

高効率な異常箇所同定のための
圧縮センシングを用いた
非同期遅延トモグラフィに関する研究

2021年 3月

中西 研介

高効率な異常箇所同定のための
圧縮センシングを用いた
非同期遅延トモグラフィに関する研究

中西 研介

システム情報工学研究群

筑波大学

2021年 3月

概要

近年, M2M (Machine to Machine) や IoT (Internet of Things) などのキーワードに代表される新しい情報通信ネットワークが盛んに利用されている. この新しい情報通信ネットワークは, 情報源や宛先にヒトが介在していた旧来のものと異なり, 機械やモノ同士が直接情報をやり取りするものである. ここでは, ネットワーク利用者のインテリジェンスの低下を意味しており, この中でネットワークの信頼性 (Reliability), 可用性 (Availability), 保守性 (Maintainability) をいかに向上させるかは, 今後解決すべき重要な課題である. 本論文は, 以上の項目のうち, ネットワークの保守性を向上させるための仕組みに焦点を当てている.

ネットワークの保守性を向上させるためには, ネットワーク内部で情報通信に大きな遅延 (あるいは不通) をもたらす異常が発生した場合に, 迅速にその異常箇所を同定する作業が必要不可欠である. ネットワーク内のノードに特別な機能を要求せず, ネットワークの内部情報を推定するための技術として “遅延トモグラフィ” があるが, さらに解決すべき課題として, 「観測経路数の削減」および「(ネットワーク内の) ノード間の時刻同期」を有している. 本論文の目的は, 無線ネットワークにおける異常同定のため, これらの課題を解決する効率性と非同期性を兼ね備えた遅延トモグラフィを提案し, その有効性を明らかにすることにある.

本論文では, ネットワーク内の異常箇所を同定することに主眼を置き, 前者の課題に対して “圧縮センシング” を適用した. さらに, 後者の課題を解決する手法として “非同期遅延トモグラフィ” の提案を行った. 本論文が提案した非同期遅延トモグラフィは, 「後天的に非同期性を獲得する遅延トモグラフィ」と「先天的に非同期性を有する遅延トモグラフィ」の2つの手法である. 「後天的に非同期性を獲得する遅延トモグラフィ」は, 時刻非同期型の位置推定手法である TDOA (Time Difference Of Arrival) から着想を得たものであり, 各観測に含まれる時刻誤差を互いに差し引くことによって非同期性を獲得する.

一方、「先天的に非同期性を有する遅延トモグラフィ」は、ラウンドトリップタイムの計測のように、そもそも時刻同期を必要としないネットワーク情報観測手法に基づいている。

線形逆問題で定式化した遅延トモグラフィに対し、異常箇所のスパース性を利用して圧縮センシングを適用することで、本論文における実験評価において、必要な観測経路数をおよそ 50%程度に削減し、高効率な異常同定が可能となることを示した。さらに、提案した遅延トモグラフィについて、圧縮センシングの理論と計算機シミュレーション実験を通じ、時刻非同期な異常同定が可能となることを明らかにした。本論文の成果によって、M2M や IoT など、安価な無線ノードによって構成される人が介在しないネットワークでも、時刻同期を必要とすることなく、効率的に異常箇所を同定することが可能となり、ネットワークの保守性の向上に寄与できる。

目次

第1章 序論	1
第2章 圧縮センシング	9
2.1 緒言	9
2.2 圧縮センシングの問題設定	9
2.3 スパースな解の推定	11
2.4 正確な推定のための条件	14
2.4.1 ゼロ空間特性	14
2.4.2 相互コヒーレンス	17
2.5 近似的にスパースな解を求める手法	20
2.6 結言	22
第3章 非同期性を有する透過型遅延トモグラフィ	24
3.1 緒言	24
3.2 問題設定	25
3.2.1 システムモデル	25
3.2.2 遅延トモグラフィの定式化	26
3.2.3 リンク遅延モデル	29
3.2.4 クロックモデル	30
3.3 遅延トモグラフィの課題	33
3.4 非同期性獲得のための提案	38
3.5 スキューの影響解析	41

3.6	観測行列評価	43
3.7	性能評価	46
3.7.1	評価設定	46
3.7.2	評価結果	47
3.8	結言	48
第 4 章	透過型遅延トモグラフィにおける最適な非同期性獲得手法	53
4.1	緒言	53
4.2	Subtractive アプローチ	54
4.2.1	観測行列評価	54
4.2.2	ノイズベクトル評価	56
4.2.3	最適基準選択法	60
4.3	Differential アプローチ	61
4.4	性能評価	65
4.4.1	評価設定	65
4.4.2	評価結果	68
4.5	結言	71
第 5 章	非同期性を有する反射型遅延トモグラフィ	77
5.1	緒言	77
5.2	反射型ネットワークトモグラフィの概要	78
5.3	問題設定	81
5.4	観測行列構築アルゴリズム	83
5.5	性能評価	85
5.6	結言	87
第 6 章	結論	91
	謝辞	94

参考文献	95
論文目録	102

目次

1.1	遅延トモグラフィの課題とその解決策, および提案手法.	4
1.2	本論文の構成.	8
2.1	2-スパースなベクトルの集合 $\Sigma_2 \subset \mathbb{R}^3$.	11
2.2	ℓ_1 再構成と ℓ_2 再構成 ($I = 1, J = 2$).	13
2.3	FISTA のための関数 $S_\nu(z)$.	22
3.1	木構造のトポロジ.	28
3.2	タイムチャート.	31
3.3	送受信ノードのクロック.	32
3.4	(a) $w_i^{(m)}$ の確率密度関数 (b) $u_i^{(m)}$ の確率密度関数 (ガウス分布).	50
3.5	ネットワークトポロジ (ノード数:8 リンク数:11).	51
3.6	異常リンク遅延時間 η_A に対する完全同定率 PIR.	51
3.7	異常リンク数 k に対する完全同定率 PIR.	52
4.1	ネットワークトポロジ (ノード数:14 リンク数:29).	65
4.2	異常リンク遅延時間 η_A に対する (a) PIR, (b) FPR, (c) FNR.	72
4.3	偽陽性が生じる確率.	73
4.4	試験パケット送信間隔 T_{probe} に対する (a) PIR, (b) FPR, (c) FNR.	74
4.5	異常リンク数 k に対する (a) PIR, (b) FPR, (c) FNR.	75
4.6	ネットワーク規模に対する PID. (a) $\eta_A = 0.1$, (b) $\eta_A = 0.5$, (c) $\eta_A = 0.9$.	76
5.1	透過型ネットワークトモグラフィにおける観測経路.	78
5.2	観測経路の例.	81

5.3	ネットワークトポロジ (ノード数:8 リンク数:16) と提案アルゴリズムによっ て構築された観測経路.	89
5.4	異常リンク遅延 η_A に対する完全同定率 PIR.	90
5.5	異常リンク数 k に対する完全同定率 PIR.	90

表 目 次

1.1	パッシブ計測とアクティブ計測の比較.	2
3.1	観測行列.	46
4.1	観測経路.	66
5.1	アルゴリズムで使用する記号の一覧.	83
5.2	観測行列の情報.	84

第1章 序論

背景

複数のノードが有線あるいは無線により互いに接続され、形成される1つの情報通信ネットワークを考える。このネットワークを継続的に機能させるためには、その管理を行い、仮に異常が発生した場合には、素早くそれを同定し、修復する必要がある。つまり、長期に渡って利用可能なネットワーク、すなわち高い保守性（Maintainability）を備えるネットワークを実現するためには、効率的なネットワークの異常同定技術が必要不可欠となる [5]。

利用すべき異常同定技術は、そのネットワークの特徴に適していることが重要であるが、基本的にはネットワークを監視し、情報を計測することから始まる。ネットワークの計測には、パッシブ計測とアクティブ計測の2つの方針があり、通常、これらのいずれか、あるいは両方を用いる。パッシブ計測では、ネットワークで実際に流れている情報から受動的にネットワーク情報を観測する。一方、アクティブ計測では、ネットワーク情報を計測するための試験パケットを能動的にネットワークに投入し、その振る舞いからネットワーク情報を観測する。表 1.1 に示すように、パッシブ計測では、既存のネットワークの情報フローに影響を与えるような試験パケットを利用しない点が長所である一方、観測できる情報が限定的であるという短所を持つ。逆に、アクティブ計測では、情報

表 1.1: パッシブ計測とアクティブ計測の比較.

	パッシブ計測	アクティブ計測
長所	既存の情報フローに影響を与えない	素早く所望の情報が収集できる
短所	収集可能な情報が限定的である	既存の情報フローに影響を与える

フローに影響を与えてしまうものの、素早く所望のネットワーク情報を収集できるという点が長所ある。このように、いずれの計測方針にも一長一短があるが、異常同定技術において重要となるのは、「ネットワーク内の情報フローになるべく影響を与えずに、いかに素早くその異常を同定できるか」である。本論文では、ネットワークの異常箇所を素早く同定可能とするアクティブ計測を選択し、その短所を補うことができる“ネットワークトモグラフィ [9,10,42]”による異常同定技術について考える。

ネットワークトモグラフィと圧縮センシングを用いた異常同定

ネットワークトモグラフィは、Y. Vardi がネットワーク診断と医療におけるトモグラフィの類似点に着目したことから始まった技術で [42]、ネットワーク内のエンド-エンド間のパケットの送受により得られるいくつかの経路情報をもとにネットワーク内の各リンクで生じる遅延時間（リンク遅延時間）やパケットロス率などのネットワーク内部の情報を推定するための技術である。ネットワークトモグラフィを用いることで、中間ノードの特別な機能や新しい装置を必要とすることなく、また、ネットワーク内部のトラフィック量もさほど増やすことなくネットワーク内部の情報を推定することができる。

ネットワーク内部のリンク遅延時間に注目した場合、ネットワークトモグラフィは遅延トモグラフィと呼ばれる。遅延トモグラフィにおける経路情報とは、経路遅延時間であり、それが経路上に存在するリンクの遅延時間の和で表されると考えると、遅延トモ

グラフィは既知の経路遅延時間と各経路遅延時間から未知の各リンク遅延時間を推定する線形逆問題の形で定式化できる [10]. さらに, 遅延トモグラフィは, 圧縮センシングと組み合わせることで, ネットワーク内部で発生する全体に対して少数な異常箇所の同定を高效率に行うことができる [17,18,43]. 圧縮センシングとは, 信号処理, 画像処理, 符号理論など, 様々な分野で注目を集めている技術であり, 式の数が未知変数の数より少ない劣決定系の連立方程式の真の解が疎である (スパースである) ことが分かっているとき, すなわち, そのほとんどの要素が 0 であることが分かっているときに, その疎性を手がかりにして真の解を導き出す理論的枠組みである [13,15]. ネットワークトモグラフィと圧縮センシングを組み合わせることで, アクティブ計測によるネットワーク内の情報フローへの影響が軽減され, 高效率な異常箇所の同定が実現可能となる. 本論文では, リンク遅延時間が極端に大きいリンクを異常箇所ととらえ, それを同定するため, 圧縮センシングを用いた遅延トモグラフィを研究対象として扱う.

遅延トモグラフィにおける時刻同期に関する課題

前述のように, 遅延トモグラフィにおいて必要となる経路遅延時間は, ネットワーク内のアクセス可能なノードのうち, 別々の場所に位置するエンドノードがそれぞれ記録する送受信時刻から算出される. ここで, 無線ネットワークに焦点を当てた場合, 次のさらなる課題が浮き彫りとなる. それは, 時刻同期が十分な精度でとれていないノードをエンドノードとして選択した場合に, エンドノード間に未知の時刻誤差が発生するため, 計測した経路遅延時間が, 未知の誤差でバイアスされたものになるということである. そして, 特に無線ネットワークの時刻同期は, 厄介な問題である [2,38]. 無線ネットワークの時刻同期に, GPS (Global Positioning System) [27] を利用することが考えられるが, そ

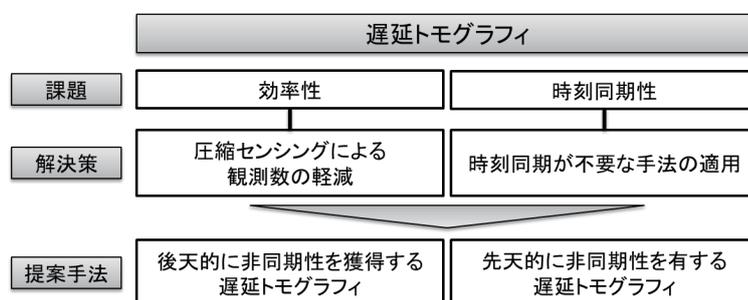


図 1.1: 遅延トモグラフィの課題とその解決策, および提案手法.

それぞれのノードが GPS を備え持つことは, 安価なノードで構成される無線ネットワークでは現実的ではない. また, NTP (Network Time Protocol) [32] や MAC 層 (Medium Access Control Layer) の機能 [20, 36, 45] を用いて, 時刻同期を行うことも考えられるが, これらの方法では, 多くの時刻同期用のパケットをネットワーク内でやり取りする必要があり, アクティブ計測用の試験パケットに加えてさらに多くのパケットを必要とする. また, 無線ネットワークでは時刻同期の完了までに時間を要する. 現状, 規模の大きい無線ネットワークに直接適用することのできる, 迅速で有効な時刻同期の方法はない [2, 23, 29, 38].

本論文の目的

ここまで見たように, アクティブ計測に基づく遅延トモグラフィには, 無視できない課題がある. 本論文では, ネットワーク内の情報フローへの影響を軽減させ, 素早く異常同定が行えること, すなわち効率性の課題に対して圧縮センシングを適用する. 一方, 時刻同期の課題に対しては, ネットワークの時刻同期を必要しない手法を適用する. 上記の課題と解決策の対応を図 1.1 に示す. これらの解決策の具体化のため, 本論文では,

圧縮センシングと組み合わせた「後天的に非同期性を獲得する遅延トモグラフィ」と「先天的に非同期性を有する遅延トモグラフィ」の2手法の提案を行う。本論文の目的は、無線ネットワークの異常同定のため、効率性と非同期性を兼ね備える遅延トモグラフィを提案し、その有効性を示すことにある。

後天的に非同期性を獲得する遅延トモグラフィ

「後天的に非同期性を獲得する遅延トモグラフィ」は、非時刻同期型の位置推定手法である TDOA (Time Difference Of Arrival) から着想を得た手法である。具体的には、複数の観測経路の中から基準となる経路を選択し、そこで得られる経路遅延時間をその他の経路遅延時間から差し引くことで、経路遅延時間に含まれる時刻誤差を除去する。時刻誤差の除去によって非同期性が得られることとなるが、線形逆問題として定式化される遅延トモグラフィにおいて、この手法を用いることは、式の数減らすことを意味するため、非同期性と異常同定の性能はトレードオフの関係になる。しかし、圧縮センシングは、もともと劣決定問題を扱う技術のため、トレードオフにおける影響は軽減されると考えられる。本論文では、このトレードオフの影響について、圧縮センシングの理論に基づく解析と計算機シミュレーションによる評価を実施する。

この提案手法によって、時刻誤差が除去されるが、観測情報である経路遅延時間には、時刻誤差のほかにも、異なるエンドノードであることに起因した「クロックスキュー」、および「圧縮センシングにおける近似誤差」によるノイズ要素が存在する。クロックスキューによるノイズ要素は、エンドノード間のクロック周波数のずれによるものであり、観測に要する時間が長くなるにつれて大きくなる。一方、圧縮センシングにおける近似誤差は、圧縮センシング適用の際に、異常のない各リンクの遅延時間を0と近似することに

よる誤差であり，このノイズ要素は，無線ネットワークの場合に大きくなる．本論文ではさらに，圧縮センシングの理論と数理に基づき，すべてのノイズ要素を最も除去できる手法を導出し，計算機シミュレーション実験によってその正当性を示す．

先天的に非同期性を有する遅延トモグラフィ

ここまでの議論では，異なるエンドノード間のパケットの送受により得られる経路遅延時間に基づく遅延トモグラフィを前提としており，既存研究のほとんどが，このような経路観測手法をとっている．一方，ラウンドトリップタイムを取得するように，単一のノードをエンドノード，すなわち，送受信機として利用して，ネットワークの経路遅延時間を観測することも可能である．本論文では，従来多く取られていた前者の経路観測手法に基づく遅延トモグラフィを「透過型遅延トモグラフィ」，後者の経路観測手法に基づく遅延トモグラフィを「反射型遅延トモグラフィ」と定義する．なお，前述の「後天的に非同期性を獲得する遅延トモグラフィ」は，透過型非同期遅延トモグラフィのための技術ということとなる．

反射型遅延トモグラフィは，単一のノードによって経路遅延時間を計測するため，先天的にノード間の時刻同期を不要とする非同期性を有している．さらに，透過型遅延トモグラフィと比較して，実行の容易性や，観測経路を過去の経路情報をもとに決定できる適応性などの特別な性質も兼ね備えている．しかし，多くの利点を兼ね備える一方で，経路観測手法が多くの既存の手法（透過型遅延トモグラフィ）と大きく異なるため，いかに適した観測経路を構築するかについてはほとんど議論されていない．そこで本論文では，非同期性を有する遅延トモグラフィの実現のために，圧縮センシングの利点を効果的に引き出す観測経路構築法を考案し，新しい反射型遅延トモグラフィを提案する．こ

の提案手法では、ネットワーク内に異常が発生する確率が非常に低いときに、素早くネットワーク状態を調べることのできる観測経路の構築を行う。本論文では、計算機シミュレーションによって本提案手法の有効性を評価し、ネットワークの時刻同期を必要とすることなく、少ない観測経路数で効率的に異常箇所が同定できることを示す。

提案手法が特に効果を発揮するシステム

本研究の提案手法は、有線の通信システムをはじめとする様々な場面で利用可能であるが、特に非同期性を有する特徴から、ノード間の時刻同期が難しい安価なノードで構成される無線センサネットワークで最も効果を発揮する。無線センサネットワークには、自然環境・インフラモニタリングや防犯・セキュリティ、対象物のトラッキングなど様々な用途があり、それに応じた様々な性能要求が存在するが、例えば、災害現場で被災状況をはじめとする情報を緊急的かつ迅速に収集する利用場面など、多くの利用場面では、温度や雨量、震度など目的に特化したセンシング結果を複数の安価なノードを用いて収集することが多い。したがって、提案による非同期性は、多くの無線センサネットワークの保守において重要な意味を持つ。なお、異常遅延の大きさは、システムの遅延要求から相対的に決定される。本研究では、計算機シミュレーション実験を通じて様々な大きさの異常遅延に対する評価を実施することで、提案手法の適用可能範囲を明らかにしていく。

本論文の構成

本論文の構成を図 1.2 に示す。第 2 章では、圧縮センシングについて概説する。第 3 章において、「後天的に非同期性を獲得する遅延トモグラフィ」として透過型非同期遅延ト

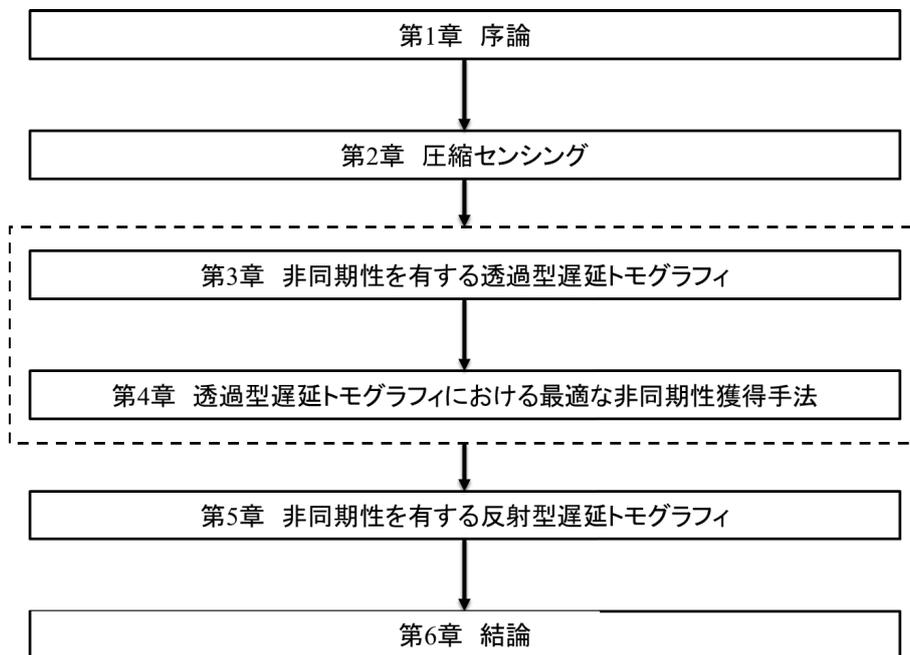


図 1.2: 本論文の構成.

モグラフィを提案し, 第 4 章で最適な透過型非同期遅延トモグラフィの導出とその評価を行う. 第 5 章において, 「先天的に非同期性を有する遅延トモグラフィ」として反射型遅延トモグラフィに関する提案を実施する. 最後に第 6 章で本論文のまとめと今後の課題について述べる.

第2章 圧縮センシング

2.1 緒言

本論文では、ネットワーク内の異常箇所を効率的に同定するため、圧縮センシング [13,15] を応用する。このため本章では、圧縮センシングの理論について概説する。まずはじめに、圧縮センシングの問題設定について述べる。次に、真の解が疎（スパース）な劣決定系の連立一次方程式から解を得るための最適化問題の設定を行い、圧縮センシングによって推定した解の正当性を保証するための理論について述べる。最後に、本論文で用いる最適化式を解くためのアルゴリズムについて説明を行う。

2.2 圧縮センシングの問題設定

未知のベクトルを線形観測に基づいて推定する問題を考える。未知の J 次元ベクトル $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_J]^T \in \mathbb{R}^J$ が、 $I \times J$ の観測行列 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{I \times J}$ によって、 I 回の線形観測の結果を要素とするベクトル $\mathbf{y} = [y_1 \ y_2 \ \cdots \ y_I]^T \in \mathbb{R}^I$ として、次式のように観測されるとする。なお、 \top は転置を表す。

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} \tag{2.1}$$

観測行列 \mathbf{A} を既知としたとき、観測ベクトル \mathbf{y} からベクトル \mathbf{x} を推定する問題は、 \mathbf{x} を変数とする連立一次方程式を解く線形逆問題として解釈できる。式 (2.1) の解を正しく得るための必要十分条件は、観測行列 \mathbf{A} のランク $\text{rank}(\mathbf{A})$ を用いて、 $\text{rank}(\mathbf{A}) = J$ と表すことができ、一般的な観測の条件下では、 $I \geq J$ であれば解は正しく求まる。一方、 $I < J$ であるとき、条件式の数 I よりも未知の変数の数 J の方が大きいため、解を一意に得ることはできない。 $I < J$ となる劣決定系の連立一次方程式では、例えば、一般逆行列を用いて最小二乗解を得るなどの対応策が考えられる。

圧縮センシングの問題設定では、式 (2.1) が $I < J$ となる不良設定問題に対し、ベクトル \mathbf{x} が疎 (スパース) であるという仮定を加える。具体的には、 \mathbf{x} の J 個の要素の内、0 でない値をとるものは高々 k 個であるという仮定を加える。このとき、ベクトル \mathbf{x} を k -スパースであると呼び、 k -スパースなベクトルの集合を次のように定義する。

$$\Sigma_k = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^J \mid \|\mathbf{x}\|_0 \leq k\} \quad (2.2)$$

ここで、 $\|\cdot\|_0$ はベクトル \mathbf{x} の l_0 ノルムを表し、ベクトル \mathbf{x} に対する l_0 ノルムは非ゼロ要素の個数として以下のように定義される。

$$\|\mathbf{x}\|_0 = |\text{supp}(\mathbf{x})| \quad (2.3)$$

なお、 $\text{supp}(\mathbf{x}) = \{i \mid x_i \neq 0\}$ で、 $|\cdot|$ は集合の要素数を表す。 k -スパースなベクトルの集合 Σ_k は凸な集合ではないため、 $\mathbf{x}, \mathbf{z} \in \Sigma_k$ のとき、 $\mathbf{x} + \mathbf{z} \in \Sigma_{2k}$ となる。図 2.1 に $J = 3$ の場合の 2-スパースなベクトルの集合 Σ_2 を示す。 $I < J$ であっても、 \mathbf{x} のどの要素が 0 でない値をとるかが既知である場合、式 (2.1) が $I \geq k$ を満たしていれば、正しい求解は

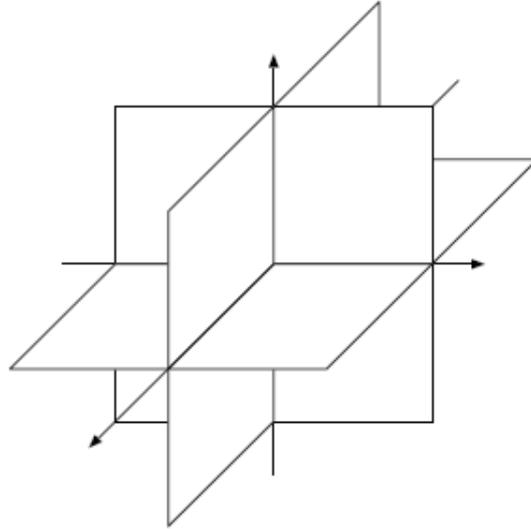


図 2.1: 2-スパースなベクトルの集合 $\Sigma_2 \subset \mathbb{R}^3$.

