

電磁ノイズ源の特徴抽出及び同定技術構築に向けた  
信号処理理論の構築とその適用性評価の研究

2021年 3月

石山 文彦

電磁ノイズ源の特徴抽出及び同定技術構築に向けた  
信号処理理論の構築とその適用性評価の研究

石山 文彦

システム情報工学研究群

筑波大学

2021年 3月

# 目次

第 1 章	序論	1
1.1	はじめに	2
1.2	本論文の構成	3
第 2 章	線形予測法の課題と考察	6
2.1	線形予測法の課題	7
2.1.1	線形予測法の概要	7
2.1.2	可聴雑音への適用事例から得られた課題	9
2.1.3	全極モデルによるスペクトルの問題	12
2.1.4	過渡特性解析の問題	13
2.1.5	自己相関行列に含まれる様々な改変	16
2.1.6	自己相関行列改変に伴う作用	19
2.2	線形予測法についての考察	23
2.2.1	境界条件	23
2.2.2	理論式と数値計算式の乖離	25
2.2.3	半無限区間での線形性の想定	26
2.3	本章のまとめ	27
第 3 章	解析手法と関連手法	29
3.1	提案する解析手法	30
3.1.1	van der Pol の瞬時周波数	30
3.1.2	モデル式	30
3.1.3	局所線形化	32
3.1.4	局所における線形予測	32
3.1.5	複素振幅係数の算出	35
3.1.6	瞬時周波数と瞬時振幅増減率	36
3.1.7	非線形振動子の算出	36

---

3.1.8	瞬時パワースペクトルの算出式 . . . . .	37
3.2	関連手法 . . . . .	39
3.2.1	Prony 法 . . . . .	39
3.2.2	Hilbert 変換 . . . . .	40
3.2.3	Empirical Mode Decomposition (EMD) . . . . .	40
3.2.4	AM-FM 振動モデル . . . . .	41
3.2.5	Singular Value Decomposition (SVD) . . . . .	44
3.2.6	Movable Auto Regressive System (MARS) . . . . .	46
3.2.7	MUltiple SIgnal Classification (MUSIC) . . . . .	48
3.2.8	各種手法との関係性のまとめ . . . . .	49
3.3	本章のまとめ . . . . .	50
第 4 章	適用場面の例示 . . . . .	53
4.1	一周期末満波形の解析 . . . . .	54
4.2	発散振動検知 . . . . .	57
4.3	非線形信号解析 . . . . .	60
4.4	自動トレンド抽出 . . . . .	65
4.5	ガウシアンノイズの分離と除去 . . . . .	68
4.6	極端短時間解析 . . . . .	72
4.7	本章のまとめ、課題、議論 . . . . .	77
第 5 章	実測電磁ノイズへの適用 . . . . .	81
5.1	蛍光灯の電磁ノイズの特性評価 . . . . .	82
5.2	AC アダプタの劣化度評価 . . . . .	86
5.2.1	評価の目的と概要 . . . . .	86
5.2.2	解析に用いる電源装置と測定条件 . . . . .	88
	測定系と測定対象 . . . . .	88
	測定に用いるコンデンサの特性 . . . . .	88
	測定条件と測定例 . . . . .	90
5.2.3	解析条件と解析結果 . . . . .	90
	周波数特性 . . . . .	91
	緩和特性 . . . . .	92
	時間特性 . . . . .	93
	周波数変化の内部抵抗値依存性 . . . . .	94
	振幅評価 . . . . .	95

---

5.3	本章のまとめ . . . . .	97
第 6 章	結論と課題	99
付録 A	通信 EMC について	104
A.1	イミュニティとエミッション . . . . .	104
A.1.1	電磁ノイズの周波数スイープ構造 . . . . .	104
A.1.2	スイッチング回路が発するノイズのイメージ . . . . .	105
A.2	国際協調による EMC 規格 . . . . .	106
謝辞		107
参考文献		109
出版論文リスト		117

# 目次

2.1	フォルマントの時系列 . . . . .	10
2.2	フォルマントのヒストグラム . . . . .	10
2.3	フォルマントの二次元マッピング . . . . .	11
2.4	電磁ノイズの LPC スペクトル表示装置 . . . . .	12
2.5	解析対象となる正弦波波形 . . . . .	20
2.6	Itakura の式を用いて得られる LPC スペクトル . . . . .	20
2.7	変更を伴わない式を用いて得られる LPC スペクトル . . . . .	21
2.8	解析結果の外挿波形 . . . . .	23
2.9	周期境界条件のイメージ . . . . .	24
2.10	開放端条件のイメージ . . . . .	24
3.1	Kawata et al. [22] の図 . . . . .	48
4.1	解析対象波形と解析結果 . . . . .	56
4.2	解析で得られた瞬時周波数と瞬時振幅増減率との真値からのずれ . . . . .	57
4.3	解析で得られた瞬時複素振幅の絶対値と瞬時周波数 . . . . .	58
4.4	解析で得られた瞬時振幅増減率の誤差と瞬時周波数の誤差 . . . . .	60
4.5	解析対象波形と解析結果 . . . . .	62
4.6	非線形項の大きさ $a$ に対する瞬時振幅増減率の誤差の大きさ $\Delta\lambda$ . . . . .	63
4.7	解析で得られた瞬時周波数の誤差と瞬時振幅増減率の誤差 . . . . .	64
4.8	図 4.5 で示した解析結果のスペクトログラム形式での表示 . . . . .	65
4.9	時刻 $t = 0$ 近傍における瞬時パワースペクトル . . . . .	66
4.10	解析対象波形と一回の解析に用いる時間幅 . . . . .	67
4.11	解析で得られた瞬時周波数と瞬時振幅増減率 . . . . .	67
4.12	解析で得られた瞬時複素振幅の実部 . . . . .	68
4.13	ガウシアンノイズを伴う正弦波波形 . . . . .	69
4.14	瞬時周波数に対する瞬時複素振幅の絶対値 . . . . .	69

4.15	瞬時振幅増減率の絶対値に対する瞬時複素振幅の絶対値 . . . . .	70
4.16	ガウシアンノイズ成分を除去した正弦波波形 . . . . .	71
4.17	解析対象波形と一回の解析に用いる時間幅 . . . . .	73
4.18	1/10 s 幅での解析で得られた瞬時周波数 . . . . .	73
4.19	1/20 s 幅での解析で得られた瞬時周波数 . . . . .	74
4.20	1/500 s 幅での解析結果 . . . . .	75
4.21	1/10 s 幅と 1/5 s 幅での解析結果 . . . . .	77
5.1	測定系の概略図 . . . . .	83
5.2	(a) 蛍光灯の電流波形 (b) 高周波電磁ノイズ波形 . . . . .	83
5.3	(a) 瞬時周波数 (b) 瞬時複素振幅の絶対値 . . . . .	84
5.4	我々の手法と同一条件での STFT による電磁ノイズのスペクトログラム	85
5.5	AC アダプタの内部 . . . . .	86
5.6	コンデンサの内部抵抗値と電磁ノイズの最大振幅との関係 . . . . .	87
5.7	測定系の概略図 . . . . .	88
5.8	測定に用いたコンデンサの常温時 (cool) と通電時 (hot) での内部抵抗値 .	89
5.9	測定された電磁ノイズ (a) と電源電圧 (b) の波形 . . . . .	90
5.10	電磁ノイズの周波数特性 . . . . .	91
5.11	緩和特性 . . . . .	92
5.12	図 5.11 の拡大 . . . . .	93
5.13	図 5.9(a) の部分拡大 . . . . .	93
5.14	瞬時周波数 (a)、瞬時複素振幅の絶対値 (b) . . . . .	94
5.15	瞬時周波数の内部抵抗値依存性 . . . . .	95
5.16	瞬時複素振幅の絶対値 . . . . .	96
5.17	電磁ノイズの振幅と通電時の内部抵抗値との関係性 . . . . .	96
6.1	重力波波形とそれへのフィッティング (上) と瞬時振幅増減率 (下) . .	102
A.1	AC アダプタの電磁ノイズのフーリエスペクトル . . . . .	105

# 表目次

2.1	歴代 CPU の MIPS 概算値 . . . . .	19
3.1	各種手法との相違点 . . . . .	49
5.1	測定に用いたコンデンサの内部抵抗値 . . . . .	87
5.2	測定に用いたコンデンサの常温時 (cool) と通電時 (hot) での内部抵抗値 .	89





# 第 1 章

## 序論

## 1.1 はじめに

インターネットの一般社会への展開 [1, 2, 3, 4, 5, 6] とその発展 [7] に伴い、コンピュータネットワークは、日常生活の隅々に行き渡った遍在的存在になっている。そこでの障害発生は社会的影響が大きく、極力防止できることが望ましいが、障害が発生してしまった場合には、迅速に復旧できる必要がある。

ネットワーク障害には様々な種類があるが、その最も下位のレイヤーでは、物理的な装置が動作していることを忘れてはならない。電力を用いて動作するネットワーク装置が、光ファイバーや電線や無線装置などの物理的な媒体を介して互いに物理的に接続され、通信をおこなうことで、コンピュータネットワークは動作している。

それら物理的な装置は常に様々な脅威にさらされている。大規模な自然災害はもちろんのこと、落雷や塩害などにも常時さらされており、それぞれ対応が必要になっている。なお、光ファイバーケーブルの中には、ケーブル支持用のピアノ線が入っていることから、これも落雷からは逃げられない。

脅威には、人工物によるものも存在する。我々は日常的に電力を用いて動作する装置、例えばエレベーターや自動ドア、照明機器など、様々な装置に取り囲まれ、とくに意識することもなく利用して生活している。

それら装置の電源部には、エネルギー効率などの理由から、スイッチング電源が広く用いられている。スイッチング電源には、その電源容量に応じたコンデンサが用いられているが、コンデンサには寿命があり、特に高温となる環境下では寿命が短くなりやすい。通常使用時では、コンデンサは十数年で品質が保証されなくなり、寿命が近づくとスイッチング電源内部のスイッチングノイズの流出量が大きくなる。<sup>\*1</sup>

このような事情から、経年劣化した装置は、障害の原因となる電磁ノイズを発しやすくなる。そして、この電源ノイズが電力線を伝わっていたり、電力線をアンテナとして電磁波として放射したりしたものを、別の装置が受け取ることで障害を与える場合がある。また、電源ノイズは通信線にも回り込むことがあり、これがビットエラーの原因となることもある。

つまり、ネットワーク障害の原因となる電磁ノイズの発生源となる装置は、コンピュータネットワークの内側だけでなく、外側の、身の回りの至るところに存在する。そしてそれらは、コンピュータネットワーク内部からは制御不能な存在であり、それら装置の所有者は、いつの間にか自分が加害者となっているということに、そう簡単には気づけない。さらに、指摘したところで、対応には所有者の経済的負担が必要になることから、問題の解決は、必ずしも期待できない。そのような場合には、応急措置的な対応でしのぐことに

---

<sup>\*1</sup> 電磁ノイズの技術的側面については付録 A で示す。

なる。

このような状況にあることから、実際に障害が起こった場合、障害の原因となった装置がどこにあるのかを見つけ出すのが極めて難しい。候補があまりに多すぎ、しかも、障害発生現場から離れた、見えないところに原因がある場合もある。もちろん、障害の原因は電源ノイズとは限らないため、あらゆる可能性を考慮しつつ原因探査をする必要がある。

残念なことに、障害源探査のシステムティックな方法論は存在しない。障害対応の専門家たちが、電線上のノイズ測定やアンテナでの電磁波測定などを通して、過去の経験から障害源を推定し、可能性の高い装置を一つ一つ調べていくという、地道な作業をおこなっている状況にある。

つまり、専門家たちの属人的なスキルでまかなわれており、一般の現場技術者で障害に対応できるような技術が存在していない状況にある。そこで、そのような状況を解決し、一般の技術者による障害対応を可能とするための技術確立を目指したいというのが、ここでの目的意識である。

そのためには、障害の原因となっている電磁ノイズ源を同定する技術が必要になる。また、同定を可能とするためには、同定のベースとなる電磁ノイズの特徴データベースが必要になる。そして、このデータベースを作るためには、電磁ノイズを特徴づけるための特徴抽出技術が必要となる。これまでの検討から、従来技術による特徴抽出には課題があった\*2ことから、本論文において上記課題を解決するための信号処理理論を提案し、実際の電磁ノイズへの適用性を評価する。

## 1.2 本論文の構成

本論文は、6つの章で構成される。

2章では、具体的な電磁ノイズ対策技術 (ElectroMagnetic Compatibility; EMC) 課題への線形予測法の適用事例を通して、我々の問題意識を示す。

ここでは、可聴雑音という EMC 課題に線形予測法を適用した事例を示す。

線形予測法は完成された技術のように思われているが、上記課題に適用した結果、一定の有効性の確認はできたものの、様々な課題も見えてきた。

メリットとしては、特徴周波数の直接的な抽出ができ、その周波数分解能がフーリエ解析と比べて高いという点があげられる。

その一方で、EMC 課題における電磁ノイズ解析において最も重要な情報である、電磁ノイズの物理的な信号強度が得られないというデメリットがある。さらに、トランジェントノイズの解析に必須な、過渡周波数解析ができないというデメリットも見えてきた。

---

\*2 付録 A.1.1 にその具体例を示す。

そこで、標準的な線形予測法ではなぜ電磁ノイズの物理的な信号強度が得られないのかの理由を示し、続いて、過渡周波数解析に適さない理由を示す。

以上の理由を示したのち、線形予測法を再評価するための考察をおこない、過渡周波数解析が可能となる線形予測法の形を示す。

3章では、非線形な信号解析を可能とする、我々の手法を導入する。

そこでは、我々の手法を、van der Pol による瞬時周波数の考え方を拡張したものという形で定式化し、モデル式を導入する。我々のモデル式は本質的に非線形であり、直接解くことができない。そこで、局所線形化の考え方を導入し、局所的な線形問題として近似計算する手法を導入する。これにより、本質的に非線形な問題を、単純な線形問題として取り扱うことが可能になる。

また、我々の手法と関連する手法を列挙し、我々の手法と比較検討することにより、各手法の問題点を示す。それら手法提案論文には、論文上に示されている式と、実際に数値計算で用いられたと考えられる式との乖離などが散見されることから、それらについて指摘する。あわせて、関連手法の多くが、我々の手法のサブセットとして位置づけることができることを示す。

4章では、我々の解析手法の適用場面を例示することで、利用イメージの具体化をはかる。また、それぞれの場面への適用にあたっての注意点やノウハウについても述べる。

適用場面としては、一周期末満波形からの周波数解析、大きな信号の影に隠れた発散振動の瞬時的検知（瞬時的ハウリング検知）、非線形信号の瞬時周波数解析、移動平均などの手法を必要としない、自動的なバイアス成分と周期成分との分離抽出、位相遅れや波形形状変化を伴わない、周期波形からのガウシアンノイズ成分の分離と除去、の順で示していく。

このほか、注意すべき点として、解析に用いる時間幅を極端に短くした場合には、マクロな時間幅で解析した結果とは全く異なる解析結果が得られることについても述べる。

5章では、我々の解析手法の実用性を示す目的で、実測電磁ノイズ波形への適用事例を示す。

まず、実用的な場面での、我々の解析手法の従来手法 (STFT) に対する優位性を示すことを目的とし、蛍光灯の電磁ノイズの解析事例を示す。

蛍光灯の電磁ノイズは急峻な周波数変動を伴うことから、その詳細を追えるためには、高い時間周波数分解能力が必要とされる。この事例を通し、我々の手法を用いれば、従来手法の時間周波数分解能の理論限界を超えた領域での時間周波数構造についての情報が、実測波形においても得られることを示す。

続いて、より実践的な場面への適用事例として、劣化した AC アダプタが電源線に発する電磁ノイズの測定と解析による、AC アダプタの劣化度評価の事例を示す。

AC アダプタの電源回路には、非線形で時変な回路が用いられることから、その電磁ノ

イズも非線形で時変なものとなる。つまり、解析対象が時不変であることを前提とする、従来手法が不得意とする解析対象となっている。

ACアダプタの実測電磁ノイズ波形の評価により、ACアダプタの劣化度の指標となる、電解コンデンサの通電時の内部抵抗値と、電磁ノイズ中の基本振動モードの、外れ値を除外した最大振幅との間に、正確な比例関係があることを示す。つまり、電磁ノイズの振幅測定による、定量的な劣化度評価が可能であることを示す。

そして最後に、6章で、全体をまとめるとともに、今後に向けた検討課題を整理する。

## 第2章

# 線形予測法の課題と考察

この章では、具体的な EMC 課題への線形予測法の適用事例を通して、我々の問題意識を示す。

線形予測法は完成された技術のようにみえるが、我々が抱える課題に適用した結果、一定の有効性の確認はできたものの、その一方で様々な課題が見えてきた。

メリットとしては、特徴周波数の直接的な抽出ができ、その周波数分解能がフーリエ解析と比べて高いという点があげられる。

その一方で、EMC 課題における電磁ノイズ解析において最も重要な情報である、電磁ノイズの物理的な信号強度が得られないというデメリットがある。さらに、トランジェントノイズの解析に必要な、過渡周波数解析ができないというデメリットも見えてきた。

そこで、まず、我々が可聴雑音という EMC 課題に線形予測法を適用した事例を示す。

その上で、標準的な線形予測法ではなぜ電磁ノイズの物理的な信号強度が得られないのかの理由を示し、続いて、過渡周波数解析に適さない理由を示す。

以上の理由を示したのち、線形予測法を再評価するための考察をおこない、過渡周波数解析が可能となる線形予測法の形を示す。

なお、過渡周波数解析に適さない理由は、その数値計算上の実装にある。

数値計算上の線形予測法で用いられる Yule-Walker 方程式には、Walker による、周期波形への置き換え近似が含まれている。これにより、自己相関行列が Toeplitz 行列に置き換わることになる。そして、この事情により、トランジェントノイズの解析に適さない解析手法になっている。

さらに、数値計算で標準的に用いられている計算式は、Walker による式ではなく、Itakura による、非対角項へのゼロサプレスを導入されたものになっている。

つまり、これら置き換えが障害になっており、これらを取り除くことにより、過渡周波数解析が可能になる。

## 2.1 線形予測法の課題

### 2.1.1 線形予測法の概要

線形予測法 (Linear Predictive Coding; LPC) は、最もポピュラーな信号処理手法の一つであり、幅広い分野で用いられている。

線形予測法とは、 $M$  個の時系列データ  $S_m$  が与えられたとき、その次の値  $S_{M+1}$  を、与えられている  $M$  個の時系列データの一次結合

$$S_{M+1} = \sum_{m=1}^M a_m S_m \quad (2.1)$$

で推定しようとするものである。ここで、 $a_m$  は予測係数とよばれる定数であり、この係



数が、求める対象となる。また、 $M$  は解析次数とよばれている。

一般には、 $M$  より大きなサンプル数  $N$  をとり、最小二乗法を用いて

$$\arg \min_{a_1, a_2, \dots, a_M} \sum_{n=0}^{N-M-1} \left( S_{n+M+1} - \sum_{m=1}^M a_m S_{n+m} \right)^2 \quad (2.2)$$

と、もっともらしい予測係数  $a_m$  を求める方法が用いられる。

予測係数  $a_m$  は、具体的には次のような計算によって得ることができる。

まず、 $a_{m'}$ ,  $m' = 1, 2, 3, \dots, M$  に対して偏微分

$$0 = \frac{\partial}{\partial a_{m'}} \sum_{n=0}^{N-M-1} \left( S_{n+M+1} - \sum_{m=1}^M a_m S_{n+m} \right)^2 \quad (2.3)$$

$$= \sum_{n=0}^{N-M-1} \left( S_{n+M+1} - \sum_{m=1}^M a_m S_{n+m} \right) S_{n+m'} \quad (2.4)$$

をとり、これを変形したもの

$$\sum_{m=1}^M a_m \sum_{n=0}^{N-M-1} S_{n+m} S_{n+m'} - \sum_{n=0}^{N-M-1} S_{n+M+1} S_{n+m'} = 0 \quad (2.5)$$

を  $m' = 1, 2, 3, \dots, M$  について連立させた式

$$\begin{cases} \sum_{m=1}^M a_m \sum_{n=0}^{N-M-1} S_{n+m} S_{n+1} - \sum_{n=0}^{N-M-1} S_{n+M+1} S_{n+1} = 0 \\ \sum_{m=1}^M a_m \sum_{n=0}^{N-M-1} S_{n+m} S_{n+2} - \sum_{n=0}^{N-M-1} S_{n+M+1} S_{n+2} = 0 \\ \vdots \\ \sum_{m=1}^M a_m \sum_{n=0}^{N-M-1} S_{n+m} S_{n+M} - \sum_{n=0}^{N-M-1} S_{n+M+1} S_{n+M} = 0 \end{cases} \quad (2.6)$$

を解けばよい。

この式は行列形式でも表示することができる、

$$\begin{pmatrix} \sum_{n=0}^{N-M-1} S_{n+1} S_{n+1} & \cdots & \sum_{n=0}^{N-M-1} S_{n+M+1} S_{n+1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{n=0}^{N-M-1} S_{n+1} S_{n+M} & \cdots & \sum_{n=0}^{N-M-1} S_{n+M+1} S_{n+M} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_M \\ -1 \end{pmatrix} = 0 \quad (2.7)$$

または

$$\begin{aligned}
 & \begin{pmatrix} \sum_{n=0}^{N-M-1} S_{n+1}S_{n+1} & \cdots & \sum_{n=0}^{N-M-1} S_{n+M}S_{n+1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{n=0}^{N-M-1} S_{n+1}S_{n+M} & \cdots & \sum_{n=0}^{N-M-1} S_{n+M}S_{n+M} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_M \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} \sum_{n=0}^{N-M-1} S_{n+M+1}S_{n+1} \\ \sum_{n=0}^{N-M-1} S_{n+M+1}S_{n+2} \\ \vdots \\ \sum_{n=0}^{N-M-1} S_{n+M+1}S_{n+M} \end{pmatrix} \quad (2.8)
 \end{aligned}$$

と、記述することができる。

式 (2.8) の左辺の行列は自己相関行列とよばれており、その行列要素  $r_{j,k}$  は

$$r_{j,k} = \sum_{n=0}^{N-M-1} S_{n+j}S_{n+k} \quad (2.9)$$

となる。ここで、 $j$  と  $k$  は、1 から  $M$  までの値をとる。

この自己相関行列の行列要素は、例えば対角線上の各項は

$$r_{j,j} = \sum_{n=j}^{j+(N-M-1)} S_n^2 \quad (2.10)$$

となり、積和を取る区間がそれぞれに異なることから、一般には互いに相異なる値をとる。つまり、**Toeplitz** 行列にはならないことに注意する必要がある。

### 2.1.2 可聴雑音への適用事例から得られた課題

我々は通信施設における電磁ノイズ対策技術 [8, 9, 10] を研究対象としており、線形予測法のバリエーションである、音声認識に用いられているホルマント解析 [11, 12] の、電磁ノイズ解析への適用性検討を進めてきた。

その理由は、通信線に混入した電磁ノイズが電話の受話器で非線形に包絡線検波され、音として聞こえる可聴雑音の問題があるためである。この雑音対策ができるためには、原因となる電磁ノイズ源を判別できる必要がある。

専門の技術者であれば、可聴雑音を聞き分けて電磁ノイズ源を判別できることから、ホルマント解析による可聴雑音の特徴抽出を検討し、抽出した特徴量を用いての判別や種別分けが可能であることを確認した [13]。

図 2.1 にデジタル信号線による可聴雑音の解析事例を示す。

これら可聴雑音のフォルマントはほぼ時不変とみなすことができた。ただし、可聴雑音源によっては、ある周波数を中心として大きくばらつく成分を含むものもあった。そこで

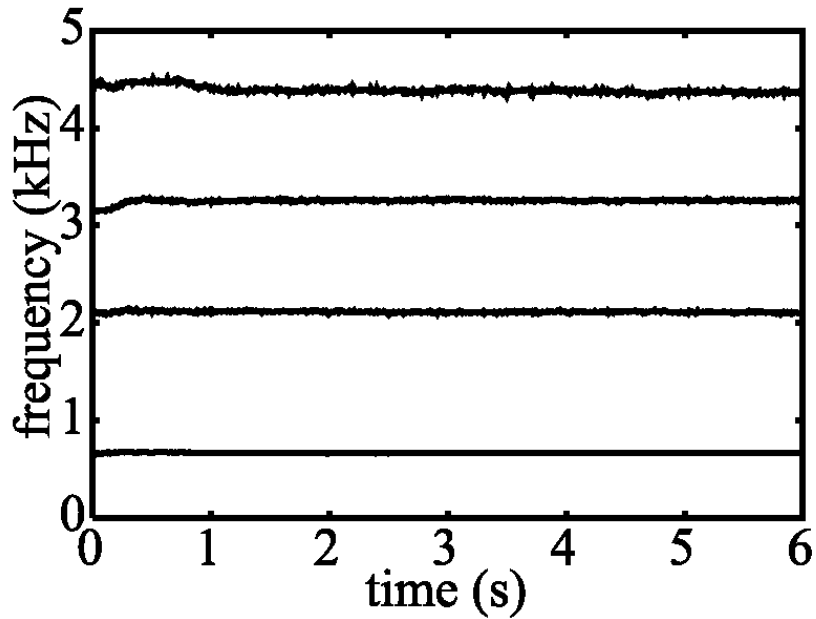


図 2.1 フォルマントの時系列

我々は、こうして得られたフォルマント情報のヒストグラムをとることにした。その事例を図 2.2 に示す。

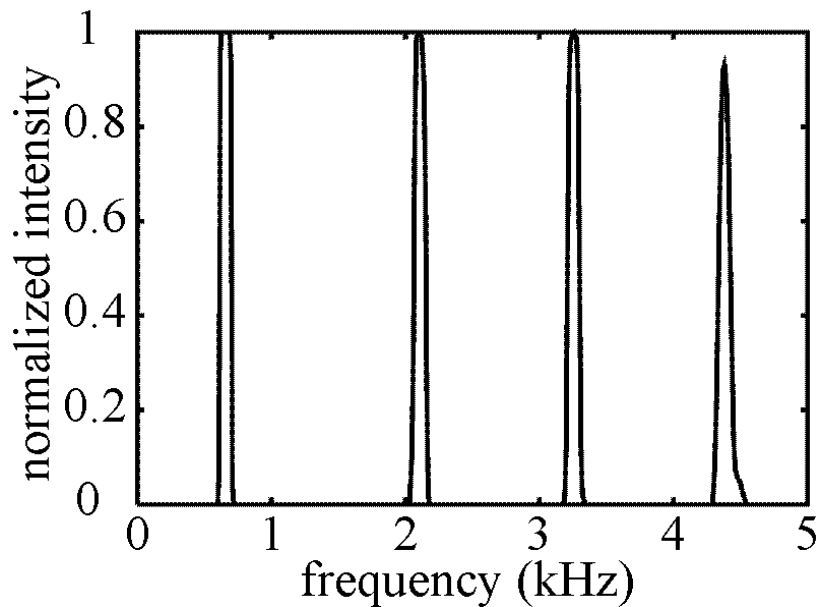


図 2.2 フォルマントのヒストグラム

ここで、得られたヒストグラムの最大値を1にそろえるようにスケーリングを行っている。断続音となる可聴雑音源なども存在するためである。こうして得られるヒストグラム上のピーク構造の、中心周波数と半値幅とをパラメータとして取ることにより、それぞれ

