_{WE12} + t_{WE21}, & (x, y) \in \text{領域III} \\ t_{EW11} + t_{EW22} + t_{WE12} + t_{WE22}, & (x, y) \in \text{領域IV} \\ t_{EW12} + t_{EW22} + t_{WE11} + t_{WE22}, & (x, y) \in \text{領域V} \\ t_{EW12} + t_{EW21} + t_{WE12} + t_{WE22}, & (x, y) \in \text{領域VI} \\ t_{EW11} + t_{EW22} + t_{WE11} + t_{WE22}, & (x, y) \in \text{領域VII} \\ t_{EW11} + t_{EW21} + t_{WE12} + t_{WE22}, & (x, y) \in \text{領域VIII} \\ t_{EW12} + t_{EW22} + t_{WE11} + t_{WE21}, & (x, y) \in \text{領域IX} \end{cases} \quad (B9)$$

(A25) ただし,

$$t_{EW11} = t_{WE11} = x(a - x)^2 / 2 \quad (B10)$$

$$t_{EW12} = xy(2a - 2x - y) / 2 \quad (B11)$$

$$t_{EW21} = t_{WE21} = x^2(a - x) / 2 \quad (B12)$$

$$t_{EW22} = y(a - x)(2x - y) / 2 \quad (B13)$$

$$t_{WE12} = x(b - y)(2a - 2x - b + y) / 2 \quad (B14)$$

$$t_{WE22} = (a - x)(b - y)(2x - b + y) / 2 \quad (B15)$$

(A28) (3) 北西-南東方向の微小な長さ  $\Delta r$  の線分を北東-南西方向に横切る流動量  $t_{NESW}$

$$(A29) \quad t_{NESW} = \begin{cases} t_{NESW121} + t_{NESW211} + t_{SWNE111} + t_{SWNE221}, & (x, y) \in \text{領域I} \\ t_{NESW122} + t_{NESW22} + t_{SWNE112} + t_{SWNE21}, & (x, y) \in \text{領域II} \\ t_{NESW121} + t_{NESW211} + t_{SWNE111} + t_{SWNE221}, & (x, y) \in \text{領域III} \\ t_{NESW121} + t_{NESW211} + t_{SWNE111} + t_{SWNE221}, & (x, y) \in \text{領域IV} \\ t_{NESW11} + t_{NESW212} + t_{SWNE12} + t_{SWNE222}, & (x, y) \in \text{領域V} \\ t_{NESW122} + t_{NESW22} + t_{SWNE112} + t_{SWNE21}, & (x, y) \in \text{領域VI} \\ t_{NESW11} + t_{NESW212} + t_{SWNE12} + t_{SWNE222}, & (x, y) \in \text{領域VII} \\ t_{NESW122} + t_{NESW22} + t_{SWNE112} + t_{SWNE21}, & (x, y) \in \text{領域VIII} \\ t_{NESW11} + t_{NESW212} + t_{SWNE12} + t_{SWNE222}, & (x, y) \in \text{領域IX} \end{cases}$$

ただし,

$$t_{NESW11} = \sqrt{2}y(a-x)^2 / 2$$

$$t_{NESW121} = \sqrt{2}y(b-y)(2a-2x-b+y) / 2$$

$$t_{NESW122} = \sqrt{2}x(b-y)(2a-2x-b+y) / 2$$

$$t_{NESW211} = \sqrt{2}y^2(b-y) / 2$$

$$t_{NESW212} = \sqrt{2}y^2(a-x) / 2$$

$$t_{NESW22} = \sqrt{2}x(b-y)(2y-x) / 2$$

$$t_{SWNE111} = \sqrt{2}y(b-y)^2 / 2$$

$$t_{SWNE112} = \sqrt{2}x(b-y)^2 / 2$$

$$t_{SWNE12} = \sqrt{2}y(a-x)(2b-2y-a+x) / 2$$

$$t_{SWNE21} = \sqrt{2}x^2(b-y) / 2$$

$$t_{SWNE221} = \sqrt{2}y(2x-y)(b-y) / 2$$

$$t_{SWNE222} = \sqrt{2}y(a-x)(2x-y) / 2$$

(4) 北東-南西方向の微小な長さ  $\Delta r$  の線分を北西-南東方向に横切る流動量  $t_{NWSE}$

$$t_{NWSE} = \begin{cases} t_{NWSE121} + t_{NWSE211} + t_{SENW111} + t_{SENW221}, (x, y) \in \text{領域} I \\ t_{NWSE121} + t_{NWSE211} + t_{SENW111} + t_{SENW221}, (x, y) \in \text{領域} II \\ t_{NWSE122} + t_{NWSE22} + t_{SENW112} + t_{SENW21}, (x, y) \in \text{領域} III \\ t_{NWSE11} + t_{NWSE212} + t_{SENW12} + t_{SENW222}, (x, y) \in \text{領域} IV \\ t_{NWSE121} + t_{NWSE211} + t_{SENW111} + t_{SENW221}, (x, y) \in \text{領域} V \\ t_{NWSE122} + t_{NWSE22} + t_{SENW112} + t_{SENW21}, (x, y) \in \text{領域} VI \\ t_{NWSE11} + t_{NWSE212} + t_{SENW12} + t_{SENW222}, (x, y) \in \text{領域} VII \\ t_{NWSE11} + t_{NWSE212} + t_{SENW12} + t_{SENW222}, (x, y) \in \text{領域} VIII \\ t_{NWSE122} + t_{NWSE22} + t_{SENW112} + t_{SENW21}, (x, y) \in \text{領域} IX \end{cases}$$