基本的に可能である。圧縮センシングにおいて対象となるのは、 \mathbf{x} が k -スパースであることはわかっている、あるいは想定が可能であるが、どの要素が 0 でない値をとるかは不明となっている場合である。

2.3 スパースな解の推定

観測行列 \mathbf{A} と観測ベクトル \mathbf{y} から未知のスパースベクトル \mathbf{x} を推定する最も直観的な方法として、線形制約 $\mathbf{y} = \mathbf{Ax}$ を満たす条件下において、最もスパースな \mathbf{x} を推定結果とする方法が考えられる。つまり、線形制約のもとでベクトルの非ゼロ要素数を最小化する以下の問題を解けばよい。

$$\hat{\mathbf{x}} = \underset{\mathbf{x}}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{x}\|_0 \text{ subject to } \mathbf{y} = \mathbf{Ax} \quad (2.4)$$

この方法は、 l_0 再構成と呼ばれる。連立一次方程式の解が k -スパースであり、かつユニークであれば、 $I > k$ を満たす観測行列 \mathbf{A} について、 l_0 再構成で正しい推定結果を得られることが理解できる。しかし、 l_0 再構成は、離散最適化問題であり、一般に NP 困難である。解を得るために必要な計算量および計算時間は、 J に関して指数的に増加するため、 l_0 再構成によって取り扱うことのできる問題は厳しく制限される。

l_0 再構成の計算量の問題を回避するために、緩和問題を考える。準備として、 $p \geq 0$ に対して、 l_p ノルムを以下のように定義する。

$$\|\mathbf{x}\|_p = \begin{cases} (\sum_{i=1}^J |x_i|^p)^{\frac{1}{p}} & (p > 0) \\ \|\mathbf{x}\|_0 & (p = 0) \end{cases} \quad (2.5)$$

なお、この式で定義される l_p ノルムにおいて、 $p < 1$ については、ノルムの公理の一部を満たしていないため、数学的なノルムではない。 l_0 再構成の緩和問題として、式 (2.4) の l_0 ノルムを l_1 ノルムで置き換えた次の最適化問題を考える [12, 13].

$$\hat{\mathbf{x}} = \underset{\mathbf{x}}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{x}\|_1 \text{ subject to } \mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} \quad (2.6)$$

この最適化は、 l_1 再構成と呼ばれ、ある条件においては $I < J$ であっても、完全に正しい推定結果が得られる。また、 l_1 再構成は、線形計画問題として扱えるため、単体法や内点法を用いて、効率的に解くことができる。

図 2.2 は、ある 2 変数の線形観測（図の青の線）に対して、これを制約条件として満たさせる最小の l_1 ノルムと l_2 ノルムをそれぞれ図示したものである（緑の図形）。 l_2 ノルムが、円で描画される一方、 l_1 ノルムは、軸上で尖った形をしている。線形観測によ

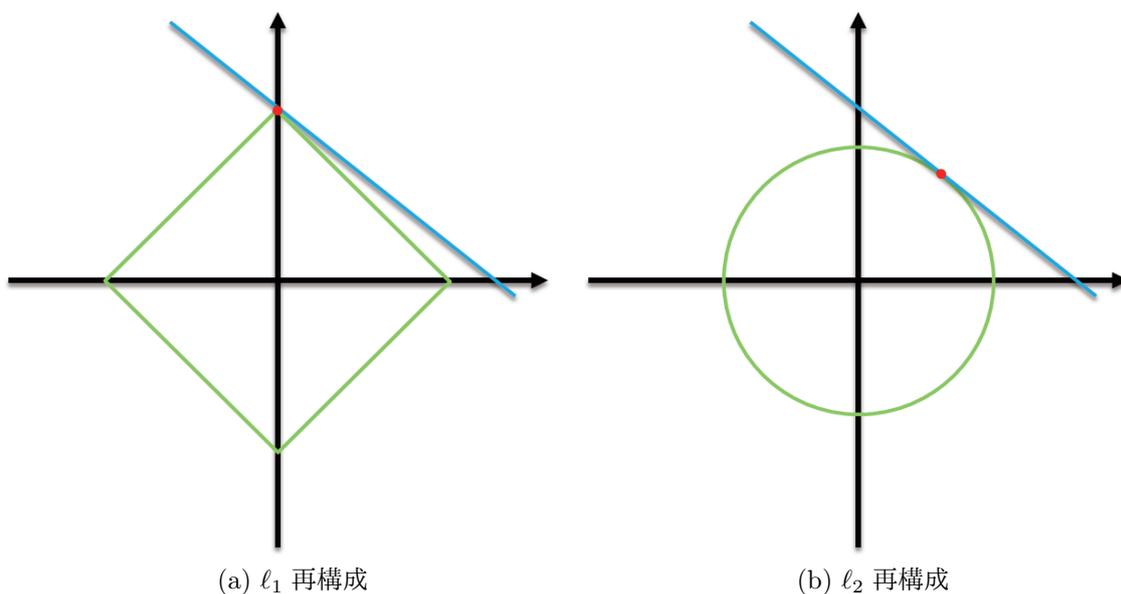


図 2.2: l_1 再構成と l_2 再構成 ($I = 1, J = 2$) .

る制約のもとで l_p ノルムを最小とする問題を, l_p 再構成と呼ぶこととすると, 図におけるその解釈は, 緑の図形と青の直線が接する条件のもとでなるべく l_p ノルムを小さくすることであり, その接点が l_p 再構成の解に対応する. l_2 ノルムは軸上で尖った形を示さないので, スパースな解を得ることはできない. つまり, 解がスパースであるという仮定のもとでは, l_2 再構成は正しい解を与えないということがわかる. 一方, l_1 ノルムは, 軸上で尖った形をしているため, l_1 再構成はスパースなベクトルを推定できる. ただし, l_1 再構成も完全ではなく, 常に正しい解を与えるわけではない. 図 2.6(a) においてもみられるように, 線形制約を満たす解空間は, 2つのスパースな解 (点) を持つ. したがって, 数学的に推定解の正当性を保証することが非常に重要となる.

2.4 正確な推定のための条件

正しい k -スパースな解が再構成されることを完全再構成と呼ぶ。任意の $\mathbf{x} \in \Sigma_k$ が完全再構成可能であるか否かは、観測行列 \mathbf{A} の性質によって決まり、その性質は様々な方法で調べることができる [15,16]。その中から、本論文では観測行列 \mathbf{A} のゼロ空間を起点とした議論を行う。行列のゼロ空間から定義されるスパークは、完全再構成の必要十分条件を与え、また、行列のスパークを評価する相互コヒーレンスは、サイズの大きな行列に対しても計算可能な十分条件を与える。

2.4.1 ゼロ空間特性

本節では、行列のゼロ空間に基づく完全再構成の必要十分条件について述べる。 I 個すべての要素が 0 であるゼロベクトル $\mathbf{0}_I$ を用いて、行列 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{I \times J}$ のゼロ空間を以下のように定義する。

$$\ker(\mathbf{A}) = \{\mathbf{w} \in \mathbb{R}^J \mid \mathbf{A}\mathbf{w} = \mathbf{0}_I\} \quad (2.7)$$

前節で見たように、制約条件 $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}$ を満たすようなベクトルが複数ある場合、推定したベクトルが正しい解であるか否かは、確率の問題である。つまり、完全再構成が保証されるためには、そもそも複数の解が存在してはならず、制約条件を満たす k -スパースなベクトルがただ 1 つであるとき、それが保証できる。そこで、行列のゼロ空間に基づき、解の一意性について考える。

行列 \mathbf{A} の一次従属な列ベクトルの最小数を行列 \mathbf{A} のスパークと定義する.

$$\text{spark}(\mathbf{A}) = \min_{\mathbf{w} \in \ker(\mathbf{A}) \setminus \{\mathbf{0}_I\}} \|\mathbf{w}\|_0 \quad (2.8)$$

この定義は、任意の $\text{spark}(\mathbf{A}) - 1$ 個の列ベクトルの組が一次独立であることを表している。スパークと行列のランクの定義はよく似ているが、スパークとランクは、 $\text{spark}(\mathbf{A}) \leq \text{rank}(\mathbf{A}) + 1$ の関係にある。ただし、すべての列ベクトルが一次独立な行列 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{I \times J} (I \geq J)$ のとき、 $\text{spark}(\mathbf{A}) = I + 1$ とする。

スパークを用いると、以下の定理によって、制約条件 $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}$ における完全再構成の必要十分条件を示すことができる。

定理 1 以下の 2 条件は等価である。

(A) $\text{spark}(\mathbf{A}) > 2k$

(B) $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}$ を満たすスパースなベクトル $\mathbf{x} \in \Sigma_k$ が多くとも 1 つ存在する。

証明 ((A) \Rightarrow (B)) : ある観測ベクトル \mathbf{y} に対して、 $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{x}'$ となるような k -スパースなベクトル $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in \Sigma_k$ が存在すると仮定すると、このとき、 $\mathbf{A}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') = \mathbf{0}_I$ となる。 ℓ_0 ノルムは $\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|_0 \leq \|\mathbf{x}\|_0 + \|\mathbf{x}'\|_0$ を満たすので、 $\mathbf{x} - \mathbf{x}'$ は $2k$ -スパースなベクトルである。ここで、条件より、観測行列 \mathbf{A} は、 $\text{spark}(\mathbf{A}) > 2k$ を満たすため、観測行列 \mathbf{A} のすべての ($2k$ 個の) 列ベクトルの集合は、一次独立である。このことから $\mathbf{x} - \mathbf{x}' = \mathbf{0}_J$ であることがわかる。すなわち、 $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}$ を満たすスパースなベクトル $\mathbf{x} \in \Sigma_k$ が存在するとき、それは一意に定まる。□

証明 ((B) \Rightarrow (A)) : 対偶証明法によって示す。 $\text{spark}(\mathbf{A}) \leq 2k$ とすると、一次従属な $2k$ 個の

列ベクトルが存在する。このとき、 $\mathbf{w} \in \ker(\mathbf{A})$ となる $\mathbf{w} \in \Sigma_{2k}$ が存在し、 $\mathbf{A}\mathbf{w} = \mathbf{0}_I$ である。 \mathbf{w} を2つのベクトル $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in \Sigma_k$ を用いて $\mathbf{w} = \mathbf{x} - \mathbf{x}'$ と分けて表すと、 $\mathbf{A}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') = \mathbf{0}_I$ となる。この対偶をとって、任意の $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^I$ に対して、 $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}$ を満足する $\mathbf{x} \in \Sigma_k$ が高々1つ存在する。以上から、 $\text{spark}(\mathbf{A}) > 2k$ と示される。□

本定理によって、完全再構成の必要十分条件が示され、 $\text{spark}(\mathbf{A})$ が大きい観測行列 \mathbf{A} ほど非ゼロの要素数の大きいスパースベクトルの再構成が可能であるといえる。スパークは、解の一意性を簡潔に表現するのに非常に適した行列の性質であるが、スパークの算出には、観測行列 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{I \times J}$ の列ベクトルの全ての組について、その組が一次従属であるかどうかを調べる必要があるため、必要な計算量は、列数 J に対して指数的に増加してしまう。

実際に計算可能なスパークに近い値は、スパークの上界として得ることができる。スパークを次の J 個の最適化問題 $(P_0^{(j)})$, $j = 1, 2, \dots, J$ から得られる結果から考える。

$$(P_0^{(j)}) : \mathbf{x}_{\text{opt}}^{(j)} = \underset{\mathbf{x}}{\text{argmin}} \|\mathbf{x}\|_0 \text{ subject to } \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{0}_I, x_j = 1 \quad (2.9)$$

これらの最適化問題は j 番目の要素が値を持つ、最もスパースな行列 \mathbf{A} のゼロ空間ベクトルを与える。これらの結果から、スパークは以下のように表すことができる。

$$\text{spark}(\mathbf{A}) = \min_{1 \leq j \leq J} \|\mathbf{x}_{\text{opt}}^{(j)}\|_0 \quad (2.10)$$

しかし、ここまで述べているように、 $(P_0^{(j)})$ は計算困難であるため、同様に、 ℓ_0 ノルム

を ℓ_1 ノルムに置き換えた最適化問題を考える.

$$(P_1^{(j)}) : \mathbf{z}_{\text{opt}}^{(j)} = \underset{\mathbf{x}}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{x}\|_1 \text{ subject to } \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{0}_I, \quad x_j = 1 \quad (2.11)$$

これらの最適化問題は、線形計画問題として扱える. (P_0^j) で求めたベクトルは最もスパークなベクトルであることから、全ての j に関して、 $\|\mathbf{x}_{\text{opt}}^{(j)}\|_0 \leq \|\mathbf{z}_{\text{opt}}^{(j)}\|_0$ である. よって、スパークの上界,

$$\operatorname{spark}(\mathbf{A}) \leq \min_{1 \leq j \leq J} \|\mathbf{z}_{\text{opt}}^{(j)}\|_0 \quad (2.12)$$

を得る. この上界は非常にスパークに近いことが知られているが、あくまで上界であることに注意する.

2.4.2 相互コヒーレンス

スパークによって完全再構成の必要十分条件を与えることができるが、観測行列のスパークの計算および見積もりには、実用的でない側面があることについても議論を行った. そこで、観測行列のスパークをさらに別の指標で評価することを考える. これから説明する相互コヒーレンスは計算量をあまり必要とせずにスパークを評価できるため [15, 21, 40], 観測行列のオンライン評価において重要な意味を持つ.

観測行列 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{I \times J}$ の j 番目の列ベクトルを $\mathbf{a}_j \in \mathbb{R}^I$ ($j = 1, 2, \dots, J$) とし、行列 \mathbf{A} の相互コヒーレンス $\mu(\mathbf{A})$ は、 \mathbf{A} の異なる列ベクトル間の正規化された内積の絶対値の最大値

$$\mu(\mathbf{A}) = \max_{1 \leq j, j' \leq J, j \neq j'} \frac{|\mathbf{a}_j^\top \mathbf{a}_{j'}|}{\|\mathbf{a}_j\|_2 \|\mathbf{a}_{j'}\|_2} \quad (2.13)$$

として定義される。以下で、この相互コヒーレンスを用いて、スパークの評価を行う。その準備としてまず、Gershgorin の定理について述べる。

定理 2 (Gershgorin の定理) 行列 $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{J \times J}$ に対し、

$$C_i = \{z \in \mathbb{C} \mid |z - a_{ii}| \leq \psi_i\}$$

$$\psi_i = \sum_{j \neq i} |a_{ij}| \quad (i = 1, 2, \dots, J)$$

とするとき、 \mathbf{A} の任意の固有値 λ はいずれかの集合 C_i に含まれる。

証明： \mathbf{A} の固有値 λ と対応する固有ベクトルを $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_J]^\top$ とする。固有値の定義から、

$$\sum_{j=1}^J a_{ij} x_j = \lambda x_i \quad (i = 1, 2, \dots, J) \quad (2.14)$$

である。ここで、 a_{ij} は \mathbf{A} の i 行 j 列目の要素を示す。 $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}_J$ に注意して、 $|x_k| = \max_j |x_j| > 0$ とおくと、上式より、

$$(\lambda - a_{kk})x_k = \sum_{j \neq k} a_{kj} x_j \quad (2.15)$$

よって、

$$|\lambda - a_{kk}| \leq \sum_{j \neq k} |a_{kj}| \frac{|x_j|}{|x_k|} \leq \sum_{j \neq k} |a_{kj}| = \psi_k \quad (2.16)$$

を得る。これは $\lambda \in C_k$ を意味する。□

スパークと相互コヒーレンスには、以下の関係がある。

定理 3

$$\text{spark}(\mathbf{A}) \geq 1 + \frac{1}{\mu(\mathbf{A})} \quad (2.17)$$

証明：スパークは列ベクトルの長さに依存しないので，行列 \mathbf{A} は単位長さの列ベクトルを持つものとして一般性を失わない． $\Lambda (\subseteq \{1, 2, \dots, J\}, |\Lambda| = p)$ を列のインデックス集合として，制限された Gram 行列 \mathbf{G} を

$$\mathbf{G} = \mathbf{A}_\Lambda^\top \mathbf{A}_\Lambda \quad (2.18)$$

と定義すると，行列 \mathbf{G} の各要素について，

$$g_{ii} = 1, 1 \leq i \leq p$$

$$|g_{ij}| \leq \mu(\mathbf{A}), 1 \leq i, j \leq p, i \neq j \quad (2.19)$$

となる．Gershgorin の定理より， $\sum_{i \neq j} |g_{ij}| < |g_{ii}|$ ならば \mathbf{G} は正定値であり， \mathbf{A}_Λ の列ベクトルは一次独立であるといえる．したがって，すべての $p < \text{spark}(\mathbf{A})$ に対して

$$\sum_{i \neq j} |g_{ij}| \leq (p-1)\mu(\mathbf{A}) < |g_{ii}| = 1 \quad (2.20)$$

であることから， $p > 1 + \frac{1}{\mu(\mathbf{A})}$ となり，題意が示される．□

相互コヒーレンスは，異なる 2 つの列の組み合わせについて評価すればよいので，行列のスパークと比較して簡単に調べることができる．スパークを相互コヒーレンスによって再評価すると，再構成の条件は以下の通りとわかる．

定理 4 次式が成立するとき，任意の k -スパースなベクトル \mathbf{x}_0 について， $\mathbf{Ax} = \mathbf{Ax}_0$ を満足するベクトル $\mathbf{x} \in \Sigma_k$ が高々一つ存在する．

$$k < \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\mu(\mathbf{A})} \right) \quad (2.21)$$

式 (2.21) が成立すれば， $\mathbf{y} = \mathbf{Ax}$ を満足する k -スパースなベクトル \mathbf{x} が多くとも 1 つ存在することがいえる．すなわち，解が k -スパースなベクトルであることがわかっているとき，式 (2.21) は， $\mathbf{y} = \mathbf{Ax}$ を満たす k -スパースなベクトル \mathbf{x} が必ず解として正しいこと（解の一意性）を保証する．ただし，相互コヒーレンスで観測行列を評価することは思い切った評価であり，完全再構成の十分条件としては，厳しい条件である．

2.5 近似的にスパースな解を求める手法

遅延トモグラフィなどで実際に圧縮センシングを応用する場合，多くは解が完全にスパースであるということは珍しく，近似的にスパースであることが多い．また，観測には，ノイズが含まれている場合がほとんどである．本論文では，圧縮センシングの応用として， l_1 - l_2 最適化 [46] を用いて，解が近似的にスパースである連立方程式を解く [31]． l_1 - l_2 最適化は，ある比率で l_1 ノルムと l_2 ノルムを足しあわせたものを目的関数として最適化を行う手法であり，この比率を決定するパラメータによって，得られる推定ベクトルのスパース性を調節することができる．本節では， l_1 - l_2 最適化について概説する．

l_1 - l_2 最適化では，解の推定値は次式のように， l_1 ノルムと l_2 ノルムを用いた目的関数

を最小化する.

$$\hat{\mathbf{x}} = \underset{\mathbf{x}}{\operatorname{argmin}} \frac{1}{2} \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{x}\|_1 \quad (2.22)$$

λ は正の実数であり, 調整パラメータと呼ばれる. 式の形からわかるように, 調整パラメータ λ は $\hat{\mathbf{x}}$ の推定誤差 $\|\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|_2$ と $\hat{\mathbf{x}}$ のスパース性のトレードオフを制御するパラメータである. $\lambda = 0^+$ の場合, すなわち, $\lambda > 0$ で, λ を 0 に近づけた場合, 式 (2.22) により得られた最適解は疑似逆行列により求めた最適解と一致する. つまり, λ を小さくするほど, $\|\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|_2$ は大きくなるが, $\hat{\mathbf{x}}$ としてよりスパースな解が得られる. また逆に, λ を大きくすると, $\|\mathbf{x}\|_1$ が減少し, 十分大きな λ に対して $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{0}_J$ となることが知られている [19].

式 (2.22) の最適解は, 繰り返し縮小法により求めることができる [46]. 本論文では特に, 繰り返し縮小法として, FISTA (Fast Iterative Shrinkage-Thresholding Algorithm) [3, 46] を利用する. FISTA の実行手順をアルゴリズム 1 に示す. ここで, $\lambda_{\max}(\mathbf{A}^\top \mathbf{A})$ は行列 $\mathbf{A}^\top \mathbf{A}$ の最大固有値を表す. また, $\mathbf{z} = [z_1 \ z_2 \ \cdots \ z_J]^\top$ に対し, $S_\nu(\mathbf{z})$ は次式で与えられる.

$$S_\nu(\mathbf{z}) = [S_\nu(z_1) \ S_\nu(z_2) \ \cdots \ S_\nu(z_J)]^\top, \quad (2.23)$$

$$S_\nu(z_j) = \begin{cases} 0 & (|z_j| \leq \nu) \\ z_j - \operatorname{sign}(z_j)\nu & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (2.24)$$

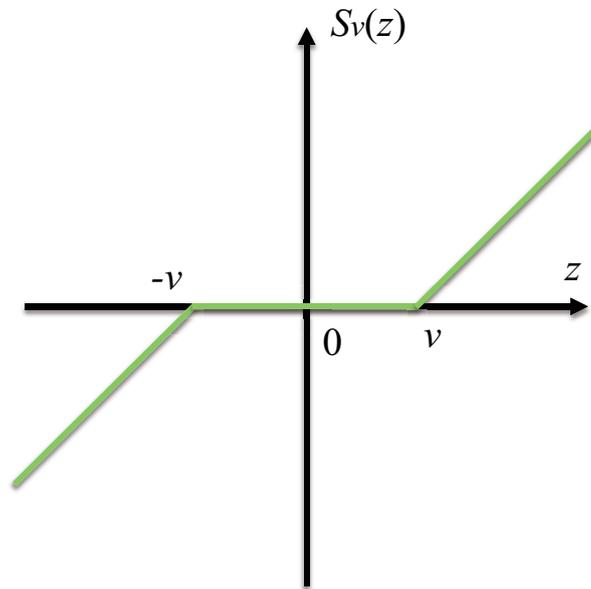


図 2.3: FISTA のための関数 $S_\nu(z)$.

2.6 結言

本章では，圧縮センシングの理論に関して，問題設定，推定解の妥当性，解の推定アルゴリズムについて概説した．次章以降において，遅延トモグラフィを線形逆問題で定式化し，圧縮センシングを適用することによって，効率的にネットワーク内のスパースな異常箇所の同定を行う．

Algorithm 1 FISTA

Input: $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^I$, $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{I \times J}$ and λ .

Output: $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^J$.

$c := \lceil \lambda_{\max}(\mathbf{A}^\top \mathbf{A}) \rceil$.

$\mathbf{x}_0 := \mathbf{0}_J$; $\mathbf{z}_0 := \mathbf{0}_J$; $\beta_0 := 1$; $i := 0$.

while $\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{i-1}\|_2 > \text{EPS}$ **do**

$i := i + 1$.

$\mathbf{x}_i := S_{\lambda/c} \left(\frac{1}{c} \mathbf{A}^\top (\mathbf{y} - \mathbf{A} \mathbf{z}_{i-1}) + \mathbf{z}_{i-1} \right)$.

$\beta_i := \frac{1 + \sqrt{1 + 4\beta_{i-1}^2}}{2}$.

$\mathbf{z}_i := \mathbf{x}_i + \frac{\beta_{i-1} - 1}{\beta_i} (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{i-1})$.

end while

return $\mathbf{x} := \mathbf{x}_i$.