の可聴雑音の個別特定が可能であることを確認した。

さらに、このヒストグラムにおいて、その高さが0.4を超えるもののうち、最も周波数の低いものと、最も周波数の高いものを選択し、これら2つの周波数をもって二次元プロットしたものを図2.3に示す。ここで、それぞれのボックスの幅は、それぞれのピークの半値幅を示している。

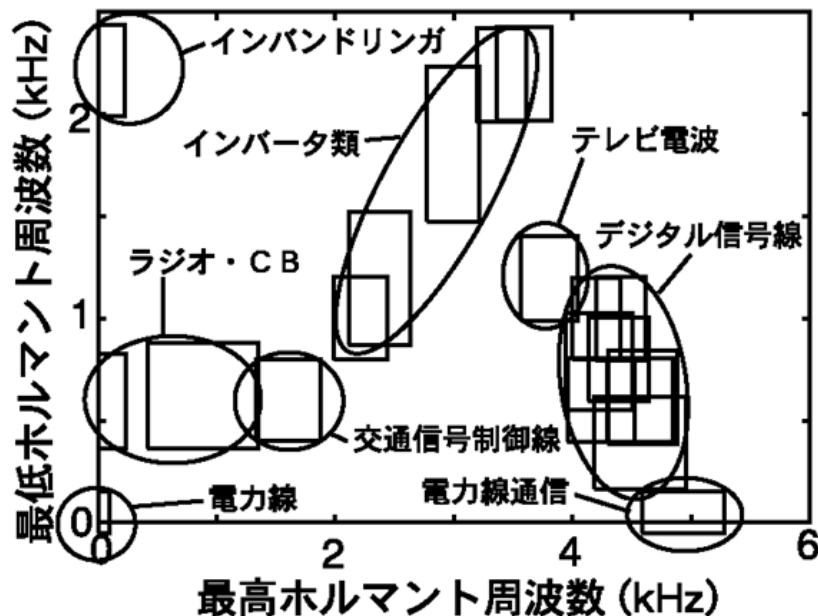


図 2.3 フォルマントの二次元マッピング

図に示された通り、可聴雑音源の種類ごとに分布が異なり、グルーピングが可能であることが示されている。例えば、インバータ類の可聴雑音は、ほぼ対角線上に集中する。これは、ここで抽出された2つの周波数の周波数差が小さいことを反映している。また、デジタル信号線による可聴雑音は、対角線から離れた、右下位置に固まって分布している。これは、ここで抽出された2つの周波数の周波数差が大きいことを反映している。最も周波数差が大きいのは、電力線通信による可聴雑音である。

また、その他の可聴雑音源も、それぞれ固有の位置にマップされており、これにより、それぞれの種別ごとの可聴雑音源の推定が、このマッピングにより可能であろうことが示されている。なお、 $y$  軸上にプロットされている可聴雑音源は、上記手法で抽出された周波数が1つしかなかったものに対応する。

続いて、線形予測法そのものは汎用的な信号処理手法であることから、広帯域 (~5MHz) での LPC スペクトル表示装置の試作と電磁ノイズ測定等の検討を進めてきた [14, 15, 16]。その試作機を用いた解析事例を図2.4に示す。

ここでは、蛍光灯の電磁ノイズを解析した事例を示している。図の上側に示されている



図 2.4 電磁ノイズの LPC スペクトル表示装置

のが LPC スペクトルであり、下側に示されているのがフーリエスペクトルである。図より、LPC スペクトルを用いることにより、電磁ノイズを特徴づける周波数がよく抽出されていることが読み取れる。

しかし、これら検討の結果、いくつかの問題が浮かび上がってきた。例えば、

- LPC スペクトル上の信号強度はフーリエ解析によるスペクトル上の信号強度と無関係であり、電磁ノイズ対策上重要な情報である、電磁ノイズの物理的な信号強度が得られない
- 過渡ノイズの過渡特性評価に適さない

等の問題である。これら問題の詳細を以下に示す。

### 2.1.3 全極モデルによるスペクトルの問題

次数  $M$  の LPC スペクトル上の信号強度  $P(f)$  は、極に対応する周波数  $f_m$  と減衰率  $\lambda_m$ 、及び、サンプリング間隔  $\Delta T$  とを用いて

$$p(f) = \frac{1}{\left| \prod_{m=1}^M (1 - e^{(2\pi i(f_m - f) + \lambda_m)\Delta T}) \right|^2} \quad (2.11)$$

と、表される。LPC スペクトル上のピーク値  $A_{m'}$  は、ある定数  $c_{m'}$  を用いることで、 $f = f_{m'}$  における減衰率  $\lambda_{m'}$  の大きさに応じた値

$$\begin{aligned} A_{m'} &= \frac{1}{(1 - e^{\lambda_{m'}\Delta T})^2 \left| \prod_{m \neq m'} (1 - e^{(2\pi i(f_m - f_{m'}) + \lambda_m)\Delta T}) \right|^2} \\ &= \frac{c_{m'}}{(1 - e^{\lambda_{m'}\Delta T})^2} \end{aligned} \quad (2.12)$$

と示せることから、解析対象波形の物理的な信号強度とは無関係である。ここで得られる  $A_{m'}$  は、 $|\lambda_{m'}|$  が小さくなるほど大きくなり、 $|\lambda_{m'}| \rightarrow 0$  の極限、つまり減衰のない定常波形となる極限で発散する性質を持つ。

我々の目的は電磁ノイズ対策であることから、電磁ノイズの物理的な信号強度は不可欠な情報となる。このことから、電磁ノイズの物理的な信号強度を反映したスペクトルの算出式を別途提案する必要がある。

#### 2.1.4 過渡特性解析の問題

過渡ノイズの過渡特性評価に適さない理由は、線形予測法の数値計算に用いられる Yule-Walker 方程式 [17, 18] 導出時に用いられる近似手法に由来する。

Yule[17] は、解析次数を  $M = 2$  として、最小二乗法によるフィッティングをおこなって得られた予測係数  $a_1, a_2$  を用いた式

$$y^2 - a_1 y - a_2 = 0 \quad (2.13)$$

を解いて太陽黒点数の時間変化の周期を算出している。ただし、年次データに対して直接上記フィッティングをおこなったのでは 11 年周期の構造はみえてこないことから、論文に記述されていない何かしらの工夫をしたものと考えられる。

式 (2.13) を解く事情は、次のように説明される。

まず、 $\alpha$  と  $\beta$  とを解とする二次方程式

$$0 = (y - \alpha)(y - \beta) \quad (2.14)$$

$$= y^2 - (\alpha + \beta)y + \alpha\beta \quad (2.15)$$

$$= y^2 - a_1 y - a_2 \quad (2.16)$$

と、時系列

$$S_n = c_\alpha \alpha^n + c_\beta \beta^n \quad (2.17)$$

とを考える。

すると、

$$a_1 S_n + a_2 S_{n-1} \quad (2.18)$$

$$= (\alpha + \beta)(c_\alpha \alpha^n + c_\beta \beta^n) - \alpha\beta(c_\alpha \alpha^{n-1} + c_\beta \beta^{n-1}) \quad (2.19)$$

$$= c_\alpha \alpha^{n+1} + c_\beta \beta^{n+1} \quad (2.20)$$

$$= S_{n+1} \quad (2.21)$$

と、時系列の予測ができていることが確認でき、また、二次方程式の解が振動モードを与えていることを確認できる。

そこで、式 (2.13) の解は

$$y = \frac{a_1 \pm \sqrt{a_1^2 + 4a_2}}{2} \quad (2.22)$$

となることから、太陽黒点数の時系列  $S_n$  は、 $A$  を太陽黒点数の平均、 $c$  を定数として

$$S_n = A + c \left( \frac{a_1 + \sqrt{a_1^2 + 4a_2}}{2} \right)^n + c \left( \frac{a_1 - \sqrt{a_1^2 + 4a_2}}{2} \right)^n \quad (2.23)$$

$$= A + c \exp \left( n \ln \frac{a_1 + \sqrt{a_1^2 + 4a_2}}{2} \right) + c \exp \left( n \ln \frac{a_1 - \sqrt{a_1^2 + 4a_2}}{2} \right) \quad (2.24)$$

として得られ、これより、周期  $P$  が

$$P = \frac{2\pi}{|\Im \ln \frac{a_1 \pm \sqrt{a_1^2 + 4a_2}}{2}|} \quad (2.25)$$

と、求められる。

これに対し、Walker[18] は、年単位での気圧変化の周期性の解析を目的とし、式 (2.13) を一般の次数  $M$  に拡張した式

$$y^M - \sum_{m=1}^M a_m y^{M-m} = 0 \quad (2.26)$$

を用いて定式化している。

また、予測係数  $a_m$  の算出にあたり、サンプル数無限大の極限をとる近似を導入し、自己相関行列の行列要素  $r_{j,k}$  に対し、

$$r_{j,k} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N-M} \sum_{n=0}^{N-M-1} S_{n+j} S_{n+k} \quad (2.27)$$

$$\simeq \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} S_n S_{n+(j-k)} \quad (2.28)$$

なる操作を加え、行列要素が  $j$  と  $k$  との差にだけ依存する自己相関行列に置き換えている。

当然ながら、このような置き換えは、

$$S_n = 2^{-n} \quad (2.29)$$

となるような時系列に対しては、 $r_{j,k} = 0$  となってしまうことから、適用できない。何かしらの定常性を前提として想定したものとなっている。

この想定下では、無限個あるサンプルのうち、数個のサンプル数の変化は影響しないと言える (“in general, when  $n$  is large enough for the S.D.  $d$  to be unaffected by modifying a few  $u$  terms” [18]) ことから、

$$\begin{aligned} r_{j,k} &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} S_n S_{n+(j-k)} \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} S_{n-(j-k)} S_n = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} S_{n+(k-j)} S_n = r_{k,j} \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} S_{n+(k-j)+l} S_{n+l} = r_{k+l,j+l} \end{aligned} \quad (2.30)$$

とすることができ、自己相関行列を Toeplitz 行列に置き換える近似になっていることが確認できる。

これをふまえ、数値解析に用いられる時系列は常に有限長であることから、サンプル数  $N$  の有限長時系列の場合を考える。

例えば、自己相関係数  $r_{j,0}$  に着目すると、

$$r_{j,0} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} S_n S_{n+j} \quad (2.31)$$

$$= \frac{1}{N} \left( S_{N-j} S_N + \cdots + S_N S_{N+j} + \sum_{n=0}^{N-1-j} S_n S_{n+j} \right) \quad (2.32)$$

と、 $S_N$  から  $S_{N+j}$  までの、サンプル外の値を何かしらの形で定義する必要がある。

そこで、任意の有限の  $l$  に対し、

$$r_{j,k} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} S_n S_{n+(j-k)} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} S_{n+l} S_{n+(j-k)+l} \quad (2.33)$$

が想定されていることを、有限長の場合にも適用し、

$$r_{j,k} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} S_n S_{n+(j-k)} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} S_{n+l} S_{n+(j-k)+l} \quad (2.34)$$

が成り立つ条件を考える。



すると、例えば  $l = 1, j = k$  の場合には

$$S_0^2 = S_N^2 \quad (2.35)$$

より、

$$S_N = \pm S_0 \quad (2.36)$$

となる。続いて、 $l = 1$  で、一般の  $j, k$  の場合を考えると、

$$S_0 S_{j-k} = S_N S_{N+j-k} = \pm S_0 S_{N+j-k} \quad (2.37)$$

より、

$$S_{N+j-k} = \pm S_{j-k} \quad (2.38)$$

となる。

ここで正符号側を選ぶことにより、サンプル外の値は繰り返し波形

$$S_{N+n} = S_n \quad (2.39)$$

として与えられる (“it being assumed, as before, that  $u_{n+s} \equiv u_s$ ” [18]) ことになる。つまり、周期境界条件の導入に相当する。

結果的に周期波形への置き換えをおこなっていることから、Walker による解析手法は減衰振動解析等のトランジェント解析には適さない。

我々には、トランジェントな電磁ノイズの解析をする必要もあることから、このような周期波形に置き換えられた時系列の解析手法は、我々の目的には適さない。Walker による近似を含まない解析手法が必要となる。

さて、Toeplitz 行列形式の自己相関行列は、線形予測法に限らず、様々な場面で広く用いられている。これは、暗黙に、Walker による近似が導入されていることを意味する。つまり、本来の自己相関ではなく、極限操作の導入によって概略計算 (“we may as a first approximation replace ...” [18]) された自己相関が得られる式になっていることを意識する必要がある。

### 2.1.5 自己相関行列に含まれる様々な改変

数値計算で実用されている計算式には、さらなる改変が施されていることから、これについて述べる。

改変とは、上で示した Walker による周期波形への置き換え近似に加えての、Itakura によるゼロサプレスの導入 [11] と、窓関数の導入である。窓関数を用いることは当然のものと思われている向きもあるが、これは解析対象波形を周期波形に置き換える近似を行う場合に、解析に用いる両端をゼロにすることによって波形の連続性を確保するために導入

されているものである。つまり、解析対象波形に周期性を仮定しない場合には必要のないものであることに注意する必要がある。

自己相関行列の改変状況の詳細をみていくにあたり、まず、改変を伴わない自己相関係数  $r_{j,k}$  を、時間をシフトする演算子  $D$

$$D^m S_n = S_{n+m} \quad (2.40)$$

を用いた形で示す。

$$r_{j,k} = \frac{1}{N-M} \sum_{n=0}^{N-1-M} D^{-(n+j)} S_{N-1} D^{-(n+k)} S_{N-1} \quad (2.41)$$

ここで、 $S_n$  は解析対象波形、 $M$  は解析次数、 $N$  は解析に用いるサンプル数である。ここで、 $j$  と  $k$  は 1 から  $M$  までの値をとる。

前述のとおり、この自己相関係数による自己相関行列は Toeplitz 行列にならない。

なお、この式は、式 (2.9) そのものであり、サンプル数が有限である場合の自己相関係数の定義に従って計算式を書くことにより自然に得られるものであり、何らの工夫も要しない。

このため、この自己相関行列を用いることを推奨する解析手法も存在する。そのようなものの例として、例えば、Kawata らによる Movable Auto Regressive System (MARS) 法 [19, 20, 21, 22] がある。この手法や、その他の関連手法の詳細と課題については、次の章で提案する我々の手法をふまえた形で比較検討すると見通しがよくなることから、ここでは名称を挙げるにとどめることにする。

なお、この式が奇異に感じられるとすれば、その理由は、以下に示す改変後の自己相関係数の計算式しか目にする機会が無いためと考えられる。

この式に、Walker による周期境界条件

$$D^N S_n = S_{n+N} = S_n \quad (2.42)$$

を導入することで得られる自己相関係数  $R_j$  は、有限の  $N$  に対して、

$$R_j = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} D^{-n} S_{N-1} D^{-[(n+j) \bmod N]} S_{N-1} \quad (2.43)$$

と、与えられる。ここで、 $j$  は 0 から  $M-1$  までの値をとる。

この式には、周期波形への置き換えが行われていることから、当然 mod が含まれる。本来、数値計算の教科書で Yule-Walker 方程式を導入する場面では、この式が示されるべきであるが、省略されており、さらなる改変が施された最終式のみが示されている。

この式が用いられていない理由として、解析対象波形を周期波形に置き換えていることから、得られる全ての極が単位円周上にあり、Levinson-Durbin アルゴリズム [23, 24] を適用するのに不向きであるということが考えられる。

実際に数値計算の教科書に記載されている式は、本来 Itakura-Saito 方程式とでも呼ぶべきものである。その自己相関係数の計算式は Itakura [11] によるものであり、

$$R'_j = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1-j} D^{-n} S_{N-1} D^{-(n+j)} S_{N-1} \quad (2.44)$$

と、あらわされる。

Walker による周期波形への置き換えの代わりに、ゼロサプレスを導入している。

これは、式 (2.32) において、

$$S_N = S_{N+1} = \cdots = S_{N+j} = 0 \quad (2.45)$$

と、定義することに相当する。

ここでゼロサプレスが導入されている理由であるが、その目的として「音声合成用の安定なフィルタを構成したい」という意思が背景にある [25]。Walker による周期波形への置き換えにより、自己相関行列が Toeplitz 行列に置き換わったわけであるが、ここでその周期性を壊すことにより、全ての極が単位円の内側に必ず得られるようになる。これは Toeplitz 行列の特性であり、これにより、必ず安定なフィルタを構成することができるようになる。

ただし、その副作用として、単位円の内側に移動した極は分裂し、周波数特性を悪化させることになる。Itakura と Saito らは、周波数特性を確保したまま必ず安定となるフィルタを構成しようと努力をしていたが、結局成功できなかった [25]。そして、この Itakura による式が広く現在でも使われ続けている。

この式がしていることは、解析対象波形に含まれるすべての振動モードを、強制的に減衰振動に置き換えるという改変に相当する。つまり、例えば、正弦波を解析対象としている場合を考えると、この式により正弦波は強制的に減衰振動波形に置き換えられ、偽の減衰項が付け加えられることになる。

数値計算の教科書には、ゼロサプレスを導入する理由として様々な説明がなされているが、本来目的は上記に示したとおりである。この改変により、Levinson-Durbin アルゴリズムを安定的に運用することが可能になり、数値計算の計算量を大幅に削減することができるようになる。

例えば、Itakura の論文が提出された 1970 年代の計算機環境を考えれば、この計算量削減効果により、様々な大きな問題を実用的な計算時間内で解くことが可能になることから、きわめて有用であったと考えられる。参考として、歴代の代表的な CPU の MIPS 値を表 2.1 に示す [26]。

表 2.1 歴代 CPU の MIPS 概算値

年	MIPS	CPU
1971	0.1	Intel 4004
1979	1.4	Motorola 68000
1993	140	DEC Alpha 21064
1999	2,000	Intel Pentium III
2010	150,000	Intel Core i7 Extreme Edition
2020	2,400,000	AMD Ryzen Threadripper 3990X

なお、この改変にはいくつかのバリエーションがあり、最も広く用いられているものは、数値計算の教科書として最も広く知られている Numerical recipes [27] に掲載されている

$$R_j'' = \frac{1}{N-j} \sum_{n=0}^{N-1-j} D^{-n} S_{N-1} D^{-(n+j)} S_{N-1} \quad (2.46)$$

なる式であると考えられる。

実際に教科書に記載されている式が Itakura によるものであるにも関わらず、これを Yule-Walker 方程式として示すことには不整合があり、修正されるべきものと思われる。

### 2.1.6 自己相関行列改変に伴う作用

上記で示した改変が、どのような作用を生むのかを示すため、教科書標準である Itakura の式を用いて正弦波波形を解析した場合と、改変が施されていない式を用いて解析した場合の結果とを以下で示す [28]。

ここで、周波数を 1 Hz とする解析対象の正弦波

$$S_n = \sin 2\pi n \Delta T \quad (2.47)$$

に対し、サンプリング間隔を  $\Delta T = 1/20$  としたうえで、 $N = 40, 43, 49, 55$  なる、半端波形となるようなサンプル数を選ぶ。これにより、Itakura の式を用いた場合の、「極が単位円内に移動し、分裂する」様子を明快に示すことができる。

こうして選んだ半端波形を図 2.5 に示す。ここで、 $t = n\Delta T$  とした。なお、 $N = 40$  が、正確に周期波形となる場合に対応する。その他の  $N$  が半端波形に対応する。

解析次数を  $M = 8$  にとり、Itakura の式を用いて解析して得られた LPC スペクトルを図 2.6 に、改変を伴わない式を用いて解析して得られた LPC スペクトルを図 2.7 に示す。なお、どちらに対しても窓関数は用いない。

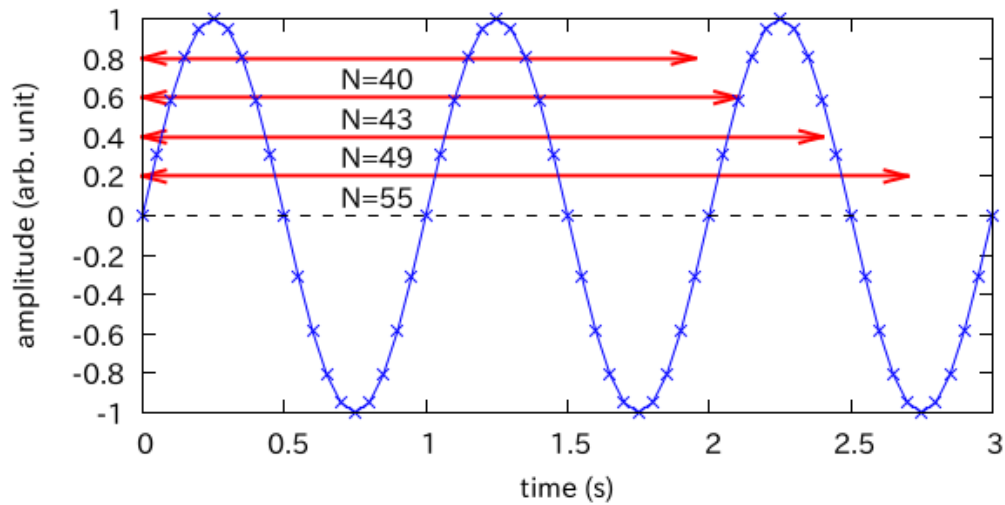


図 2.5 解析対象となる正弦波波形

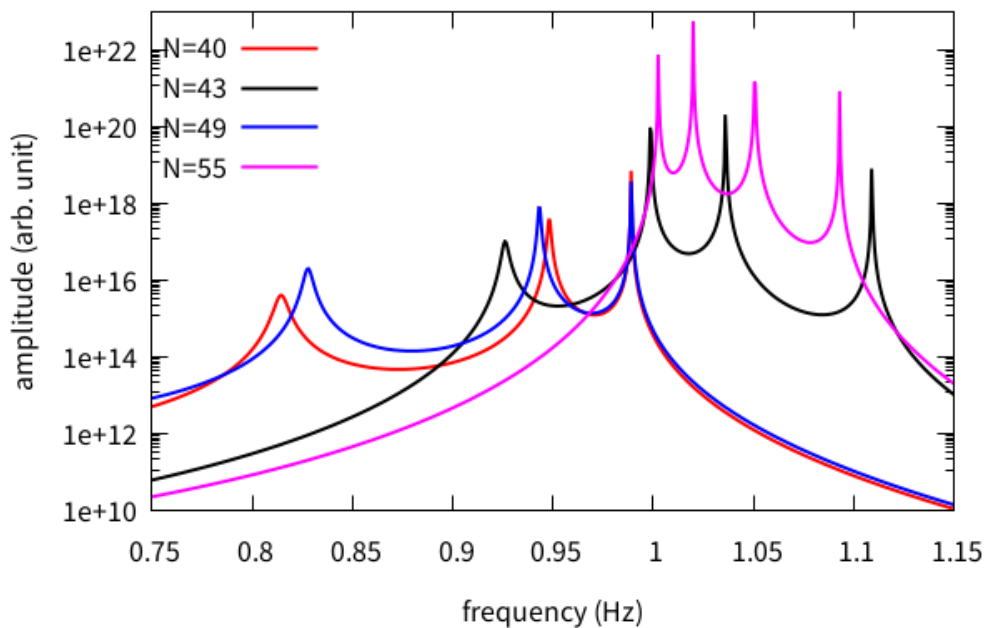


図 2.6 Itakura の式を用いて得られる LPC スペクトル

Itakura の式を用いた場合には、単位円の内側に移動して分裂した極により、多様なピーク構造があらわれる。それらピーク構造は、解析に用いるサンプル数が異なれば、全く異なる構造になり、一貫性がない。これは、Itakura の式の前段である Walker による近似により、これら半端波形による繰り返し波形への置き換えがなされていることによる。

さらに、正確な周期波形となる  $N = 40$  の場合であっても、複数のピーク構造があらわ

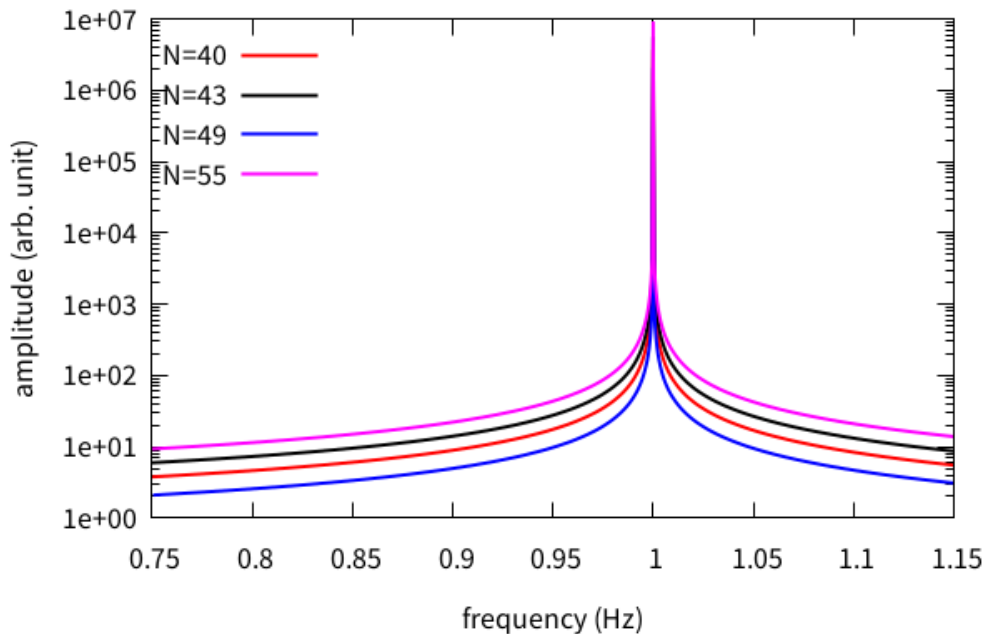


図 2.7 改変を伴わない式を用いて得られる LPC スペクトル

れ、本来の周波数である 1 Hz の位置にはピークがあらわれない。これは、前述したとおり、Itakura の改変によって正弦波が減衰振動波形に置き換えられ、偽の減衰率がつけかわることによる。