(B16) 域分けを用いて以下の通り表される.

$$t(x, y) = t_{NS} + t_{EW} \quad (C1)$$

(B17) ただし  $t_{NS}, t_{EW}$  はそれぞれ以下の式で与えられる.

(B18) (1) 東西方向の微小な長さ  $\Delta x$  の線分を南北方向に横切る流動量  $t_{NS}$

$$t_{NS} = 2t_{NS3} + 2t_{NS4} + t_{NS5} + t_{NS6} + t_{NS7} + t_{NS8} \quad (C2)$$

(B19) ただし,

$$t_{NS3} = (a/2-x)^2(a/2-y), (x, y) \in \text{領域} III, III' \quad (C3)$$

$$t_{NS4} = (a/2-x)^2(a/2+y), (x, y) \in \text{領域} IV, IV' \quad (C4)$$

$$t_{NS5} = (x-y)^2(a/2+y)/2, (x, y) \in \text{領域} V \quad (C5)$$

$$t_{NS6} = (x+y)^2(a/2-y)/2, (x, y) \in \text{領域} VI \quad (C6)$$

$$t_{NS7} = (x+y)(a/2-x)(a/2-y), (x, y) \in \text{領域} VII \quad (C7)$$

$$t_{NS8} = (x-y)(a/2-x)(a/2+y), (x, y) \in \text{領域} VIII \quad (C8)$$

(2) 南北方向の微小な長さ  $\Delta y$  の線分を東西方向に横切る流動量  $t_{EW}$

$$t_{EW} = 2t_{EW1} + 2t_{EW2} + t_{EW5} + t_{EW6} + t_{EW7} + t_{EW8} \quad (C9)$$

ただし,

$$t_{EW1} = (a/2-x)(a/2+y)^2, (x, y) \in \text{領域} I, I' \quad (C10)$$

$$t_{EW2} = (a/2-x)(a/2-y)^2, (x, y) \in \text{領域} II, II' \quad (C11)$$

$$t_{EW5} = (x-y)(a/2-x)(a/2+y), (x, y) \in \text{領域} V \quad (C12)$$

$$t_{EW6} = (x+y)(a/2-x)(a/2-y), (x, y) \in \text{領域} VI \quad (C13)$$

$$t_{EW7} = (x+y)^2(a/2-x)/2, (x, y) \in \text{領域} VII \quad (C14)$$

$$t_{EW8} = (x-y)^2(a/2-x)/2, (x, y) \in \text{領域} VIII \quad (C15)$$

また, 斜線道路上の点を通過する流動量は, 上り, 下りとも同量となり, 以下の通りである.

(3) 斜線道路上の地点  $(x, x), (x, -x)$  における斜線道路の流動量  $t_{Diag}$

$$t_{Diag} = 2(a/2-x)^2(a/2+x)^2 \quad (C16)$$

ただし,

$$t_{NWSE11} = \sqrt{2}(a-x)^2(b-y) / 2 \quad (B30)$$

$$t_{NWSE121} = \sqrt{2}y(b-y)(2a-2x-y) / 2 \quad (B31)$$

$$t_{NWSE122} = \sqrt{2}xy(2a-2x-y) / 2 \quad (B32)$$

$$t_{NWSE211} = \sqrt{2}y(b-y)^2 / 2 \quad (B33)$$

$$t_{NWSE212} = \sqrt{2}(a-x)(b-y)^2 / 2 \quad (B34)$$

$$t_{NWSE22} = \sqrt{2}xy(2b-2y-x) / 2 \quad (B35)$$

$$t_{SENW111} = \sqrt{2}y^2(b-y) / 2 \quad (B36)$$

$$t_{SWNE112} = \sqrt{2}xy^2 / 2 \quad (B37)$$

$$t_{SENW12} = \sqrt{2}(a-x)(b-y)(2y-a+x) / 2 \quad (B38)$$

$$t_{SENW21} = \sqrt{2}x^2y / 2 \quad (B39)$$

$$t_{SENW221} = \sqrt{2}y(b-y)(2x-b+y) / 2 \quad (B40)$$

$$t_{SENW222} = \sqrt{2}(a-x)(b-y)(2x-b+y) / 2 \quad (B41)$$

## 付録 C : 斜線型道路網の地点 $(x, y)$ における流動量 $t(x, y)$

稠密に存在する直交格子型道路網上の流動量は, 図4の傾