第3章 非同期性を有する透過型遅延トモグラフィ

3.1 緒言

本論文では，ネットワーク内の異常箇所は，全体に対してごく一部であること，すなわち，異常のスパース性を仮定することによって，圧縮センシングの適用を試みる．なお，この仮定は，ネットワーク内の異常箇所の有無を頻繁に検査し，メンテナンスすることによって，異常箇所が確率的にあまり同時に発生しない場合に成り立つ．圧縮センシングを利用するため，遅延トモグラフィを前章で見たような線形逆問題として定式化する．本章ではまず，圧縮センシングを用いた遅延トモグラフィの問題設定を明確化する．次に，その実用上の課題について議論を行う．

通常，遅延トモグラフィにおいて，観測情報を取得するためには，ネットワーク内のノード間の時刻同期の必要がある．本章では，透過型遅延トモグラフィにおいて，送受信ノード間の時刻誤差が非常に大きな場合，さらには非同期の場合でも，圧縮センシングを用いて異常箇所の同定が行える手法を提案する．本章ではさらに，理論解析と計算機シミュレーション実験の両面から提案手法の評価を行い，その有効性を示す．なお，本章における遅延トモグラフィは，常に透過型であるところを指し示す．また，本章の内容は，文献 [33] に関する．

3.2 問題設定

3.2.1 システムモデル

本論文では、ネットワークのトポロジが既知であり、遅延トモグラフィによって異常箇所同定の過程（以下、セッションと呼ぶ）の間で変化しないことを想定し、ネットワークを無向グラフによってモデル化する。ネットワークの計測には、アクティブ計測とパッシブ計測の2種類の手法がある。アクティブ計測では、試験パケットを用い、試験パケットが通過する経路に沿った観測経路情報を計測する。一方、パッシブ計測では、試験パケットを用いず、ネットワーク上を通過しているパケットを用いて計測を行う。ネットワークの状態を推定し、素早く異常箇所を同定することが重要である場合には、アクティブ測定の方が有利といえ、本論文では、ユニキャストを用いたアクティブ計測によって、ネットワークの状態を調べる。

\mathcal{N} をノードの集合、 $\mathcal{L} \subset \mathcal{N} \times \mathcal{N}$ をリンクの集合として、ネットワークを $\mathcal{G} = (\mathcal{N}, \mathcal{L})$ と定義する。また、 $\mathcal{N}_S \subset \mathcal{N}$ 、 $\mathcal{N}_R \subset \mathcal{N}$ をそれぞれ送信ノード、受信ノードの集合とする。ここで、送信ノード、および受信ノードとは、それぞれ、ある経路の観測情報取得に際して、試験パケットをはじめに送信するノード、試験パケットを最後に受信するノードを意味する。送受信ノードは、ネットワーク管理者がアクセス可能なノードが選択され、一般的にそれらは、ネットワークの端にあるノードである。送受信ノード間において、試験パケットが流れる経路の集合を $\mathcal{R} = \{path_i^{(n_s, n_r)} | n_s \in \mathcal{N}_S, n_r \in \mathcal{N}_R, i = 1, 2, \dots, |\mathcal{R}|\}$ とする。この各要素 $path_i^{(n_s, n_r)}$ は、送信ノード $n_s \in \mathcal{N}_S$ から受信ノード $n_r \in \mathcal{N}_R$ までの経路の1つを表し、経路内の送受信ノード以外のノード（中間ノード） $\{n_{(i,1)}^{(s,r)}, n_{(i,2)}^{(s,r)}, \dots, n_{(i,|path_i^{(n_s, n_r)}|-1)}^{(s,r)}\} \subset \mathcal{N}$

を用いて, $path_i^{(n_s, n_r)} = \{(n_s, n_{(i,1)}^{(s,r)}), (n_{(i,1)}^{(s,r)}, n_{(i,2)}^{(s,r)}), \dots, (n_{(i, |path_i^{(n_s, n_r)}| - 1)}^{(s,r)}, n_r)\} \subset \mathcal{L}$ と表される. なお, 試験パケットの流れる経路は, ノードの性能とネットワークへの負荷を考慮して, 同じノードを2回以上通らないものとする. また, 経路集合は, 問題設定を違反しない限り, DSR (Dynamic Source Routing) [26] などのソースルーティングを用いて, 任意に決定できるものとする. 試験パケットは, 送信ノードにより事前に決定された経路に T_{prob} ごとに順次送出され, 中間ノードを経由して, 受信ノードへと渡る.

3.2.2 遅延トモグラフィの定式化

ネットワーク内で発生した異常をリンクに集約して考え, 異常によって大きな通信遅延 (以下, シンプルに遅延と呼ぶ) を生じさせるリンクを異常リンクと定義する. 異常リンクは, その他のリンク (以下, 正常リンク) と区別され, それぞれの集合を \mathcal{L}_A , $\mathcal{L}_N \subset \mathcal{L} \setminus \mathcal{L}_A$ とし, ネットワークには k 個の異常リンクが存在するものとする ($|\mathcal{L}_A| = k$, $|\mathcal{L}_N| = |\mathcal{L}| - k$). 以上に伴い, 経路集合 \mathcal{R} とリンク集合 \mathcal{L} を $\mathcal{R} = \{r_i | i = 1, 2, \dots, I\}$, $\mathcal{L} = \{l_j | j = 1, 2, \dots, J\}$ とそれぞれ再定義する. ここで, r_i は, 前節で定義した経路と同等であり, $I = |\mathcal{R}|$, $J = |\mathcal{L}|$ はそれぞれ, 経路遅延時間を計測した経路数とネットワークに存在するリンク数を表す.

試験パケットを用いて観測できる経路遅延時間は, 経路上に存在するリンクの遅延時間の和であると考え. このとき, d_{l_j} をリンク $l_j \in \mathcal{L}$ で発生するリンク遅延時間であるとすれば, 経路 $r_i \in \mathcal{R}$ 上で発生する経路遅延時間 D_{r_i} は,

$$D_{r_i} = \sum_{l_j \in r_i} d_{l_j} \quad (3.1)$$

と表すことができる．ここで，得られた経路遅延時間と各リンク遅延時間をそれぞれ， $\mathbf{y} = [y_1 \ y_2 \ \cdots \ y_I]^\top \in \mathbb{R}^I$ ， $\mathbf{d} = [d_1 \ d_2 \ \cdots \ d_J]^\top \in \mathbb{R}^J$ とベクトルを用いて表し， \mathbf{y} と \mathbf{d} の各要素をそれぞれ，以下のように定義する．

$$\begin{cases} y_i = D_{r_i} = \sum_{l_j \in r_i} d_{l_j} & (i = 1, 2, \dots, I) \\ d_j = d_{l_j} & (j = 1, 2, \dots, J) \end{cases} \quad (3.2)$$

ベクトル \mathbf{y} ， \mathbf{d} をそれぞれ観測ベクトルと状態ベクトルと呼ぶ．以上より，観測ベクトル \mathbf{y} と状態ベクトル \mathbf{d} を用いて，遅延トモグラフィを次のように線形逆問題として定式化できる [7,10]．

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{d} \quad (3.3)$$

ここで，行列 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{I \times J}$ は試験パケットが流れる観測経路情報を示す観測行列を表し， i 番目の観測経路にリンク遅延時間 x_j をとるリンク j が含まれれば $a_{ij} = 1$ ，そうでなければ $a_{ij} = 0$ となる．

本節の冒頭で異常リンクと通常リンクを区別して定義したように，異常リンク遅延が，正常リンク遅延より十分大きく，さらに異常リンク数 k がネットワーク内のリンク数 J より十分少なければ，状態ベクトル \mathbf{d} は，近似的にスパースであるとみなすことができる．したがって，式 (3.3) が， $I < J$ で劣決定系であっても，圧縮センシングによって，解を推定することが可能となる．これにより，観測数を削減することが可能となり，効率的に異常箇所同定が行える．なお，本論文では，観測行列 \mathbf{A} の行ベクトルおよび，列ベクトルを参照することが多い．そこで，本論文では，行列 \mathbf{A} の i 行目の行ベクトルと

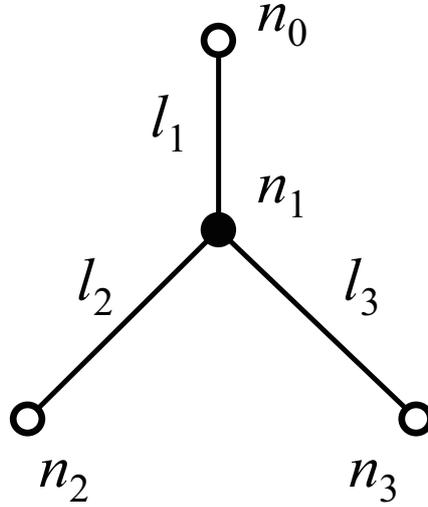


図 3.1: 木構造のトポロジ.

j 列の行ベクトルをそれぞれ, $\alpha_i \in \mathbb{R}^J$, $\mathbf{a}_j \in \mathbb{R}^I$ と区別して表記する.

$$\alpha_i = [a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{ij}, \dots, a_{iJ}] \quad (3.4)$$

$$\mathbf{a}_j = [a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{ij}, \dots, a_{Ij}]^\top \quad (3.5)$$

遅延トモグラフィの定式化の例を示す. 図 3.1 は, 1つの送信ノード ($n_0 \in \mathcal{N}_S$) と2つの受信ノード ($n_2, n_3 \in \mathcal{N}_R$) からなる簡単な木構造のトポロジを表している. このとき, 観測することができる経路が, ノード n_0 からノード n_2 , n_3 それぞれまでの計2経路であるとする. リンク l_1, l_2, l_3 で起こるリンク遅延をそれぞれ $d_{l_1}, d_{l_2}, d_{l_3}$ とし, 経路 $r_1 = \{l_1, l_2\}$, $r_2 = \{l_1, l_3\}$ での経路遅延時間を D_{r_1}, D_{r_2} とすれば, D_{r_i} ($i = 1, 2$) と d_{l_j} ($j = 1, 2, 3$) の関

係は以下のようになる.

$$\begin{cases} D_{r_1} = d_{l_1} + d_{l_2} \\ D_{r_2} = d_{l_1} + d_{l_3} \end{cases} \quad (3.6)$$

この式を式 (3.2) に当てはめれば, 確かに, 式 (3.3) で示したように, 観測ベクトル \mathbf{y} と観測行列 \mathbf{A} から, 各リンクでの遅延時間を表す状態ベクトル \mathbf{x} を導出する線形逆問題の形で遅延トモグラフィを定式化できる. なお, この場合の観測行列は以下の通りである.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

3.2.3 リンク遅延モデル

ある経路 $r_i \in \mathcal{R}$ に関して, 試験パケットを用いて観測できる経路遅延時間 D_{r_i} は, 経路上に存在するリンク $l_j \in r_i$ の遅延時間 d_{l_j} の和であると考え, $D_{r_i} = \sum_{l_j \in r_i} d_{l_j}$ と定義した. このリンク遅延 d_{l_j} について, 例えば, 文献 [18] では, 通常リンク $l_j \in \mathcal{L}_N$ では, 指数分布に従う確率変数を用い, 一方, 異常リンク $l_j \in \mathcal{L}_A$ では, 事前に定義した定数を用いてそれぞれのモデル化を行っている. 本論文でも同様のモデル化手法を考える. ただし, 通常リンク遅延は, 無線ネットワークを想定し, ガウス分布に従う確率変数とする [37]. ガウス分布を採用した理由は, リンク遅延が独立とみなすことができる多数の要因 (パケット処理時間や送信バックオフ, 伝搬時間など) から生じているという観点から, 中央極限定理に基づいている. 通常リンク l_j のリンク遅延時間 d_{l_j} を, 平均と分散が

それぞれ η_N , σ_N^2 のガウス分布に従う確率変数 γ_j を用いて,

$$d_{l_j} = \gamma_j \quad (3.8)$$

とモデル化する．なお, γ_j を統計的に評価すれば, 以下の通りである．

$$E[\gamma_j] = \eta_N \quad (3.9)$$

$$E[\gamma_j^2] = \eta_N^2 + \sigma_N^2 \quad (3.10)$$

一方, 異常リンクについては, リンク遅延時間を十分大きな定数 η_A ($\eta_A \gg \eta_N$, $\eta_A^2 \gg \sigma_N^2$) を用いてモデル化する．なお, リンクの状態は, 遅延トモグラフィのセッション内において静的であることを仮定し, d_{l_j} は統計的に変化がないものとする．

3.2.4 クロックモデル

図 3.2 は, 送受信ノード $n_s \in \mathcal{N}_S$, $n_r \in \mathcal{N}_R$ 間における経路遅延時間計測のタイムチャートを表している．図からもわかるように, 実際の観測において, 経路 r_i における経路情報 y_i は, 試験パケットが n_s によって送信された時刻 $t_i^{(n_s)}$ と, n_r で受信された時刻 $t_i^{(n_r)}$ の差で計算できる．より詳細には, n_s は, 自身のクロックから送信時刻 $t_i^{(n_s)}$ を試験パケットに記入し, 観測経路を指定して試験パケットを送信する．ネットワーク内に送出された試験パケットは, 指定された経路に沿って受信ノード n_r へ到達する． n_r が, 試験パケットを自身のクロックで時刻 $t_i^{(n_r)}$ に受信したとすると, この経路における遅延時間 y_i は, 試験パケットに記録されている送信時刻 $t_i^{(n_s)}$ と合わせて, 以下のように計算

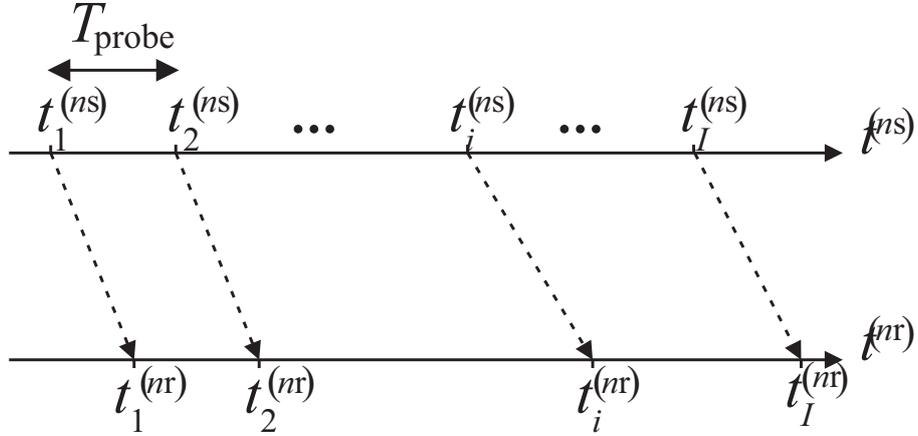


図 3.2: タイムチャート.

できる.

$$y_i = t_i^{(nr)} - t_i^{(ns)} \quad (3.11)$$

ここで、非常に重要な事柄として、送信ノードと受信ノードは、それぞれ異なるクロックを利用していることから、仮に全く同時刻にそれぞれのクロックを見ても、それぞれが全く同時刻を示すことは極めて稀である。一般性を失うことなく、送信ノードのクロックを基準に取れば、それぞれのクロックの示す時間を以下のように定義することができる.

$$t^{(ns)} = t \quad (3.12)$$

$$t^{(nr)} = t + \Delta_{sk}t + T_{off} \quad (3.13)$$

$$= (\Delta_{sk} + 1)t + T_{off} \quad (3.14)$$

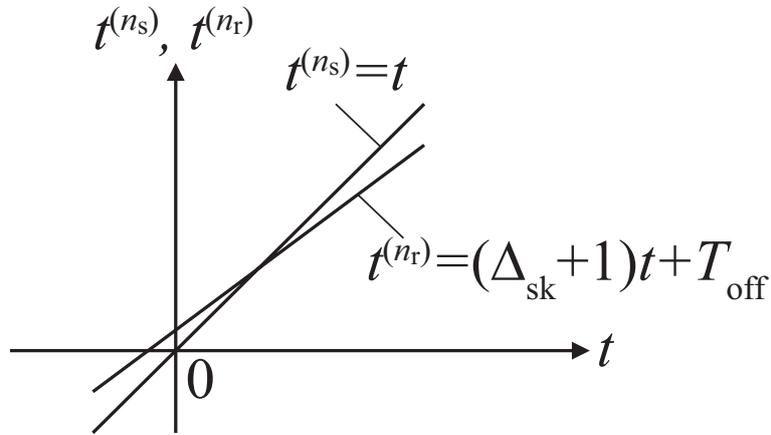


図 3.3: 送受信ノードのクロック.

ここで, T_{off} は, $t = 0$ における $t^{(n_s)}$ と $t^{(n_r)}$ との差 (オフセット) を示しており, Δ_{sk} は, 単位時間当たりのクロックのずれを意味するスキューを表している [28]. それぞれのクロックの様子を図 3.3 に示す. クロックのスキューを 0 にすることは不可能であるものの, 本研究で対象と考える無線ネットワークを例にとれば, WLAN (Wireless Local Area Networks) の標準規格である IEEE 802.11 や WPAN (Wireless Personal Area Networks) の標準規格である IEEE 802.15.4 においては, PHY 層および MAC 層のプロトコルは, ± 40 ppm までのクロックスキューが許容されるように決められている [24, 25]. 本論文では, クロックの動作周波数が, 実際の時刻とは一様にずれること, 具体的には $[-\Delta_{\text{dev}}, +\Delta_{\text{dev}}]$ の一様分布に従うを仮定する. このとき, その差として生じるクロックのスキュー Δ_{sk} は, 2 つの一様確率変数の差ということになるため, $[-2\Delta_{\text{dev}}, 0, +2\Delta_{\text{dev}}]$

の三角分布に従うこととなり [22], その平均と分散は,

$$E[\Delta_{\text{sk}}] = 0 \quad (3.15)$$

$$E[\Delta_{\text{sk}}^2] = \frac{2}{3}\Delta_{\text{dev}}^2 \quad (3.16)$$

となる. なお, 三角分布はその特徴を [最小値, 最頻値, 最大値] で表すことができる. クロックのスキューは, 送受信ノードの組それぞれに存在する. 本論文では, 簡単のため, 送受信ノードは1つずつ選ばれ $|\mathcal{N}_S| = 1$, $|\mathcal{N}_R| = 1$ とする.

3.3 遅延トモグラフィの課題

前節でみたように, 送受信ノードの異なるクロックを用いて経路遅延時間の観測を行うと, その観測結果には, クロックのオフセットとスキューが含まれている. つまり, i 番目の観測について考えるとすれば, 観測される経路遅延時間 y_i は, 真の経路遅延時間 D_{r_i} に, クロックのオフセット T_{off} と $t = 0$ から受信時刻までに次第に大きくなったスキュー $\Delta_{\text{sk}}(t_i^{(n_s)} + D_{r_i})$ が加算される. 実数 $v_i \in \mathbb{R}$ および $w_i \in \mathbb{R}$ を

$$v_i = T_{\text{off}} \quad (3.17)$$

$$w_i = \Delta_{\text{sk}}(t_i^{(n_s)} + D_{r_i}) \quad (3.18)$$

と定義すれば, i 番目の観測結果を表す等式は,

$$y_i = \alpha_i \mathbf{d} + v_i + w_i \quad (3.19)$$

ということになる.

すべての観測結果 i ($i = 1, 2, \dots, I$) に含まれるクロックのオフセットおよび、スキューについて

$$\mathbf{v} = [v_1, v_2, \dots, v_i, \dots, v_I]^\top \quad (3.20)$$

$$\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_i, \dots, w_I]^\top \quad (3.21)$$

と定義する. また, \mathbf{d} の各要素を

$$d_j = x_j + b_j \quad (3.22)$$

$$x_j = \begin{cases} \eta_A & (l_j \in \mathcal{L}^A) \\ 0 & (l_j \in \mathcal{L}^N) \end{cases} \quad (3.23)$$

$$b_j = \begin{cases} 0 & (l_j \in \mathcal{L}^A) \\ \gamma_j & (l_j \in \mathcal{L}^N) \end{cases} \quad (3.24)$$

と異常リンクと正常リンクの要素に分解し, 状態ベクトル \mathbf{d} を

$$\mathbf{d} = \mathbf{x} + \mathbf{b} \quad (3.25)$$

$$\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_J]^\top \quad (3.26)$$

$$\mathbf{b} = [b_1, b_2, \dots, b_j, \dots, b_J]^\top \quad (3.27)$$

と定義する. 以上を式 (3.3) に反映させて考えると, 遅延トモグラフィの定式化は以下の

ように改められる.

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{A}\mathbf{b} + \mathbf{v} + \mathbf{w} \quad (3.28)$$

ここで, 式 (3.28) に圧縮センシングを適用する場合に, その目的が, \mathbf{x} の非ゼロ要素の推定にあることから, 右辺のスパースベクトル \mathbf{x} に関連しない項をノイズベクトルとしてまとめる.

$$\mathbf{e} = \mathbf{u} + \mathbf{v} + \mathbf{w} \quad (3.29)$$

なお,

$$\mathbf{u} = \mathbf{A}\mathbf{b} = [u_1, u_2, \dots, u_i, \dots, u_I]^\top \quad (3.30)$$

としている. 結果として, 以下の式を圧縮センシングで扱うこととなる.

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{e} \quad (3.31)$$

以下では, ノイズベクトル \mathbf{e} についての分析を行う. 異常リンクを含む経路集合と含まない経路集合を \mathcal{R}_A , \mathcal{R}_N とし, 経路 r_i に含まれている異常リンク数と正常リンク数をそれぞれ, κ_i ($\kappa_i \leq K$), ρ_i とする. このとき, \mathbf{u} の i 番目の要素について, 式 (3.9), (3.10), (3.30) より,

$$E[u_i] = \begin{cases} (\rho_i - \kappa_i)\eta_N & (r_i \in \mathcal{R}_A) \\ \rho_i\eta_N & (r_i \in \mathcal{R}_N) \end{cases} \quad (3.32)$$

$$E[u_i^2] = \begin{cases} (\rho_i - \kappa_i)^2\eta_N^2 + (\rho_i - \kappa_i)\sigma_N^2 & (r_i \in \mathcal{R}_A) \\ \rho_i^2\eta_N^2 + \rho_i\sigma_N^2 & (r_i \in \mathcal{R}_N) \end{cases} \quad (3.33)$$

となる。一方、 \mathbf{v} の i 番目の要素について、式 (3.17) より、

$$E[v_i] = T_{\text{off}} \quad (3.34)$$

$$E[v_i^2] = T_{\text{off}}^2 \quad (3.35)$$

となる。さらに、 \mathbf{w} の i 番目の要素について、式 (3.15), (3.16), および (3.18) より、

$$E[w_i] = 0 \quad (3.36)$$

$$E[w_i^2] = \begin{cases} \frac{2}{3}\Delta_{\text{dev}}^2 \left\{ t_i^{(n_s)^2} + 2t_i^{(n_s)} [\kappa_i\eta_A + (\rho_i - \kappa_i)\eta_N] \right. \\ \quad \left. + [\kappa_i\eta_A + (\rho_i - \kappa_i)\eta_N]^2 + (\rho_i - \kappa_i)\sigma_N^2 \right\} & (r_i \in \mathcal{R}_A) \\ \frac{2}{3}\Delta_{\text{dev}}^2 \left(t_i^{(n_s)^2} + 2t_i^{(n_s)} \rho_i\eta_N + \rho_i^2\eta_N^2 + \rho_i\sigma_N^2 \right) & (r_i \in \mathcal{R}_N) \end{cases} \quad (3.37)$$

となる。したがって、 $\mathbf{0}_{I \times I}$ をすべての要素が 0 の $I \times I$ 行列と定義し、

$$E[\mathbf{u}\mathbf{w}^\top] = \mathbf{0}_{I \times I} \quad (3.38)$$

$$E[\mathbf{v}\mathbf{w}^\top] = \mathbf{0}_{I \times I} \quad (3.39)$$

であることを考慮にいれれば、ノイズベクトル \mathbf{e} は、

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\text{conv}}^2 &= E[\mathbf{e}^\top \mathbf{e}] \\ &= \varepsilon_{\text{conv}}^{uu} + \varepsilon_{\text{conv}}^{uv} + \varepsilon_{\text{conv}}^{vu} + \varepsilon_{\text{conv}}^{vv} \end{aligned} \quad (3.40)$$

となる。ここで,

$$\varepsilon_{\text{conv}}^{uu} = E[\mathbf{u}^\top \mathbf{u}] \quad (3.41)$$

$$\varepsilon_{\text{conv}}^{uv} = E[\mathbf{u}^\top \mathbf{v}] + E[\mathbf{v}^\top \mathbf{u}] \quad (3.42)$$

$$\varepsilon_{\text{conv}}^{vv} = E[\mathbf{v}^\top \mathbf{v}] \quad (3.43)$$

$$\varepsilon_{\text{conv}}^{ww} = E[\mathbf{w}^\top \mathbf{w}] \quad (3.44)$$

であり, 最終的に, 各要素は, 以下の通りである.

$$\varepsilon_{\text{conv}}^{uu} = \sum_{i=1}^I \left\{ P_A [(\rho_i - \kappa_i)^2 \eta_N^2 + (\rho_i - \kappa_i) \sigma_N^2] + P_N (\rho_i^2 \eta_N^2 + \rho_i \sigma_N^2) \right\} \quad (3.45)$$

$$\varepsilon_{\text{conv}}^{uv} = 2T_{\text{off}} \sum_{i=1}^I [P_A (\rho_i - \kappa_i) \eta_N + P_N \rho_i \eta_N] \quad (3.46)$$

$$\varepsilon_{\text{conv}}^{vv} = IT_{\text{off}}^2 \quad (3.47)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\text{conv}}^{ww} &= \frac{2}{3} \Delta_{\text{dev}}^2 \sum_{i=1}^I \left(t_i^{(n_s)^2} + P_A \left\{ 2t_i^{(n_s)} [\kappa_i \eta_A + (\rho_i - \kappa_i) \eta_N] \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + [\kappa_i \eta_A + (\rho_i - \kappa_i) \eta_N]^2 + (\rho_i - \kappa_i) \sigma_N^2 \right\} \right. \\ &\quad \left. + P_N \left(2t_i^{(n_s)} \rho_i \eta_N + \rho_i^2 \eta_N^2 + \rho_i \sigma_N^2 \right) \right) \end{aligned} \quad (3.48)$$

ここで, P_A および P_N は, r_i ($i = 1, 2, \dots, I$) がそれぞれ \mathcal{R}_A または \mathcal{R}_N に含まれる確率を表す.