それら減衰率は、Itakura の式を用いて得られる予測係数から極を求めることによって得ることができる。 $N = 40$  の主要なピーク構造である 0.95 Hz と 0.99 Hz のピークに対し、それぞれ、 $-4 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  と  $-7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  なる値をとる。

なお、これら極端に減衰率の小さなピークが密集して存在していることから、LPC スペクトルの振幅値は極端に大きな値となっている。

これに対し、改変を伴わない式を用いた場合には、Itakura の式を用いた場合のような偽のピーク構造はあらわれず、どの半端波形を用いた場合にも、正確に 1 Hz の位置にピーク構造を得ることができる。ここでの計算で得られた周波数の誤差は  $10^{-8}$  Hz 未満であり、非常に正確に周波数が得られている。

スペクトルのフロアは、数値計算で得られた弱い極に対応するものと考えられる。LPC スペクトルの計算式の構造より、極端に減衰率が大きな極が、このようなスペクトルのフロアを形成する。

このようなフラットなフロアの形成について、以下に示す。

まず、式 (2.11) において、 $f \sim f_m$  なる周波数領域での LPC スペクトルの近似式を考

える。ここで、ある定数  $C$  を用いることにより、

$$p(f)|_{f \sim f_m} = \frac{1}{\left| \prod_{m=1}^M (1 - e^{(2\pi i(f_m - f) + \lambda_m)\Delta T}) \right|^2} \quad (2.48)$$

$$\simeq \frac{C}{(1 - e^{(2\pi i(f_m - f) + \lambda_m)\Delta T}) (1 - e^{(-2\pi i(f_m - f) + \lambda_m)\Delta T})} \quad (2.49)$$

$$= \frac{C}{1 + e^{2\lambda_m \Delta T} - 2e^{\lambda_m \Delta T} \cos 2\pi(f_m - f)\Delta T} \quad (2.50)$$

$$\simeq \frac{C}{1 + e^{2\lambda_m \Delta T} - 2e^{\lambda_m \Delta T} + 4\pi^2 \Delta T^2 e^{\lambda_m \Delta T} (f_m - f)^2} \quad (2.51)$$

なる式を得ることができる。

続いて、 $\lambda_m \rightarrow -\infty$  なる極限を考えると、 $\epsilon \sim +0$  なる定数を用いることにより、

$$\lim_{\lambda_m \rightarrow -\infty} p(f)|_{f \sim f_m} \simeq \frac{C}{1 + e^{2\lambda_m \Delta T} - 2e^{\lambda_m \Delta T} + 4\pi^2 \Delta T^2 e^{\lambda_m \Delta T} (f_m - f)^2} \quad (2.52)$$

$$\simeq \frac{C}{1 + 4\pi^2 \Delta T^2 e^{\lambda_m \Delta T} (f_m - f)^2} \quad (2.53)$$

$$= \frac{C}{1 + \epsilon (f_m - f)^2} \quad (2.54)$$

なる近似式を得ることができる。

ここで、 $\epsilon \sim +0$  であることから、このスペクトルの振幅値は  $f$  の値の変化にほとんど反応せず、ほぼ定数であるとみなすことができる。そして、これがほぼフラットなノイズフロアを形成する。

ところで、次の章で提案する我々の解析手法を用いることにより、上記解析で得られた予測係数等を用いて解析結果の外挿波形をプロットすることができる。そこで、上記で示した  $N = 40$  に対する解析結果の、 $-5 \leq t \leq 20$  への外挿波形を図 2.8 に示す。

解析の元となっている波形の範囲は  $0 \leq t < 2$  であり、これを、 $-5 \leq t < 0$  と  $2 \leq t \leq 20$  に外挿をかけた形になっている。

解析の元となっている時間域では両者はほぼ一致しているが、外挿された波形は両者で大きく異なっている。改変を伴わない式を用いた場合 (unmodified) では正確に正弦波が再現されているのに対し、Itakura の式を用いた場合の波形は、大きなうなりを伴った波形になっている。

このうなりの周期は約 25 秒であり、これは、先に示した 0.95 Hz と 0.99 Hz のピーク間の周波数差である 0.04 Hz に対応するうなりに相当する。これら 2 つの周波数はどちらも  $10^{-3} \text{ s}^{-1}$  オーダーの小さな減衰率をもつことから、この周期でうなりながら徐々に減衰していく波形となっている。

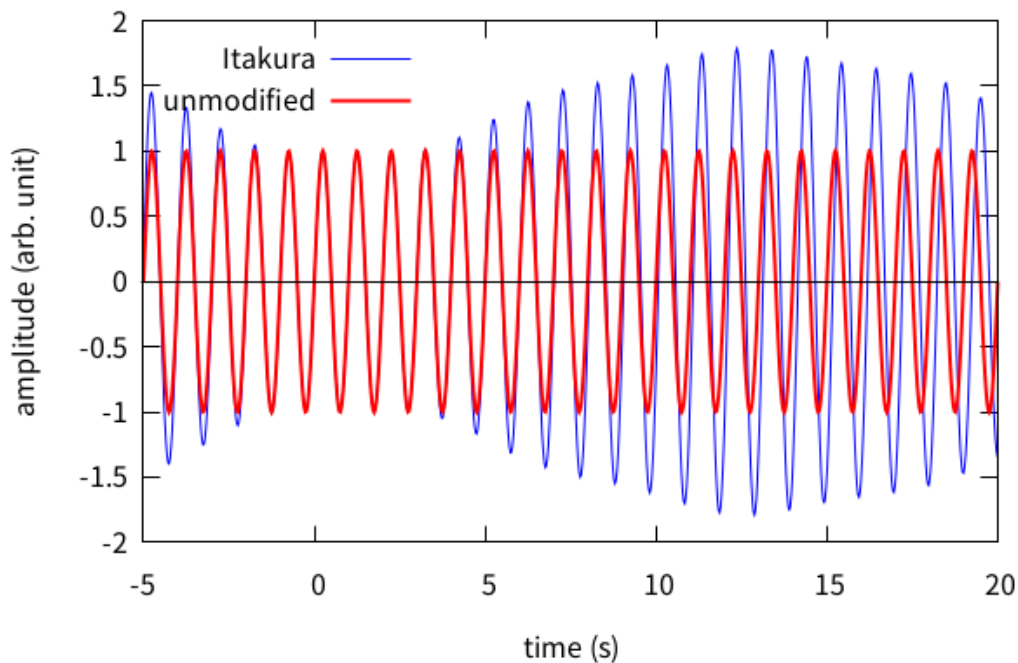


図 2.8 解析結果の外挿波形

## 2.2 線形予測法についての考察

### 2.2.1 境界条件

ここで、線形予測法の自己相関行列に加わえられている改変についてふりかえる。

Walker は、解析対象波形を周期波形に置き換える近似をおこなっていた。つまり、図 2.9 に示す改変であり、「線形予測」を称しているにもかかわらず、解析区間の右端の次の値の予測値は左端の値そのものとなる。

この事情が見えにくくなっていたのは、この Walker による改変に加えて Itakura による改変が加わることにより、この周期性が崩され、減衰振動の重ね合わせ波形に強制的に置き換えられていたためと考えられる。これにより右端からの外挿波形は連続となり、図 2.8 に示したとおり、比較的短い時間幅であればもっともらしい波形が得られている。また、長時間での予測値の精度が悪くとも、単純に線形予測の限界と考えられていたものと思われる。

しかし、長時間予測の予測精度の悪さが線形予測法の限界とする考え方は、解析対象波形が線形な場合には適用不能のはずである。図 2.8 に示したのは解析対象波形が線形な場合であり、この場合にはどこまで外挿波形を与えても、正確に元波形が再現されるべきである。

いいかえれば、「線形予測」というからには、図 2.10 に示すとおり、解析区間の左右に



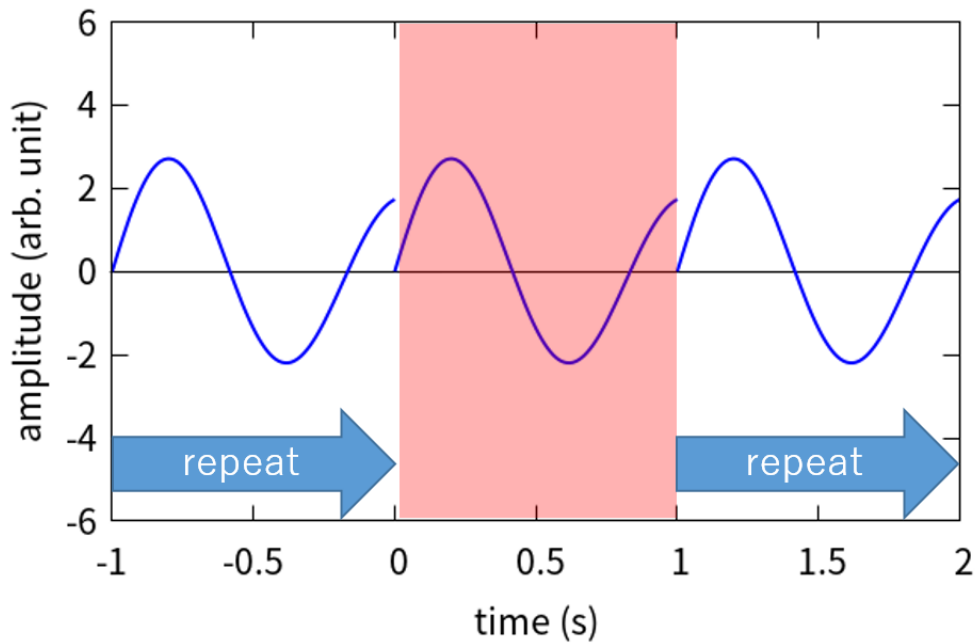


図 2.9 周期境界条件のイメージ

対して線形な外挿になっている必要がある。そして、改変を伴わない式を用いた場合には、このとおりの線形外挿が実現している。

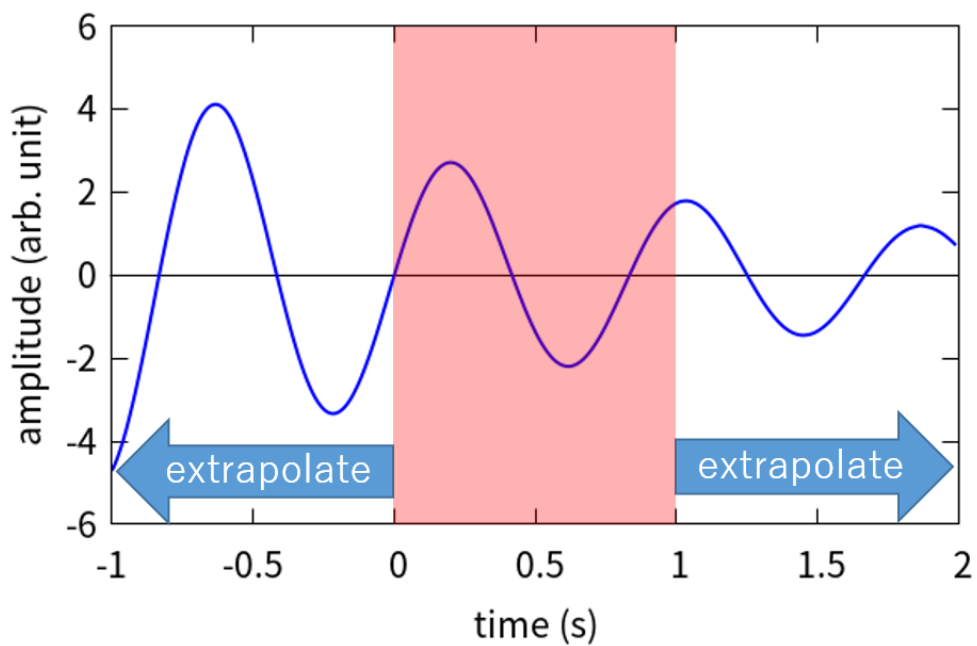


図 2.10 開放端条件のイメージ

一般の解析対象波形に線形外挿を適用すれば、通常は  $t = -\infty$  と  $t = \infty$  の両側で波形

が発散することになる。すくなくとも、正確な周期波形の重ね合わせでない限り、片側では発散する。

また、信号処理手法の理論式の多くは、無限区間や半無限区間での積分を伴う形で定式化されている。理論的考察をおこなうにあたり、極限操作が使えた方が問題をクリアにでき、見通しがよいからである。

単純に線形外挿した波形をそれら理論式に適用した場合、積分の収束性に疑問が生じることになる。少なくとも、フーリエ級数展開は収束しない。

このような事情も、有限長の解析対象波形に周期境界条件を適用することによって無限長波形を構成し、理論式の適用を可能にするのが一般的なものとなっている理由と考えられる。

ところで、この、「改変を伴わない式を用いた場合」という、否定形による説明文は、どのような状況を指し示すのが不明確であることから、なにかしらの形で肯定的に状況を指し示す用語に置き換えるのが適切である。そこで、我々は、図 2.10 にある状況を、開放端条件 (open boundary condition) [28] と称することになっている。

これは、周期境界条件を用いる場合、窓関数を用いて解析区間の両端の値がゼロになるように閉端するのが一般的であるのに対し、そのような操作をおこなわず、そのまま開いた形を保持させることに由来しての命名である。<sup>\*1</sup>

### 2.2.2 理論式と数値計算式の乖離

この章では、日常的に用いられている数値計算上の自己相関係数の計算式が理論上の計算式と乖離していることや、暗黙の近似などが含まれていることについても述べた。また、数値計算上の計算式は一意ではなく、複数の実装があることについても述べた。

「自己相関」の考え方自体はあまりに初等的でありふれているため、その数値計算上の実装の実態に疑問を感じることは難しいのではないかと考える。

論文を書く場合であっても、論文中には「自己相関を計算する」との一文を添えるか、せいぜい

$$R_j = \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_n S_{n-j} \quad (2.55)$$

といったような理論式を記述するくらいで済ましてしまうのが通常で、数値計算上の計算式をわざわざ記述するのは一般的ではない。そもそも、理論式と数値計算式との乖離を認識していないことが通例であると考えられる。

そして、自己相関の計算は事前に用意されたライブラリまかせになり、ブラックボックス化されることで実装がみえなくなっているものと考えられる。また、自分でコーディン

<sup>\*1</sup> このところは「線形外挿条件」の方がしっくり来るのではないかと考えている。

グするにしても数値計算の教科書どおりの実装をすることになり、その主流となるのは、Numerical recipes [27] に記述された計算式になるものと考えられる。

当然ながら、実装が異なれば得られる結果も異なることになる。論文中にはどの実装を用いて計算したのかが記述されないため、異なる実装で追試をおこなっても結果が再現されないことになる。このほか、たとえ論文中に数値計算式が記述されていたとしても、その実装が複数存在することを認識していない場合、論文中の式とは異なる実装による式で計算された結果が記述されている可能性もある。

このことから、追試の再現性を高めることを目的とし、複数実装が存在することを認識したうえで、実装について論文中で明示する必要があるものと考えられる。

この章では、実装式の差異の問題を見えやすくするために極端に短い時系列データを解析対象波形として用いたが、時間幅が十分に長い定常波形を解析対象とするのであれば、Walker による近似式を用いての計算をしても特に問題ないものと考えられる。

しかし、Levinson-Durbin アルゴリズムを用いるためには、Itakura の式 (2.44) か Numerical recipes の式 (2.46) を用いる必要があるが、これらは解析対象波形を減衰振動波形に強制的に変形させることから、その適用条件を個別に見定める必要があるものと思われる。

### 2.2.3 半無限区間での線形性の想定

我々の開放端条件による線形予測法と等価な計算式を用いる解析手法として、18 世紀に提案された Prony 法 [29] がある。

そのモデル式は

$$\zeta(x) = \sum_{m=1}^M \mu_m \rho_m^x \quad (2.56)$$

であり、複素数の振幅  $\mu_m$  と複素数の底  $\rho_m$  を算出する形になっている。Prony は、このモデル式を用いて、水蒸気とアルコール蒸気との、熱膨張率等の測定と解析とをおこなっている。

つまり、線形予測法の基本的な計算手続きそのものは Yule-Walker 以前より存在する。

Prony 法のモデル式が半無限区間での線形性を想定した形になっているのに対し、我々が解析対象とする電磁ノイズには、半無限区間での線形性を期待することができない。電磁ノイズの上限規制を満たすためや、エネルギー効率を高めるためなど、様々な理由で複雑な制御を伴ったノイズ波形になることを想定する必要があるためである。このことから、単純な Prony 法では不十分で、非線形な信号解析を可能とする手法が必要となる。

## 2.3 本章のまとめ

この章では、具体的な EMC 課題への線形予測法の適用事例を通して、我々の問題意識を示した。また、慣習的に用いられている線形予測法が抱える問題の提示と、その解決方法を示した。

EMC 課題の事例として、電話の通信線に侵入した電磁ノイズが受話器で検波され、可聴音として聞こえてくる可聴雑音をとりあげた。EMC の専門家であれば、可聴雑音のノイズ源の聞き分けができることから、音声認識で用いられるフォルマント解析の数理的な基盤である線形予測法を採用し、可聴雑音源の識別可能性を示した。

線形予測法を用いるメリットとして、特徴周波数の直接的な抽出ができ、その周波数分解能がフーリエ解析と比べて高いという点がある一方で、EMC 課題における電磁ノイズ解析において最も重要な情報である、電磁ノイズの物理的な信号強度が得られないというデメリットと、トランジェントノイズの解析に必要な、過渡周波数解析ができないというデメリットがあることを示した。

物理的な信号強度が得られない理由は、線形予測スペクトルとして、全極モデルの計算式が用いられていることにあった。このモデル式による信号強度は、極の減衰率項の大きさで決まる形になっている。このことから、物理的な信号強度を反映したスペクトルの計算式を提案する必要があることを示した。

過渡周波数解析に適さない理由は、その数値計算上の実装にあった。

線形予測法の数値計算式には Yule-Walker 方程式が用いられるが、その Walker の論文中で、サンプル数無限大の極限操作により、解析対象波形を周期波形に置き換える近似が導入されていた。これは、論文中にも概略計算 (“first approximation” [18]) が目的であることが明示されており、おおまかな傾向を得るための計算式として用いられていた。

これが過渡周波数解析の障害となることから、Walker による極限操作が加わる前の式を用いる必要があることを示した。

この他、一般に Yule-Walker 方程式と称されて用いられている数値計算式は、本来は Itakura-Saito 方程式とでも呼ぶべきものであることを指摘した。Itakura は、Walker の近似に加えて、非対角項へのゼロサプレスの導入をしたが、その目的が、音声合成用の安定したフィルタを構成するためであることを指摘した。

その上で、Itakura による式と、上記近似を含まない数値計算式とを、正弦波の部分波形解析に適用し、近似を含まない数値計算式を用いることにより、部分波形からの正確な周波数解析ができるようになることを示した。また、近似を含まない場合の数値計算式の境界条件を考えると、境界の左右に対する線形外挿になっていることを示した。

この線形外挿が、本来の線形予測法の姿である。

そして最後に、我々が解析対象とする電磁ノイズは、様々な理由から非線形なものであ

ると想定する必要があることから、半無限区間での線形性を前提とする線形予測法そのものでは不十分であり、非線形信号解析を可能とする手法構築の必要があることを指摘した。

## 第 3 章

# 解析手法と関連手法

この章では、非線形な信号解析を可能とする、我々の手法 [30, 31, 32, 33] を導入する。電磁ノイズの発生源となる電気回路は、非線形で時変なものが多いことから、それら電磁ノイズの解析にも対応できる必要があるというのが、手法導入の理由である。

ここでは、我々の手法を、van der Pol による瞬時周波数の考え方を拡張したものという形で定式化し、モデル式を導入する。我々のモデル式は本質的に非線形であり、直接解くことができない。そこで、局所線形化の考え方を導入し、局所的な線形問題として近似計算する手法を導入する。これにより、本質的に非線形な問題を、単純な線形問題として取り扱うことが可能になる。

また、我々の手法と関連する手法を列挙し、我々の手法と比較検討することにより、各手法の問題点を提示する。前の章で述べた通り、論文上に示されている式と、実際に数値計算で用いられたと考えられる式との乖離などが散見されることから、それらについて指摘する。

## 3.1 提案する解析手法

### 3.1.1 van der Pol の瞬時周波数

我々のモデル式は、van der Pol による FM 変調振動の式 [34]

$$s(t) = C \left( e^{+2\pi i \int_0^t f(\tau) d\tau} + e^{-2\pi i \int_0^t f(\tau) d\tau} \right) \quad (3.1)$$

の拡張としてとらえると見通しがよい。ここで、 $f(t)$  は、ある瞬間における周波数（瞬時周波数）であり、この瞬時周波数を積分していくことで、FM 変調波形がえられる形になっている。

一般に、周波数概念は周期の逆数というイメージで理解されがちであるが、この定義式によれば周期概念は無用であり、瞬間ごとの位相の進行速度さえ得られればよいことになる。このことから、この考え方に従えば、たとえ解析対象波形が一周期未満だったとしても、そこから周波数情報を得ることが可能となり、フーリエ解析による時間周波数分解能の限界を超えることが可能となる。

### 3.1.2 モデル式

FM 変調振動の式である式 (3.1) に、AM 変調振動に対応する、時変な振幅増減率  $\lambda(t)$  を追加し、さらに、一般の項数の場合を考えたもの

$$s(t) = \sum_{m=1}^M C_m e^{\int_0^t [2\pi i f_m(\tau) + \lambda_m(\tau)] d\tau} \quad (3.2)$$

を、我々の解析手法のモデル式とする。

時変な振幅増減率  $\lambda_m(t)$  が加わることにより、指数の肩は一般の複素関数となり、一般の複素関数による級数展開がなされることになる。

ここで、 $c_m = \ln C_m$  として、

$$H_m(t) = c_m + \int_0^t [2\pi i f_m(\tau) + \lambda_m(\tau)] d\tau \quad (3.3)$$

なる一般の複素関数  $H_m(t)$  を導入することで、式 (3.2) は

$$s(t) = \sum_{m=1}^M e^{H_m(t)} \quad (3.4)$$

と、簡潔化され、簡潔な形でモデル式を記述することができる。

また、式 (3.3) の微分

$$H'_m(t) = 2\pi i f_m(t) + \lambda_m(t) \quad (3.5)$$

は、瞬時周波数  $f_m(t)$  と瞬時振幅増減率  $\lambda_m(t)$  とを与える式となり、式 (3.5) の積分を用いた式

$$s(t) = \sum_{m=1}^M e^{c_m + \int_0^t H'_m(\tau) d\tau} \quad (3.6)$$

は、van der Pol による FM 変調振動の式に振幅変調振動項を追加することによってモデル拡張した形の式となる。

なお、 $H_m(t)$  が一般の複素関数であることから、その微分である  $H'_m(t)$  も一般の複素関数となる。

ここで、すべての  $H_m(t)$  が一次関数

$$H_m(t) = (2\pi i f_m + \lambda_m)t \quad (3.7)$$

である場合には、モデル式 (3.4) は線形な振動子の一次結合となり、線形なモデル式となる。この場合、 $H_m(t)$  の微分

$$H'_m(t) = 2\pi i f_m + \lambda_m \quad (3.8)$$

は定数となり、時不変な周波数  $f_m$  と時不変な振幅増減率  $\lambda_m$  とがえられることになる。

$H'_m(t)$  が一般の複素関数となり、式 (3.8) のような定数、つまり線形でなくなることから、我々はこれを非線形振動子展開 [30, 31] と称している。



### 3.1.3 局所線形化

ここで、非線形振動子展開に用いる複素関数  $H_m(t)$  の算出方法をなにかしらの形で与える必要がある。我々のモデル式 (3.4) が本質的に非線形であり、そのままでは解くことができないためである。なお、Daubeshies らは、この形のモデル式では一意な級数展開ができないことを指摘している [35]。

そこで、量子力学における線形応答理論 [36] の考え方の工学的応用を考える。線形応答理論には、十分短い時間幅を考えるのであれば、解析対象を線形であるとみなすことができるという考え方があることから、これを利用する。つまり、式 (3.4) を局所的に線形化して線形問題におきかえ、各局所における式 (3.5) の関数値を求めていくという方針をとる。

このため、式 (3.4) 中の複素関数  $H_m(t)$  を、ある時刻  $t_0$  を中心としてテーラー展開することを考える。

$$s(t)|_{t \sim t_0} \approx \sum_{m=1}^M e^{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} H_m^{(k)}(t_0)(t-t_0)^k} \quad (3.9)$$

ここで、 $s(t)|_{t \sim t_0}$  は、時系列信号  $s(t)$  の時刻  $t_0$  近傍での近似式である。

時刻  $t_0$  の近傍では高次項による寄与が小さくなり、これを無視することができることから、一次の項までを残し、

$$s(t)|_{t \sim t_0} \approx \sum_{m=1}^M e^{H_m(t_0) + H_m'(t_0)(t-t_0)} \quad (3.10)$$

と、線形化する近似が可能となる。式 (3.10) は線形なモデル式となるが、無限または半無限区間で線形なモデル式とは異なり、式 (3.4) の時刻  $t_0$  近傍での近似式であるという位置づけが背景にあることが手法のポイントとなる。