前章で議論を行ったように, 圧縮センシングを用いて, 遅延トモグラフィを行うためには, ノイズベクトル \mathbf{e} の各要素が, \mathbf{x} の非ゼロ要素より十分小さい必要があり, ここまでの議論より, $\Delta_{\text{dev}} \approx 0$, $T_{\text{off}} \approx 0$ である必要がある. つまり, スキューを十分小さく

し、 T_{off} が十分小さくなるように、時刻同期がとられている必要がある。

3.4 非同期性獲得のための提案

これまでみてきたことから明らかなように、遅延トモグラフィを行うには、そもそも $T_{\text{off}} \approx 0$ である必要がある。つまり、これを実現するために、送受信ノード間の時刻同期の必要がある。しかし、特に安価な無線機で構築されるネットワークにおいて、時刻同期を要求することは容易ではない。そこで、本節では、非同期遅延トモグラフィを実現するため、 T_{off} を除去する手法を提案する。

提案手法では、経路遅延時間を1つ選択し、それを基準にとることによって、 T_{off} を除去し、非同期性を実現する。具体的には、 m 番目の観測を基準と選択し、その他の経路遅延時間 $y_i (i = 1, 2, \dots, I, i \neq m)$ から m 番目の経路遅延時間 y_m を差し引くことで、 T_{off} を一切含まない新しい経路遅延時間 $y_i^{(m)}$ を得る。以下において、より厳密な提案を行う。

観測順序に対応するインデックス集合を $\mathcal{I}_{\text{route}} = \{1, 2, \dots, I\}$ と定義する。なお、 $|\mathcal{I}_{\text{route}}| = I$ である。 $\mathcal{I}_{\text{route}}$ のうち、基準として選んだ観測のインデックスを値にとる要素の集合を \mathcal{F}_{ref} 、残りの経路のインデックスを値にとる要素の集合を \mathcal{H}_{rem} として定義する。

$$\mathcal{F}_{\text{ref}} = \{f_{i'} | f_{i'} = m, i' = 1, 2, \dots, I - 1\} \quad (3.49)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\text{rem}} &= \{h_{i'} | i' = 1, 2, \dots, I - 1\} \\ &= \mathcal{I}_{\text{route}} \setminus \{m\} \end{aligned} \quad (3.50)$$

なお、 $|\mathcal{F}_{\text{ref}}| = I - 1$ および $|\mathcal{H}_{\text{rem}}| = I - 1$ である。式 (3.28) を参照し、 \mathcal{F}_{ref} を用いて、

$\mathbf{y}_{\text{ref}} \in \mathbb{R}^{I-1}$, $\mathbf{A}_{\text{ref}} \in \mathbb{R}^{(I-1) \times J}$, $\mathbf{u}_{\text{ref}} \in \mathbb{R}^{I-1}$, $\mathbf{v}_{\text{ref}} \in \mathbb{R}^{I-1}$, $\mathbf{w}_{\text{ref}} \in \mathbb{R}^{I-1}$, を以下のように定義する.

$$\mathbf{y}_{\text{ref}} = [y_{f_1}, y_{f_2}, \dots, y_{f_{i'}}, \dots, y_{f_{I-1}}]^\top \quad (3.51)$$

$$\mathbf{A}_{\text{ref}} = [\boldsymbol{\alpha}_{f_1}^\top, \boldsymbol{\alpha}_{f_2}^\top, \dots, \boldsymbol{\alpha}_{f_{i'}}^\top, \dots, \boldsymbol{\alpha}_{f_{I-1}}^\top]^\top \quad (3.52)$$

$$\mathbf{u}_{\text{ref}} = [u_{f_1}, u_{f_2}, \dots, u_{f_{i'}}, \dots, u_{f_{I-1}}]^\top \quad (3.53)$$

$$\mathbf{v}_{\text{ref}} = [v_{f_1}, v_{f_2}, \dots, v_{f_{i'}}, \dots, v_{f_{I-1}}]^\top \quad (3.54)$$

$$\mathbf{w}_{\text{ref}} = [w_{f_1}, w_{f_2}, \dots, w_{f_{i'}}, \dots, w_{f_{I-1}}]^\top \quad (3.55)$$

また同様に, \mathcal{H}_{rem} を用いて, $\mathbf{y}_{\text{rem}} \in \mathbb{R}^{I-1}$, $\mathbf{A}_{\text{rem}} \in \mathbb{R}^{(I-1) \times J}$, $\mathbf{u}_{\text{rem}} \in \mathbb{R}^{I-1}$, $\mathbf{v}_{\text{rem}} \in \mathbb{R}^{I-1}$, $\mathbf{w}_{\text{rem}} \in \mathbb{R}^{I-1}$ を

$$\mathbf{y}_{\text{rem}} = [y_{h_1}, y_{h_2}, \dots, y_{h_{i'}}, \dots, y_{h_{I-1}}]^\top \quad (3.56)$$

$$\mathbf{A}_{\text{rem}} = [\boldsymbol{\alpha}_{h_1}^\top, \boldsymbol{\alpha}_{h_2}^\top, \dots, \boldsymbol{\alpha}_{h_{i'}}^\top, \dots, \boldsymbol{\alpha}_{h_{I-1}}^\top]^\top \quad (3.57)$$

$$\mathbf{u}_{\text{rem}} = [u_{h_1}, u_{h_2}, \dots, u_{h_{i'}}, \dots, u_{h_{I-1}}]^\top \quad (3.58)$$

$$\mathbf{v}_{\text{rem}} = [v_{h_1}, v_{h_2}, \dots, v_{h_{i'}}, \dots, v_{h_{I-1}}]^\top \quad (3.59)$$

$$\mathbf{w}_{\text{rem}} = [w_{h_1}, w_{h_2}, \dots, w_{h_{i'}}, \dots, w_{h_{I-1}}]^\top \quad (3.60)$$

と定義する．これらのベクトル/行列を次のように互いに差し引くことによって，

$$\mathbf{y}^{(m)} = \mathbf{A}^{(m)}\mathbf{x} + \mathbf{e}^{(m)} \quad (3.61)$$

$$\mathbf{y}^{(m)} = \mathbf{y}_{\text{rem}} - \mathbf{y}_{\text{ref}} \quad (3.62)$$

$$\mathbf{A}^{(m)} = \mathbf{A}_{\text{rem}} - \mathbf{A}_{\text{ref}} \quad (3.63)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{e}^{(m)} &= \mathbf{u}^{(m)} + \mathbf{v}^{(m)} + \mathbf{w}^{(m)} \\ &= \mathbf{u}^{(m)} + \mathbf{w}^{(m)} \end{aligned} \quad (3.64)$$

$$\mathbf{u}^{(m)} = \mathbf{u}_{\text{rem}} - \mathbf{u}_{\text{ref}} \quad (3.65)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{v}^{(m)} &= \mathbf{v}_{\text{rem}} - \mathbf{v}_{\text{ref}} \\ &= \mathbf{0}_{I-1} \end{aligned} \quad (3.66)$$

$$\mathbf{w}^{(m)} = \mathbf{w}_{\text{rem}} - \mathbf{w}_{\text{ref}} \quad (3.67)$$

となり，式 (3.64) と式 (3.66) からわかるように，ノイズベクトル $\mathbf{e}^{(m)}$ からクロックのオフセットに関する項 $\mathbf{v}^{(m)}$ が完全に消えることがわかる．一方，異常リンクの情報を表す \mathbf{x} は，演算によって変化していない．すなわち，この手法によって，時刻同期が不要な遅延トモグラフィが実現可能となる．

提案によって，連立方程式における式の数が増加するため，異常同定性能の劣化が，非同期性獲得のトレードオフとして懸念される．しかし，圧縮センシングは，そもそも劣決定系の連立方程式を扱う技術であるため，トレードオフの影響は軽減されると期待できる．これに関しては，本節以降で評価を実施する．なお，ここでの提案の定義は，多少冗長にも見えるが，このように提案することによって，基準となる観測が，複数の場

合であっても対応が可能となる。複数の基準選択は、複数の送受信ノードの組が存在する場合に必要となる。

3.5 スキューの影響解析

前節では、遅延トモグラフィに非同期性を与えるため、クロックのオフセット T_{off} を除去する手法を提案した。しかし、提案による新しいノイズベクトル $\mathbf{e}^{(m)}$ には、オフセット以外の要素 $\mathbf{u}^{(m)}$, $\mathbf{w}^{(m)}$ も残存している。 $\mathbf{u}^{(m)}$ は、正常リンクで発生する遅延時間に関する項であるが、異常リンクの遅延時間 η_A に対して、十分小さいことを仮定しており ($\eta_A \gg \eta_N$, $\eta_A^2 \gg \sigma_N^2$)、圧縮センシングを用いた遅延トモグラフィがすでに先行研究で多く議論されていることからわかる通り、 l_1 - l_2 最適化を適用するうえで異常箇所と同定をそもそも不可能とするものではないということが想像できる。一方、 $\mathbf{w}^{(m)}$ すなわち、スキューに関しては、先行研究における議論は存在しないため、 $\mathbf{u}^{(m)}$ と同様に、 l_1 - l_2 最適化による異常同定の範疇であることを確認しておく必要がある。よって本節では、 $\mathbf{w}^{(m)}$ の解析を行う。

$\mathbf{w}^{(m)}$ の第 i' 要素 $w_{i'}^{(m)}$ が、 i 番目の観測から基準として選択した m 番目のものが差し引かれたものであるとする。 i , m 番目の観測で試験パッケージが、受信ノードに到達した時刻をそれぞれ、 t_i , t_m とすると、いま、スキューによって単位時間当たりに生じる誤差を Δ_{sk} としていることから、

$$\mathbf{w}_{i'}^{(m)} = \Delta_{\text{sk}}(t_i - t_m) \quad (3.68)$$

とわかる。ここで、 t_i , t_m がいつかは不明であることから、簡単のため、試験パッケージの受信時刻が、セッション時間に関連する定数 T_{ses} を用いた $[0, +T_{\text{ses}}]$ の一様分布に従う

と考えれば, $t_i - t_m$ もまた $[-T_{\text{ses}}, 0, +T_{\text{ses}}]$ の三角分布に従う. ゆえに, $w_{i'}^{(m)}$ は, 2つの三角分布に従う確率変数の積と考えることができる. ここで, 2つの三角分布に従う確率変数の積で与えられる確率変数について, その性質は文献 [22] で示されている通り, $[-\Delta_1, 0, \Delta_1]$ と $[-\Delta_2, 0, \Delta_2]$ の三角確率変数の積の確率密度関数 (pdf) は以下のようになることが知られている.

$$p(\omega) = \begin{cases} 2\{-|\omega| \log |\omega| - (\Delta_1 \Delta_2) \log |\omega| + (\log(\Delta_1 \Delta_2) + 2)|\omega| \\ + (\Delta_1 \Delta_2)(\log(\Delta_1 \Delta_2) - 2)\} / (\Delta_1 \Delta_2)^2 & (|\omega| \leq (\Delta_1 \Delta_2)) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (3.69)$$

この確率密度関数を用いれば, $w_{i'}^{(m)}$ の評価が行える. セッション時間 T_{ses} を概ねの値から $T_{\text{ses}} = IT_{\text{probe}}$ とし, 後の節で扱う観測行列と評価の設定を例にとり, $I = 12$, $T_{\text{probe}} = 1.0$ [sec], $\Delta_{\text{dev}} = 40$ [ppm] とすれば, 平均が 0 [msec] 標準偏差が $1/6 \times 2\Delta_{\text{dev}}T_{\text{ses}} = 0.16$ [msec] とそれぞれ計算できる.

一方で, $\mathbf{u}^{(m)}$ の第 i' 要素 $u_{i'}^{(m)}$ が, i 番目と m 番目の差による要素とすると, 互いの観測経路長が同じである場合に, 平均的に最も小さな要素となる. 同じく性能評価で用いるトポロジと設定パラメータを例にとれば, i 番目と m 番目の観測経路に含まれる正常リンクの数が, 互いに $\rho_i = \rho_m = 2$ のとき, $u_{i'}^{(m)}$ は, 平均 0 [msec], 標準偏差 $2\sigma_N = 6.0$ [msec] のガウス分布に従う. $w_{i'}^{(m)}$ と $u_{i'}^{(m)}$ の分布および, 平均, 標準偏差を比較すれば, これらの分布を示した図 3.4 からみてもとれるように, $w_{i'}^{(m)}$ は無視できるほど小さいことがわかる. よって, 式 (3.61) は, オフセットに関する項だけが除去されたものであるが, $\mathbf{e}^{(m)}$ の各要素は十分に小さいため, これまでと同様に圧縮センシングによって解を

推定することが可能であると考えられる.

3.6 観測行列評価

前節の議論によって、観測に加えられるノイズが十分に小さいということが明らかとなった. そこで次に、提案手法の適用による観測行列の性質の変化が重要となる. 本節では、ネットワークにただ1つだけ異常リンクがある場合 ($k = 1$ の場合) を想定して、観測行列の変化について、圧縮センシングの理論に基づき評価を行う.

観測行列 \mathbf{A} に関して、 j 番目と j' 番目の列ベクトル \mathbf{a}_j , $\mathbf{a}_{j'}$ からなる部分行列を

$$\mathbf{A}_{jj'} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_j & \mathbf{a}_{j'} \end{bmatrix} \quad (3.70)$$

とする. この部分行列の任意の2つの行ベクトルを入れ替えても、 $\mathbf{A}_{jj'}$ の相互コヒーレンスは変化しない. そこで、 $\mathbf{A}_{jj'}$ の行ベクトルの入れ替えを複数回実行し、

$$\tilde{\mathbf{A}}_{jj'} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi}_{jj'} & \bar{\boldsymbol{\xi}}_{jj'} \\ \boldsymbol{\Xi}_{jj'} & \bar{\boldsymbol{\Xi}}_{jj'} \end{bmatrix} \quad (3.71)$$

としても、相互コヒーレンスは変化せず、 $\mu(\tilde{\mathbf{A}}_{jj'}) = \mu(\mathbf{A}_{jj'})$ である. ここで、 $\bar{(\cdot)}$ は2値のベクトルの各要素のビットを反転する演算子を表す. つまり、部分行列 $\mathbf{A}_{jj'}$ の各行を並び替えることで、ビットが反転している行ベクトル ($[0 \ 1]$ または $[1 \ 0]$) と一致している行ベクトル ($[0 \ 0]$ または $[1 \ 1]$) からなる部分行列に変換できる. 以降、 k -スパースなベクトルを完全再構成可能である観測行列を k -identifiable と呼ぶ. $\frac{1}{3} \leq \mu(\mathbf{A}) < 1$,

すなわち、観測行列 \mathbf{A} が、1-identifiable であるとき、式 (3.71) について、すべての $j, j' (1 \leq j, j' \leq J, j \neq j')$ の組に対して、 $\dim(\boldsymbol{\xi}_{jj'}) \neq 0$ である。なお、 $\dim(\cdot)$ は、ベクトルの要素数を表す。これは、 $\mu(\mathbf{A}) < 1$ とは \mathbf{A} のどの 2 つの列ベクトルも一致していないということであると言い換えることができる。

いま、ネットワーク内の異常数が高々 1 つであり、観測行列 \mathbf{A} を 1-identifiable に構築していることを考える。この観測行列に対し、第 m 行ベクトルを基準に選択して、差分をとった $\mathbf{A}^{(m)}$ を相互コヒーレンスを用いて評価すると、以下の定理がいえる。

定理 5 観測行列 \mathbf{A} が $\dim(\boldsymbol{\xi}_{jj'}) = I$ となるような部分行列 $\mathbf{A}_{jj'}$ を持つ場合、差分をとった観測行列 $\mathbf{A}^{(m)}$ は基準の選び方によらず、 $\mu(\mathbf{A}^{(m)}) = 1$ 、すなわち、0-identifiable となる。一方、すべての (j, j') の組に対して、 $\dim(\boldsymbol{\xi}_{jj'}) \neq I$ となる場合、 $\mathbf{A}^{(m)}$ は基準の選び方によらず、 $\mu(\mathbf{A}^{(m)}) < 1$ 、すなわち、1-identifiable となり、観測行列の観点において、性能の劣化はない。

証明: 行列 $\tilde{\mathbf{A}}_{jj'}$ における $\boldsymbol{\xi}_{jj'}$, $\boldsymbol{\Xi}_{jj'}$ の m 番目の要素をそれぞれ $\xi_{jj'}^{(m)} \in \{0, 1\}$, $\Xi_{jj'}^{(m)} \in \{0, 1\}$ とし、 $\xi_{jj'}^{(m)}$, $\Xi_{jj'}^{(m)}$ をそれぞれから除いたベクトルを $\boldsymbol{\xi}_{jj'}^{(-m)}$, $\boldsymbol{\Xi}_{jj'}^{(-m)}$ とする。さらに、 $\mathbf{1}_p$ を $\dim(\mathbf{1}_p) = p$ である要素がすべて 1 のベクトルとする。

(1) $\dim(\boldsymbol{\xi}_{jj'}) = I$ 、すなわち、 $\tilde{\mathbf{A}}_{jj'} = [\boldsymbol{\xi}_{jj'} \quad \bar{\boldsymbol{\xi}}_{jj'}]$ のとき、

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{A}}_{jj'}^{(m)} &= [\boldsymbol{\xi}_{jj'}^{(-m)} - \xi_{jj'}^{(m)} \cdot \mathbf{1}_{I-1} \quad \bar{\boldsymbol{\xi}}_{jj'}^{(-m)} - \bar{\xi}_{jj'}^{(m)} \cdot \mathbf{1}_{I-1}] \\ &= \begin{cases} [-\bar{\boldsymbol{\xi}}_{jj'}^{(-m)} \quad \bar{\boldsymbol{\xi}}_{jj'}^{(-m)}] & (\xi_{jj'}^{(m)} = 1) \\ [\boldsymbol{\xi}_{jj'}^{(-m)} \quad -\boldsymbol{\xi}_{jj'}^{(-m)}] & (\xi_{jj'}^{(m)} = 0) \end{cases} \end{aligned}$$

となり, $\mu(\mathbf{A}^{(m)}) = 1$ である.

(2) $\dim(\boldsymbol{\xi}_{jj'}) \neq I$ で

a) $\boldsymbol{\xi}_{jj'}$ から基準が選ばれたとき,

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{A}}_{jj'}^{(m)} &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi}_{jj'}^{(-m)} - \boldsymbol{\xi}_{jj'}^{(m)} \cdot \mathbf{1}_{\dim(\boldsymbol{\xi}_{jj'}^{(-m)})} & \bar{\boldsymbol{\xi}}_{jj'}^{(-m)} - \bar{\boldsymbol{\xi}}_{jj'}^{(m)} \cdot \mathbf{1}_{\dim(\bar{\boldsymbol{\xi}}_{jj'}^{(-m)})} \\ \boldsymbol{\Xi}_{jj'} - \boldsymbol{\xi}_{jj'}^{(m)} \cdot \mathbf{1}_{\dim(\boldsymbol{\Xi}_{jj'})} & \bar{\boldsymbol{\Xi}}_{jj'} - \bar{\boldsymbol{\xi}}_{jj'}^{(m)} \cdot \mathbf{1}_{\dim(\bar{\boldsymbol{\Xi}}_{jj'})} \end{bmatrix} \\ &= \begin{cases} \begin{bmatrix} -\bar{\boldsymbol{\xi}}_{jj'}^{(-m)} & \bar{\boldsymbol{\xi}}_{jj'}^{(-m)} \\ -\bar{\boldsymbol{\Xi}}_{jj'} & \bar{\boldsymbol{\Xi}}_{jj'} \end{bmatrix} & (\boldsymbol{\xi}_{jj'}^{(m)} = 1) \\ \begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi}_{jj'}^{(-m)} & -\boldsymbol{\xi}_{jj'}^{(-m)} \\ \boldsymbol{\Xi}_{jj'} & -\bar{\boldsymbol{\Xi}}_{jj'} \end{bmatrix} & (\boldsymbol{\xi}_{jj'}^{(m)} = 0) \end{cases} \end{aligned}$$

b) $\boldsymbol{\Xi}_{jj'}$ から基準が選ばれたとき,

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{A}}_{jj'}^{(m)} &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi}_{jj'} - \boldsymbol{\Xi}_{jj'}^{(m)} \cdot \mathbf{1}_{\dim(\boldsymbol{\xi}_{jj'})} & \bar{\boldsymbol{\xi}}_{jj'} - \bar{\boldsymbol{\Xi}}_{jj'}^{(m)} \cdot \mathbf{1}_{\dim(\bar{\boldsymbol{\xi}}_{jj'})} \\ \boldsymbol{\Xi}_{jj'}^{(-m)} - \boldsymbol{\Xi}_{jj'}^{(m)} \cdot \mathbf{1}_{\dim(\boldsymbol{\Xi}_{jj'})} & \bar{\boldsymbol{\Xi}}_{jj'}^{(-m)} - \bar{\boldsymbol{\Xi}}_{jj'}^{(m)} \cdot \mathbf{1}_{\dim(\bar{\boldsymbol{\Xi}}_{jj'})} \end{bmatrix} \\ &= \begin{cases} \begin{bmatrix} -\bar{\boldsymbol{\xi}}_{jj'} & -\boldsymbol{\xi}_{jj'} \\ -\bar{\boldsymbol{\Xi}}_{jj'}^{(-m)} & -\bar{\boldsymbol{\Xi}}_{jj'}^{(-m)} \end{bmatrix} & (\boldsymbol{\Xi}_{jj'}^{(m)} = 1) \\ \begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi}_{jj'} & \bar{\boldsymbol{\xi}}_{jj'} \\ \boldsymbol{\Xi}_{jj'}^{(-m)} & \bar{\boldsymbol{\Xi}}_{jj'}^{(-m)} \end{bmatrix} & (\boldsymbol{\Xi}_{jj'}^{(m)} = 0) \end{cases} \end{aligned}$$

a), b) より, どの行を基準に選んでも, $\tilde{\mathbf{A}}_{jj'}^{(m)}$ は, 異なる 2 つの列ベクトルからなるこ

表 3.1: 観測行列.

行列	サイズ	相互 コヒーレンス
P	8×16	0.816
Q	10×16	0.816
R	12×16	0.667

とがわかる. したがって, $\mu(\mathbf{A}^{(m)}) < 1$ である.

(1) および (2) より, 題意が示された. \square

3.7 性能評価

ここまで, 提案手法によって, 非同期遅延トモグラフィが実現可能であることを示してきた. さらに前節では, 1-identifiable な観測行列 \mathbf{A} に着目し, 提案手法により得られる観測行列の $\mathbf{A}^{(m)}$ の圧縮センシングにおける特性が, 基準選択に影響を受けず, 一般的な $\mathbf{A}^{(m)}$ では, 特性の劣化が生じないことを示した. しかし一方で, 非同期性獲得に対するトレードオフ, 異常同定性能の変化については, 不明のままである. そこで本節では, このトレードオフについて, 計算機シミュレーションを用いた実験評価を行う.