### 3.1.4 局所における線形予測

ここから先の計算手順そのものは Prony [29] によるものと同じになる。しかし、だからといって以降の計算手順を Prony 法と称するのには問題がある。Prony の論文は 18 世紀に書かれたものであり、前の章で示した数値計算上の課題が考慮されていない。よって、単に Prony 法と称した場合、どのような数値計算上の実装で計算がなされるのかを見分けることができないことになる。前の章であげた「開放端条件」には、この数値計算上の実装を明示する目的がある。

このほか、Prony は半無限区間での線形性を想定しているのに対し、ここで想定しているのは局所的な有限区間での線形性であるという差異もある。

さて、式 (3.10) 中の未定係数である  $H_m(t_0)$  と  $H'_m(t_0)$  の値を求めるに当たり、時系列信号  $s(t)$  を局所的に近似する線形差分方程式を考える。この目的のために、時系列信号  $s(t)$  の時刻をシフトする、シフト演算子  $D$  を導入する。

$$D^{-m}s(t) = s(t - m\Delta T) \quad (3.11)$$

ここで、 $\Delta T$  はシフトする時間幅である。このシフト演算子  $D$  を用いることにより、時系列信号  $s(t)$  を局所的に近似する線形差分方程式に対応する特性方程式を

$$(1 - xD^{-1})^M s(t_0) = 0 \quad (3.12)$$

と表現することができる。

この式は、前の章でも示したとおり、時刻を  $\Delta T$  戻すと大きさが  $1/x_m(t_0)$  になる  $M$  個の等比級数  $x_m(t_0)^{\frac{t-t_0}{\Delta T}}$  の底  $x_m(t_0) \in \mathbb{C}$  を求めようとするものとなっている。つまり、

$$(1 - x/x_m(t_0)) x_m(t_0)^{\frac{t-t_0}{\Delta T}} = 0 \quad (3.13)$$

となる  $M$  個の  $x_m(t_0)$  である。

式 (3.12) を展開すると

$$\begin{aligned} & \left( \sum_{m=0}^M (-1)^m {}_M C_m x^m D^{-m} \right) s(t_0) \\ &= \sum_{m=0}^M (-1)^m {}_M C_m s(t_0 - m\Delta T) x^m = 0 \end{aligned} \quad (3.14)$$

となり、これを  $x$  について解くことにより、式 (3.10) の右辺に対応する  $M$  個の等比級数の底  $x_m(t_0)$  が得られる。

なお、式 (3.12) の解に  $M'$  重の縮重がある場合は、縮重する解を  $X$  として

$$\left( c_0 + \sum_{m=1}^{M'-1} c_m (t - t_0)^m \right) X^{\frac{t-t_0}{\Delta T}} \quad (3.15)$$

なる形で記述される項が現れるが、時刻  $t_0$  の近傍に着目していることから、定数項のみを取り、高次項を無視する近似が可能となる。つまり、解析に用いる次数  $M$  が縮重に応じて低下し、 $M - (M' - 1)$  次となる。数値計算にあたっては、この次数  $M$  の低下に注意する必要がある。

また、

$$a_m(t_0) = -(-1)^m {}_M C_m x^m \quad (3.16)$$

とにおいて式 (3.14) に代入することにより、線形予測法の方程式を得ることができる。

$$\begin{aligned}
& \sum_{m=0}^M (-1)^m {}_M C_m s(t_0 - m\Delta T) x^m \\
&= s(t_0) - \sum_{m=1}^M a_m(t_0) s(t_0 - m\Delta T) \\
&= \left( 1 - \sum_{m=1}^M a_m(t_0) D^{-m} \right) s(t_0) = 0 \tag{3.17}
\end{aligned}$$

ここで、 $a_m(t_0)$  は、時刻  $t_0$  近傍における予測係数である。

つまり、式 (3.17) を因数分解することでも式 (3.12) の解を得ることができる。

$$\begin{aligned}
& \left( 1 - \sum_{m=1}^M a_m(t_0) D^{-m} \right) s(t_0) \\
&= \prod_{m=1}^M (1 - x_m(t_0) D^{-1}) s(t_0) = 0 \tag{3.18}
\end{aligned}$$

式 (3.17) を解くにあたり、標準的には Yule-Walker 方程式が用いられるが、我々が必要とするのは時系列信号  $s(t)$  を局所的に近似する線形差分方程式の解であることから、前の章で述べたとおり、ここでは自己相関行列を Toeplitz 行列に置き換える近似や窓関数等の一切の加工処理を用いずに式 (3.17) をそのまま解く必要がある。つまり、我々が称する開放端条件を用いる。

続いて、適切な数値計算式を用いることによって得られた予測係数  $a_m(t_0)$  を用いた式

$$x^M - \sum_{m=1}^M a_m(t_0) x^{M-m} = 0 \tag{3.19}$$

を Durand-Kerner-Aberth (DKA) 法 [37] 等を用いて因数分解することにより、式 (3.18) の  $M$  個の複素解  $x_m(t_0)$  が得られる。

これにより、時系列信号  $s(t)$  は、時刻  $t_0$  の近傍で、 $M$  個の複素解  $x_m(t_0)$  と、それぞれの解に対応する複素振幅係数  $C_m(t_0)$  とを用いて

$$s(t)|_{t \sim t_0} \approx \sum_{m=1}^M C_m(t_0) x_m(t_0)^{\frac{t-t_0}{\Delta T}} \tag{3.20}$$

と、級数展開される。

上記は式を簡略化して見やすくすることを目的とし、一般に線形予測法が用いられる場合の、 $N$  サンプルを用いての最小二乗フィットを伴わない形の式を用いて説明したが、実

際の数値計算では、 $N \geq M$  なる、 $N$  サンプルを用いての最小二乗法を伴う計算式を用いる。

そしてその式は

$$\arg \min_{a_1(t_0), a_2(t_0), \dots, a_M(t_0)} \sum_{n=0}^{N-M-1} \left[ \left( 1 - \sum_{m=1}^M a_m(t_0) D^{-m} \right) D^{-n} s(t_0) \right]^2 \quad (3.21)$$

のように記述される。

### 3.1.5 複素振幅係数の算出

複素振幅係数  $C_m(t_0)$  の算出にも最小二乗法を用いる。最小二乗フィットに用いるサンプル数を  $N$  として、

$$\arg \min_{C_1(t_0), C_2(t_0), \dots, C_M(t_0)} \sum_{n=0}^{N-1} \left( D^{-n} s(t_0) - \sum_{m=1}^M C_m(t_0) x_m(t_0) \frac{t-t_0}{\Delta T} - n \right)^2 \quad (3.22)$$

を求める。これは、連立方程式の形では

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial C_1(t_0)} \sum_{n=0}^{N-1} \left( D^{-n} s(t) - \sum_{m=1}^M C_m(t_0) x_m(t_0) \frac{t-t_0}{\Delta T} - n \right)^2 = 0 \\ \frac{\partial}{\partial C_2(t_0)} \sum_{n=0}^{N-1} \left( D^{-n} s(t) - \sum_{m=1}^M C_m(t_0) x_m(t_0) \frac{t-t_0}{\Delta T} - n \right)^2 = 0 \\ \vdots \\ \frac{\partial}{\partial C_M(t_0)} \sum_{n=0}^{N-1} \left( D^{-n} s(t) - \sum_{m=1}^M C_m(t_0) x_m(t_0) \frac{t-t_0}{\Delta T} - n \right)^2 = 0 \end{cases} \quad (3.23)$$

と、あらわされる。この式を行列形式で解く場合には、複素行列の対角化が必要となることに注意する必要がある。

また、 $x_m(t_0)$  に含まれる振幅増減率  $\lambda_m(t_0)$  は一般にはゼロではないことから、複素振幅係数  $C_m(t_0)$  の値を、算出に用いる区間の端ではなく、中心での値で求めた方がよい。特に、

$$e^{|\lambda_m(t_0)|N\Delta T} \gg 1 \quad (3.24)$$

である場合、複素振幅の値は区間の左右で大きさが極端に異なることになる。

これにあたり、時刻についても、区間の中心での値を採用するのが実用的となる。

つまり、時刻として

$$t'_0 = t_0 - \frac{N}{2} \Delta T \quad (3.25)$$

をとり、複素振幅係数として

$$C'_m(t'_0) = C_m(t_0) x_m(t_0)^{-\frac{N}{2}} \quad (3.26)$$

を採用するのがよい。

### 3.1.6 瞬時周波数と瞬時振幅増減率

式 (3.20) と式 (3.10) とを見比べることにより、次の関係が確認できる。

$$H'_m(t_0) = \frac{\ln x_m(t_0)}{\Delta T} \quad (3.27)$$

つまり、局所線形化に用いた区間における線形差分方程式の複素解  $x_m(t_0)$  を用いて、時刻  $t_0$  近傍における  $H'_m(t_0)$  の値が与えられる。なお、対数を取るにあたっては、その虚部を次の範囲で取るものとする。

$$-\pi < \Im \ln x_m(t_0) \leq \pi \quad (3.28)$$

また、 $H'_m(t)$  には式 (3.5) の関係があることから、局所線形化に用いた区間内の瞬時周波数  $f_m(t_0)$  と瞬時振幅増減率  $\lambda_m(t_0)$  とが

$$f_m(t_0) = \Im \frac{\ln x_m(t_0)}{2\pi\Delta T} \quad (3.29)$$

$$\lambda_m(t_0) = \Re \frac{\ln x_m(t_0)}{\Delta T} \quad (3.30)$$

と、与えられる。

なお、ここで得られる瞬時振幅増減率  $\lambda_m(t_0)$  の値は、前の章で述べたとおり、正負どちらの値も取ることができる。

一般には、発散振動を伴う場合、無限遠での発散が問題とされ、必ず減衰振動になるべきとの議論がでることになる。しかし、我々の手法は有限区間で区分的に解析するよう定義されるため、これが正の値であっても区分内での有限の振幅増加に留まり、発散には至らない。このことから、発散振動の要素を持つことは問題とならない。

また、瞬時振幅増減率  $\lambda_m(t_0)$  は任意の値を取れ、任意の実根ももつことができる。このことから、解析対象波形のトレンドが

$$s_m(t) = e^{\int_{t_0}^t \lambda_m(\tau) d\tau} \quad (3.31)$$

といった関数形で自然に抽出されることになる。

### 3.1.7 非線形振動子の算出

上記手法を、時刻

$$t_n = t_0 + n\Delta T \quad (3.32)$$

に対して  $n = 1, 2, 3, \dots$  として適用することにより、各時刻  $t_n$  近傍における  $H'_m(t_n)$  の値、及び、これに対応する、各時刻  $t_n$  近傍での瞬時周波数  $f_m(t_n)$  と瞬時振幅増減率

$\lambda_m(t_n)$  の値を得ることができる。そして、こうして得られた  $H'_m(t_n)$  を式 (3.6) のとおり積分することにより、時系列信号  $s(t)$  の全長での近似式を得ることができる。

ところで、実際に数値計算でえられる非線形振動子は離散時間でえられることから、この場合の非線形振動子展開を行列形式で表示すると以下のようなになる。

$$S(t_N) \simeq \text{Tr} \left( \mathbf{C}_0 \prod_{n=1}^N \mathbf{S}_n \right) \quad (3.33)$$

ここで、

$$\mathbf{C}_0 = \begin{pmatrix} C_1(t_0) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & C_M(t_0) \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

は、時刻  $t_0$  での初期値に対応する対角行列であり、

$$\mathbf{S}_n = \begin{pmatrix} e^{H'_1(t_n)\Delta T} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & e^{H'_M(t_n)\Delta T} \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

は、時刻  $t_n$  における回転ステップに対応する対角行列である。

つまり、非線形振動子展開によってえられるのは、各時刻近傍における局所座標系の直交基底の固有値となっている。これは、実質的に、与えられた時系列データからヤコビアンを算出していることに相当する。また、 $H'_m(t_n)$  の実部は局所リャプノフ指数に相当するものになる。ただし、解析対象の非線形性が大きい場合、「局所的に線形とみなす」前提がどの程度有効であるのかについて注意が必要である。

さらに、ここで、 $\mathbf{S}_n$  の算出をするかわりに、式 (3.35) の  $H'_m(t_n)$  を、

$$H'_m(t_n) = 2\pi i \frac{m}{M\Delta T} \quad (3.36)$$

なる定数を用いて決め打ちで与えることにより、式 (3.33) はフーリエ級数展開

$$S(t_N) \simeq \text{Tr} \left[ \begin{pmatrix} C_1(t_0) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & C_M(t_0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{2\pi i \frac{1}{M}} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & e^{2\pi i \frac{M}{M}} \end{pmatrix}^N \right] \quad (3.37)$$

そのものとなる。つまり、我々の手法は、フーリエ級数展開を特殊な場合として含んでいる。

### 3.1.8 瞬時パワースペクトルの算出式

LPC スペクトルを算出する式 (2.11) には電磁ノイズの物理的な信号強度が反映されないという課題があったことから、ここで、物理的な信号強度を反映した瞬時パワースペクトルの算出式を導出する。

時刻  $t_0$  近傍での時系列信号  $s(t)$  が

$$s(t)|_{t \sim t_0} \approx \sum_{m=1}^M C_m(t_0) e^{(2\pi i f_m(t_0) + \lambda_m(t_0))(t - t_0)} \quad (3.38)$$

なる近似式によって記述されることから、この式を導出に用いる。

式 (3.38) は局所的に定義されるため、瞬時パワースペクトル  $P(t_0, f)$  を定義するためには、その線形な外挿波形をフーリエ変換するなどの工夫が必要となる。しかし、瞬時振幅増減率  $\lambda_m(t_0)$  が一般にゼロとならないことからフーリエ積分は発散する。

そこで、瞬時振幅増減率  $\lambda_m(t_0)$  が減衰する側の半無限区間での積分を採用し、

$$\begin{aligned} P(t_0, f) &= \left| \int_0^\infty \sum_{m=1}^M C_m(t_0) e^{2\pi i (f_m(t_0) - f)t - |\lambda_m(t_0)|t} dt \right|^2 \\ &= \left| \sum_{m=1}^M \frac{C_m(t_0)}{2\pi i (f_m(t_0) - f) - |\lambda_m(t_0)|} \right|^2 \end{aligned} \quad (3.39)$$

とする定義方法が考えられる。しかし、式 (3.39) は複素数を陽に含み、扱いにくい。また、 $\lambda_m(t_0) \rightarrow 0$  の場合に  $f = f_m(t_0)$  で発散する問題もある。

このことから、式 (3.39) の各項である、線形振動子ごとの瞬時振幅スペクトル  $F_m(t_0, f)$  を、そのピーク値が振幅値  $|C_m(t_0)|$  と一致するよう規格化して取る。

$$\begin{aligned} F_m(t_0, f) &= \left| \frac{C_m(t_0) \lambda_m(t_0)}{2\pi i (|f_m(t_0)| - f) - |\lambda_m(t_0)|} \right| \\ &= \frac{|C_m(t_0) \lambda_m(t_0)|}{\sqrt{4\pi^2 (|f_m(t_0)| - f)^2 + \lambda_m(t_0)^2}} \end{aligned} \quad (3.40)$$

ここで、全ての線形振動子が持つ振幅値  $|C_m(t_0)|$  の寄与を得るために、瞬時周波数  $f_m(t_0)$  の絶対値を取っている。

続いて、各線形振動子ごとの瞬時振幅スペクトル  $F_m(t_0, f)$  の和を取ることで、瞬時振幅スペクトル

$$F(t_0, f) = \sum_{m=1}^M F_m(t_0, f) \quad (3.41)$$

を得る。各線形振動子のピーク位置での振幅値は、他の線形振動子からの寄与があるため、線形振動子単体での振幅値より大きな値となる。

最後に、瞬時振幅スペクトル  $F(t_0, f)$  の自乗を取った

$$P(t_0, f) = F(t_0, f)^2 \quad (3.42)$$

を、瞬時パワースペクトルの定義式とする。この定義式には、各線形振動子の信号強度の目安をグラフから直接読み取れるメリットがある。また、パワースペクトルが振幅スペクトルの自乗という、従来手法との整合性を確保できる。

なお、各線形振動子の信号強度の正確な値がグラフから読み取れるようにしようとすると、例えば

$$F(t_0, f) = \max(F_1(t_0, f), \dots, F_M(t_0, f)) \quad (3.43)$$

といった形の定義式が考えられる。しかし、我々の手法では、瞬時周波数が同一で、瞬時振幅増減率のみが相異なる複数の線形振動子が得られる場合もあり得る。この場合、最も振幅の大きな線形振動子の振幅のみが振幅スペクトル上の信号強度として反映され、他の線形振動子の振幅は反映されないことになる。全ての線形振動子の振幅が振幅スペクトルに反映されることが好ましいことから、ここでは式 (3.41) の定義式を採用する。

## 3.2 関連手法

以上で我々の手法の導入ができたことから、続いて、我々の手法と関連する解析手法について議論する。それら手法は、我々の手法によるモデル式との対比により、関連性を見通しよく理解することができる。

ここでは、Prony 法、Hilbert 変換、EMD 法、AM-FM 変調モデル、SVD 法、MARS 法、MUSIC 法をあげ、それぞれ批判的に検討する。また、その他の手法もふまえ、一覧する。

### 3.2.1 Prony 法

我々の手法は、しばしば Prony 法 [29] そのものであると勘違いされることがある。Prony 法は、我々の手法において、

$$\frac{d}{dt}H_m(t) = h_m = \text{const.} \in \mathbb{C} \quad (3.44)$$

と、 $H_m(t)$  の関数形を線形なものに制限したものに相当する。しかも、暗黙に、

$$\Re h_m < 0 \quad (3.45)$$

つまり、減衰振動波形が想定されている。

Prony 法によって級数展開された時系列は、上で示したフーリエ級数展開と同様に記述すると次のように表される。

$$S(t_N) \simeq \text{Tr} \left[ \begin{pmatrix} C_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & C_M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{h_1 \Delta T} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & e^{h_M \Delta T} \end{pmatrix}^N \right] \quad (3.46)$$

ここで、 $C_m$  は、時刻  $t_0$  における複素振幅である。



この式の右辺には定数のみがあらわれ、時不変であるというのが、Prony 法の特徴である。

### 3.2.2 Hilbert 変換

瞬時周波数の考え方に関する研究は、van der Pol [34] のほか、Boashash [43, 44] や Cohen [45] をはじめ、数多く [46, 47, 48] 手がけられている。

例えば、その算出式として、Hilbert 変換を用いたものがある [45]。時系列  $X(t)$  に対し、

$$Y(t) = \frac{1}{\pi} \text{P} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{X(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (3.47)$$

と、積分の主値を取ったものを用いて

$$Z(t) = X(t) + iY(t) = a(t)e^{i\theta(t)} \quad (3.48)$$

を構成し、ここから、

$$w(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (3.49)$$

$$= \frac{d}{dt} \arctan \frac{Y(t)}{X(t)} \quad (3.50)$$

$$= \frac{X(t)Y'(t) - X'(t)Y(t)}{X(t)^2 + Y(t)^2} \quad (3.51)$$

と、瞬時的な角周波数を得る形になっている。

この方法論では、我々の手法とは異なり、当然ながら一つの振動モードしか得られないため、複数の振動モードが含まれた波形を解析した場合への適用性に疑問が生じることになり、汎用性にも疑問がある。

### 3.2.3 Empirical Mode Decomposition (EMD)

Empirical Mode Decomposition (EMD) は、Huang [47] らによって提案された時間周波数解析手法であり、その計算手順は、かなり独特なものになっている。

時系列データ  $s(t)$  の上側の包絡線  $\bar{s}(t)$  と下側の包絡線  $\underline{s}(t)$  とを、3次スプライン補完を用いて構成し、これらの平均値との差分

$$r_{1,0}(t) = s(t) - \frac{1}{2}(\bar{s}(t) + \underline{s}(t)) \quad (3.52)$$

を取る。これは、波形のバイアス成分（上下の非対称性）の除去に相当し、結果的にハイパスフィルタ的な働きをする。

この手続を、波形の対称性がよくなるまで

$$r_{1,n+1}(t) = r_n(t) - \frac{1}{2} \left( \overline{r_{1,n}}(t) + \underline{r_{1,n}}(t) \right) \quad (3.53)$$

と、繰り返し操作し、最初の振動モード

$$s_1(t) = r_{1,N}(t) \quad (3.54)$$

を得る。

繰り返しの停止条件として、例えば差分

$$\frac{\|r_{1,n+1}(t) - r_{1,n}(t)\|}{\|r_{1,n}(t)\|} < 0.2 \sim 0.3 \quad (3.55)$$

を参考にする方法がある。

このような振動モード抽出

$$r_{M+1,1}(t) = s(t) - \sum_{m=1}^M s_m(t) \quad (3.56)$$

を繰り返していくことで、最終的な振動モード展開

$$s(t) \simeq \sum_{m=1}^M s_m(t) \quad (3.57)$$

を得る。

この手順により、周波数の最も高い振動モードから順に振動モードが得られていくものと考えられる。

Huang の主たる解析対象は地震波形であることもあり、この手法は、地球科学系の分野でよく用いられているようである [50, 51, 52, 53, 54, 55]。

また、モード展開の関数形を特に規定していないというのも、この手法が好まれている分野が存在する理由の一つとなっているようである。

ただし、関数形を規定しないということは、解析結果に対する議論が印象論的なものにとどまり、再現性を客観的に評価するための基準や、さまざまな報告間での客観的な相互比較が困難であるというデメリットを伴うことになる。

この手法については、多チャンネル化 [56] や、高次元化 [57, 58, 59] への試みが興味を中心となっているようである。

### 3.2.4 AM-FM 振動モデル

ここでは、Nuttall [49] が提案したものをあげる。上で示した我々の手法の導入手順も、アイデア的にはこのモデルのバリエーションであるといえる。

Nuttall のモデル式は

$$s(t) = A(t) \cos \phi(t) \quad (3.58)$$

という形を取る。 $A(t)$  が AM 変調項であり、 $\cos \phi(t)$  が FM 変調項に対応する、AM-FM 変調振動モデルとなっている。

これもまた瞬時周波数の算出を可能にするために考案されたものであり、多くの研究者によって検討がなされている [35, 50]。

このモデル式については、AM 変調項が加わることにより、基底の直交性が満たせなることが問題視されている。つまり、解を一意に与えることができず、問題が設定不良となる。

解の一意性に対する問題提起の例として、このモデル式を拡張した

$$s(t) \simeq \sum_{m=1}^M s_m(t) = \sum_{m=1}^M A_m(t) \cos \phi_m(t), \quad A_m(t) > 0, \phi'_m(t) > 0 \quad \forall t \quad (3.59)$$

について、Daubechies [35] らが指摘している。

Daubechies らが挙げた具体例は

$$s(t) = 0.25 \cos(\Omega - \gamma)t + 0.25 \cos(\Omega + \gamma)t + 2.5 \cos \Omega t \quad (3.60)$$

$$= \left(2 + \cos^2 \frac{\gamma}{2} t\right) \cos \Omega t \quad (3.61)$$

であり、この事例では、解析対象波形を3つの正弦波の合成と見ることも、1つの AM 変調波形であると見ることもできる。上に示した EMD においては、ゆっくりした AM 変調を伴う FM 変調という描像である後者の表現が好ましく、この描像が描けるためには

$$\Omega \gg \gamma \quad (3.62)$$

である必要があると、指摘している。

しかし、一般の解析対象が常にこの条件を満たすわけではなく、解析によってどちらの解が得られることになるのか、また、どちらとも異なる解が得られるのかについては、各パラメータのタイムスケールによって変化するものと考えられる。この問題について、具体的にどういう場合にどのような解が得られるのかについては、数学的には未解明であると、Daubechies らは述べている (“our mathematical understanding of it is still very sketchy” [35])。

また、この Nuttall の式は本質的に非線形であることから、直接このまま解くことは難しい。そこで、Huang [47] は、解析に用いる区間内で、AM 変調項は定数とみなし、また、FM 変調項は一次関数（正弦波）とみなすことで、線形問題に帰着させている。

つまり、我々のモデル式において、

$$H_m(t)|_{t \sim t_0} = \ln c_m(t_0) + 2\pi i f_m(t_0) \cdot (t - t_0) \quad (3.63)$$

とおき、 $c_m(t_0)$  と  $f_m(t_0)$  とを区分的に求める問題に相当する。我々の手法とは異なり、AM 変調項を実質無視する形になっている。FM 変調項についても、区分的に定数とみなしてしまっているために、時間波形を得るためには瞬時周波数の積分が必要となるという観点が欠落し、瞬時周波数に時間をかけ合わせて足りると勘違いしてしまっているというミスをしている。

つまり、本来は

$$H_m(t)|_{t \sim t_0} = \ln c_m(t_0) + 2\pi i \int_{t_0}^t f_m(\tau) d\tau \quad (3.64)$$

と、すべきである。このミスは割と広く見られるものであり、Kawata [22] にも同じ間違いを犯している。

このミスは、たとえばチャープ波形

$$s(t) = \cos(vt + wt^2 + \phi) \quad (3.65)$$

の解析事例で表面化する。正しい瞬時周波数は

$$f(t) = \frac{d}{dt} (vt + wt^2 + \phi) \quad (3.66)$$

$$= v + 2wt \quad (3.67)$$

となるのに対し、このミスに従えば、

$$f(t) = \frac{vt + wt^2}{t} \quad (3.68)$$

$$= v + wt \quad (3.69)$$

となるため、著者が期待する周波数と、実際に解析によって得られる周波数とに差異が生じることになる。

この状況は、FM 変調波形

$$s(t) = \cos(vt - c \cos wt + \phi) \quad (3.70)$$

を用いた場合も共通で、この場合の瞬時周波数は

$$f(t) = \frac{d}{dt} (vt - c \cos wt + \phi) \quad (3.71)$$

$$= v + cw \sin wt \quad (3.72)$$

と、 $\cos$  が  $\sin$  に置き換わる。周波数変調幅も、単純には  $v \pm c$  と期待されるのに対し、実際には  $v \pm cw$  となる。

このようなミスを犯してしまっているものとして、例えば Hirobayashi [60] があげられる。

それにもかかわらず、文献中では「よく合っている」と主張されている。このような主張が通ってしまうのは、このズレを疑問視できるためには、査読者が事前に上記の事情を知っている必要があることから、その知見に欠けていたためであろうと考えられる。

その一方、van der Pol や Daubeschies などは、この事情を正しく認識している。Hilbert 変換を用いた瞬時周波数の算出式でも正しく取り扱われている。「周期の逆数」といったような素朴な周波数概念からは、積分が必要という発想はなかなか思い浮かばないものと思われる。

### 3.2.5 Singular Value Decomposition (SVD)

Singular Value Decomposition (SVD) [61] は、 $m \times n$  の行列  $\mathbf{A}$  を、 $m \times m$  の正方行列  $\mathbf{U}$ 、 $m \times n$  の対角行列  $\mathbf{\Sigma}$ 、 $n \times n$  の正方行列  $\mathbf{V}^*$  の積

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^* \quad (3.73)$$

に分解する手法である。

SVD を用いて連立方程式

$$\mathbf{A}\vec{X} = \vec{B} \quad (3.74)$$

を解く場合には、左辺の  $\mathbf{A}$  に SVD を適用

$$\mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^*\vec{X} = \vec{B} \quad (3.75)$$

したうえで、 $\mathbf{U}^*\mathbf{U} = \mathbf{I}$ 、 $\mathbf{V}^*\mathbf{V} = \mathbf{I}$  という性質を利用して、

$$\vec{X} = \mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^{-1}\mathbf{U}^*\vec{B} \quad (3.76)$$

を得るという手続きになる。

ここでは、SVD の応用として、Tufts [62, 63, 64] らによって検討されたものを取りあげる。それは、結果的に、線形予測法において、信号成分とノイズ成分との分離による精度向上を目指したものとなっている。

Tufts らは、解析対象の時系列

$$s(t) \in \mathbb{C} \quad (3.77)$$

が、 $M$  個の正弦波の一次結合による信号成分

$$s_S(t) = \sum_{m=1}^M c_m e^{2\pi i f_m t} \quad (3.78)$$

と、不特定ノイズ成分（文献上の数値実験では複素数のガウシアンノイズ）

$$s_N(t) \in \mathbb{C} \quad (3.79)$$

との足し合わせ

$$s(t) = s_S(t) + s_N(t) \quad (3.80)$$

で構成されているものとしている。

その上で、 $M'$  次の連立方程式

$$\begin{pmatrix} s(0) & \cdots & s([M' - 1]\Delta T) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ s([N - M']\Delta T) & \cdots & s([N - 1]\Delta T) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{M'} \\ \vdots \\ a_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s(M'\Delta T) \\ \vdots \\ s(N\Delta T) \end{pmatrix} \quad (3.81)$$

を解くことを考える。

この式は、上記 SVD を用いての数値解の算出が可能であるが、Tufts らは、この左辺の行列を転置したものを両辺に掛け合わせることで、通常の線形予測法の計算式としているようである。ただし、ここでの  $s(t)$  は複素数で考えられていることから、転置にあたって複素共役をとる必要がある。

ここで、

$$M' > M \quad (3.82)$$

の場合に対し、Tufts らは、信号  $s_S(t)$  に対応する極は単位円周上の正しい位置 (“will be in their correct or approximately correct locations” [64]) に、ノイズ  $s_N(t)$  に対応する極は単位円の内側 (“will be located inside the unit circle” [64]) に位置するはずなので、信号成分とノイズ成分とを分離できると主張している。

この数値計算によって得られる解は、

$$s(t) = \sum_{m'=1}^{M'} c_{m'} e^{(\lambda_{m'} + 2\pi i f_{m'})t} \quad (3.83)$$

の形になり、ここで、

$$\lambda_{m'} \leq 0 \quad (3.84)$$

となる。そこで、こうして得られる  $\lambda_{m'}$  を、

$$0 \geq \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \geq \lambda_{M'} \quad (3.85)$$

と、順序付けて並べることができる。そして、こうして並べたもののうち、最初の  $M$  個の  $\lambda_{m'}$  に対応する周波数  $f_{m'}$  を信号成分、 $M + 1$  番目以降のものをノイズ成分と、振り分けることができる。

こうすることで、信号成分のみによる線形予測スペクトル

$$P(f) \propto \frac{1}{\prod_{m=1}^M (1 - e^{[\lambda_m + 2\pi i(f_m - f)]\Delta T})} \quad (3.86)$$

を表示することができる。

この主張が成立するためには、自己相関行列が Toeplitz 行列になっている必要がある。

しかし、上記手続きで得られる自己相関行列は、対称行列にはなるが、Toeplitz 行列には必ずしもならない。つまり、そもそも

$$0 \geq \lambda_1 \quad (3.87)$$

が、成立しない。これは、我々が称するところの開放端条件に従った自己相関行列になるからであり、極は単位円内外の任意の場所に位置することができる。

この状況から、Tufts らは、この文献で示した式を実際には用いておらず、数値計算ライブラリで用意されていた Itakura の式などを用いて数値計算を行ったのではないかと推測される。その場合には、上記主張が成立する。

ただし、Tufts らが、自身らが論文上で示した式と、自身らが数値計算で用いた式とが相異なるものであるという事実を認識していたかどうかについては判断することができない。おそらく、相異なるものであるという事実の認識がなく、「善意」で研究したものと思われる。そして、この「善意」と、おそらくは Itakura の式であろうと考えられる数値計算上の計算式とが、査読者や論文の読者にも共有されていたため、「相異なる」という問題の存在に気づけていなかったのではないかと推測される。

さらに、モデル式である式 (3.78) には振幅  $c_m$  が含まれているが、論文にはこの値の算出に関する記述がない。式 (3.86) におけるスペクトル上のピーク値が  $c_m$  に対応するものと思われていた可能性が高いが、実際のところは不明である。

### 3.2.6 Movable Auto Regressive System (MARS)

Movable Auto Regressive System (MARS) 法 [19] は、Kawata らにより、赤外線分光データ解析への最大エントロピー法の適用に端を発して考案された手法である。

はじめ、この実験データの解析には、Toeplitz 行列を用いた標準的な最大エントロピー法が用いられていた [20]。

これにより、周波数の分解能は向上するものの、当時のコンピューターの能力では計算量が FFT に比べて大きくなることが課題とされている。また、スペクトルの分裂が発生することも問題視されている。このスペクトルの分裂は、我々が示したとおり、自己相関行列として Toeplitz 行列を用いていることに由来する [28]。

この手法は、後に、Minami ら [21] により、上述した Tufts らによる論文上の式 (3.81) に従った自己相関行列を用いる方法に修正されている。つまり、我々が称するところの開放端条件に従った自己相関行列である。Tufts らは、実際の数値計算には、論文に記載されていない Itakura の式を数値計算に用いた可能性が高いが、その事情を知らない読者

であれば、実際に論文に記載されている式を用いることを試みるのが自然である。特に、Minami らは、Toeplitz 行列を用いた最大エントロピー法を既に用いていたことから、それとは異なるという理由で、論文に実際に記載された式を試してみたものと思われる。

これが功を奏し、精度良く所期の周波数情報を得ることができている。

ただし、Tufts らの主張とは異なり、 $\lambda_m$  は正負両方の値を取ることができることから、その絶対値を取り、

$$0 \leq |\lambda_1| \leq |\lambda_2| \leq \dots \leq |\lambda_{M'}| \quad (3.88)$$

として、最初の  $M$  個を選んだのではないかと考えられるが、確実に得られているはずの  $\lambda_m$  に関する言及が論文中に一切無いため、実際のところはわからない。

Kawata らは、この実験への適用の発展として、Short Time Fourier Transform (STFT) の代替として、最大エントロピー法を区分的に適用する試みをしている [22]。論文のタイトルとしては“time-varying autoregressive modeling”、本文中では“short-time autoregressive model”と、称している。これが、MARS 法の本体となる。

Kawata らは、解析対象として、2つのチャープ波形の合成波形

$$s(t) = A \cos \frac{t}{2500} + \cos \frac{1024 - t}{1600} \quad (3.89)$$

を用いている。ここで、 $A$  は、 $A = 1$  と  $A = 2$  の場合とを比較している。

この表式から想像される通り、ここで得られる瞬時周波数は、

$$f_1(t) = \frac{t}{2\pi \cdot 2500} \quad (3.90)$$

$$f_2(t) = \frac{1024 - t}{2\pi \cdot 1600} \quad (3.91)$$

であると思込まれており、数値計算の結果が、これとよく一致していると主張している。そしてまた、解析で得られる結果は  $A = 1$  と  $A = 2$  とで共通であるが、 $A = 2$  とした時の方が解析結果の安定性が高いと述べている。

瞬時周波数は、正しくは、

$$f_1(t) = \left( \frac{t}{2\pi \cdot 2500} \right)' = \frac{2t}{2\pi \cdot 2500} \quad (3.92)$$

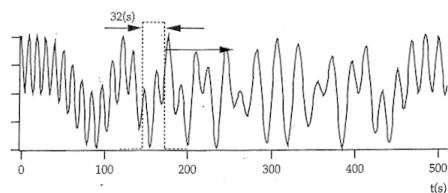
$$f_2(t) = \left( \frac{1024 - t}{2\pi \cdot 1600} \right)' = \frac{1024 - 2t}{2\pi \cdot 1600} \quad (3.93)$$

となる。

Kawata らの論文中で、理論値として引かれている直線が、これであり、これが「よく一致している」とされている対象となっている。この点については、図 3.1 にあるとおり、論文の図において  $f_2(512) = 0$  となっていることから容易に確認できる。



Jpn. J. Appl. Phys. Vol. 36 (1997) Pt. 2, No. 4B

S. KAWATA *et al.* L 523

1. Summation of two chirp signals given as  $s(t/2500 \cdot t) + \cos((1024 - t)/1600 \cdot t)$ .

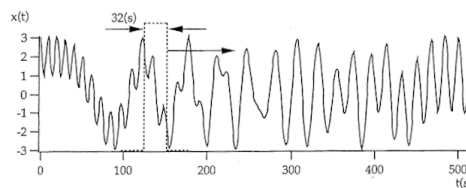
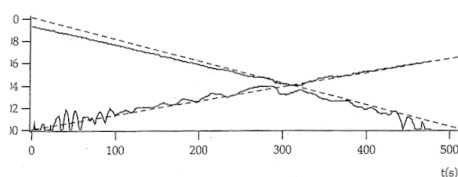


Fig. 3. Summation of two chirp signals given as  $2 \cos(t/2500 \cdot t) + \cos((1024 - t)/1600 \cdot t)$ .



2. True transient frequencies (dotted lines) and the transient frequencies estimated by the proposed method (solid lines) for  $s(t/2500 \cdot t) + \cos((1024 - t)/1600 \cdot t)$ .

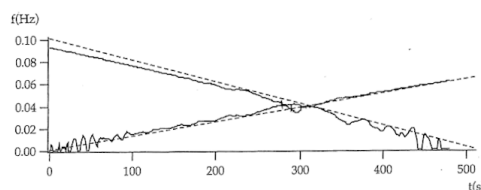


Fig. 4. True transient frequencies (dotted lines) and the transient frequencies estimated by the proposed method (solid lines) for  $2 \cos(t/2500 \cdot t) + \cos((1024 - t)/1600 \cdot t)$ .

図 3.1 Kawata *et al.* [22] の図

つまり、Kawata らは、自身らの手法を用いた場合に得られる周波数情報の説明をすることができていない。このため、MARS 法を追試しても、期待と異なる周波数値が得られることから、利用が広まらなかったものと考えられる。

なお、正確には、チャープ波形は非線形であるため、これら 2 つのチャープ波形は局所座標系の直交基底にはなれない。つまり、ここでの合成波形を解析しても、もとのチャープ波形に分離されるわけではない。両波形間のクロスタームが発生し、互いに混じり合った波形が、解析結果として得られることになる。

### 3.2.7 Multiple Signal Classification (MUSIC)

MULTiple SIGNAL Classification (MUSIC) 法は、Schmidt [65] による、レーダー信号解析を主目的として提案された手法である。この手法は、Bienvenu [66] による、ソナー信号の音響解析における、ソナー信号と背景ノイズとの分離手法の考え方をベースとしている。

その技術的内容は、実質的に Minami ら [21] によるものと同じであり、その違いは、解析によって得られた  $\lambda$  全体に対し、 $\lambda$  の閾値  $\lambda_{\min}$  をもうけ、

$$\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_{\min} \leq \dots \leq \lambda_M \quad (3.94)$$

とし、この閾値より  $\lambda$  が大きなものによる部分空間を「信号空間」、小さなものによる部分空間を「ノイズ空間」と称する点にある。

matlab のマニュアル [67, 68] によると、数値計算上は、自己相関行列を Toeplitz 行列

とするのが一般的なようである。その中で、自己相関行列の計算オプションを covariance としたものが、開放端条件に相当する [69]。また、 $\lambda$  の閾値を与える代わりに、大きい方からいくつ選ぶかを設定する仕様もある。

この Schmidt による方法では、単位円の外側に大きくはみ出した極も信号空間内に取り込まれることになるため、Minami らが用いたと考えられる方法の方が、より妥当であるといえる。また、自己相関行列を Toeplitz 行列にすることにより、この問題を回避することができるが、この場合は、Tufts らの数値計算上の（文献には記載されていない）手法そのものとなる。そしてこれが、Toeplitz 行列を用いることが好まれる理由である可能性がある。ただし、繰り返しの指摘にはなるが、Toeplitz 行列の採用は、スペクトルピークの分裂を招くことになる。

### 3.2.8 各種手法との関係性のまとめ

様々な従来手法は、我々の手法のサブセットとして理解することができることから、その状況を表 3.1 にまとめて示す。

それぞれの手法の特徴は、我々の手法において解析によって算出する対象である 2 つの実関数  $f_m(t)$ ,  $\lambda_m(t)$  の形をどのように決め打ちしているかによって示すことができる。

表 3.1 各種手法との相違点

手法名	$f_m(t)$	$\lambda_m(t)$	コメント
我々の手法	任意関数	任意関数	局所座標系の直交基底をなす
DFT	$m/M\Delta T$	0	$f_m$ は周波数空間を等分割する定数
STFT	$m/M\Delta T$	0	振幅が区分的に変化 周波数は固定
MARS 法	階段関数	0	区分的に MEM を適用、 $\lambda_m$ は無視
Prony 法	定数	定数	半無限区間で定数 暗黙に $\lambda_m < 0$
MUSIC 法	定数	定数	ノイズ判定のための $\lambda_{\min}$ を用いる
LPC, MEM	定数	負の定数	Toeplitz 行列化で減衰振動波形に強制変形
Hilbert 変換	$\pm f_1(t)$	$\lambda_1(t)$	$M = 2$ 限定で拡張不能

表中では簡単のため、我々の手法を任意関数と表しているが、実際には連続性や微分可能性などの制約が当然に伴うことになる。

従来手法全般では、 $f_m(t)$  と  $\lambda_m(t)$  を定数とし、時不変なモデル式とするものが主流となっている。また、 $\lambda_m(t)$  がゼロから離れることをネガティブに捉える傾向がある。中には、両者を任意関数として求める Hilbert 変換もあるが、我々の手法のようにモード分解

は行えない形となっている。

これに対し、我々の手法は、関数形を事前には決め打ちせず、解析の結果として非線形関数が数値的に得られる解析手法となっている。

これは言い換えれば、従来手法は、それぞれの関数形を決め打ちすることで、それぞれのニッチに特化して最適化された解析手法になっているともいえる。そして、この表は、それぞれの手法がどういう方向に特化しているのかを示したものとなっている。

例えば DFT は、 $\lambda = 0$ 、つまり、解析対象が定常信号であるとみなし、さらに、解析対象の周波数を正確に求めようとする代わりに  $f_m = m/M\Delta T$  と周波数空間を等分割する定数で決め打ちし、それぞれの周波数に対応する振幅を求めることで、よりもっともらしい周波数を推定する手法となっている。このような割り切りにより、FFT のような高速解析手法が可能となっている。

### 3.3 本章のまとめ

この章では、非線形な信号解析を可能とする、我々の手法の導入とともに、瞬時パワースペクトルの算出式の導入をした。また、我々の手法と関連する手法を列挙し、我々の手法と比較検討した。

ここでは、我々の手法を、van der Pol による瞬時周波数の考え方を拡張したものという形で定式化し、モデル式を導入した。

van der Pol の式が周波数変調を記述する式になっているのに対し、我々は、これに振幅変調に対応する項を追加した。また、van der Pol は一つの振動モードしか考えていなかったのに対し、振動モード数を一般の数で考える形に拡張した。これにより、FM 変調と AM 変調とが合成された振動モードによる級数展開式として、我々のモデル式が記述された。

FM 変調と AM 変調との合成により、我々のモデル式は本質的に非線形となることから、そのまま直接解くことはできない。そこで、局所線形化の考え方を導入し、局所的な線形問題として近似計算する手法を導入した。これにより、本質的に非線形な問題を、単純な線形問題の積み重ねとして取り扱うことが可能になる。

この局所的な線形問題の計算式は、線形予測法の計算式そのものとなる。また、局所的なモデル式は Prony 法そのものとなる。これら手法との違いは、両者が半無限区間での線形性を仮定しているのに対し、我々の手法では、微小区間内での線形性しか仮定しないという点にある。そして、各微小区間に線形予測法を適用した結果を積分していくことで、全体として非線形な問題の近似解を得る形になっている。

上記手法導入に続けて、様々な関連手法との比較検討をおこなった。比較には、我々の

手法のモデル式

$$s(t) = \sum_{m=1}^M e^{H_m(t)} \quad (3.95)$$

をベースとし、このサブセットとしてどう記述されるかという形を中心としておこなった。

まず、Prony 法は、 $H_m(t)$  として 1 次関数を取る場合に相当した。つまり、

$$H_m(t) = c_m + (2\pi i f_m + \lambda_m)t \quad (3.96)$$

の場合である。

Hilbert 変換は、我々の手法において、 $M = 2$  とした場合に相当した。つまり、

$$H_{\pm}(t) = c_m \pm 2\pi i f(t) + \lambda(t) \quad (3.97)$$

の場合である。

Empirical Mode Decomposition (EMD) は、観測波形の上下包絡線の対称性を高めるためのバイアス成分の除去を逐次におこなうことを目的とする手法であり、直接的な周波数解析には着目しない手法であった。

Tufts らによる手法は、

$$H_m(t) = c_m + 2\pi i f_m t \quad (3.98)$$

の形でモデル式を記述し、自己相関行列を Toeplitz 行列化しない計算式を論文中に記述していた。しかし、そこでなされていた議論は、自己相関行列を Toeplitz 行列化しなければ成立しないものであった。

論文には記述されていないが、自己相関行列を Toeplitz 行列化した場合のモデル式は、Prony 法のものに

$$\lambda_m < 0 \quad (3.99)$$

なる制約を加えたものとなる。こうした上で、 $\lambda_m$  の値がゼロに近い方から適切な数だけ振動モードを抽出し、それ以降の、減衰率  $\lambda_m$  の大きな振動モードはノイズ成分として除去するものとなっていた。

また、Prony 法では算出対象となっている  $c_m$  の算出に対する言及は無く、全極モデルによる線形予測スペクトルが示されていることから、このスペクトル上のピーク値が  $c_m$  に対応するものと思われていた可能性が高い。

Movable Auto Regressive System (MARS) は、初めは自己相関行列を Toeplitz 行列化した場合の最大エントロピー法を採用し、後に自己相関行列を Toeplitz 行列化しない場合の最大エントロピー法に変更した。この変更にあたり、Tufts の論文を参考にしていった。

この手法は、短い時間幅で区分的に最大エントロピー法を適用するものであった。そして、ここでは、解析対象波形として、2つのチャープ波形の合成波形を用いていた。解析

結果は正しく得られていたが、それらは論文の著者らが期待していた結果とは異なるものであった。これは、論文の著者らの瞬時周波数に対する理解が不十分であったことに由来するものであった。

MULTiple SIGNAL Classification (MUSIC) は、基本的には Tufts と共通であり、matlab 上では自己相関行列の選び方に様々なオプションが用意されている。その  $\lambda_m$  の選び方は、しきい値  $\lambda_{\min}$  を設け、これより大きなものが属する空間を信号空間、残りをノイズ空間と称するものであった。この選り分けが成立するためには、自己相関行列を Toeplitz 行列化しておく必要があり、その場合には Tufts による方法と同一になることを指摘した。

以上、主たる手法はいずれも基本的に時不変であることから、最大エントロピー法のバリエーションとして理解することができる。そしてその違いは  $\lambda_m$  の選び方の方法論の部分が大きい。ただし、自身が論文中に記述した式と、数値計算上の式との違いに気づけていない部分があり、議論の混乱が目につく傾向にあった。

我々の手法に最も近いのは、区分的に最大エントロピー法を適用していた MARS 法であった。ただし、瞬時周波数に対する理解が不十分であったことに伴う齟齬が生じていた。また、得られていたはずの  $\lambda_m$  に関する言及がなく、実際上の取り扱いが不明であった。

このほか、 $c_m$  を含むモデル式が文献中に示されているもので、Prony 法のように物理的な信号強度を算出しようとするものは、見あたらなかった。スペクトル式への言及があるものについては、いずれも全極モデルのスペクトル式が示されていたことから、全極モデルのスペクトルのピーク値が  $c_m$  に対応するものと誤認されている可能性が高い。また、全極モデルのピーク値と、解析対象として与えた式の  $c_m$  の値との不一致を説明できないことから、言及を避けている可能性もある。全極モデルのピーク値は、2.1.3 項で示したとおり、 $c_m$  ではなく、 $\lambda_m$  の値によって与えられる。

赤外線分光を目的として考案された手法の発展である MARS 法や、レーダー反射波を解析対象として考案された MUSIC 法などにおいては、物理的な信号強度  $c_m$  の算出 [69] は必須なものと思われる。

## 第 4 章

# 適用場面の例示

前の章で我々の解析手法を導入したことから、この章では、我々の解析手法の適用場面を例示することで、利用イメージの具体化をはかる。また、それぞれの場面への適用にあたっての注意点やノウハウについても述べる。

適用場面としては、一周期末満波形からの周波数解析、大きな信号の影に隠れた発散振動の瞬時的検知（瞬時的ハウリング検知）、非線形信号の瞬時周波数解析、移動平均などの手法を必要としない、自動的なバイアス成分と周期成分との分離抽出、位相遅れや波形形状変化を伴わない、周期波形からのガウシアンノイズ成分の分離と除去、の順で示していく。

このほか、解析に用いる時間幅を極端に短くした場合には、マクロな時間幅で解析した結果とは全く異なる解析結果が得られることについても述べる。

## 4.1 一周期末満波形の解析

我々の手法は、解析対象波形を局所的に線形とみなして線形差分方程式でフィットし、固有値  $x_m(t)$  を求め、そこから周波数などの情報を得るという形になっている。このことから、解析対象波形との相関積分をとろうとする通常の周波数解析手法とは異なり、周期性概念を必要としない。

この結果として、我々の手法を用いれば、解析対象波形が一周期末満波形である場合であっても、そこから周波数情報を得ることが可能となる。たとえばフーリエ解析であれば、正弦波との相関積分をとる必要があることから、少なくとも正弦波の周期に相当する時間幅が必要となることと対照的である。

このような解析が可能であることを示す目的で、次の解析対象波形を導入する。

$$\begin{aligned} S(t) &= e^{\lambda t} \sin 2\pi f t \\ &= -\frac{i}{2} e^{(\lambda+2\pi i f)t} + \frac{i}{2} e^{(\lambda-2\pi i f)t} \end{aligned} \quad (4.1)$$

ここで、 $\lambda = f = 1$  とする。 $\lambda > 0$  より、これは発散振動波形となる。

また、サンプリング間隔を  $\Delta T = 0.05$ 、解析次数を  $M = 6$ 、一回の解析に用いるサンプル数を  $N = 10$  とする。これにより、一回の解析に用いる波形の時間幅は  $N\Delta T = 0.5$  となり、これは、解析対象波形の半波長幅に相当する。

この条件で離散化された式は

$$S_n = -\frac{i}{2} e^{(1+2\pi i)n\Delta T} + \frac{i}{2} e^{(1-2\pi i)n\Delta T} \quad (4.2)$$

となり、これに対し、 $n = 0, 1, 2, \dots$  を始点としてそれぞれ解析をおこなうものとする。

さて、ここで解析次数を  $M = 6$  としていることから、最大6個の固有値が得られることになる。それら固有値のうち、独立なもの数は必ずしも3個とはならない。というのは、我々の計算式では実根が得られる場合があり、その数によって独立な複素根の数が変わってくるためである。

さらに、数値計算上、解析次数が低下することにより、得られる固有値の数が減ることも頭に入れておく必要がある。実際、式(4.1)は複素共役な2つの振動モードで構成されていることから、固有値が4個余剰になる。しかし、必ずしも解析次数が4次下がるとは限らない。数値計算の残差に伴う固有値も得られるからである。

実際に数値計算をおこなうと、数値計算の残差に伴う固有値は頻繁にあらわれる。そして、それら固有値は、得られた解析結果を用いての評価の障害になることから、積極的に除去する必要がある。

ここで、図4.1(a)に解析対象波形と一回の解析に用いる時間幅、図4.1(b)に解析で得られた瞬時周波数 (instantaneous frequency, iFrq)  $f_m(t)$ 、図4.1(c)に解析で得られた瞬時振幅増減率 (instantaneous amplitude vary rate, iAVR)  $\lambda_m(t)$ 、図4.1(d)に解析で得られた瞬時複素振幅の絶対値 (instantaneous absolute amplitude, iAAmp)  $|c_m(t)|$  を示す。ここでは、数値計算で得られた全ての固有値に対応するものをプロットしている。

それらプロットのうち、解析対象波形  $S(t)$  に対応するものを  $+$  で、数値計算の残差に対応するものを  $\circ$  でプロットしている。

図より、数値計算の残差に対応するプロットが数多くなされていることを確認できる。それらプロットに対応する瞬時複素振幅の絶対値はいずれも  $10^{-7}$  より小さいことから、この振幅値が  $10^{-7}$  より小さいものを、数値計算の残差であるとみなして除去すればよいことがわかる。