3.7.1 評価設定

図 3.5 に評価に用いるネットワークトポロジ (ノード数:8 リンク数:11) を示す [4]. このトポロジにおいて, n_s, n_r がそれぞれ送信ノードと受信ノードであり, 時刻同期は確立されていないものとする. また, n_s から n_r の向きに張られる観測経路について, 文

献 [39] を参考にして、 $\dim(\xi_{jj'}) \neq I$ である 1-identifiable な観測行列を構築する。表 3.1 にシミュレーション実験で評価する観測行列に関してまとめる。基準となる観測には、基準として最も良い性能を与えたものを 1 番目の観測とし、 $m = 1$ とした。なお、定理 5 で示したように、提案手法を施した観測行列もすべて、相互コヒーレンスが 1.0 を下回り、1-identifiable である。試験パケットは、時間 $T_{\text{probe}} = 1.0$ [sec] に 1 回、 n_s によって観測経路に送出されるものとする。異常リンクで生じる遅延時間 η_A に対し、その他の正常リンクの遅延時間の設定パラメータに関しては、無線ネットワークにおける実験で報告されている値を参考に、 $\eta_N = 15$ [msec]、 $\sigma_N = 3$ [msec] とする [30, 44]。さらに、 $|\Delta_{\text{dev}}| = 40$ [ppm] と設定する。

評価指標には、完全同定率（PIR: Perfect Identification Ratio）を用いる。ネットワークのすべてのリンクのうちから、 k 個ランダムに選択されたものを異常リンクとし、異常箇所の同定を実行する。このときに、偽陽性と偽陰性をともに発生させず、すべての正しく異常リンクの同定が果たせることを完全同定と呼び、複数回の試行における割合で完全同定率（PIR）を定義する。なお、本評価では、割合を計算するこの試行回数を ${}_J C_k$ 回とする。また、FISTA の調整パラメータは、複数の候補から、全体でみて最適であるもので固定とした。

3.7.2 評価結果

送受信ノード間は時刻同期がなされていないため、表 3.1 に示す観測行列は本来シミュレーション環境で異常リンクの同定に用いることはできない。しかし、本実験の目的が提案手法の影響を確認することであることから、表 3.1 に示す観測行列に限って、送受

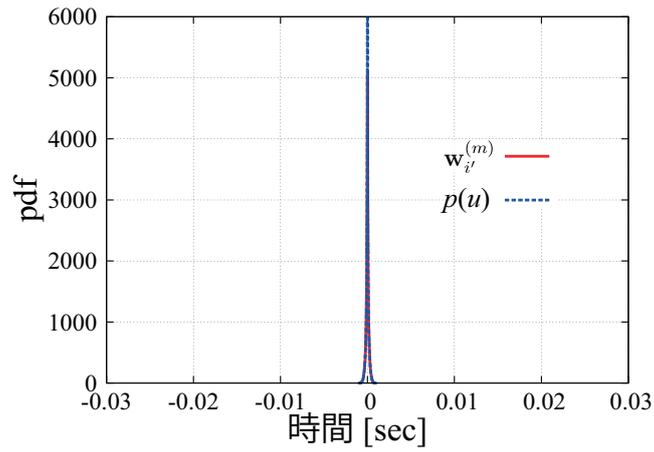
信ノード間の時刻同期は、完全に取れているものとする。まず、図 3.6 に η_A が割り当てられた異常リンクが、ネットワークに 1 つだけ存在するとき、 η_A に対するそのリンクの完全同定率 (PIR) を示す。相互コヒーレンスによって完全再構成が保証されているものの、ノイズベクトルが存在し、解をスパースとみなすことができない場合、異常箇所同定は行えない。図 3.6 において、観測数が少ない観測行列 \mathbf{P} で一部、完全同定率が $\text{PIR}=1.0$ となっていない箇所があるものの、 $\eta_A \geq 0.5$ [sec] において、すべての観測行列で完全同定率は $\text{PIR}=1.0$ となっていることがわかる。これにより、 η_A が大きければ、解がスパースであるとみなせ、これまで理論的に議論してきた通りの結果が得られてることがわかる。なお、観測行列 \mathbf{P} の $\eta_A = 0.2$ [sec] において、情報の欠損が生じる提案手法の方が良い性能を示していることが確認できる。この理由は、次章で明らかとなる。

$\eta_A \geq 0.5$ で解は近似的にスパースであるとみなせるものと判断し、 $\eta_A = 0.5$ [sec] として、図 3.7 に異常リンク数 k に対する完全同定率 PIR を示す。結果より、確かに非同期性を獲得するために、情報の欠損が生じ、 k が大きいと、同定性能の劣化が生じることがわかる。しかし、圧縮センシングに基づいていることから、その劣化は、観測数をいくつか増やすことで回復できる程度であることも読み取れる。以上から、提案手法によって、十分理にかなったトレードオフで、非同期遅延トモグラフィが実行可能であることがわかり、非同期なネットワークでも効率的に異常箇所同定が行えることがわかる。

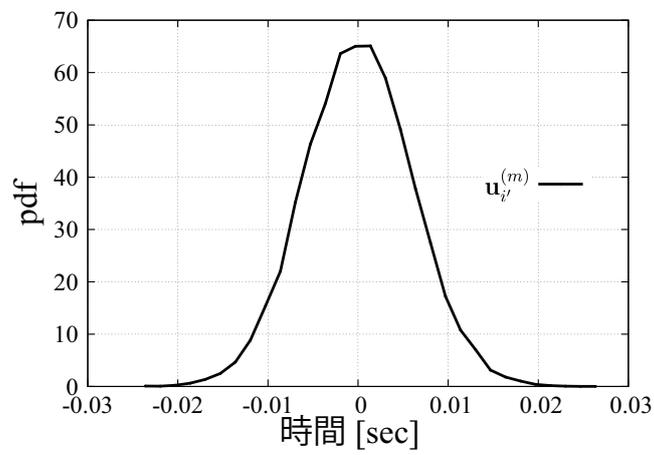
3.8 結言

通常、遅延トモグラフィでは、経路遅延時間を計測するため、送受信ノード間での時刻同期が必須の条件であった。そこで本章では、時刻同期を必要としない新しい遅延トモ

グラフィの提案を行った。提案手法では、複数の観測より基準となる観測を選択し、これを他の観測から差し引くことによって、送受信ノード間のクロックオフセットを除去する。ただし、これは、線形逆問題として定式化される遅延トモグラフィに対して、情報の欠損が伴うことを意味しており、非同期性と異常リンクの同定能力がトレードオフの関係になっている。しかし、圧縮センシングはもともと、劣決定系の連立一次方程式から解を得るための技術であることから、このトレードオフの影響は、軽減される。本章における理論解析と計算機シミュレーション実験において、提案手法の有効性が確認された。



(a)



(b)

図 3.4: (a) $w_{i'}^{(m)}$ の確率密度関数 (b) $u_{i'}^{(m)}$ の確率密度関数 (ガウス分布)。

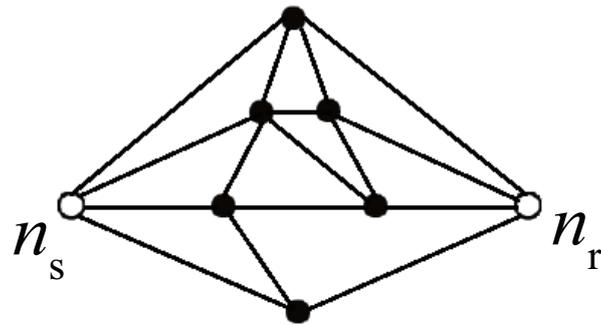


図 3.5: ネットワークトポロジ (ノード数:8 リンク数:11).

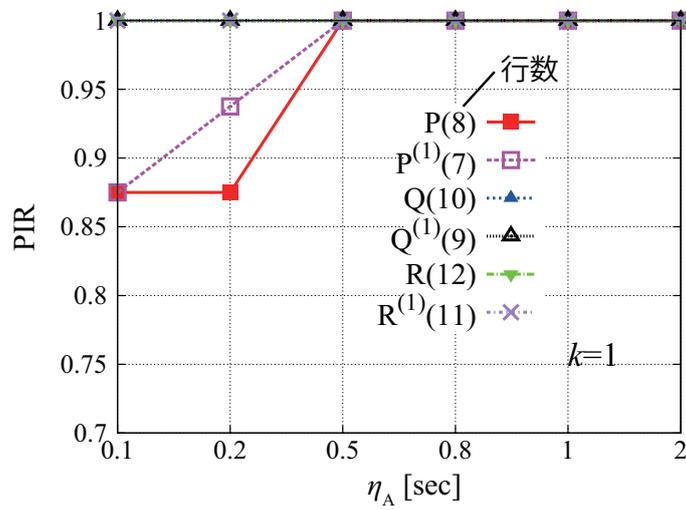


図 3.6: 異常リンク遅延時間 η_A に対する完全同定率 PIR.

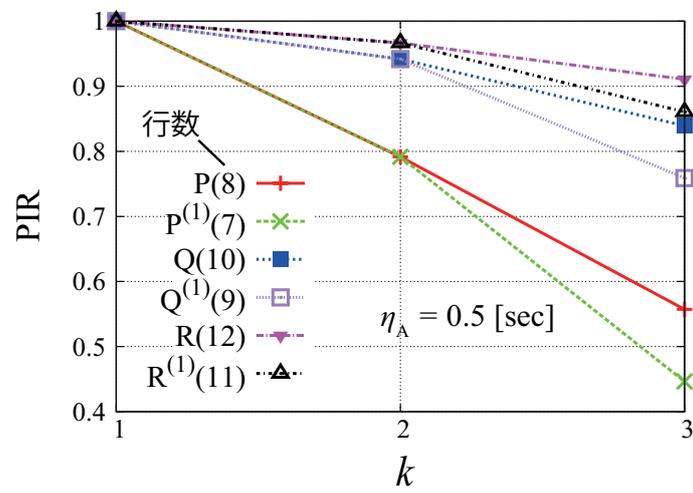


図 3.7: 異常リンク数 k に対する完全同定率 PIR.

第4章 透過型遅延トモグラフィにおける 最適な非同期性獲得手法

4.1 緒言

前章において、透過型遅延トモグラフィで非同期性を獲得する手法について提案を行った。提案手法では、 m 番目の観測を基準にとり、クロックのオフセットを除去するが、提案手法において導出される連立一次方程式

$$\mathbf{y}^{(m)} = \mathbf{A}^{(m)}\mathbf{x} + \mathbf{e}^{(m)} \quad (4.1)$$

は、基準の選択によって異なるものとなる。そこで、本章では、前章の設定を引継ぎ、最適な非同期性獲得の手法について議論を行う。まず、式 (4.1) について、より詳細な理論解析を実施し、最適な基準の選択手法を導出する。これを Subtractive アプローチとして位置づける。次に、Subtractive アプローチにおける理論解析から得られた知見をもとに、ここまでの非同期化の手法とは少し異なる、より合理的な手法を Differential アプローチとして導出する。最後に、より詳細な計算機シミュレーション実験を行い、提案手法の性能をより明らかにしながら、その有効性を示す。なお、本章においても、遅延トモグラフィは、常に透過型であることを指し示す。また、本章の内容は、文献 [35] に関する。

4.2 Subtractive アプローチ

4.2.1 観測行列評価

まず、観測行列の観点から、前章の提案における最適基準選択に関する議論を行う。提案による観測行列を圧縮センシングの理論に基づいて評価すると、以下の定理が導かれる。

定理 6 m_1 番目の観測に基づく観測行列 $\mathbf{A}^{(m_1)}$ が k -identifiable であれば、同じく m_2 番目の観測に基づく観測行列 $\mathbf{A}^{(m_2)}$ もまた k -identifiable である。

証明：行列のスパークを用いて証明を行う。 $\mathbf{A}^{(m_1)}$ が k -identifiable であることから、 $\text{spark}(\mathbf{A}^{(m_1)}) = s_1 > 2k$ である。スパークの定義より、 $\mathbf{A}^{(m_1)}$ の一次従属な列ベクトルの最小数は s_1 である。よって、 $\mathbf{A}^{(m_1)}$ の任意の s_1 個の列ベクトル $\mathbf{a}_1^{(m_1)}, \mathbf{a}_2^{(m_1)}, \dots, \mathbf{a}_{s_1}^{(m_1)}$ について、

$$[\mathbf{a}_1^{(m_1)}, \mathbf{a}_2^{(m_1)}, \dots, \mathbf{a}_{s_1}^{(m_1)}] \boldsymbol{\chi} = \mathbf{0}_I \quad (4.2)$$

を満たす非ゼロベクトル $\boldsymbol{\chi} \in \mathbb{R}^{s_1}$ が存在する。式 (4.2) に同値演算を繰り返すことによって、

$$\Rightarrow [\mathbf{a}_1^{(m_2)}, \mathbf{a}_2^{(m_2)}, \dots, \mathbf{a}_{s_1}^{(m_2)}] \boldsymbol{\chi} = \mathbf{0}_I \quad (4.3)$$

と変形することができ、 $\mathbf{a}_1^{(m_2)}, \mathbf{a}_2^{(m_2)}, \dots, \mathbf{a}_{s_1}^{(m_2)}$ を $\mathbf{A}^{(m_2)}$ の列ベクトルに対応させられる。これにより、 $\mathbf{A}^{(m_2)}$ の任意の任意の s_1 個の列ベクトルもまた、一次従属であることが示される。

逆に,

$$[\mathbf{a}_1^{(m_2)}, \mathbf{a}_2^{(m_2)}, \dots, \mathbf{a}_{s_2}^{(m_2)}] \boldsymbol{\chi} = \mathbf{0}_I \quad (4.4)$$

$$\Rightarrow [\mathbf{a}_1^{(m_1)}, \mathbf{a}_2^{(m_1)}, \dots, \mathbf{a}_{s_2}^{(m_1)}] \boldsymbol{\chi} = \mathbf{0}_I \quad (4.5)$$

も同様に真である. 結果, $\text{Spark}(\mathbf{B}^{(m_1)}) = \text{Spark}(\mathbf{B}^{(m_2)})$ となり, 題意が示される. \square

さらに, $\mathbf{e}^{(m)} = \mathbf{0}_{I-1}$ として考えると, 上記の定理も包含する以下の定理がいえる.

定理 7 連立一次方程式

$$\mathbf{y}^{(m)} = \mathbf{A}^{(m)} \mathbf{x} \quad (4.6)$$

について, $\mathbf{A}^{(m)}$ が k -*identifiable* であり, \mathbf{x} の非ゼロ要素数が k より大きいとき, 基準として選択されている m 番目の観測がいずれの観測であっても, \mathbf{x} を完全再構成できる確率は変わらない.

証明: 以下の関係が成り立つ.

$$\mathbf{y}^{(m_1)} = \mathbf{A}^{(m_1)} \mathbf{x}_0 \Leftrightarrow \mathbf{y}^{(m_2)} = \mathbf{A}^{(m_2)} \mathbf{x}_0 \quad (4.7)$$

したがって, いずれの m 番目の観測を選択しても, その解空間は変化しないことがわかり, 題意が示される. \square

ただし, 定理 7 は, 解を導出するアルゴリズムの求解プロセスには言及していないことに注意する. 以上の 2 つの定理より, 基準選択は, 観測行列の圧縮センシングにおける特性に影響を与えないことがわかる.

4.2.2 ノイズベクトル評価

前節において、いずれの観測を基準に選択しても、観測行列の観点からは、異常同定の性能に差が生じないことが示された。しかし一方で、実際は、 $\mathbf{e}^{(m)} \neq \mathbf{0}_{I-1}$ である。 $\mathbf{e}^{(m)}$ は、基準の選択によって変化し、それが異常同定の性能に影響を与えることは自明である。そこで本節において、基準選択における $\mathbf{e}^{(m)}$ の評価を行う。

$\mathbf{e}^{(m)}$ の平均 2 乗ノルムで評価を行うと、

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\text{sub}}^2 &= E[\mathbf{e}^{(m)\top} \mathbf{e}^{(m)}] \\ &= \varepsilon_{\text{sub}}^{uu} + \varepsilon_{\text{sub}}^{ww}\end{aligned}\tag{4.8}$$

となる。なお、

$$\varepsilon_{\text{sub}}^{uu} = E[\mathbf{u}^{(m)\top} \mathbf{u}^{(m)}]\tag{4.9}$$

$$\varepsilon_{\text{sub}}^{ww} = E[\mathbf{w}^{(m)\top} \mathbf{w}^{(m)}]\tag{4.10}$$

である. 式 (3.33), (3.49), (3.50), (3.53), (3.58) および, 式 (3.65) より, 式 (4.9) は,

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{\text{sub}}^{uu} &= \sum_{i'=1}^{I-1} \{E[(u_{h_{i'}} - u_{f_{i'}})^2]\} \\
&= \sum_{i'=1}^{I-1} (P_A^2 \{[(\rho_{h_{i'}} - \kappa_{h_{i'}}) - (\rho_{f_{i'}} - \kappa_{f_{i'}})]^2 \eta_N^2 \\
&\quad + [(\rho_{h_{i'}} - \kappa_{h_{i'}}) + (\rho_{f_{i'}} - \kappa_{f_{i'}})] \sigma_N^2\} \\
&\quad + P_A P_N \{[(\rho_{h_{i'}} - \kappa_{h_{i'}}) - \rho_{f_{i'}}]^2 \eta_N^2 + [(\rho_{h_{i'}} - \kappa_{h_{i'}}) + \rho_{f_{i'}}] \sigma_N^2\} \\
&\quad + P_N P_A \{[(\rho_{h_{i'}} - (\rho_{f_{i'}} - \kappa_{f_{i'}}))]^2 \eta_N^2 + [\rho_{h_{i'}} + (\rho_{f_{i'}} - \kappa_{f_{i'}})] \sigma_N^2\} \\
&\quad + P_N^2 [(\rho_{h_{i'}} - \rho_{f_{i'}})^2 \eta_N^2 + (\rho_{h_{i'}} + \rho_{f_{i'}}) \sigma_N^2]) \tag{4.11}
\end{aligned}$$

となる. 一方, 式 (3.37), (3.49), (3.50), (3.55), (3.60) および, (3.67) より, 式 (4.10) は,

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{\text{sub}}^{ww} &= \sum_{i'=1}^{I-1} \{E[(w_{h_{i'}} - w_{f_{i'}})^2]\} \\
&= \sum_{i'=1}^{I-1} \frac{2}{3} \Delta_{\text{dev}}^2 (t_{h_{i'}}^{(n_s)} - t_{f_{i'}}^{(n_s)})^2 \\
&\quad + \frac{2}{3} \Delta_{\text{dev}}^2 [P_A^2 (\{[\kappa_{h_{i'}} \eta_A + (\rho_{h_{i'}} - \kappa_{h_{i'}}) \eta_N] \\
&\quad - [\kappa_{f_{i'}} \eta_A + (\rho_{f_{i'}} - \kappa_{f_{i'}}) \eta_N]\}^2 \\
&\quad + [(\rho_{h_{i'}} - \kappa_{h_{i'}}) \sigma_N^2 + (\rho_{f_{i'}} - \kappa_{f_{i'}}) \sigma_N^2]) \\
&\quad + P_A P_N (\{[\kappa_{h_{i'}} \eta_A + (\rho_{h_{i'}} - \kappa_{h_{i'}}) \eta_N] - \rho_{f_{i'}} \eta_N\}^2 \\
&\quad + [(\rho_{h_{i'}} - \kappa_{h_{i'}}) \sigma_N^2 + \rho_{f_{i'}} \sigma_N^2]) \\
&\quad + P_N P_A (\{\rho_{h_{i'}} \eta_N - [\kappa_{f_{i'}} \eta_A + (\rho_{f_{i'}} - \kappa_{f_{i'}}) \eta_N]\}^2 \\
&\quad + [\rho_{h_{i'}} \sigma_N^2 + (\rho_{f_{i'}} - \kappa_{f_{i'}}) \sigma_N^2]) \\
&\quad + P_N^2 [(\rho_{h_{i'}} \eta_N - \rho_{f_{i'}} \eta_N)^2 + (\rho_{h_{i'}} \sigma_N^2 + \rho_{f_{i'}} \sigma_N^2)] \quad (4.12)
\end{aligned}$$

となる. いま, スパース性を仮定していることから, $\rho_{h_{i'}} - \kappa_{h_{i'}} \approx \rho_{h_{i'}}$, $\rho_{f_{i'}} - \kappa_{f_{i'}} \approx \rho_{f_{i'}}$ とし, さらに, $\eta_A \gg \eta_N$ とすれば, 式 (4.11), (4.12) は, それぞれ以下のように近似で

きる.

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{\text{sub}}^{uu} &= \sum_{i'=1}^{I-1} \{E[(u_{h_{i'}} - u_{f_{i'}})^2]\} \\
&\approx \sum_{i'=1}^{I-1} [(\rho_{h_{i'}} - \rho_{f_{i'}})^2 \eta_{\text{N}}^2 + (\rho_{h_{i'}} + \rho_{f_{i'}}) \sigma_{\text{N}}^2] \\
&> \eta_{\text{N}}^2 \sum_{i'=1}^{I-1} \left[\rho_{h_{i'}} - \left(\rho_{f_{i'}} - \frac{\sigma_{\text{N}}^2}{2\eta_{\text{N}}^2} \right) \right]^2
\end{aligned} \tag{4.13}$$

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{\text{sub}}^{ww} &= \sum_{i'=1}^{I-1} \{E[(w_{h_{i'}} - w_{f_{i'}})^2]\} \\
&\approx \sum_{i'=1}^{I-1} \frac{2}{3} \Delta_{\text{dev}}^2 [(t_{h_{i'}}^{(n_s)} - t_{f_{i'}}^{(n_s)})^2 + P_{\text{A}} P_{\text{N}} \kappa_{h_{i'}}^2 \eta_{\text{A}}^2] \\
&> \frac{2}{3} \Delta_{\text{dev}}^2 T_{\text{probe}}^2 \sum_{i'=1}^{I-1} (h_{i'} - f_{i'})^2
\end{aligned} \tag{4.14}$$

ここで、式 (4.13) に対し、Cauchy-Schwarz の不等式を適用すれば、

$$\varepsilon_{\text{sub}}^{uu} \geq \frac{\eta_{\text{N}}^2}{I-1} \left\{ \sum_{i'=1}^{I-1} \left[\rho_{h_{i'}} - \left(\rho_{f_{i'}} - \frac{\sigma_{\text{N}}^2}{2\eta_{\text{N}}^2} \right) \right] \right\}^2 \tag{4.15}$$

と評価できる．式 (3.49) より、 $f_{i'} = m$ ，すなわち、 $\rho_{f_{i'}} = \rho_m$ ($i' = 1, 2, \dots, I-1$) であることを考慮にいれれば、式 (4.15) は、次のように最小化できる．

$$\begin{aligned}
\sum_{i'=1}^{I-1} \left[\rho_{h_{i'}} - \left(\rho_m - \frac{\sigma_{\text{N}}^2}{2\eta_{\text{N}}^2} \right) \right] &= 0 \\
\therefore \rho_m &= \frac{\sigma_{\text{N}}^2}{2\eta_{\text{N}}^2} + \frac{1}{I-1} \sum_{i'=1}^{I-1} \rho_{h_{i'}} \approx \frac{1}{I-1} \sum_{i'=1}^{I-1} \rho_{h_{i'}}
\end{aligned} \tag{4.16}$$

これにより、 $\mathbf{u}^{(m)}$ に関して、すなわち、正常リンク遅延に関して、 $\mathbf{e}^{(m)}$ を小さくする ρ_m

が明らかとなった.

一方, 式 (4.14) に Cauchy-Schwarz の不等式を適用すると,

$$\varepsilon_{\text{sub}}^{ww} \geq \frac{2}{3(I-1)} \Delta_{\text{dev}}^2 T_{\text{probe}}^2 \left[\sum_{i'=1}^{I-1} (h_{i'} - f_{i'}) \right]^2 \quad (4.17)$$

となる. 先ほどと同様に, m に基づき, 式 (4.17) は, 次のように最小化できる.

$$\begin{aligned} \sum_{i'=1}^{I-1} (h_{i'} - m) &= 0 \\ \therefore m &= \frac{1}{I-1} \sum_{i'=1}^{I-1} h_{i'} \end{aligned} \quad (4.18)$$

これにより, $\mathbf{w}^{(m)}$ に関して, すなわち, クロックのスキューに関して, $\mathbf{e}^{(m)}$ を小さくする m が明らかとなった.