これに対し、数値計算の残差に対応するプロットの瞬時周波数や瞬時振幅増減率をみると、さまざまな値をとり、一定しないことが読みとれる。つまり、それら軸上では  $S(t)$  に対応するプロットとの分離ができないことを意味する。また、瞬時周波数がゼロとなっているものもあり、それらは実根に対応する。

これら数値計算の残差に対応する固有値は除去すべきであり、ここでも除去し、以降の計算には用いない。つまり、前の章で紹介した各種関連手法が、それぞれのコンセプトで瞬時振幅増減率に相当する  $\lambda$  の値で「信号」と「ノイズ」とを分離しようとしていた試みは、結果的に全体的外れだったということになる。そして、本当に信号とノイズとの分離ができるためには、瞬時複素振幅の絶対値が必須な情報となる。



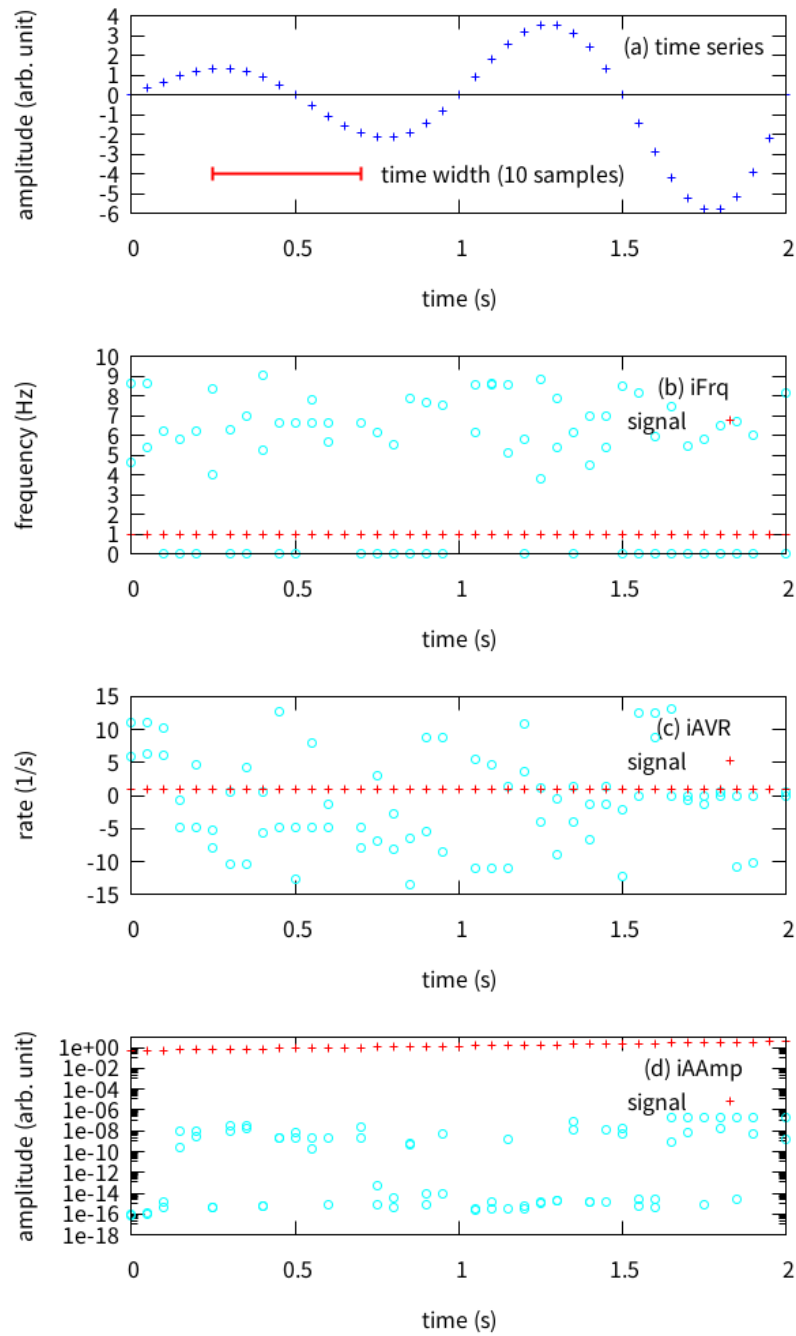


図 4.1 解析対象波形と解析結果

- (a) 解析対象波形と一回の解析に用いる時間幅。解析で得られた  
 (b) 瞬時周波数  $f_m(t)$ 、(c) 瞬時振幅増減率  $\lambda_m(t)$ 、(d) 瞬時複素振幅の絶対値  $|c_m(t)|$ 。

図 4.2 に、得られた瞬時周波数と瞬時振幅増減率との真値からのずれを示す。ここで、

$$2\pi\Delta iFrq = 2\pi(f_m(t) - f) \quad (4.3)$$

と

$$\Delta iAVR = \lambda_m(t) - \lambda \quad (4.4)$$

の絶対値をログスケールでプロットしている。

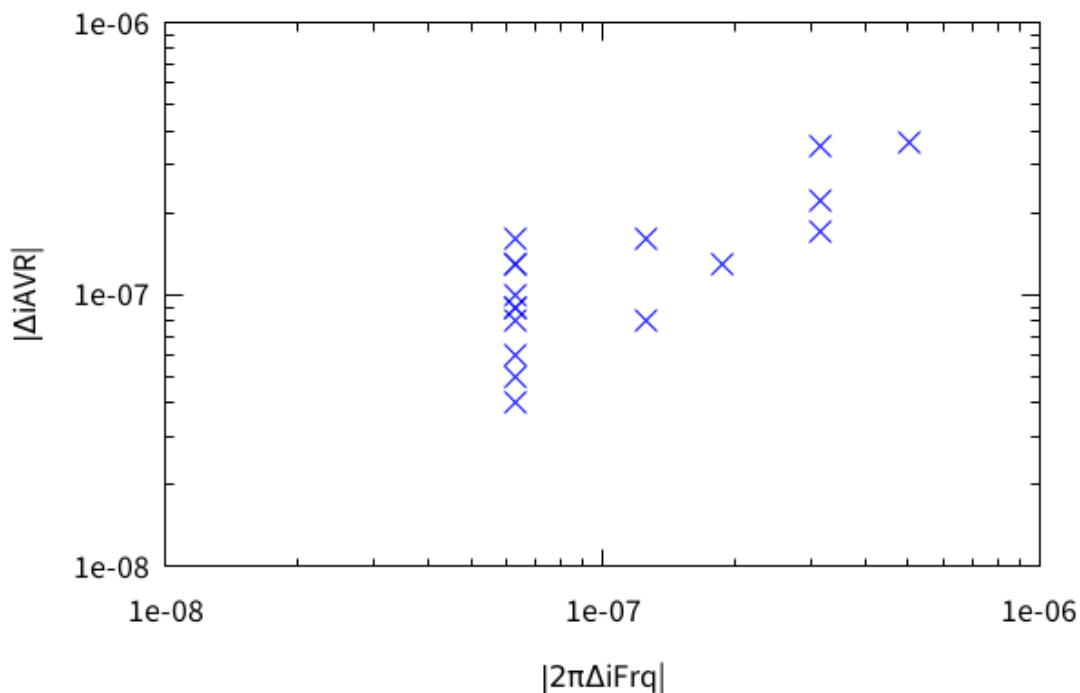


図 4.2 解析で得られた瞬時周波数と瞬時振幅増減率との真値からのずれ

得られた値の真値からのずれは  $10^{-7}$  のオーダーであり、これは、我々が用いているプログラムの数値計算上の有効桁数に対応する。

## 4.2 発散振動検知

瞬時振幅増減率は、減衰率とは異なり、正と負のどちらの値もとることができる。このことから、解析対象波形中に埋もれている小さな発散振動の検知も可能となる。つまり、ハウリングといったような異常信号検知が可能となる。

そこで、正弦波信号に小さな発散信号を埋め込んだ解析対象波形

$$S(t) = \sin 2\pi f_1 t + 10^{-7} e^{\lambda t} \sin 2\pi f_2 t \quad (4.5)$$

を用いて、発散振動を検知できる信号強度の評価をおこなう。ここで、振幅の大きな正弦波信号の周波数として  $f_1 = 1$  Hz、この信号に隠れた発散信号の周波数として  $f_2 = 1.1$

Hz、振幅の増加率として  $\lambda = 5 \text{ s}^{-1}$  をとった。また、サンプリング間隔として  $\Delta T = 0.05 \text{ s}$ 、解析次数として  $M = 6$ 、一回の解析に用いるサンプル数として  $N = 10$  と  $N = 20$  をとった。

ここで、式 (4.5) が4つの振動モードを含むことから、解析次数として  $M \geq 4$  が必要となる。

図 4.3(a) に、解析で得られた瞬時複素振幅の絶対値、図 4.3(b) に、解析で得られた瞬時周波数を示す。

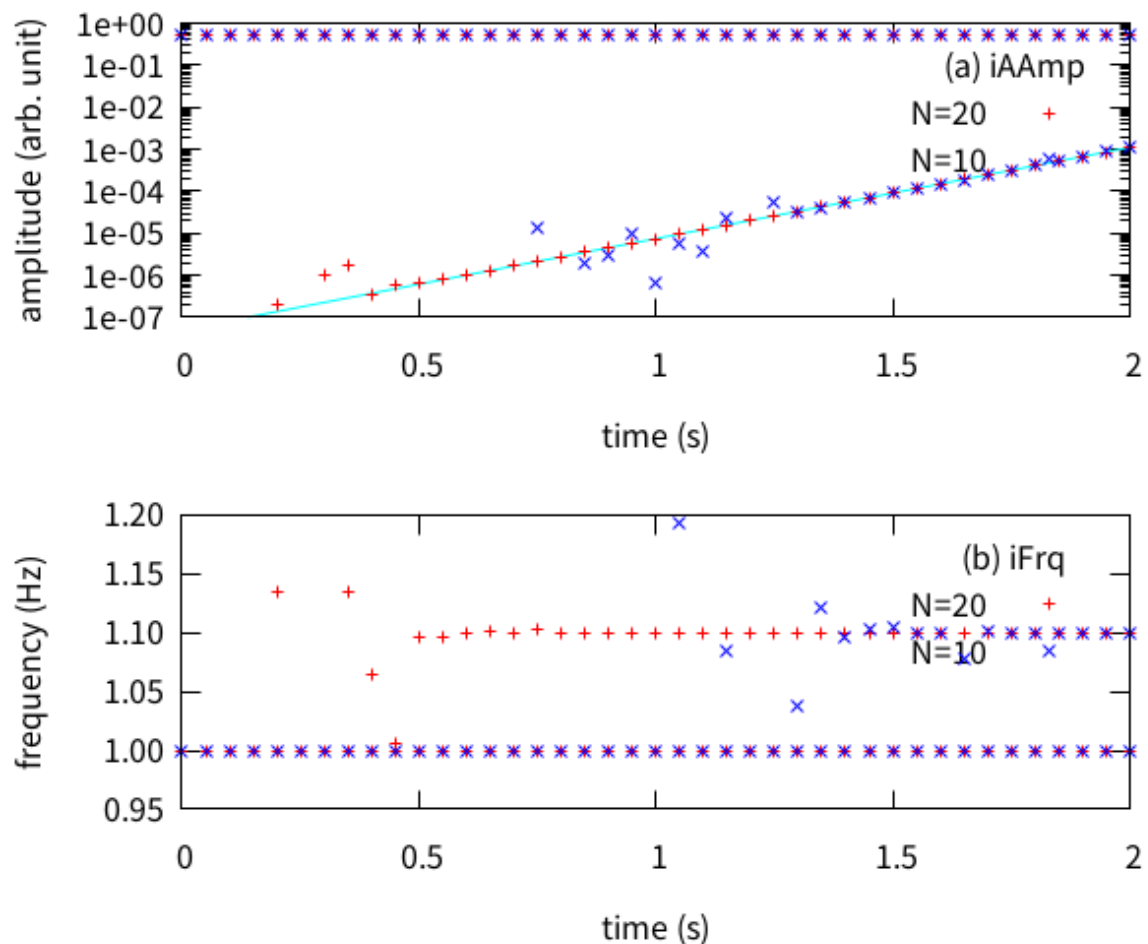


図 4.3 解析で得られた瞬時複素振幅の絶対値と瞬時周波数

(a) 瞬時複素振幅の絶対値、(b) 瞬時周波数

図 4.3(a) 中にひかれた直線は、瞬時複素振幅の絶対値の  $e^{\frac{N-1}{2}\lambda\Delta T}$  倍の値である。これは、発散信号の振幅の増加率が大きいため、最小二乗法によるフィッティングの残差が、区間の右端の振幅値をとるときに最小となるためである。この発散信号波形の振幅値は、解析に用いる区間の左端と右端との間で、 $e^{N\lambda\Delta T}$  倍異なることになる。ここで、 $N = 10$

と  $N = 20$  とをとっていることから、振幅値の違いは、それぞれ 12 倍、148 倍となる。そしてこれが最小二乗法によるフィッティングをおこなった場合の重み関数として作用していることによる。

発散信号の検知は、 $N = 20$  の場合には、瞬時複素振幅の絶対値が  $10^{-6}$  を超えた時点で、また、 $N = 10$  の場合には、瞬時複素振幅の絶対値が  $10^{-5}$  を超えた時点で可能となっていることが読み取れる。また、それら振幅値は、図中に挿入された直線によく乗っていることから、理論的に予想される値である  $\frac{1}{2} \cdot 10^{-7} e^{5t}$  と、正確に得られていることがわかる。これと同時に、瞬時周波数についても、正確に得られていることが確認できる。

従来手法で発散振動を検知するためには、振幅値の時間変化を追うことにより、振幅値が増大していることを確認する必要があるのに対し、我々の手法では、瞬時的な振幅の増大率が直接求まることから、時間を追う必要がなく、発散振動の存在を瞬時的に検知することができる。

解析結果得られた瞬時振幅増減率と瞬時周波数との精度を評価するために、それらの誤差をプロットしたものを、それぞれ図 4.4(a) と 図 4.4(b) とに示す。

図より、時刻  $t = 2$  でのエラーであれば、解析で得られた、発散振動の瞬時振幅増減率や瞬時周波数の誤差は十分に小さいとみなせるものと考えられる。この時刻における、解析で得られた瞬時複素振幅の絶対値は  $10^{-3}$  程度となっており、これは波形全体の信号強度の  $1/1000$  であることから、異常振動である発散振動の早期検知が十分にできているものと考えられる。

その一方、 $N = 10$  と  $N = 20$  との解析結果を比べると、 $N = 10$  での解析結果はふらつきが大きく、このような検知をするのにはサンプル数が少なすぎると考えられる。このことから、ある程度多めのサンプル数で安定した解析結果が得られるよう、工夫する必要があるものと考えられる。

たとえば解析対象波形が音声波形であり、そこにおけるハウリング検知の場面を考えると、本手法により、ハウリングが発生している周波数情報を、その振幅値が小さいうちに正確に得ることができることから、特にリアルタイム解析ができる場合であれば、ハウリングが発生している特定周波数に対して適合したノッチフィルタを構成することで、動的なハウリングのキャンセリングが可能になるものと考えられる。

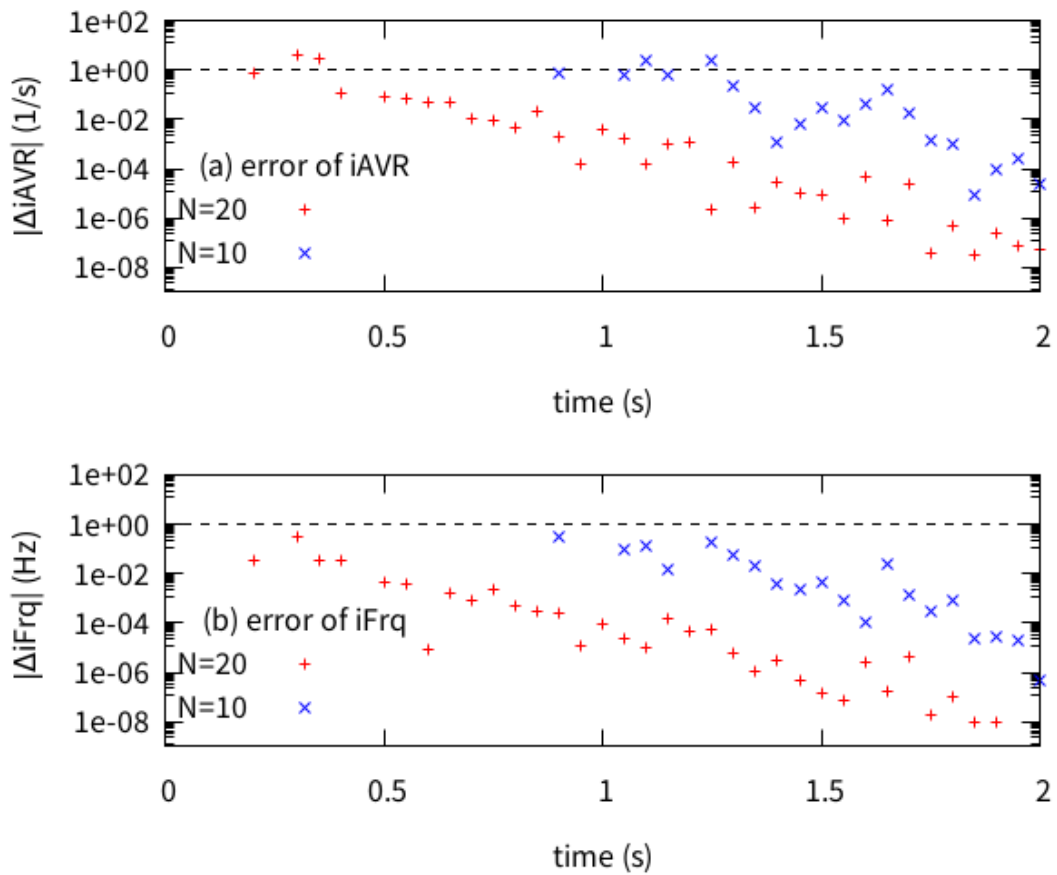


図 4.4 解析で得られた瞬時振幅増減率の誤差と瞬時周波数の誤差

(a) 瞬時振幅増減率の誤差、(b) 瞬時周波数の誤差

### 4.3 非線形信号解析

非線形信号として、周波数が逡減する減衰振動波形

$$s(t) = e^{-t} \cos 2\pi(10 - 0.1t)t \quad (4.6)$$

を考える。この式は、形式的には

$$s(t) = \frac{e^{-t+2\pi i(10-0.1t)t}}{2} + \frac{e^{-t-2\pi i(10-0.1t)t}}{2} \quad (4.7)$$

と書けることから、式 (4.7) に対応する複素関数

$$H_{\pm}(t) = -\ln 2 - t \pm 2\pi i(10 - 0.1t)t \quad (4.8)$$

の微分

$$H'_{\pm}(t) = -1 \pm 2\pi i(10 - 0.2t) \quad (4.9)$$

より、瞬時周波数  $f(t)$  と瞬時振幅増減率  $\lambda(t)$  は、

$$f(t) = \pm(10 - 0.2t) \quad (4.10)$$

$$\lambda(t) = -1 \quad (4.11)$$

と、与えられる。

ただし、局所線形化によって得られる局所近似波形が  $M$  個の線形振動子で構成される（局所座標系の  $M$  個の直交基底を構成する）ことになるのに対し、式 (4.7) は 2 個の非線形振動子で表現されていることから、そのままでは直交基底にはならない。このため、式 (4.10) や式 (4.11) の値がそのまま得られるわけではないことに注意する必要がある。

式 (4.6) の解析は、サンプリング間隔  $\Delta T = 0.001$ 、解析次数  $M = 4$ 、サンプル数  $N = 20$  として、解析に用いる区間を 1 サンプルずらしながらおこなった。

この解析により得られる近似式は、例えば時刻  $t = 0$  近傍で

$$s(t)|_{t \sim 0} \approx 0.5e^{(-1.03+2\pi i \cdot 10.0)t} + 0.5e^{(-1.03-2\pi i \cdot 10.0)t} + 3.9 \cdot 10^{-7}e^{342t} \quad (4.12)$$

と、数値的に得られた。これに対応する瞬時振幅スペクトルの式は、

$$F(0, f) = 1.0 \sqrt{\frac{1.03^2}{4\pi^2(10.0 - f)^2 + 1.03^2}} + 3.9 \cdot 10^{-7} \sqrt{\frac{342^2}{4\pi^2 f^2 + 342^2}} \quad (4.13)$$

となる。数値計算上、解析次数が下がり、 $M = 3$  となっている。また、式 (4.12) には振幅の極めて小さな項が含まれるが、その瞬時振幅増減率の値はこの前後の時刻で一貫性がなく、振幅の極めて小さな項が複数現れる瞬間もある。このことから、この項は数値計算上、解析次数が低下しなかったノイズ的な項と推定され、実質的な解析次数は  $M = 2$  に下がっているものと考えられる。先に一周期末満波形の解析事例でおこなったのと同様、以降、振幅の極めて小さな項は除去対象としてあつかうものとする。

図 4.5 に、式 (4.6) の波形と一回の解析に用いる時間幅 (a)、解析して得られた瞬時周波数 (b) と瞬時振幅増減率 (c) を示す。図 4.5(a) より、一回の解析に用いる時間幅は 0.02 秒であることから、解析対象波形の約 1/5 波長であることを確認できる。また、図 4.5(b) でプロットされた瞬時周波数  $f(t)$  は、式 (4.10) による値とよく一致し、その計算誤差は  $1.2 \times 10^{-3}$  Hz 程度である。

これに対し、図 4.5(c) でプロットされた瞬時振幅増減率  $\lambda(t)$  の値は式 (4.11) の値である  $-1$  と比べて一貫して絶対値が大きく、計算誤差は  $4.0 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$  となっている。これは、式 (4.6) の非線形性に伴うものである。

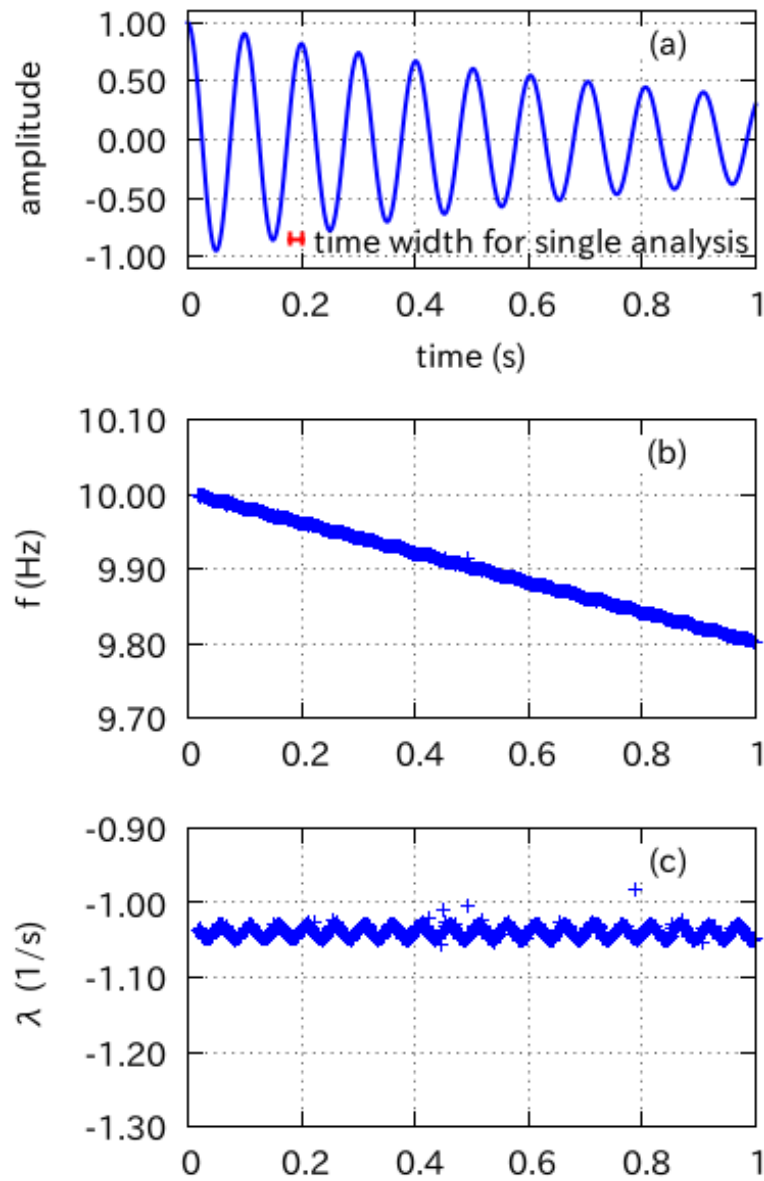


図 4.5 解析対象波形と解析結果

解析対象波形と一回の解析に用いる時間幅 (a)、解析で得られた瞬時周波数 (b) と瞬時振幅増減率 (c)。

この確認のために、式 (4.6) における非線形項の大きさを  $a$  とした関数

$$s(t) = e^{-t} \cos 2\pi(10 - at)t \quad (4.14)$$

において、 $a$  の値を 0.001 から 0.1 まで変化させた時の、 $\lambda(t) = -1$  からの誤差  $\Delta\lambda$  をプロットしたものを図 4.6 に示す。非線形項  $a$  が小さくなるにつれ式 (4.14) が線形に近づくことから、 $a \rightarrow 0$  の極限で、 $\Delta\lambda \rightarrow 0$  に向かうことが確認される。ここでの両者の関

係は、

$$\Delta\lambda \sim 0.4a^{1.1} \quad (4.15)$$

なる非自明な式で近似される。

式 (4.15) が整数次の関数であれば解析計算によるアプローチで非線形性に伴う効果の評価が可能であると考えられるが、1.1 乗と非整数であることから、数値計算によるアプローチで評価する必要があるものと考えられる。