4.2.3 最適基準選択法

観測行列評価の結果を踏まえ, 以上のノイズベクトル評価を解釈すれば, 定性的にも理にかなった非同期化の手法が導かれる. まず, 正常リンク遅延に関して, 式 (4.16) が意味することは, 観測経路のうち, 最も平均に近い経路長を持つ経路に関する観測を基準に選択せよということである. 各経路に含まれる正常リンクで発生する遅延時間を足し合わせたものが, \mathbf{u} であり, $\mathbf{u}^{(m)}$ の各要素は, m 番目の経路と i 番目 ($i = 1, 2, \dots, I, i \neq m$) の経路における遅延時間の差であることから, 式 (4.16) が意味することの正しさは, 定性的にも自明である. 一方, クロックのスキューに関して, 式 (4.18) が意味することは, 基準となる観測は, すべての観測の中心に位置するものを選択せよということである. ク

ロックのスキューに関するノイズが線形に蓄積されていることから、これが正しいこともまた、定性的に自明である。

以上の結果を踏まえ、最も理にかなった非同期化の手法は、以下の式で表されるように、最も平均に近い経路長を持つ観測をセッションの中心に位置づけて観測を実施し、これを基準として、その他の観測から差し引くことである。

Order r_i ($i = 1, 2, \dots, I$) such that

$$m = \left\lceil \frac{I}{2} \right\rceil \quad (4.19)$$

$$\rho_m = \operatorname{argmin}_{\rho_m \in \{\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_I\}} \left| \sum_{i=1}^I \rho_i / I - \rho_m \right| \quad (4.20)$$

Select $f_{i'}$ and $h_{i'}$ ($i' = 1, 2, \dots, I - 1$) such that

$$f_{i'} = m \quad (4.21)$$

$$h_{i'} = \begin{cases} i' & (i' < m) \\ i' + 1 & (i' \geq m) \end{cases} \quad (4.22)$$

4.3 Differential アプローチ

前節における評価によって、定性的にも理にかなった非同期化のための基準選択手法が導かれた。評価で得られた知見を参考にし、ノイズベクトルを除去する方法の発想を少し変えるだけで、より合理的な非同期化の手法が導かれる。本節では、Differential ア

アプローチとしてその手法の導出を行う。

複数の経路を基準として，選択できることとすれば，式 (3.49) は，以下のように変更可能である。

$$F_{\text{ref}} = \{f_{i'} | f_{i'} \in \mathcal{I}_{\text{route}}, i' = 1, 2, \dots, I - 1\} \quad (4.23)$$

これに伴い，式 (3.50) についても変更を行えば，

$$\begin{aligned} H_{\text{rem}} &= \{h_{i'} | h_{i'} \neq f_{i'}, i' = 1, 2, \dots, I - 1\} \\ &\text{such that } F_{\text{ref}} \cup H_{\text{rem}} = \mathcal{I}_{\text{route}} \end{aligned} \quad (4.24)$$

とできる。

式 (4.13)，(4.14) より，以下の条件が，正常リンク遅延とスキューの両観点から明らかに，ノイズベクトルを最小化させることがわかる。

$$\rho_{f_{i'}} \approx \rho_{h_{i'}} \quad (4.25)$$

$$f_{i'} \approx h_{i'} \quad (4.26)$$

これは， \mathbf{u} ， \mathbf{w} の各要素について，それぞれ近い値を持つものの差を取れば，その結果は0に近くなるというごく当然のものである。情報信号処理における DPSK (Differential Phase Shift Keying) に着想を得れば [1]，式 (4.25) と (4.26) が示すこの当然とも思える非同期化のアイデアは，次に示されるように，観測を経路の長さ順に並び変えて観測を実施し，前後する観測同士の差をとることで実現可能である。

Order r_i ($i = 1, 2, \dots, I$) such that

$$\rho_1 \leq \rho_2 \leq \dots \leq \rho_I \quad (4.27)$$

Select $f_{i'}$ and $h_{i'}$ ($i' = 1, 2, \dots, I - 1$) such that

$$f_{i'} = i' \quad (4.28)$$

$$h_{i'} = i' + 1 \quad (4.29)$$

これを Differential アプローチと呼ぶこととする。以上により, Differential アプローチに

おける非同期遅延トモグラフィは、以下のようなになる。

$$\mathbf{y}' = \mathbf{A}'\mathbf{x} + \mathbf{e}' \quad (4.30)$$

$$\mathbf{y}' = [y_2 - y_1, y_3 - y_2, \dots, y_i - y_{i-1}, \dots, y_I - y_{I-1}]^\top \quad (4.31)$$

$$\mathbf{A}' = \begin{bmatrix} a_{21} - a_{11}, & a_{22} - a_{12}, & \dots, & a_{2J} - a_{1J} \\ a_{31} - a_{21}, & a_{32} - a_{22}, & \dots, & a_{3J} - a_{2J} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} - a_{(i-1)1}, & a_{i2} - a_{(i-1)2}, & \dots, & a_{iJ} - a_{(i-1)J} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{I1} - a_{(I-1)1}, & a_{I2} - a_{(I-1)2}, & \dots, & a_{IJ} - a_{(I-1)J} \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

$$\mathbf{e}' = \mathbf{u}' + \mathbf{w}' \quad (4.33)$$

$$\mathbf{u}' = [u_2 - u_1, u_3 - u_2, \dots, u_i - u_{i-1}, \dots, u_I - u_{I-1}]^\top \quad (4.34)$$

$$\mathbf{w}' = [w_2 - w_1, w_3 - w_2, \dots, w_i - w_{i-1}, \dots, w_I - w_{I-1}]^\top \quad (4.35)$$

なお、定理 6 および定理 7 の証明と同様に、

$$\begin{aligned} [\mathbf{a}_1^{(m_1)}, \mathbf{a}_2^{(m_1)}, \dots, \mathbf{a}_{s_1}^{(m_1)}] \boldsymbol{\chi} &= \mathbf{0}_I \\ \Leftrightarrow [\mathbf{a}'_1, \mathbf{a}'_2, \dots, \mathbf{a}'_{s_1}] \boldsymbol{\chi} &= \mathbf{0}_I \end{aligned} \quad (4.36)$$

$$\mathbf{y}^{(m_1)} = \mathbf{A}^{(m_1)} \mathbf{x} \Leftrightarrow \mathbf{y}' = \mathbf{A}' \mathbf{x} \quad (4.37)$$

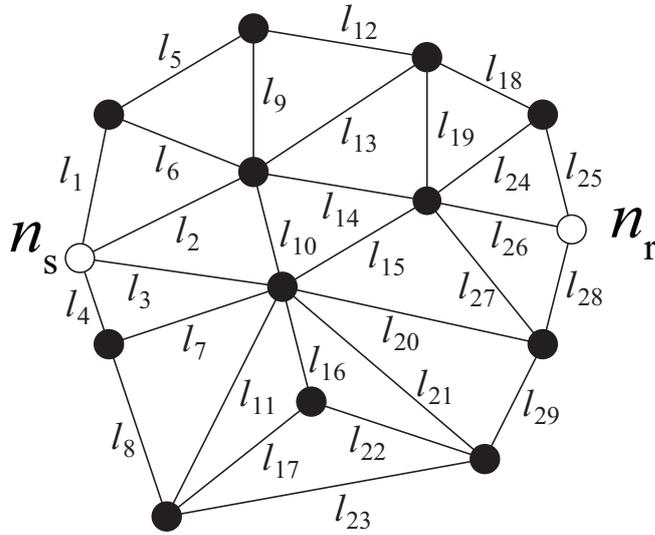


図 4.1: ネットワークトポロジ (ノード数:14 リンク数:29) .

となるため，観測行列の観点での異常同定の性能差はないことがわかる．

4.4 性能評価

4.4.1 評価設定

図 4.1 に評価に用いるネットワークトポロジ (ノード数:14 リンク数:29) を示す [6]. このトポロジにおいて， n_s, n_r がそれぞれ送信ノードと受信ノードであり，時刻同期は確立されていないものとする． n_s から n_r の向きに張られる観測経路について，文献 [39] を参考にして 1-identifiable な観測行列を構築する．表 4.1 は，その観測経路についてまとめたものであり，29 のリンク数に対し，15 の観測経路が得られてる．ここで重要な事実として，観測数をいかに増やしても，ランクが J となる観測行列は構築できないことが確認されている．これは，本トポロジでは，すべての観測経路を用いて構成される観測

表 4.1: 観測経路.

$ r_i $	r_i ($i = 1, 2, \dots, 15$)
3	$r_1 = \{l_3, l_{15}, l_{26}\}, r_2 = \{l_2, l_{14}, l_{26}\}$
4	$r_3 = \{l_4, l_7, l_{20}, l_{28}\}$
5	$r_4 = \{l_3, l_{16}, l_{22}, l_{29}, l_{28}\}, r_5 = \{l_2, l_{14}, l_{19}, l_{18}, l_{25}\},$ $r_6 = \{l_2, l_{13}, l_{18}, l_{24}, l_{26}\}, r_7 = \{l_2, l_{10}, l_{21}, l_{29}, l_{28}\},$ $r_8 = \{l_1, l_5, l_{12}, l_{18}, l_{25}\}$
6	$r_9 = \{l_4, l_8, l_{17}, l_{16}, l_{15}, l_{26}\},$ $r_{10} = \{l_4, l_7, l_{21}, l_{29}, l_{27}, l_{26}\},$ $r_{11} = \{l_2, l_9, l_{12}, l_{19}, l_{27}, l_{28}\}$
7	$r_{12} = \{l_3, l_{11}, l_{23}, l_{29}, l_{27}, l_{24}, l_{25}\},$ $r_{13} = \{l_1, l_5, l_9, l_{10}, l_{20}, l_{27}, l_{26}\}$
9	$r_{14} = \{l_1, l_6, l_{14}, l_{15}, l_{11}, l_{17}, l_{22}, l_{29}, l_{28}\}$
10	$r_{15} = \{l_4, l_8, l_{23}, l_{22}, l_{16}, l_{10}, l_{13}, l_{19}, l_{24}, l_{25}\}$

行列であってもそのランクは $J = 29$ 未満であるということである。さらに、より大きなネットワークでの評価も行うため、ノード数、リンク数、観測経路数の比率が、図 4.1 および表 4.1 と同じく、 $1:2:1$ となるようなネットワークトポロジおよび、観測経路も複数用意し、これに関しても評価を行う。また、計算機シミュレーションの設定パラメータとして、前章と同じく、 $\eta_N = 15$ [msec]、 $\sigma_N = 3$ [msec]、 $\Delta_{\text{dev}} = 40$ [ppm] とする。

評価は、前章で用いた完全同定率 (PIR) に加え、さらに、偽陽性率 (FPR: False Positive Ratio) と偽陰性率 (FNR: False Negative Ratio) についても調べることにする。偽陽性率 (FPR) と偽陰性率 (FNR) を以下のように定義する。

$$\text{FPR}(\hat{\mathcal{L}}_A) = \frac{|\hat{\mathcal{L}}_A \setminus \mathcal{L}_A|}{|\hat{\mathcal{L}}_A|} \quad (4.38)$$

$$\text{FNR}(\hat{\mathcal{L}}_A) = \frac{|\mathcal{L}_A \setminus \hat{\mathcal{L}}_A|}{|\mathcal{L}_A|} \quad (4.39)$$

ここで、 \mathcal{L}_A は、異常リンクの集合であり、 $\hat{\mathcal{L}}_A$ は、推定した異常リンクの集合である。FISTA を用いて推定した近似的にスパースなベクトル $\hat{\mathbf{x}}$ に対して、 $\hat{\mathbf{x}}$ の最大要素の値を x_{\max} とし、

$$\hat{\mathcal{L}}_A = \{j \mid |x_j| \geq \theta x_{\max}\} \quad (4.40)$$

とする¹。偽陽性率（FPR）と偽陰性率（FNR）については、すべての試行の平均で評価を行う。また、割合の計算で用いる試行回数は、図 4.1 のネットワークトポロジに対して ${}_{29}C_k \times 1,000$ 回とする。また、FISTA の調整パラメータは、複数の候補から、全体でみて最適であるもので固定とした。

比較評価を行う手法は、以下の 5 つである。

- Mid-Ave/Sub
- Rand/Sub
- Order/Diff
- Rand/Diff
- Conv

まず、“Mid-Ave/Sub” は、4.2 章で導出した手法であり、その並び順を考慮に入れないものが、“Rand/Sub” である。“Rand/Sub” は、前章での提案手法と合致する。一方、“Order/Diff” は、4.3 章で導出した手法であり、同様に、式 (4.27) の並び順を考慮に入れないものが、“Rand/Diff” である。さらに、前章と同じく、送受信ノード n_s, n_r 間の時

¹これは、ネットワークに異常リンクが存在することを前提とした定義であるが、異常リンクが存在すること自体は、観測した経路遅延時間を見ればわかることから、前提としての矛盾はない。

刻同期が，セッションの始まりを意味する $t = 0$ で完全にとれていることを仮定し，クロックのオフセット除去のための提案手法を施さないものを“Conv”とする。

4.4.2 評価結果

η_A の観点における評価

図 4.2 に， $T_{\text{probe}} = 10$ [sec]， $k = 1$ とした場合における異常リンク遅延時間 η_A に対する (a) PIR, (b) FPR, (c) FNR を示す。 $t = 0$ に完全に時刻同期がとれていると仮定した Conv であるが，異常リンク遅延 η_A が十分に大きくないときには，正常リンク遅延とスキューによる影響によって，正しい同定が行えていないことがわかる。一方，*/Sub (Mid-Ave/Sub と Rand/Sub の両方を表す) と*/Diff (Order/Diff と Rand/Diff の両方を表す) に関しては，クロックのオフセット以外のノイズも除去されていることから，Conv より小さい η_A でも異常同定が正しく行われていることが読み取れる。特に，Order/Diff は，理論解析の通り，最も良い結果を示しており， η_A が，通常リンク遅延平均 η_N の 10 倍，すなわち，150msec より大きいければ，常に完全同定が行えていることがわかる。ただし，観測経路の順序をランダムとした Rand/Diff は，小さい η_N において*/Sub より悪い同定性能となっている。この理由に関して，追加実験を行い，その考察を行えば，以下の通りとなる。 $T_{\text{probe}} = 10$ [sec] であることから，スキューによるノイズの絶対値は，1 msec 以下である ($= |\Delta_{\text{sk}} T_{\text{probe}}| < 80 \times 10^{-6} \times 10 = 0.8 \times 10^{-3}$)。一方で，1つの経路における正常リンク遅延によるノイズは，数十 msec である。すなわち，前章でみた通り， $\mathbf{e}^{(m)}$ および \mathbf{e}' において支配的な要素は，正常リンク遅延によるものがある。異常リンク遅延が経路遅延に対してかなり小さく， $\mathbf{y}^{(m)} \approx \mathbf{u}^{(m)}$ または $\mathbf{y}' \approx \mathbf{u}'$ となるとき，式 (4.40)

より，偽陽性が生じる確率は，

$$P_{\text{FP}}(\mathbf{u}^*) = 1 - \int_{-\theta x_{\text{max}}}^{+\theta x_{\text{max}}} \int_{-\theta x_{\text{max}}}^{+\theta x_{\text{max}}} \cdots \int_{-\theta x_{\text{max}}}^{+\theta x_{\text{max}}} p(u_1^*, u_2^*, \cdots, u_{I-1}^*) du_1^* du_2^* \cdots, du_{I-1}^* \quad (4.41)$$

とできる．ここで， $p(u_1^*, u_2^*, \cdots, u_{I-1}^*)$ は， \mathbf{u}^* の各要素 $u_1^*, u_2^*, \cdots, u_{I-1}^*$ の結合確率密度関数である．図 4.3 は，上記の設定において，少なくとも 1 つの u_i^* が，しきい値 ζ [sec] を超える確率を実験的に求めたものであり，この結果より， $\zeta < 0.13$ [sec] のとき，Rand/Diff が*/Sub より頻繁にしきい値 ζ を超過していることが読み取れる．これは，図 4.2 (a) の結果と合致する．

T_{probe} の観点における評価

図 4.4 に， $\eta_A = 1.0$ [sec]， $k = 1$ とした場合における試験パケット送信間隔 T_{probe} に対する (a) PIR, (b) FPR, (c) FNR を示す．前章でみたように，実際， Δ_{dev} は非常に小さい値である．よって， $T_{\text{probe}} < 300$ [sec]，すなわち，試験パケットの送信間隔がよほど大きくないかぎり，Conv 以外の手法において同定性能に差は生じていないことがわかる．さらに，理論解析での議論からも明らかなように， T_{probe} をかなり大きく設定した場合（最大で 1,000 sec）でも，*/Diff は，その他の手法に反して，PIR=1.0 を維持し続けていることがわかる．一方，*/Sub は， T_{probe} が大きくなるほど，スキューによる影響でノイズが単調に増加し，無視できなくなり，同定性能の劣化が見られている．

k の観点における評価

図 4.4 に, $T_{\text{probe}} = 10$ [sec], $\eta_A = 1.0$ [sec] とした場合における異常リンク数 k に対する (a) PIR, (b) FPR, (c) FNR を示す. 観測行列は, 1-identifiable になるように構築されているため, 当然のことながら, すべての手法において, $k = 1$ では, 常に完全同定がなされている (PIR=1.0). 一方で, k が増加するにつれて, 同定性能が劣化していることがわかる. */Sub は, Rand/Diff よりよい性能を示すが, 理論解析の結果と同様に, 最良の性能をもつのは Order/Diff であることがわかる.

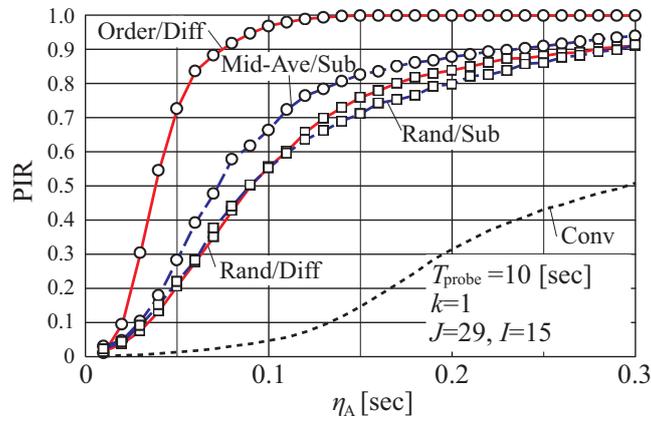
ネットワーク規模の観点における評価

最後に, 図 4.6 に, $T_{\text{probe}} = 10$ [sec], $K=1$, (a) $\eta_A = 0.1$ [sec], (b) $\eta_A = 0.5$ [sec], (c) $\eta_A = 0.9$ [sec] とした場合におけるネットワーク規模に対する PIR を示す. ここでは, J が大きくなるほど解のスパース性が向上するが, ノイズベクトルの影響も大きくなる. $\eta_A = 0.9$ [sec] の結果を表した図 4.6(c) においては, すべての手法で, J が大きくなっても, ほとんどの場合で, 完全同定が可能となっていることがわかる. しかし, η_A が, 0.5 [sec], 0.1 [sec] と小さくなるにつれて, ノイズベクトルの影響が無視できなくなり, Conv は, 異常リンクの同定が行えなくなっていく. */Sub も同じく, $\eta_A = 0.5$ [sec] までは, 非常によい同定性能を示すが, $\eta_A = 0.1$ [sec] では, あまり正確な同定は行えていない. 一方, Order/Diff は, 常に正常リンク遅延とスキューの影響を概ね除去できるため, 図のすべての結果において, ほとんど常に完全同定が行えていることがわかる.

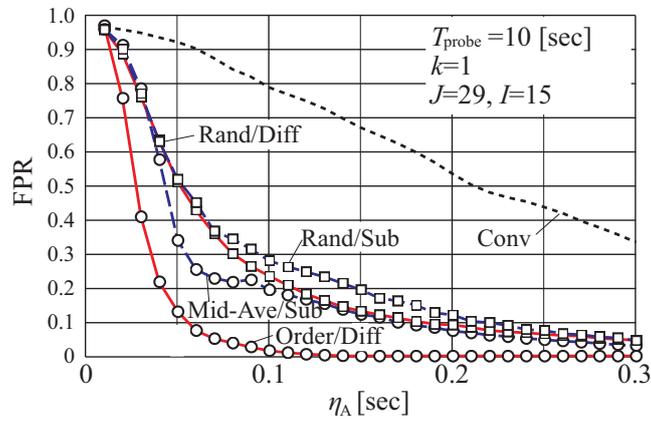
4.5 結言

前章で提案を行った透過型非同期遅延トモグラフィについて，観測行列およびノイズベクトルの理論解析を行い，最適な基準観測の選択法を導出した．これを，Subtractive アプローチとして位置づけ，本章ではさらに，Subtractive アプローチにおける知見をもとに，より合理的な非同期化の手法を Differential アプローチとして導出した．前章以上に詳細に行った計算機シミュレーション実験においては，これまで行ったすべての理論解析の結果が裏付けられ，さらに提案手法の有効性が示された．

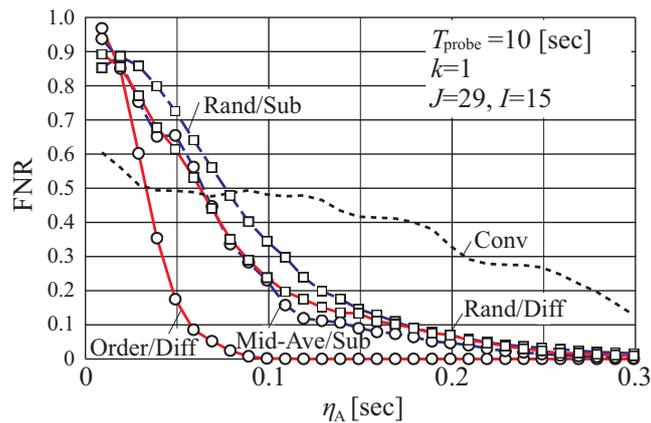
2章にわたって議論を行ってきた“圧縮センシングを用いた透過型非同期遅延トモグラフィ”であるが，理論解析のため，様々な仮定を置いた．しかし，ここで得られた知見は，仮定を変更しても成り立つものがほとんどである．より大規模なネットワークを含め，実環境での実験評価が，本テーマの今後の課題である．



(a)



(b)



(c)

図 4.2: 異常リンク遅延時間 η_A に対する (a) PIR, (b) FPR, (c) FNR.

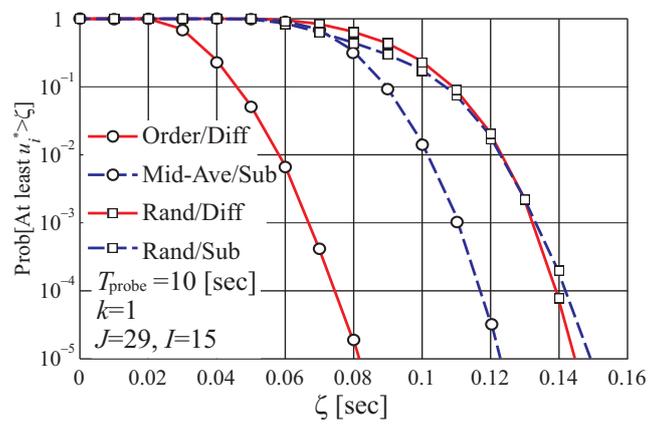
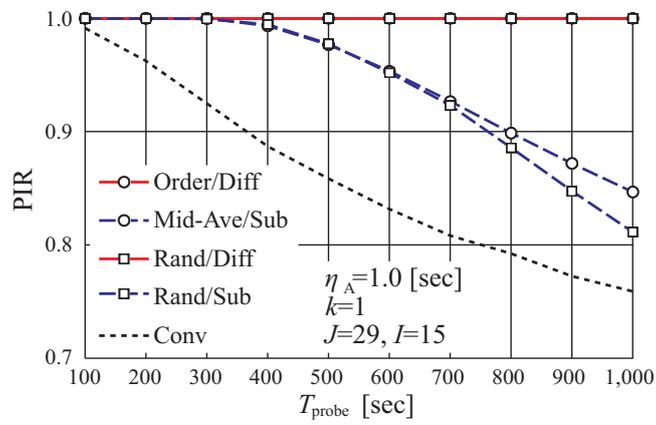
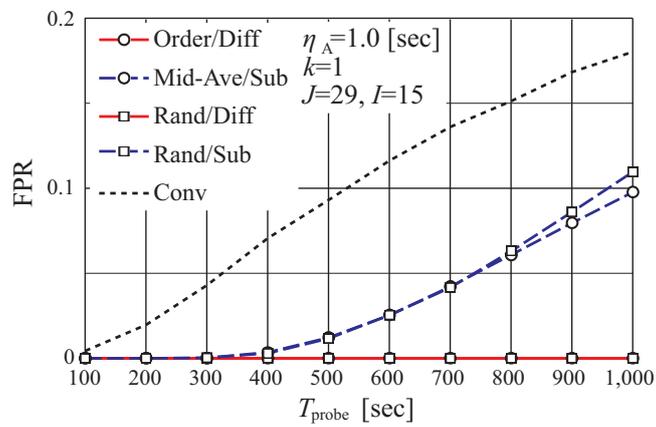


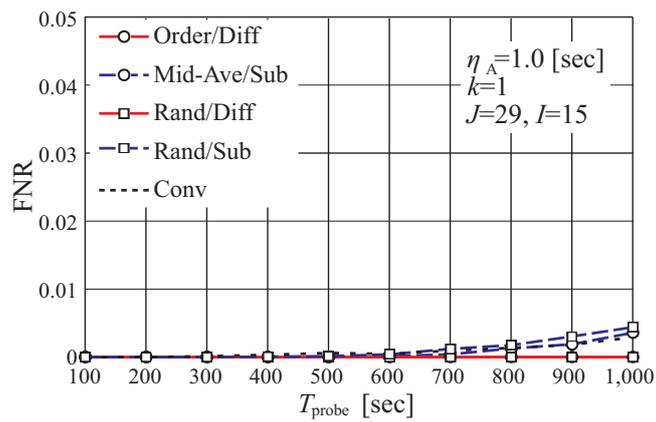
図 4.3: 偽陽性が生じる確率.