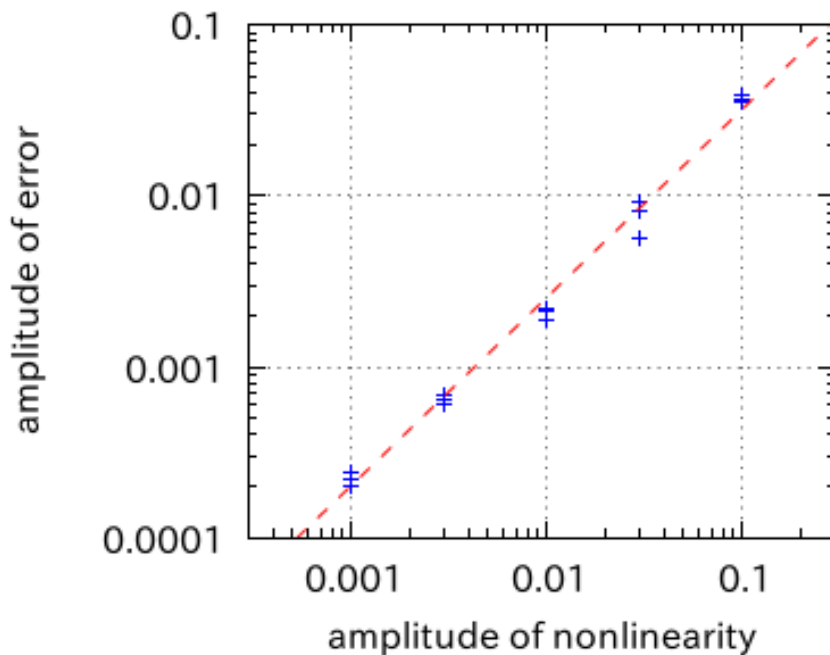


図 4.6 非線形項の大きさ  $a$  に対する瞬時振幅増減率の誤差の大きさ  $\Delta\lambda$

図中の破線は  $\Delta\lambda = 0.4a^{1.1}$

続いて、誤差の様子の詳細を見るために、算出された瞬時周波数  $f_m(t)$  の誤差

$$\Delta f_m(t) = 10 - 0.2t - |f_m(t)| \quad (4.16)$$

を横軸に、算出された瞬時振幅増減率  $\lambda_m(t)$  の誤差

$$\Delta\lambda_m(t) = -1 - \lambda_m(t) \quad (4.17)$$

を縦軸にしてプロットしたものを図 4.7 に示す。

瞬時周波数の誤差  $\Delta f_m(t)$  と瞬時振幅増減率の誤差  $\Delta\lambda_m(t)$  との間には一定の関係性があり、それぞれの誤差の平均  $\overline{\Delta f_m(t)}$ ,  $\overline{\Delta\lambda_m(t)}$  との差分である

$$\Delta' f_m(t) = \Delta f_m(t) - \overline{\Delta f_m(t)} \quad (4.18)$$



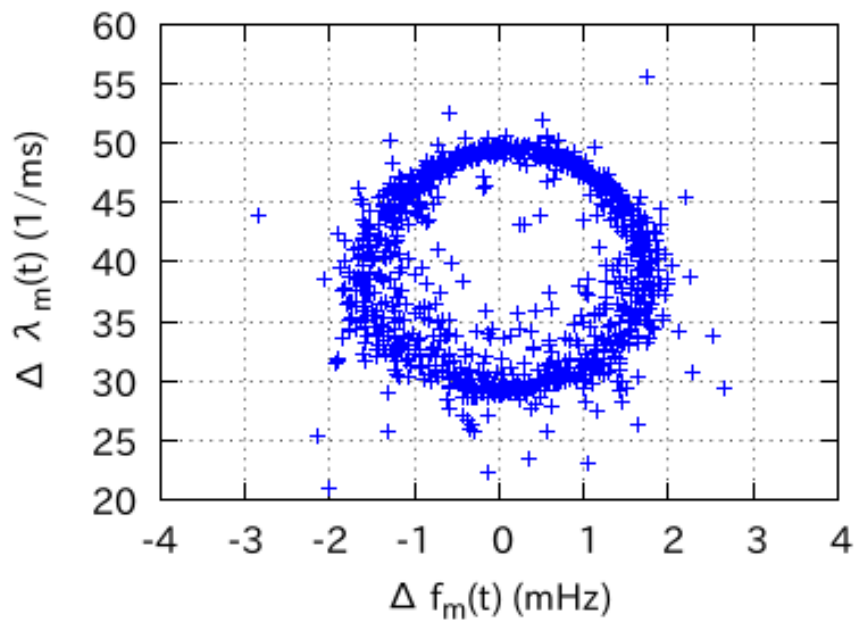


図 4.7 解析で得られた瞬時周波数の誤差と瞬時振幅増減率の誤差

と

$$\Delta' \lambda_m(t) = \Delta \lambda_m(t) - \overline{\Delta \lambda_m(t)} \quad (4.19)$$

とを用いることにより、

$$|2\pi i \Delta' f_m(t) + \Delta' \lambda_m(t)| \sim 1 \cdot 10^{-2} \quad (4.20)$$

と、見積もることができる。

図 4.5 で示した解析結果は、瞬時スペクトルの計算式を用いることにより、スペクトログラム形式で表示することもできることから、図 4.8 に示す。

表示している区間において、瞬時周波数が 10 Hz から 9.8 Hz まで連続に下がっていくのを反映し、スペクトログラム上の明るい部分の中心が右下がりになっていくのを確認できる。また、減衰振動であることから、振幅の減少を反映し、時間が進むにつれて明るい部分の幅が減少しており、右側に向かって狭まるスペクトル構造が得られている。この狭まり具合は、減衰振動の減衰率が一定で時不変であることから、直線状になっている。

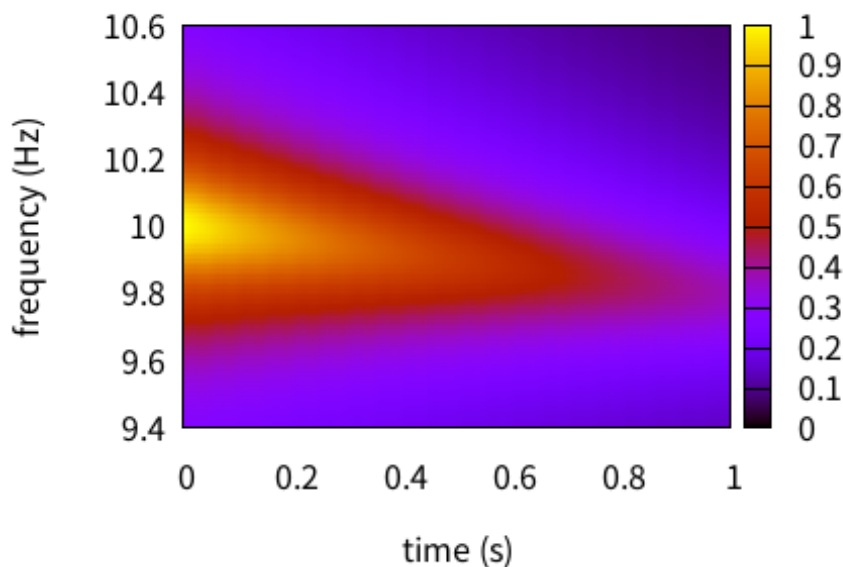


図 4.8 図 4.5 で示した解析結果のスペクトログラム形式での表示

## 4.4 自動トレンド抽出

自動トレンド抽出には、指数関数と発散振動との合成波形

$$s(t) = e^{2t} - e^t \cos 20\pi t \quad (4.21)$$

を用いる。この式は、どちらの項も極が単位円外にあり、 $t \rightarrow \infty$  で発散することから、半無限区間での解析を前提とする従来手法の適用外となる。

式 (4.21) は線形であり、第一の項に対応する複素関数は

$$H_1(t) = 2t + 0i \quad (4.22)$$

第二の項に対応する複素関数は

$$H_{\pm}(t) = -\ln 2 + \pi i + t \pm 2\pi i \cdot 10t \quad (4.23)$$

と、いずれも 1 次関数となり、これら複素関数の微分は定数となる。つまり、第一の項に対して  $(f, \lambda) = (0, 2)$ 、第二の項に対して  $(f, \lambda) = (\pm 10, 1)$  となる。第一の項が、振動を伴わない時間変動である、トレンドに対応する項となる。

式 (4.21) の解析条件は、式 (4.6) の解析条件と同一とする。

この解析により数値的に得られた近似式は、例えば時刻  $t = 0$  近傍では

$$s(t)|_{t \sim 0} \approx 1.0e^{2.0t} - 0.5e^{(1.0+2\pi i \cdot 10.0)t} - 0.5e^{(1.0-2\pi i \cdot 10.0)t} \quad (4.24)$$

となり、数値計算上の解析次数は  $M = 3$  となる。また、対応する瞬時パワースペクトルの式は

$$P(0, f) = \left( 1.0 \sqrt{\frac{2.0^2}{4\pi^2 f^2 + 2.0^2}} + 1.0 \sqrt{\frac{1.0^2}{4\pi^2 (10.0 - f)^2 + 1.0^2}} \right)^2 \quad (4.25)$$

となる。

図 4.9 に、式 (4.25) の瞬時パワースペクトルを示す。この時刻における式 (4.25) の各項の振幅の自乗は、どちらも 1.0 であり、それぞれに対応するピークが  $f = 0$  と  $f = 10$  とに確認される。また、それぞれの周波数位置におけるピーク値は、互いの項からの寄与があることから、 $P(0, 0) = 1.03$ 、 $P(0, 10) = 1.06$  と、いずれも 1.0 よりやや大きめの値となる。

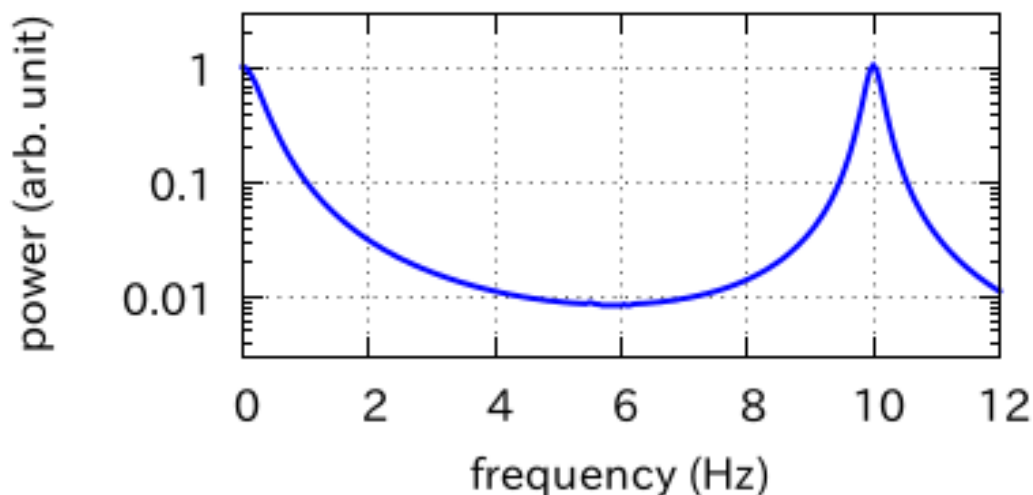


図 4.9 時刻  $t = 0$  近傍における瞬時パワースペクトル

続いて、式 (4.21) の波形と一回の解析に用いる時間幅を図 4.10 に示す。式 (4.21) の第一の項が指数関数であることから、増加トレンドを伴う波形となっている。また、一回の解析に用いる時間幅は、式 (4.21) の第二の項の周期の  $1/5$  に相当する。

図 4.11 に、解析結果を、横軸を瞬時周波数  $f$ 、縦軸を瞬時振幅増減率  $\lambda$  としてプロットしたものを示す。

式 (4.21) が線形であることから、上記解析の結果は全て同じ位置に重なってプロットされ、 $(f, \lambda) = (0, 2), (10, 1)$  の、それぞれ第一の項と第二の項に対応する 2 点が図中に現れる。

つまり、振動を伴わない時間変動であるトレンドの抽出や、発散振動波形の解析が、我々の手法により、自然に実現される。

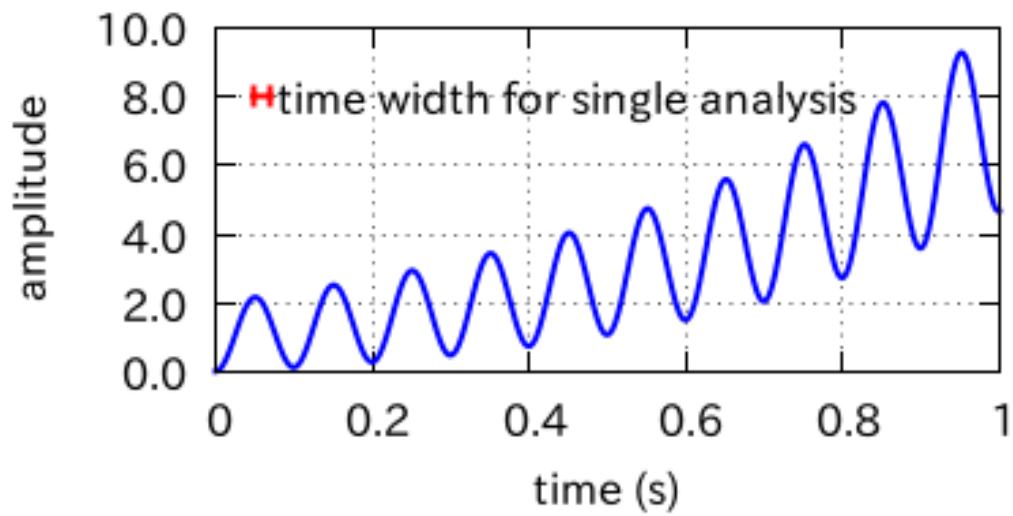


図 4.10 解析対象波形と一回の解析に用いる時間幅

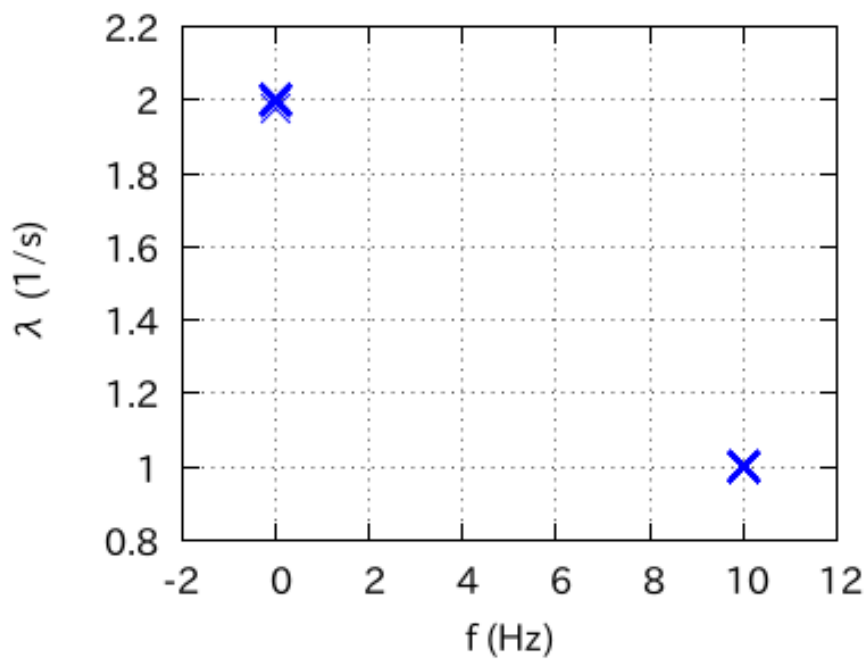


図 4.11 解析で得られた瞬時周波数と瞬時振幅増減率

さらに、瞬時複素振幅の実部をプロットすることにより、解析で分離されたトレンドと発散振動波形の、それぞれの時間発展そのものを得ることができる。瞬時複素振幅の実部をプロットしたものを、図 4.12 に示す。

図中の実線は、解析対象波形に含まれる厳密値をプロットしたものであり、それぞれ、 $e^{2t}$  と  $-\frac{1}{2}e^t \cos 20\pi t$  である。図より、解析結果得られた瞬時複素振幅の実部は、これら

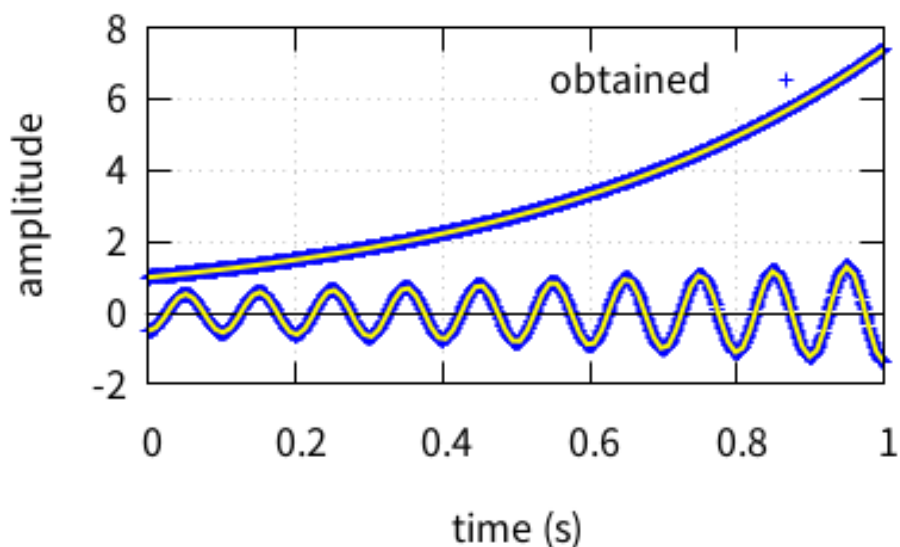


図 4.12 解析で得られた瞬時複素振幅の実部

厳密値と非常によく一致していることを確認できる。

なお、振動解は複素共役な2つの振動モードによって構成されるが、それらの実部は共通であることから、これについては2つのプロットが完全に重なりあうことになり、実際には3つの振動モードがあるにもかかわらず、2つのプロットとして表示されることになる。

## 4.5 ガウシアンノイズの分離と除去

各時刻における振動モードは、それぞれ4つの特徴量（瞬時周波数、瞬時振幅増減率、瞬時複素振幅の実部と虚部）をもつことから、これら特徴量を用いて振動モードの選りわけをおこなうことができる。そのような事例として、ここではガウシアンノイズの除去が可能であることを示す。

これを示す目的で、次の解析対象波形を用いる。

$$S(t) = \cos 2\pi t + N(0, \sigma^2) \quad (4.26)$$

ここで、 $N(0, \sigma^2)$  は、ガウシアンノイズの項であり、その標準偏差は  $\sigma = 0.2$  とする。

また、解析に用いるパラメータとして、解析次数を  $M = 6$ 、一回の解析に用いるサンプル数を  $N = 20$ 、サンプリング間隔を  $\Delta T = 0.05$  とする。これにより、一回の解析に用いる時間幅は 1 s となる。

解析対象波形を図 4.13 に示す。図中には、解析対象波形のほか、正弦波

$$S_s(t) = \cos 2\pi t \quad (4.27)$$

も、太線でプロットしている。

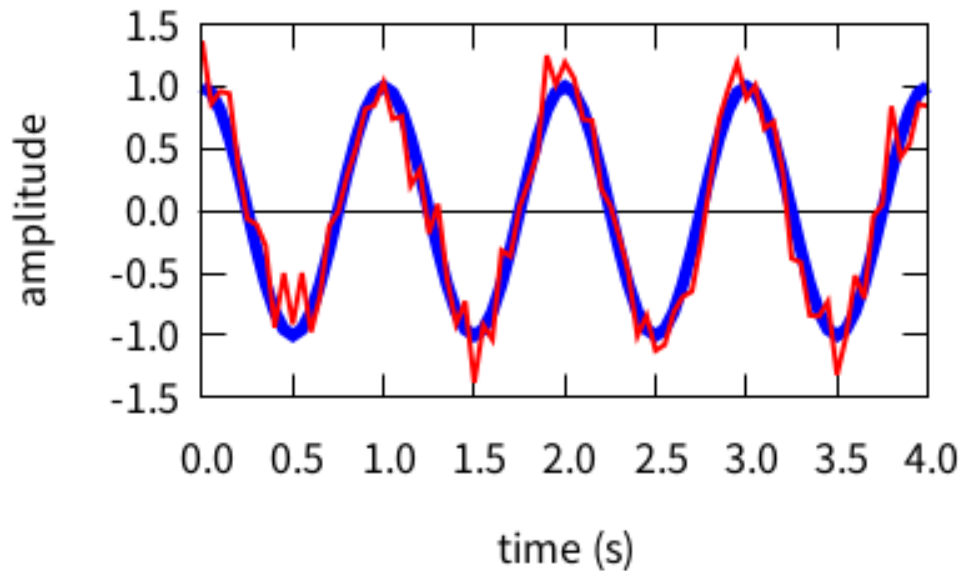


図 4.13 ガウシアンノイズを伴う正弦波波形

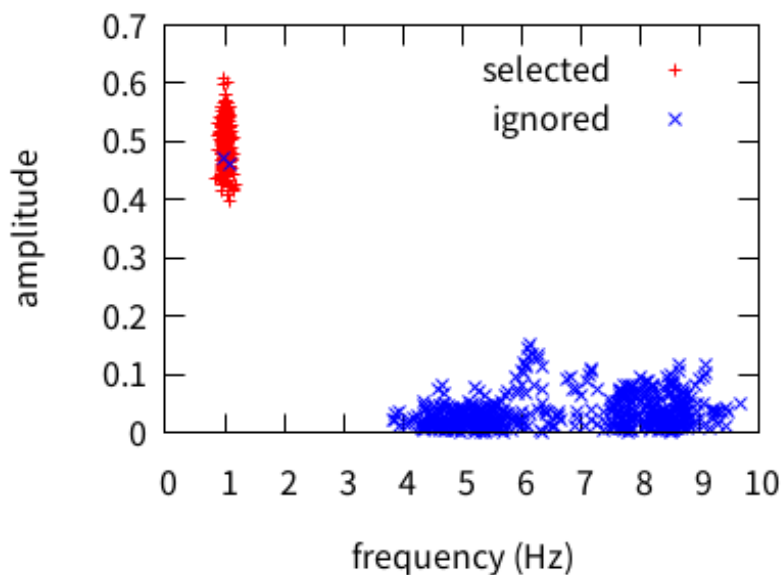


図 4.14 瞬時周波数に対する瞬時複素振幅の絶対値

解析で得られた振動モードのうち、瞬時複素振幅の絶対値 ( $iAmp$ ) が  $iAmp > 0.3$  であり、同時に、瞬時振幅増減率 ( $iAVR$ ) の絶対値が  $|iAVR| < 1$  となるものを選択し、ここで選択した振動モードを  $+$  で、それ以外の振動モードを  $\times$  でプロットしたものを、図 4.14 と図 4.15 とに示す。ここで、図 4.14 の縦軸は瞬時複素振幅の絶対値、横軸は瞬時

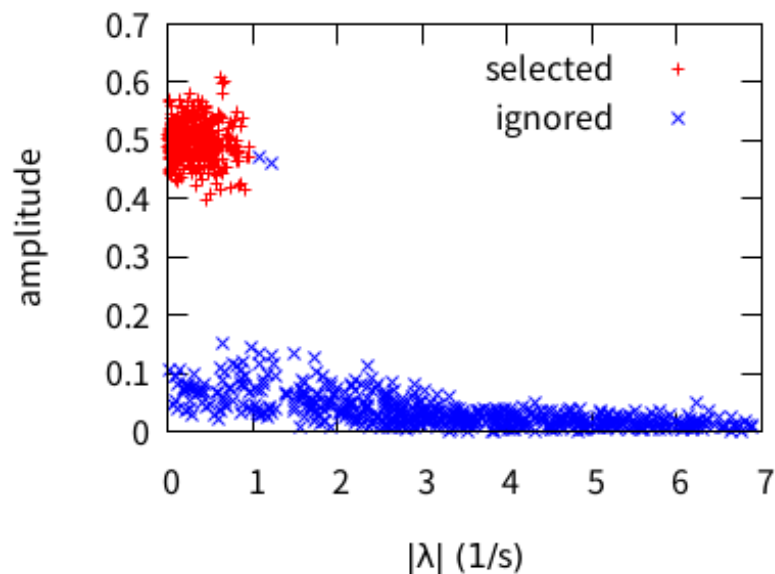


図 4.15 瞬時振幅増減率の絶対値に対する瞬時複素振幅の絶対値

周波数である。また、図 4.15 の縦軸は瞬時複素振幅の絶対値、横軸は瞬時振幅増減率の絶対値である。

どちらの図においても、明瞭に空間的に分離された 2 つのクラスタを確認することができる。ここで、 $|\text{iAVR}| < 1$  なる条件を加えたのは、周波数軸上（図 4.14）では分離されていない振動モードを、別の軸上（図 4.15）で分離することが可能であることを例示するためである。ここでは、解析対象波形の信号成分が正弦波であり、 $\text{iAVR} \sim 0$  が期待されることから、その外れ値を除去する目的で導入している。

ここで選択した振動モードに対応するクラスタは正弦波信号に対応し、その他の振動モードに対応するクラスタはガウシアンノイズに対応する。つまり、振動モードの選択によって、信号成分とノイズ成分との選り分けが実現されている。

ここでの信号成分に対応するクラスタは、どちらの図においてもコンパクトであり、瞬時複素振幅の絶対値は 0.3 より大きく、瞬時周波数はほぼ 1 Hz で、瞬時振幅増減率の絶対値はほぼ 0 である。

これに対し、ノイズ成分に対応するクラスタは、信号成分に対応するクラスタと比較して、どちらの図においても横軸方向への広がりが大きくなっている。ノイズ成分の瞬時複素振幅の絶対値は 0.2 より小さく、これはノイズの振幅として与えた標準偏差の 0.2 に対応しているものと考えられる。

以上のことから、ここでの信号成分とノイズ成分とのより分けをおこなう条件式として、上記で与えたものとは異なる条件式を与えることも可能である。

例えば、瞬時複素振幅の絶対値が 0.2 より小さく、瞬時周波数が 3 Hz より大きな振動

モードをノイズ成分として除去し、その他の振動モードを信号成分として採用するという選択肢もありうる。

ここでのポイントは、たとえガウシアンによるノイズ成分であっても振動モードとして抽出され、それら振動モードが持つ特徴量を用いての、信号成分とノイズ成分との選り分けが可能であるというところにある。