(a)

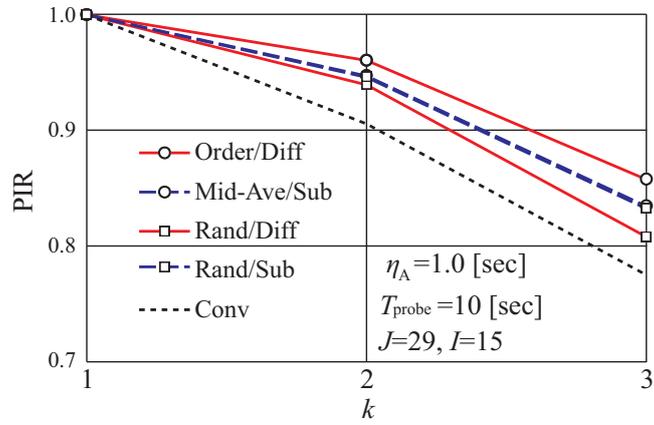


(b)

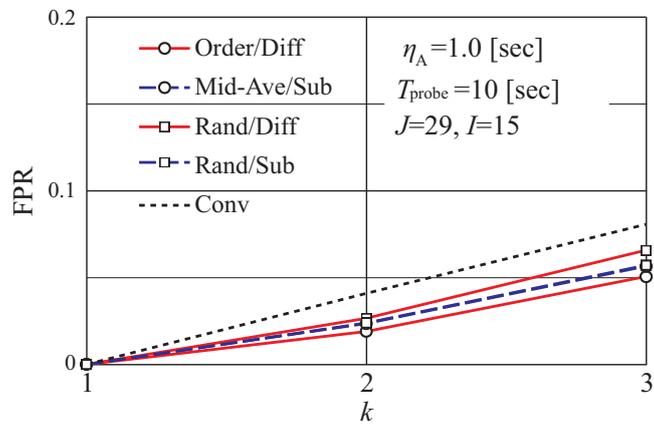


(c)

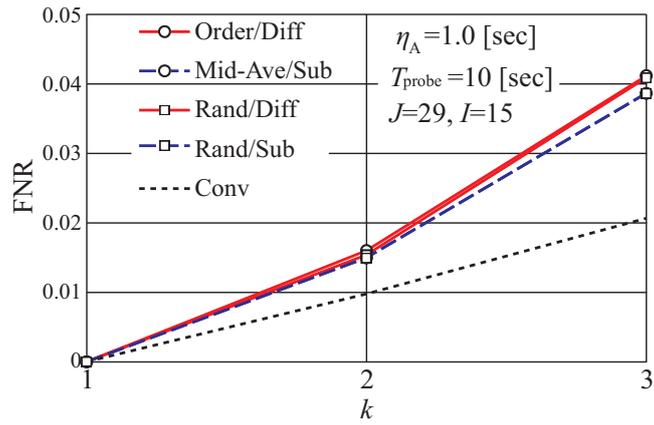
図 4.4: 試験パケット送信間隔 T_{probe} に対する (a) PIR, (b) FPR, (c) FNR.



(a)

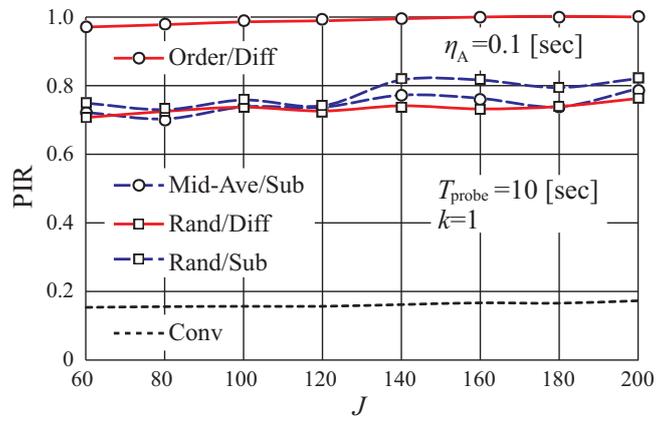


(b)

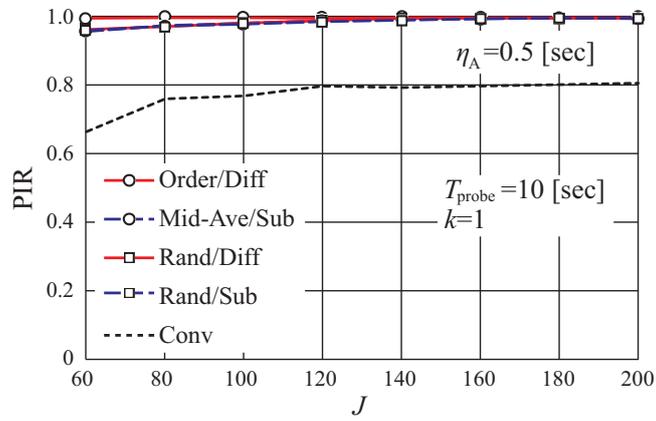


(c)

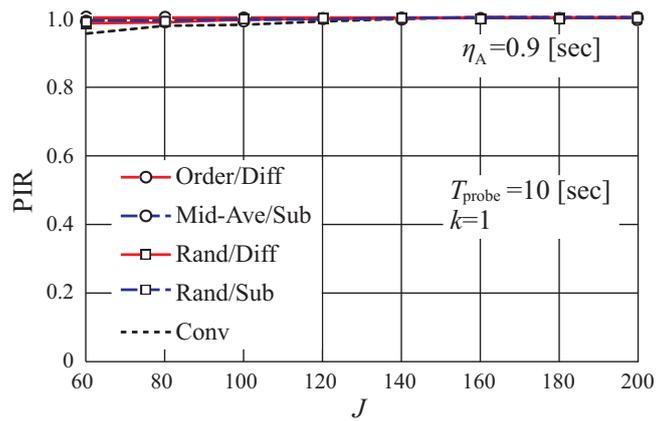
図 4.5: 異常リンク数 k に対する (a) PIR, (b) FPR, (c) FNR.



(a)



(b)



(c)

図 4.6: ネットワーク規模に対する PID. (a) $\eta_A = 0.1$, (b) $\eta_A = 0.5$, (c) $\eta_A = 0.9$.

第5章 非同期性を有する反射型遅延トモグラフィ

5.1 緒言

従来の多くのネットワークトモグラフィでは，前章までで見てきたものと同様に，経路の観測情報は，ネットワーク内のアクセス可能なノードのうち異なる場所に位置するノードがエンドノードとなり取得される．一方で，例えばラウンドトリップタイムを計測するように，単一のノードをエンドノードとして，ネットワークの経路情報を取得することもできる．これらの経路情報の取得方法は，性質的に明らかに異なっており，本論文では，前者の観測手法を用いたネットワークトモグラフィを“透過型ネットワークトモグラフィ”，後者の観測手法を用いたものを“反射型ネットワークトモグラフィ”として区別する．反射型ネットワークトモグラフィで遅延トモグラフィを行う場合，すなわち，反射型遅延トモグラフィを行う場合，ある経路情報を取得する観測ノードは同一であるため，ネットワーク内の時刻同期は不要である．本章では，この性質を利用し，圧縮センシングを用いた新しい非同期遅延トモグラフィ技術として，ネットワーク内の異常箇所を同定するための手法を提案する．提案上，最も重要となることは，いかに観測経路を構築するかであり，これは，圧縮センシングの理論に基づいて考える．本章ではさらに，提案手法の評価を計算機シミュレーション実験によって行い，提案の有効性を示す．

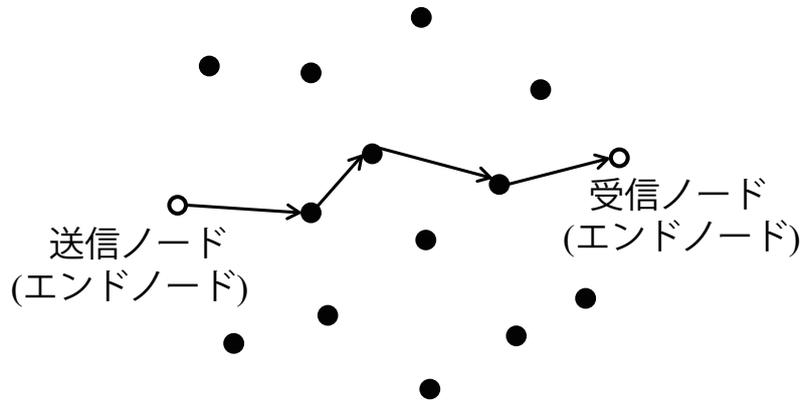


図 5.1: 透過型ネットワークトモグラフィにおける観測経路.

なお，本章において，単に遅延トモグラフィとした場合，常に反射型であるところを指し示すこととする．また，本章の内容は，文献 [34] に関する．

5.2 反射型ネットワークトモグラフィの概要

図 5.1 に示すように，多くのネットワークトモグラフィでは，ネットワークの端に位置するアクセス可能なノードの内，異なる場所に位置するいくつかのノードが，エンドノード，すなわち送受信ノードとして選択され，経路情報（遅延トモグラフィの場合，経路遅延時間）の観測が行われる．例えば，文献 [39] では，2つのノードがそれぞれ送受信ノードとして用いられ，一方，文献 [18] では，複数ノードがネットワークの経路情報を取得するために用いられている．アクティブ計測を用いて，ネットワークの計測を行う場合，送信ノードが受信ノードに観測経路を指定し，試験パケットを送信する．観測経路に送出された試験パケットは，全体もしくは一部の受信ノードによって受信され，経路情報が計測される．文献 [11] では，ユニキャストを用いたネットワークトモグラフィ技術が提案されており，文献 [8] と文献 [7] では，単一もしくは複数の送信ノードによるマル

チキャストにより、木構造または一般的なトポロジを調べる方法がそれぞれ提案されている。また文献 [14] では、リンク遅延の分散がマルチキャストを用いて調べられている。

一方で、例えばラウンドトリップタイムを取得するように、単一のノードを送受信ノードとして、ネットワークの経路情報を取得することもできる。このように単一のノードで取得される経路情報に基づくネットワークトモグラフィを、反射型ネットワークトモグラフィと定義する。文献 [41] では、反射型ネットワークトモグラフィについて検討されており、ある観測ノードを用いて取得できるラウンドトリップタイムをもとに、ネットワーク内部のリンク遅延の分散を求めるネットワークトモグラフィ技術が提案されている。反射型ネットワークトモグラフィはネットワーク観測のための試験パケットの送受を単一のノードで行なっていることから、透過型ネットワークトモグラフィと比較して、以下のような特別な性質を兼ね備える。

実行の容易性 (Implementability)

ネットワークトモグラフィでは、ネットワーク管理者が、アクセス可能なノードを送受信ノードとして選択する。しかし、いかに異なる位置にあるノードにアクセスし、それらを協調させて経路情報を取得するかは、必ずしも容易な問題ではない。逆に、反射型ネットワークでは、単一の送受信ノードで観測を行うため、このような懸念が軽減される。観測拠点として選択されたノードは、例えば、DSR (Dynamic Source Routing) [26] のようなルーティングプロトコルを実行し、定められた経路に対して試験パケットを送信すれば、自身のもとに試験パケットは返ってくる。つまり、反射型ネットワークトモグラフィは、実行の容易性を備える。

ただし、観測は、アクティブ計測に限定される。また、往復の観測経路は、透過型の

ものに比べて長くなる傾向があり，これは，情報通信のリソースを専用に利用してしまうアクティブ計測では，デメリットとなる．これを軽減させるために，ネットワークの異常同定に焦点を絞り，圧縮センシングを活用することは非常に効果的であると考えられるが，その場合に，観測経路をいかに構築するかについては検討が必要である．

適応性 (Adaptability)

反射型ネットワークトモグラフィでは，試験パケットを送信するノードのもとに試験パケットが戻ってきて，観測情報が計測される．すなわち，その観測情報に基づいて，次の経路を決定することが容易に可能となる．一方，透過型ネットワークトモグラフィで，これを行うとすれば，いかに観測情報を反映して，次の経路を決定するか，実行の容易性とも関係した課題が生じる．

非同期性 (Asynchronism)

前章までで議論してきたように，透過型のアプローチで遅延トモグラフィを実行する場合，送受信ノードは異なるノードが選択されているため，送受信ノード間の時刻同期が必要となる．一方で，反射型の場合，送受信ノードは，同一のノードであるため，時刻同期の必要はない．

以上のように，反射型トモグラフィは，その観測方法から，実用上強力な特性をもつ．一方，これを圧縮センシングと組み合わせて，いかに異常箇所の同定に用いるかについ

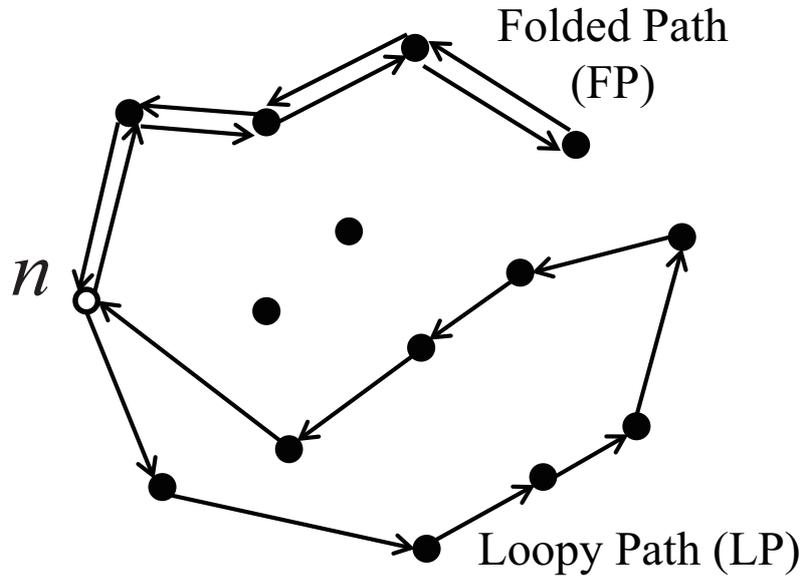


図 5.2: 観測経路の例.

ては，特にこれまで深く議論されておらず，そのアルゴリズム，特にいかに観測経路を構築するかに関する検討が必要である．そこで本章では，圧縮センシングの理論に基づく観測経路の構築法を提案し，反射型遅延トモグラフィによる非同期な異常同定手法の実現を目指す．

5.3 問題設定

本章においても，3章で定義した問題設定を踏襲する．ただし，送受信ノードは，単一ノード，すなわち， $\mathcal{N}_S = \mathcal{N}_R = \mathcal{N}$ ， $n_s = n_r = n \in \mathcal{N}$ とし，これを観測ノードと呼ぶ．これに伴い，リンクの集合で定義されている観測経路は，同じ要素を含む可能性を許可するために，多重集合に拡張する．観測経路に関する詳細を述べる．なお，ルーティングの困難さを回避する目的として，観測経路は部分的なループを持たないという条件を

与える。上記のルーティング条件を満たすために、図 5.2 に示すような、2 種類の経路に沿った PTT (Packet Traveling Times) を観測情報として計測するものとする。まず 1 つは、LP (Loopy Path) である。この経路には観測ノードを除いて、同じノードが 2 度以上現れない。次に、FP (Folded Path) である。この経路はラウンドトリップタイム計測時のように、観測ノードとあるノード間を行きと帰りで同じ経路を通るように設計された経路である。以上の仮定より、観測経路の集合によって定義される観測行列 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{I \times J}$ は、前章までとは異なって、0, 1, 2 の要素を持つこととなり、さらに解くべき問題は、

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{A}\mathbf{b} \quad (5.1)$$

となる。ここで、単一ノードによる観測のため、 $\mathbf{v} = \mathbf{0}_I$ 、 $\mathbf{w} = \mathbf{0}_I$ であり、反射型遅延トモグラフィは、元来非同期性を兼ね備える。

最後に、観測行列の行列ノルムを

$$\|\mathbf{A}\| = \left(\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J |a_{ij}| \right) \quad (5.2)$$

として定義する。この行列ノルムと観測経路数 I はネットワークトモグラフィを行うために必要な時間とエネルギーに関する数値となる。すなわち、観測行列の異常同定性能が同じであるならば、これらの値は小さいほどよいといえる。

表 5.1: アルゴリズムで使用する記号の一覧.

$\mathcal{R}_{\text{disjoint}}$	ノードディスジョイントな経路集合.
$\overline{\mathcal{R}}_{\text{disjoint}}$	集合 $\mathcal{R}_{\text{disjoint}}$ の経路に含まれるリンクを逆向きにした経路集合.
\mathcal{R}	確定した観測経路集合.
$path_i + path_{i'}$	経路 $path_i$ と経路 $path_{i'}$ をつなげた経路.
\mathcal{R}_{all}	観測経路候補の集合.
$F_\mu(\mathbf{A})$	観測行列 \mathbf{A} の相互コヒーレンスを返す関数. ただし, \mathbf{A} が一つでもゼロベクトルとなる列ベクトルを持てば, 1 より大きな値を返す.
$\text{getCostMin}(\mathcal{R}')$	経路集合 \mathcal{R}' のうち, コストが最小となる経路を返す関数.

5.4 観測行列構築アルゴリズム

圧縮センシングを用いた反射型ネットワークトモグラフィを提案する上で, 最も重要なことは, 観測行列をいかに構築するかということである. アルゴリズム 2, 表 5.1 にそれぞれ, 本章で提案する観測行列構築アルゴリズムとアルゴリズム内で用いる記号の一覧を示す. このアルゴリズムは, 作成する観測行列の相互コヒーレンスがいち早く 1.0 を下回るように設計されており, ネットワーク内に異常リンクが発生する確率が非常に低いときに, 高速にネットワーク状態を調べることのできる観測行列の作成を目指している.

観測行列構築アルゴリズムは, 2つのステップからなる. まず, STEP 1 で観測経路の候補となる経路の列挙を行う. ここで, 観測経路の候補はノードディスジョイントな経路集合を求めるアルゴリズム [4] に基づいて列挙される. ノード n からノード n' へのノードディスジョイントな経路集合とは, n と n' を除いて, どの経路も互いに同じノードを共有しない, n から n' へ経路の集合を表し, $\text{NodeDisjointAlgorithm}(n, n')$ はノード n か

表 5.2: 観測行列の情報.

行列	サイズ	行列ノルム	LP:FP 数	候補数
\mathbf{P}_1	5×11	30	3 : 2	18
\mathbf{P}_2	5×11	28	4 : 1	18
\mathbf{P}_3	4×11	28	3 : 1	78

ら n' への要素数が最大となるノードディスジョイントな経路集合のうち, 含まれるリンク数が最小である集合を返す. このアルゴリズムを用いてに STEP 1 は LP と FP を作成し, 観測経路となる候補を列挙する.

STEP 2 では, 以下で定義するコストに基づいて, STEP 1 で列挙した観測経路候補から, 実際に情報を得るための観測経路を 1 つずつ決定していく. ある経路 $path \in \mathcal{R}_{\text{all}}$ に対する, コストの計算方法は次のとおりである. $F_\mu(\mathbf{A}) > 1.0$ のとき, $path$ に含まれるリンクのうち, \mathcal{R} にまだ追加されていないリンクの総数の逆数, その他の場合, 部分行列 $\tilde{\mathbf{A}}_{jj'} (1 \leq j, j' \leq J; j \neq j')$ の相互コヒーレンスが 1 になる総数がそれぞれコストとなる. ここで, $\tilde{\mathbf{A}}$ は集合 $\mathcal{R} + \{path\}$ によって構築される観測行列を意味し, $\tilde{\mathbf{A}}_{jj'}$ は, 行列 $\tilde{\mathbf{A}}$ の j, j' 列目からなる部分行列を示す. 構築している観測行列の相互コヒーレンスが 1.0 を下回ったとき, STEP 2 は終了し, 1-identifiable な観測行列が確定する. このアルゴリズムは, 観測経路を 1 つずつ決定していく構造になっていることから, 観測行列の行列ノルムより, 観測経路数を小さくすることに注力している.

5.5 性能評価

本節では、提案した遅延トモグラフィの有効性を検証するために以下の項目について考える。

- 提案アルゴリズムによって適切な観測行列が構築されるか。
- ネットワークにただ1つの異常リンクがあるとき、実際にそのリンクの同定が行えるか。
- いくつかの異常リンクがネットワークに存在するとき、提案アルゴリズムによって構築された観測行列はどのような振る舞いとなるか。

図 5.3(a) に評価で用いるネットワークトポロジ（ノード数:8 リンク数:11）を示す。異常リンクおよび、正常リンクの遅延の仮定についても、3章で定義したものを踏襲し、 $\eta_N = 15$ [msec]、 $\sigma_N = 3$ [msec] とした。また、評価の指標も同じく、試行回数を ${}_jC_k$ の完全同定率（PIR）を用いる。

評価に用いた観測行列を表 5.2 にまとめる。 \mathbf{P}_1 が、提案したアルゴリズムによって構築された観測行列で、 \mathbf{P}_2 は、提案したアルゴリズムの STEP 1 で列挙された候補経路から構築された、観測経路数と行列ノルムが最小の観測行列である。 \mathbf{P}_3 は提案したアルゴリズムの STEP 1 で列挙された候補経路に、存在しうるすべての FP を候補経路に加えて構築された、観測経路数と行列ノルムが最小となる観測行列である。 \mathbf{P}_2 と \mathbf{P}_3 はそれぞれ、経路候補の組み合わせを全通り比較し得られた最適な観測行列である。この全通り比較するという方法はネットワーク内のノード数またはリンク数が増えるに連れて、観測行列を構築するのに必要な計算量が爆発的に増えるため実用的ではないが、本評価で

は、ネットワーク規模が大きくないことから計算可能である。得られた \mathbf{P}_2 と \mathbf{P}_3 は \mathbf{P}_1 の評価のために利用する。すべての観測行列を比較すると、 \mathbf{P}_1 は観測経路数、行列ノルムともに、最小値より少し大きな値を持つ。しかし、観測行列構築のための計算量を考えると、提案アルゴリズムは圧倒的に優位である。これは、提案アルゴリズムの計算量について、候補経路数 $|\mathcal{R}_{\text{all}}|$ のうちから観測経路数 I の観測行列を構築するとき、必要な計算量が $O(I|\mathcal{R}_{\text{all}}| + I(I - 1)/2)$ となるためである。

図 5.4 に、異常リンク数 $k = 1$ とした場合における異常リンク遅延 η_A に対するその完全同定率 (PIR) を示す。提案アルゴリズムは、相互コヒーレンスを用い、構築する観測行列が 1-identifiable であることを保証している。しかし、式 (5.1) には、正常リンク遅延に関するノイズ項が存在するため、その影響についての評価を行った。図 5.4 より、 $\eta_A \geq 0.5$ [sec] であれば、解を近似的にスパースであるとみなすことができ、圧縮センシングを用いて、異常リンクの同定が確実に行えていることがわかる。一方で、 $\eta_A < 0.5$ [sec] のとき、すべての観測行列に関して $\text{PIR} < 1.0$ となっていることから、ノイズが異常同定性能に影響していることがわかる。このとき、 \mathbf{P}_1 が最もよい性能を示している。 \mathbf{P}_1 は、観測経路数、行列ノルムともに、 \mathbf{P}_2 および \mathbf{P}_3 に劣るが、その分、 $k = 1$ での異常同定性能は高いことがわかる。

次に、異常リンク遅延に $\eta_A = 1.0$ [sec] を割り当て、異常リンク数 k が $k = 1, 2, 3$ の場合の評価を行う。図 5.5 に各観測行列の異常リンク数に対する完全同定率を示す。このとき、すべての観測行列について、 $k > 1$ の場合に完全再構成の保証はない。観測行列 \mathbf{P}_1 , \mathbf{P}_2 , \mathbf{P}_3 はネットワーク内に異常リンクが発生する確率が非常に低いときに、高速にネットワーク状態を調べられるよう、観測経路数と行列ノルムが出来るだけ小さくなるように構築されている。これにより、すべての観測行列は、 $k \geq 2$ において、同定率が急激に

劣化していることが図から読み取れる。一方で、先ほどと同様に、 P_1 は P_2 , P_3 より、観測経路数と行列ノルムが少し大きいいため、異常同定能力自体は優れていることが読み取れる。

以上の結果を踏まえ、以下の結論が導かれる。提案したアルゴリズムは少ない計算量で十分に観測経路数と行列ノルムが小さい観測行列を構築することができ、圧縮センシングを用いた本提案は、異常リンクがネットワーク内に発生することが稀であるという仮定の下で、効率的にネットワークの状態を調べることができる。

5.6 結言

反射型ネットワークトモグラフィの特性について概説し、その中の非同期性を活用した遅延トモグラフィの提案を行った。本章では、圧縮センシングを用いて、効率的に異常箇所を同定することを目的としており、新しい遅延トモグラフィを検討するうえで最も重要となる観測経路の構築法の提案を行っている。提案手法について、計算機シミュレーション実験によって有効性が示された。反射型遅延トモグラフィは、適応性などの特性も備えていることから、これらを最大限活用できることが望ましい。より大きいネットワークにおいても効率的に異常箇所の同定が可能となるよう、提案手法の高度化とその実証が、本テーマの今後の課題である。

Algorithm 2 観測行列構築アルゴリズム.

Input: ネットワークトポロジ, 観測ノード n .

Output: 観測行列 \mathbf{A} .

STEP 1: 候補経路の列挙

for all $n' \in \mathcal{N} \setminus n$ do

$\mathcal{R}_{\text{disjoint}} := \text{NodeDisjointAlgorithm}(n, n')$.

 for all $path_i \in \mathcal{R}_{\text{disjoint}} (i = 1, 2 \dots |\mathcal{R}_{\text{disjoint}}|)$ do

 for all $path_{i'} \in \overline{\mathcal{R}}_{\text{disjoint}} (i' = 1, 2 \dots |\overline{\mathcal{R}}_{\text{disjoint}}|)$ do

$\mathcal{R}_{\text{all}} := \mathcal{R}_{\text{all}} \cup \{path_i + path_{i'}\}$.

 end for

 end for

end for

STEP 2: 観測経路の選出

while $F_\mu(\tilde{\mathbf{A}}) \geq 1.0$ do

$path^{(\min)} := \text{getCostMin}(\mathcal{R}_{\text{all}} \setminus \mathcal{R})$.

$\mathcal{R} := \mathcal{R} \cup \{path^{(\min)}\}$.

 集合 \mathcal{R} から観測行列 $\tilde{\mathbf{A}}$ を構築.

end while

return $\mathbf{A} = \tilde{\mathbf{A}}$.

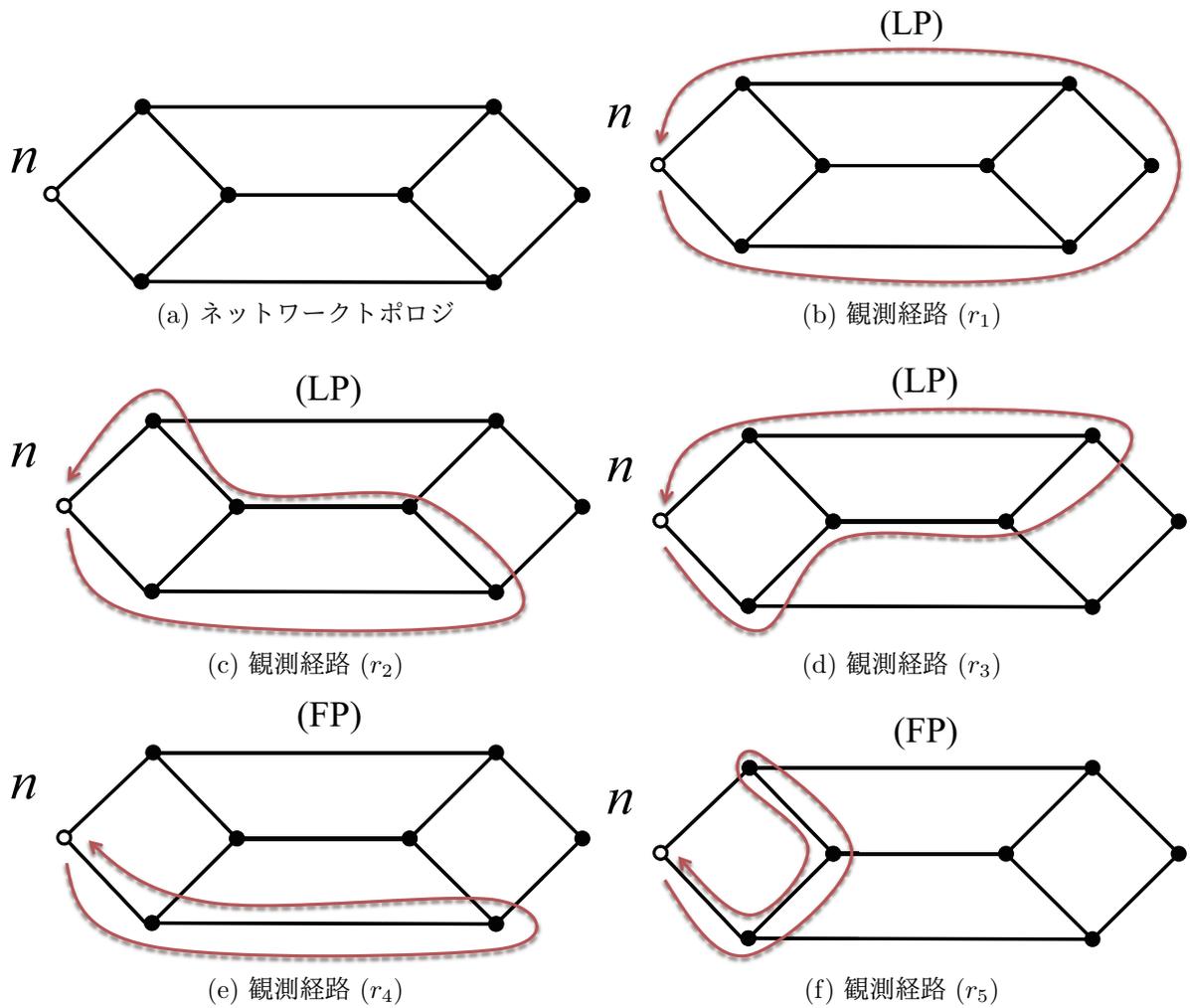


図 5.3: ネットワークトポロジ (ノード数:8 リンク数:16) と提案アルゴリズムによって構築された観測経路.

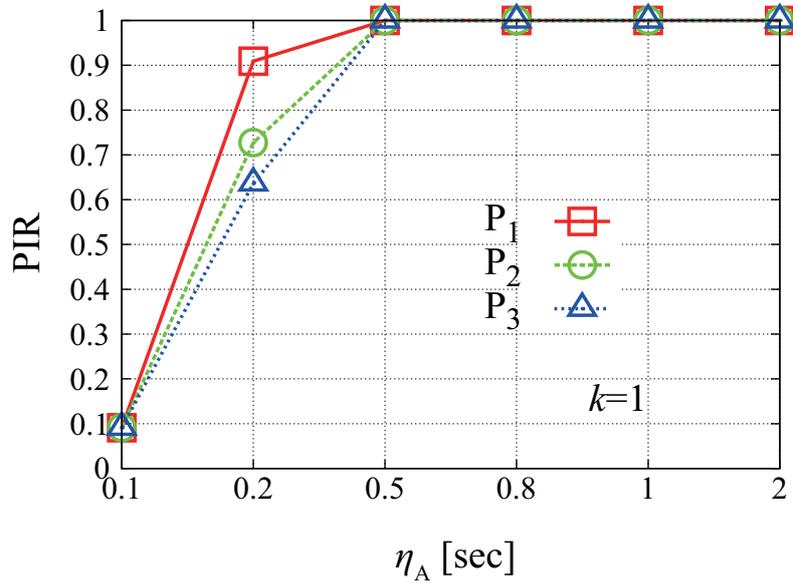


図 5.4: 異常リンク遅延 η_A に対する完全同定率 PIR.

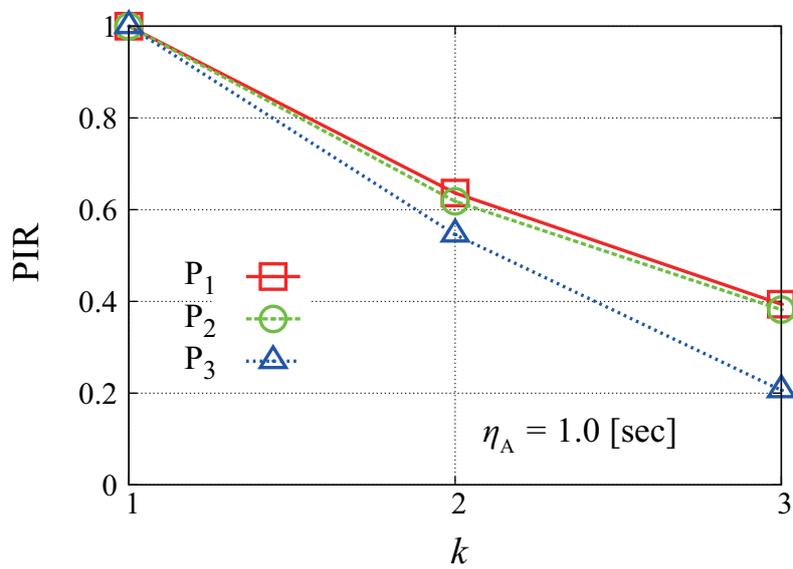


図 5.5: 異常リンク数 k に対する完全同定率 PIR.

第6章 結論

本論文では、ネットワークの保守性を考えるうえで必要不可欠となる異常同定技術について検討を行った。ネットワーク内のノードに特別な機能を必要とせず、効率的にネットワークの内部情報を推定できる技術として遅延トモグラフィに焦点を当て、その課題である「観測経路数の削減」、および「ノード間の時刻同期」の解決に取り組んだ。本論文では、前者の課題に対して圧縮センシングを用い、後者の課題に対して非同期遅延トモグラフィの提案を行った。

圧縮センシングを用いて「観測経路数の削減」の課題解決を行うため、第2章では、圧縮センシングの理論の基礎となる問題設定、推定解の妥当性、解の推定アルゴリズムについて概説した。第3章以降では、線形逆問題で定式化した遅延トモグラフィに対し、異常箇所がスパースあることを利用して圧縮センシングを適用した。圧縮センシングを用いることで、本論文における評価実験では、必要な観測経路数をおよそ50%程度に削減し、効率的な異常同定を実現した。

次に第3章において、透過型遅延トモグラフィが、非同期性を獲得するための手法提案を実施した。ここでは、異なるノードがそれぞれ記録する送受信時刻から算出される経路遅延時間に含まれる時刻誤差について、基準となる観測情報を選び、その他の観測情報から差し引くことで時刻誤差を除去し、時刻同期の必要性を排除している。なお、この手法では、非同期性獲得の副作用として、式数の減少による異常箇所同定能力の劣化

が懸念される。しかし、圧縮センシングがもともと、劣決定系の連立一次方程式から解を得るための技術であることから、この副作用は軽減される。圧縮センシングと組み合わせた提案手法について、第3章における理論解析と計算機シミュレーション実験より、一般的なネットワークトポロジにおいて、ネットワーク内の異常数が1つであれば、一切の同定能力の劣化が生じないことが示され、さらに、実施した異常数が2つ以上の評価においても、その劣化度合いは、観測経路数をいくつか増やすことで回復できる程度であることも明らかとなった。以上において、ネットワークの時刻同期を必要としない効率的な異常同定が可能となることが示された。

上記の透過型非同期遅延トモグラフィに対して、さらに第4章では、より詳細な理論解析を実施することによって最適な基準観測の選択法を導出した。これを Subtractive アプローチとして位置づけ、本論文ではさらに、Subtractive アプローチにおける理論解析から得られた知見をもとに、最も合理的な非同期化の手法を Differential アプローチとして導出した。第3章以上に詳細に行った計算機シミュレーション実験においては、これまで行った理論解析を裏付ける結果が確認され、異常リンク遅延の大きさ、試験パケットを送出する間隔、異常数、ネットワーク規模、いずれの観点の評価においても Differential アプローチで最も良い性能が得られた。本提案手法では、時刻誤差に加え、「クロックスキュー」および「圧縮センシングにおける近似誤差」によるノイズの除去も行っている。これにより、従来手法において遅延トモグラフィ開始時点での完全時刻同期を前提とした場合と比較しても、最も差の生じた評価において、提案手法は、50%以上の完全同定率の改善を実現した。第4章における詳細な理論解析と計算機シミュレーション実験から提案手法の有効性が示された。

最後に第5章において、非同期性を先天的に有する反射型遅延トモグラフィの提案を

行った。従来の多くの遅延トモグラフィでは、異なる場所に位置するノードがエンドノードとなり、ネットワークの観測が実施される。一方、本提案では、反射型遅延トモグラフィとして単一のノードによって観測を行うことを検討した。単一のノードによって経路遅延時間を計測するため、そもそもネットワークの時刻同期は必要とならない。提案上、最も重要となることは、いかに観測経路を構築するかであり、本論文では、圧縮センシングの理論に基づいた手法を提案した。計算機シミュレーションによって、greedyな手法との比較評価を行い、適切な観測経路が構築されていることやネットワーク内の異常を正しく同定できていることなどを調べ、提案手法の有効性を示した。

遅延トモグラフィによりネットワーク内のノードに特別な機能を必要とせずに、ネットワーク情報の取得が可能であり、圧縮センシングによって、必要な観測経路数を削減して、ネットワーク内の異常箇所の同定が可能となる。さらに、本論文で提案した手法によって、時刻非同期なネットワークにおいても効率的な異常同定が可能となる。本研究は、M2MやIoTなど、安価な無線ノードによって構成されるネットワークの保守性の向上に寄与する。提案手法の実用化に向けた今後の課題は、大規模なネットワークでの適用および、実際の無線ネットワークでの評価を実施することにある。

謝辞

本論文をまとめるにあたり，格別のご指導，ご助言を賜りました筑波大学大学院知能機能システム専攻 准教授 海老原 格 博士，教授 水谷 孝一 博士，本研究を遂行する過程において終始懇切なるご助言を賜わり，丁寧かつ熱心に直接ご指導頂きました大阪市立大学 教授 原 晋介 博士，本研究の共同研究者として多くのご指導，ご助言を頂きました東京都立大学 教授 松田 崇弘 博士に深く感謝の意を表します。また，本研究の遂行にあたり，国立研究開発法人情報通信研究機構の三浦 龍 博士，滝沢 賢一 博士，小野 文枝 博士に有益なご協力を頂きました。厚く感謝の意を表します。最後に，社会人学生として本論文をまとめるにあたり，多大なサポートに尽力をいただいた妻，さみしい思いをさせた1歳の双子の娘と息子に心より感謝します。

参考文献

- [1] G. P. Agrawal, *Fiber-Optic Communication Systems*. John Wiley & Sons, 2010.
- [2] I. F. Akyildiz, X. Wang, and W. Wang, “Wireless mesh networks: a survey,” *Computer Networks*, vol. 47, no. 4, pp. 445–487, Mar. 2005.
- [3] A. Beck and M. Teboulle, “A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problem,” *SIAM J. Imaging Sciences*, vol. 2, no. 1, pp. 183–202, Jan. 2009.
- [4] R. Bhandari, *Survivable Networks : Algorithms for Diverse Routing*. Springer, 1999.
- [5] M. H. Bhuyan, D. K. Bhattacharyya, and J. K. Kalita, “Network anomaly detection: methods, systems and tools,” *IEEE Commun. Surveys Tuts.*, vol. 16, no. 1, pp. 303–336, Jun. 2013.
- [6] B. Bollobas, *Random Graphs, 2nd Ed.*. Cambridge Univ. Press, 2001.
- [7] T. Bu, N. Duffield, F. Lo Presti, and D. Towsley, “Network tomography on general topologies,” *ACM SIGMETRICS Performance Evaluation Review*, vol. 30, no. 1, pp. 21–30, Jun. 2002.

- [8] R. Cáceres, N. G. Duffield, J. Horowitz, and D. F. Towsley, “Multicast-based inference of network-internal loss characteristics,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 45, no. 7, pp. 2462–2480, Nov. 1999.
- [9] R. Castro, M. Coates, G. Liang, R. Nowak, and B. Yu, “Network tomography: recent developments,” *Statist. Sci.*, vol. 19, no. 3, pp. 499–517, Aug. 2004.
- [10] M. Coates, A. O. Hero III, R. Nowak, and B. Yu, “Internet tomography,” *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 19, no. 3, pp. 47–65, May. 2002.
- [11] M. Coates and R. Nowak, “Network loss inference using unicast end-to-end measurement,” in *Proc. ITC Conference on IP Traffic*, pp. 28-1–28-9, Sep. 2000.
- [12] D. L. Donoho, “Optimally sparse representation in general (nonorthogonal) dictionaries via ℓ_1 minimization,” in *Proc. the National Academy of Sciences*, vol. 100, no. 5, pp. 2197–2202, Mar 2003.
- [13] D. L. Donoho, “Compressed sensing,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 52, no. 4, pp. 1289–1306, Apr. 2006.
- [14] N. G. Duffield and F. L. Presti, “Multicast inference of packet delay variance at interior network links,” in *Proc. INFOCOM*, pp. 1351–1360, Mar. 2000.
- [15] M. Elad, *Sparse and Redundant Representation: From Theory to Applications in Signal and Image Processing*. Springer, 2010.

- [16] Y. C. Eldar and G. Kutyniok, *Compressed Sensing: Theory to Applications*. Cambridge University Press, 2012.
- [17] M. H. Firooz and S. Roy, “Network tomography via compressed sensing,” in *Proc. IEEE GLOBECOM*, pp. 1–5, Dec. 2010.
- [18] M. H. Firooz and S. Roy, “Link delay estimation via expander graphs,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 62, no. 1, pp. 170–181, Jan. 2014.
- [19] J. -J. Fuchs, “On sparse representation in arbitrary redundant bases,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 50, no. 6, pp. 1341–1344, Jun. 2004.
- [20] S. Ganeriwal, R. Kumar, and M. B. Srivastava, “Timing-sync protocol for sensor networks,” in *Proc. First Int. Conf. Embedded Networked Sensor Syst.*, pp. 138–149, Nov. 2003.
- [21] S. Gleichman and Y. C. Eldar, “Blind compressed sensing,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 57, no. 10, pp. 6958–6975, Oct. 2011.
- [22] T. S. Glickman and F. Xu, “The distribution of the product of two triangular random variables,” *Statistics & Probability Letters*, vol. 78, no. 16, pp. 2821–2826, Nov. 2008.
- [23] L. Huang and L. Ten-Hwang, “On the scalability of IEEE 802.11 ad hoc networks,” in *Proc. 3rd ACM international symposium on Mobile ad hoc networking and computing* pp. 173–182, Jun. 2002.

- [24] *IEEE Std 802.11-2012 - Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications.*
- [25] *IEEE Standard for Local and Metropolitan Area Networks—Part 15.4: Low-Rate Wireless Personal Area Networks (LR-WPANs).*
- [26] D. Johnson, Y. Hu, and D. Maltz, *RFC: 4728, The Dynamic Source Routing Protocol (DSR) for Mobile Ad Hoc Networks for IPv4.* IETF, 2007.
- [27] E. D. Kaplan and C. J. Hegarty, *Understanding GPS Principles and Applications, Second Edition.* Artech House, 2012.
- [28] V. F. Kroupa, *Frequency Stability: Introduction and Applications.* John Wiley & Sons, 2012.
- [29] T. Lai and D. Zhou, “Efficient and scalable ieee 802.11 ad-hoc-mode timing synchronization function,” in *Proc. Advanced Information Networking and Applications (AINA)*, pp. 318–323, Mar. 2003.
- [30] K. Liu, Q. Ma, H. Liu, Z. Cao, and Y. Liu, “End-to-end delay measurement in wireless sensor networks without synchronization,” in *Proc. IEEE 10th International Conference on Mobile Ad-Hoc and Sensor Systems (MASS)*, pp. 583–591, Oct. 2013.
- [31] T. Matsuda, M. Nagahara, and K. Hayashi, “Link quality classifier with compressed sensing based on ℓ_1 - ℓ_2 optimization,” *IEEE Commun. Lett.*, vol. 15, no. 10, pp. 1117–1119, Oct. 2011.

- [32] D. L. Mills, “Internet time synchronization: the network time protocol,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 39, no. 10, pp. 1482–1493, Oct. 1991.
- [33] K. Nakanishi, S. Hara, T. Matsuda, K. Takizawa, F. Ono, and R. Miura, “Synchronization-free delay tomography based on compressed sensing,” *IEEE Communications Letters*, vol. 18, no. 8, pp. 1343–1346, Aug. 2014.
- [34] K. Nakanishi, S. Hara, T. Matsuda, K. Takizawa, F. Ono, and R. Miura, “Reflective network tomography based on compressed sensing,” in *Proc. Computer Networks*, vol. 52, pp. 186–193, Jun. 2015.
- [35] K. Nakanishi, T. Naka, S. Hara, T. Matsuda, K. Takizawa, F. Ono, and R. Miura, “Route referencing and ordering for synchronization-free delay tomography in wireless networks,” *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, Aug. 2018.
- [36] K. Noh and E. Serpedin, “Pairwise broadcast clock synchronization for wireless sensor networks,” in *Proc. IEEE Int. Symp. World Wirel., Mob. Multimedia Netw.*, pp. 1–6, Jun. 2007.
- [37] K. L. Noh, Q. M. Chaudhari, E. Serpedin, and B. W. Suter, “Novel clock phase offset and skew estimation using two-way timing message exchanges for wireless sensor networks,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 55, no. 4, pp. 766–777, Apr. 2007.

- [38] B. Sundararaman, U. Buy, and A. D. Kshemkalyani, “Clock synchronization for wireless sensor networks: a survey,” *Ad Hoc Networks*, vol. 3, no. 3, pp. 281–323, May. 2005.
- [39] K. Takemoto, T. Matsuda, and T. Takine, “Sequential loss tomography using compressed sensing,” *IEICE Trans. Commun.*, vol. E96-B, no. 11, pp. 2756–2765, Nov. 2013.
- [40] J. Tropp and S. J. Wright, “Computational methods for sparse solution of linear inverse problems,” in *Proc. the IEEE*, vol. 98, no. 6, pp. 948–958, Jun. 2010.
- [41] Y. Tsang, M. Yildiz, P. Barford, and R. Nowak, “Network radar: tomography from round trip time measurements,” in *Proc. 4th ACM SIGCOMM Conference on Internet Measurement*, pp. 175–180, Oct. 2004.
- [42] Y. Vardi, “Network tomography: estimating source-destination traffic intensities from link data,” *J. Amer. Stat. Assoc.*, vol. 91, no. 433, pp. 365–377, Mar. 1996.
- [43] W. Xu, E. Mallada, and A. Tang, “Compressive sensing over graphs,” in *Proc. IEEE INFOCOM*, pp. 2087–2095, Apr. 2011.
- [44] W. Zeng, X. Chen, Y-A. Kim, and W. Wei, “Delay monitoring for wireless sensor networks: An architecture using air sniffers,” in *Proc. IEEE MILCOM.*, pp. 1–8, Oct. 2009.

- [45] Y. Zhang, T. Qiu, X. Liu, Y. Sun, A. Zhao, and F. Xia, “Mac-time-stamping-based high-accuracy time synchronization for wireless sensor networks,” in *Proc. ICSN.*, pp. 1–4, May. 2016.
- [46] M. Zibulevski and M. Elad, “L1-L2 optimization in signal and image processing,” *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 27, no. 3, pp. 76–88, May. 2010.

論文目録

- K. Nakanishi, S. Hara, T. Matsuda, K. Takizawa, F. Ono, and R. Miura, “Synchronization-free delay tomography based on compressed sensing,” *IEEE Communications Letters*, vol. 18, no. 8, pp. 1343–1346, Aug. 2014.
- K. Nakanishi, S. Hara, T. Matsuda, K. Takizawa, F. Ono, and R. Miura, “Reflective network tomography based on compressed sensing,” in *Proc. Computer Networks*, vol. 52, pp. 186–193, Jun. 2015.
- K. Nakanishi, T. Naka, S. Hara, T. Matsuda, K. Takizawa, F. Ono, and R. Miura, “Route referencing and ordering for synchronization-free delay tomography in wireless networks,” *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, Aug. 2018.