続いて、上記で信号成分として選択した振動モードの瞬時複素振幅の実部を足し合わせたもの

$$S(t) = \sum_{\text{selected}} \Re c_m^*(t) \quad (4.28)$$

を、図 4.16 に示す。

ノイズ成分に対応するクラスタが 3 Hz 以上の周波数領域に分布していることから、この成分の除去がローパスフィルタとして機能し、なめらかな曲線が得られている。

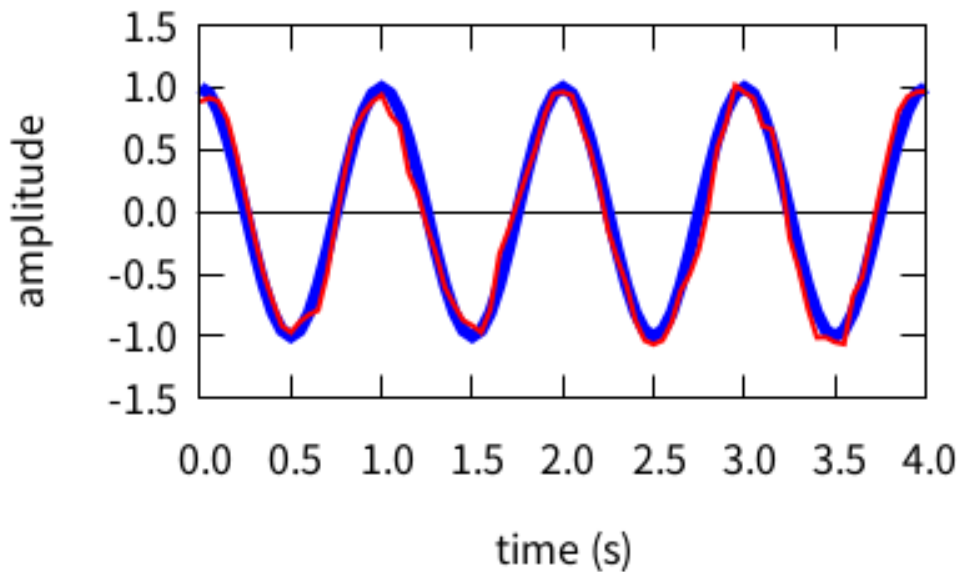


図 4.16 ガウシアンノイズ成分を除去した正弦波波形

ここで、式 (4.26) と式 (4.28) との二乗平均平方根誤差 (Root Mean Square Error, RMSE)

$$E = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [S(t) - \cos 2\pi t]^2 dt} \quad (4.29)$$

の値は、それぞれ 0.20 と 0.12 となっており、ノイズ成分の標準偏差が半減する形になっている。

FIR (Finite Impulse Response) フィルタといったような従来手法によるフィルタは、周波数特性を伴う位相遅れが発生し、波形形状がどうしても変化してしまう。



これに対し、我々の手法を用いれば、そのような位相遅れによる波形形状変化が発生しない形でのフィルタ構成が可能になる。

もちろん、そのようなフィルタ構成は、STFT (Short Time Fourier Transform) とその逆変換を用いる形などでも可能ではあるが、我々の手法のように選ぶべき対象が空間的に分離されているわけではなく、連続な分布となることから、分離境界設定のためのなにかしらのルールを別途定める必要がある。また、時間周波数分解能が、我々の手法と比べて著しく低下するため、適用対象波形は準定常的なものに限られる。

## 4.6 極端短時間解析

我々の手法を用いれば、一周期末満波形からの周波数解析も可能とすることができるが、当然それには限度がある。この限度は、数値計算の有効桁数や、実測波形のノイズレベルなどによって変化する。

この事情をみていく目的で、つぎの AM 変調波形

$$S(t) = (1 - a \cos 2\pi f_1 t) \sin 2\pi f_2 t \quad (4.30)$$

を用いる。ここで、変調度として  $a = 0.8$ 、変調周波数として  $f_1 = 1$  Hz、キャリア周波数として  $f_2 = 20$  Hz をとるものとする。

また、解析次数として  $M = 6$ 、一回の解析に用いるサンプル数として  $N = 20$ 、サンプリング間隔として  $\Delta T = 1/200$  s と  $\Delta T = 1/400$  s をとるものとする。これにより、一回の解析に用いられる時間幅は、それぞれ  $1/10$  s と  $1/20$  s となる。

こうして得られる離散化された時系列

$$S_n = S((l + n - N + 1)\Delta T), \quad (4.31)$$

に対し、我々の手法を適用して解析をおこなう。ここで、 $n$  は  $0$  から  $N - 1$  までの値をとるものとする。そして、各  $l = 0, 1, 2, \dots, 1/\Delta T$  に対して解析をおこない、その結果を時刻  $t = l\Delta T$  の位置にプロットする。

解析対象波形と一回の解析に用いる時間幅とを図 4.17 に示す。ここで、図には、AM 変調波形の一周期分の波形をプロットしている。この波形のキャリア周波数は  $20$  Hz であり、サイドバンド周波数は  $20 \pm 1$  Hz となる。また、それぞれの振幅は  $1$  と  $a/2$  となる。

このことから、フーリエ解析によってこれらの周波数を得ようとするためには、周波数分解能が  $1/2$  Hz となる、 $2$  秒幅の時間波形が必要となる。図に示した範囲の波形でのフーリエ解析では、周波数分解能が  $1$  Hz となるため、AM 変調波形のスペクトルの特徴である、キャリア周波数と、その両脇のサイドバンドという構造が得られない。

$1/10$  s 幅での解析結果を図 4.18 に、 $1/20$ s 幅での解析結果を図 4.19 に示す。

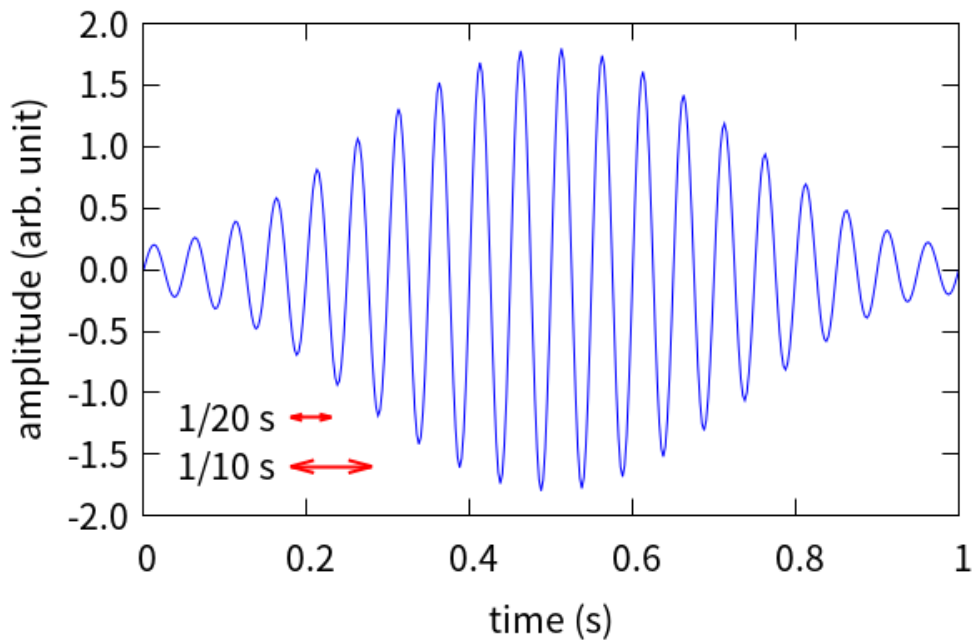


図 4.17 解析対象波形と一回の解析に用いる時間幅

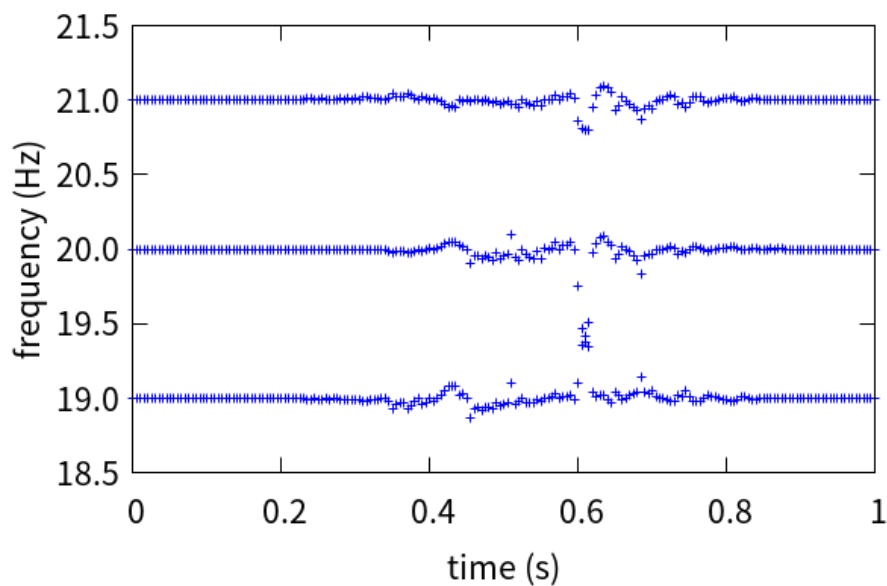


図 4.18 1/10 s 幅での解析で得られた瞬時周波数

1/10 s 幅での解析結果では、20 Hz のキャリア周波数と 19 Hz, 21 Hz のサイドバンド周波数とが正しく得られている。

これに対し、1/20 s 幅での解析結果では、正しいスペクトル構造が得られていない。解析対象波形が3つの周波数をもつ場合、解析結果は6つの振動モードで表現されることになる。このことから、解析次数は  $M \geq 6$  である必要があり、我々はこの条件を満たす

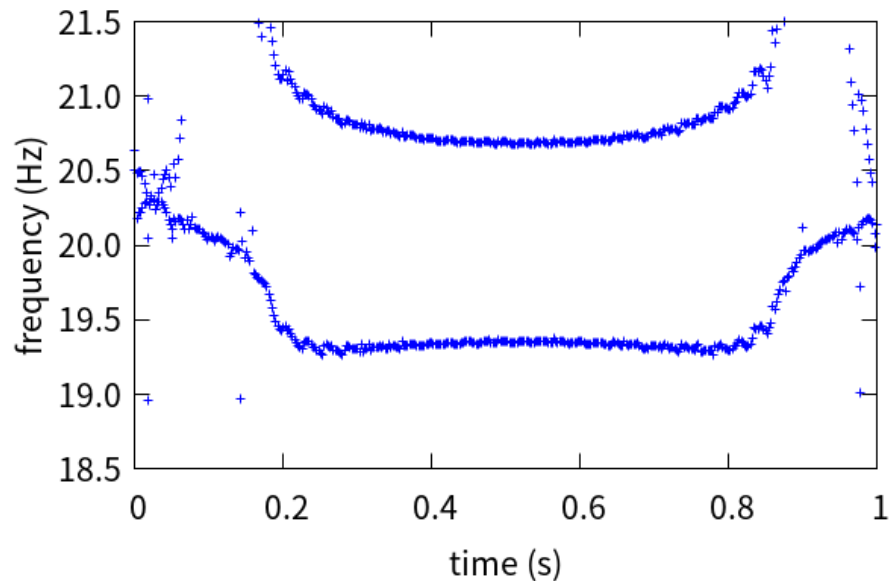


図 4.19 1/20 s 幅での解析で得られた瞬時周波数

ために  $M = 6$  を採用している。

しかし、図 4.19 で得られている周波数の数は 1 つか 2 つであり、数値計算のプロセスで解析次数が低下していることが読み取れる。この理由として、以下が考えられる。

我々の手法では、その数値計算プロセスにおいて線形差分方程式を解く必要があることから、隣接サンプル間の差分  $S_{n+1} - S_n$  が、十分な有効桁数をもつ必要がある。これが確保されなくなると桁落ちが発生し、本来期待される解とは異なる解が得られることになる。

この状況を説明する根拠として、さらに極端に短い時間幅を用いて解析をおこなった結果を図 4.20 に示す。ここでの解析に用いた時間幅は 1/500 s であり、図 4.19 の 1/20 s 幅に比べて、さらに一桁以上短い時間幅を用いている。

こうして得られた解析結果は、1/10 s 幅のものとも 1/20 s 幅のものとも全く異なるものとなっている。サイドバンド周波数に対応する振動モードは消失し、本来ゼロであるべき瞬時振幅増減率の時間変化があらわれる。さらに、定数であるべき瞬時複素振幅の絶対値も時間変化するようになる。

こうして得られた結果は、解析的に説明することができる。

つまり、解析に用いた時間幅があまりに短すぎるため、時系列データの包絡線の曲線的な時間変化に対応する数値が桁落ちし、包絡線の微係数のみが有効桁数内にある状況に対応する。

この状況に対応する式は以下のようにして得ることができる。

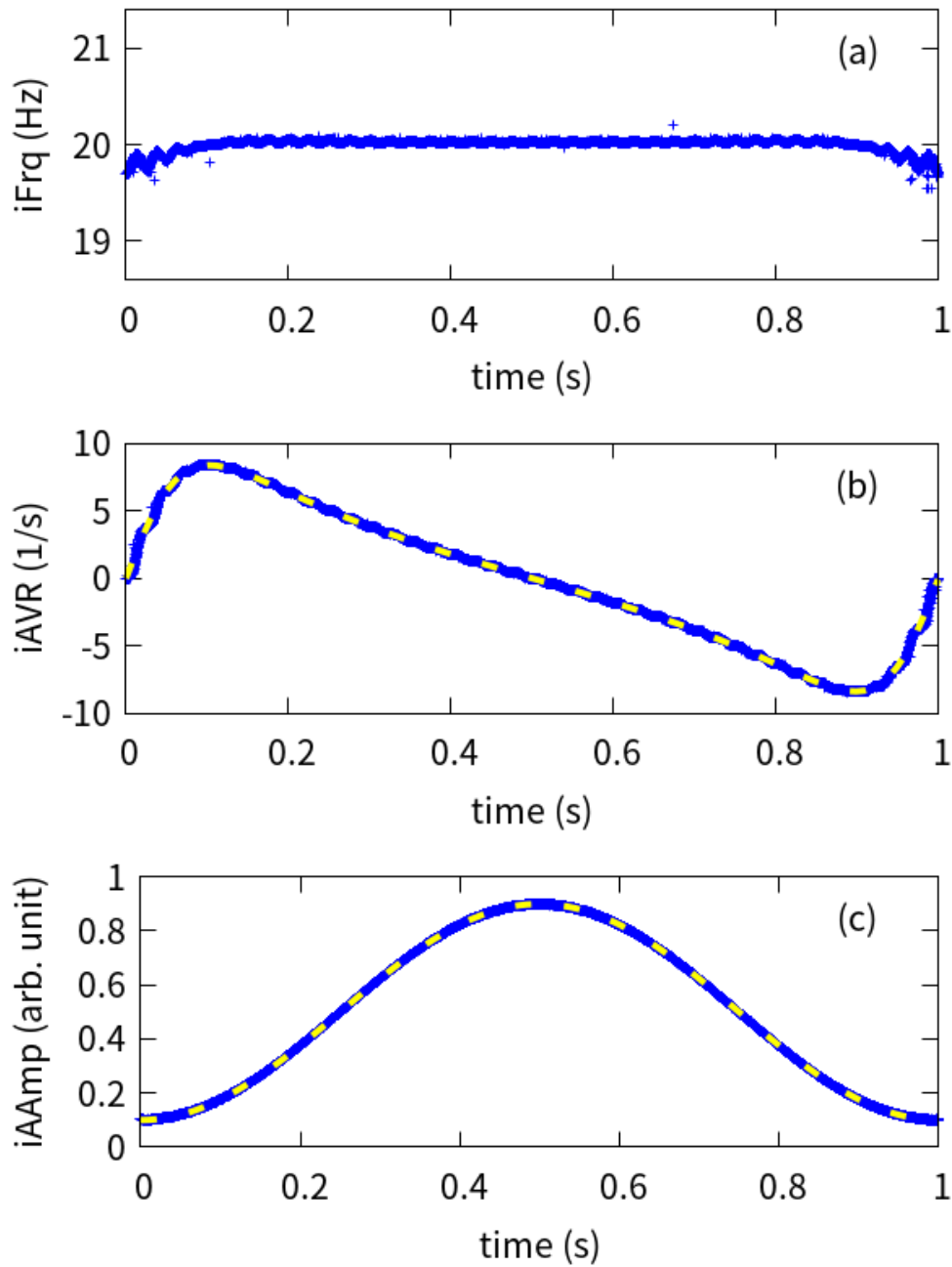


図 4.20 1/500 s 幅での解析結果

瞬時周波数、瞬時振幅増減率、瞬時複素振幅の絶対値

$$\begin{aligned}
 S(t_0 + \Delta t) &= (1 - a \cos 2\pi f_1(t_0 + \Delta t)) \sin 2\pi f_2(t_0 + \Delta t) \\
 &= (1 - a \cos 2\pi f_1 t_0 \cos 2\pi f_1 \Delta t + a \sin 2\pi f_1 t_0 \sin 2\pi f_1 \Delta t) \sin 2\pi f_2(t_0 + \Delta t) \\
 &\simeq (1 - a \cos 2\pi f_1 t_0 + 2\pi f_1 a \Delta t \sin 2\pi f_1 t_0) \sin 2\pi f_2(t_0 + \Delta t)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= (1 - a \cos 2\pi f_1 t_0) \left( 1 + \frac{2\pi f_1 a \sin 2\pi f_1 t_0}{1 - a \cos 2\pi f_1 t_0} \Delta t \right) \sin 2\pi f_2 (t_0 + \Delta t) \\
&\simeq \frac{1 - a \cos 2\pi f_1 t_0}{2i} e^{\frac{2\pi f_1 a \sin 2\pi f_1 t_0}{1 - a \cos 2\pi f_1 t_0} \Delta t} \left( e^{2\pi i f_2 (t_0 + \Delta t)} - e^{-2\pi i f_2 (t_0 + \Delta t)} \right) \quad (4.32)
\end{aligned}$$

こうして、瞬時周波数  $f_2$  のほか、瞬時振幅増減率 (iAVR)

$$\frac{2\pi f_1 a \sin 2\pi f_1 t}{1 - a \cos 2\pi f_1 t} \quad (4.33)$$

と瞬時複素振幅の絶対値 (iAmp)

$$\frac{1 - a \cos 2\pi f_1 t}{2} \quad (4.34)$$

とが得られる。なお、ここでは  $f_1 \ll f_2$  を仮定した近似をおこなっている。

図 4.20 中の破線でのプロットは、こうして得られた瞬時振幅増減率と瞬時複素振幅の絶対値とであり、解析結果と正確に一致している。

つまり、解析に用いる時間幅のスケールによって、得られる結果が変わってくることになる。このことから、さらに短い時間幅を用いれば、包絡線の微係数に対応する数値も桁落ちし、瞬時振幅増減率がゼロになるものと考えられる。また、十分な有効桁数を用意することにより、図 4.20 の条件でも、図 4.18 と同じ結果が得られるようになるものと考えられる。

この知見は、実測データの測定と解析において重要となる。できるだけビット数の多い A/D コンバーターを用いてできるだけ多くの有効桁数を確保できるよう配慮する必要がある。また、実測データに含まれる背景ノイズのレベルによって実効的な有効桁数が決まることを念頭におく必要がある。

このほか、フーリエ解析をおこなう場合には、サンプリング周波数は高ければ高いほどよいというイメージがあるのに対し、我々の手法では、サンプリング周波数が高くなるほど隣接サンプル間の差分が小さくなることから、よい結果が得られない方向にはたらくことになる。解析対象波形のタイムスケールに合わせたサンプリング周波数を用いるか、適切なダウンサンプリングなどの手法を用いての調整が必要となる。

図 4.18 で得られている瞬時周波数のばらつき具合を確認するためには、横軸を周波数軸に取り、縦軸を瞬時複素振幅の絶対値の絶対値の 2 倍の値に取ってプロットしたもののほうがわかりやすいことから、それを図 4.21 に示す。図には、解析に用いる時間幅を 1/5 s と広くとった場合の結果も同時にプロットしている。

この図より、フーリエ解析によるものと同等の情報を得ることができる。

つまり、20 Hz のキャリア周波数の振幅値 1 と、19 Hz と 21 Hz のサイドバンド周波数の振幅値 0.4 とが得られている。また、時間幅を 1/5 s と広くとった場合に得られる解析結果は全て同じ位置に重なり合い、一つの点としてプロットされている。時間幅を 1/5

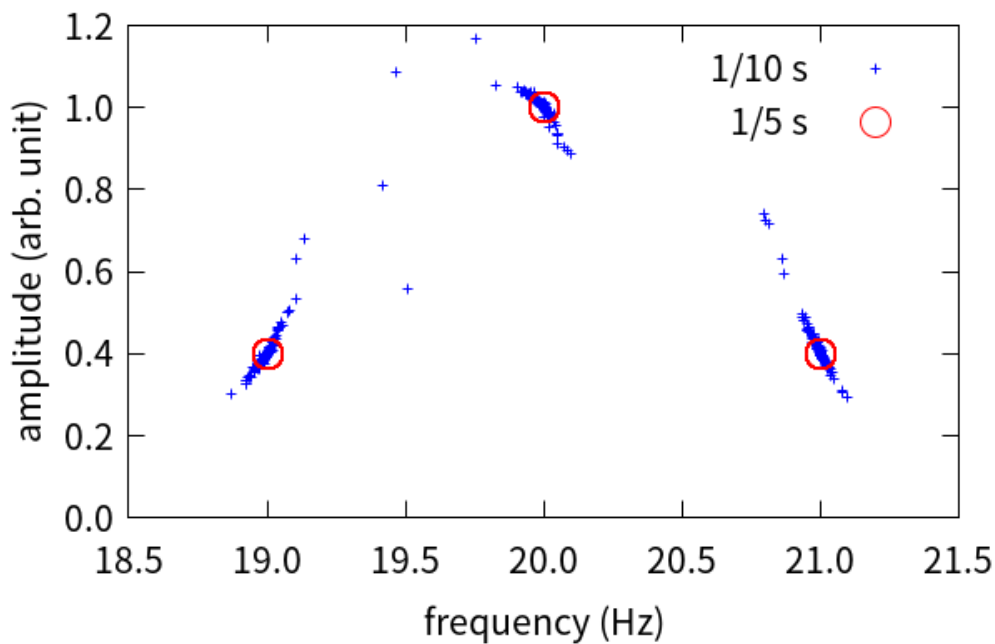


図 4.21 1/10 s 幅と 1/5 s 幅での解析結果

瞬時周波数と瞬時複素振幅の絶対値の 2 倍の値

s に取った場合に得られた各周波数の算出誤差は  $10^{-8}$  Hz 未満であり、数値計算の精度いっばいで周波数情報が得られている。

このことから、ここで用いた事例においては、1/5 s 幅での解析は、精度いっばいの解析結果を得るのに十分な時間幅であるといえる。

## 4.7 本章のまとめ、課題、議論

ここでは、様々な適用場面の例示により、我々の解析手法の利用イメージの具体化をはかるとともに、それぞれの場面への適用にあたっての注意点やノウハウについて指摘した。

ここでとりあげた適用場面は、一周期末満波形からの周波数解析、大きな信号の影に隠れた発散振動の瞬時的検知、非線形信号の瞬時周波数解析、移動平均などの手法を必要としない、自動的なバイアス成分と周期成分との分離抽出、位相遅れや波形形状変化を伴わない、周期波形からのガウシアンノイズ成分の分離と除去、である。

また、解析に用いる時間幅を極端に短くした場合には、マクロな時間幅で解析した結果とは全く異なる解析結果が得られることも示した。

一周期末満波形からの周波数解析の事例では、発散振動波形に対し、半周期幅の時間波形を解析対象として得られる瞬時周波数、瞬時振幅増減率、瞬時複素振幅の絶対値とが、

任意位置からの部分波形を用いて常に正確な値となることを示した。ここで得られた瞬時周波数と瞬時振幅増減率の真値からのズレは  $10^{-7}$  のオーダーであった。

ここで発散振動波形を用いたのは、通常用いられる線形予測法の数値計算式を用いた場合には、第2章で示したとおり、この発散振動が強制的に減衰振動波形に置き換えられ、正しい結果を得ることが原理的にできないからである。また、このような置き換えを正当化する理由として教科書にありがちな、「無限遠での発散が許されないため」という文言が、我々の提案手法に対しては意味をなさないということを示す目的もある。

我々の手法を数値的に適用すると、瞬時複素振幅の絶対値が小さな振動モードが頻繁に発生する。それら振幅値はいずれも  $10^{-7}$  以下であり、我々の数値計算の精度限界に対応することから、これら振動モードは数値計算上のノイズとみなすことができる。このことから、これら振動モードを積極的に取り除くことにより、より質の高い結果を得ることができる。この除去プロセスは、パワースペクトル上のノイズフロアの除去プロセスに相当する。我々の手法は、解析結果を振動モードの集まりという形で表現することから、このような形でのノイズ除去が可能となっている。

大きな信号の影に隠れた発散振動の瞬時的検知の事例では、1 Hz の正弦波に、1.1 Hz の微小な発散振動波形を加えたものを解析対象とし、その発散振動の瞬時周波数の値を正確に得られるようになる時の瞬時複素振幅の絶対値を調べた。

その結果、解析に用いた時間幅が1波長分の場合には、微小な発散振動波形の振幅が  $10^{-6}$  となるタイミングで、また、半波長分の場合には  $10^{-5}$  となるタイミングで、それぞれ検知することができた。我々の数値計算の精度が  $10^{-7}$  オーダーであることから、ほぼ、この有効桁内の振幅になった瞬間に、検知ができていることに相当する。また、ここで用いた解析条件は極端なものであることから、実用的には数十周期程度のサンプルを用いることで、より安定的な検出が可能になるものと考えられる。

なお、我々の手法は瞬時的な振幅の増減率と振幅値とを、各瞬間ごとに直接得ることができることから、従来手法のようにパワースペクトルの時間変化を追い、振幅が増大している成分を探し出すという手続きの必要がないというメリットがある。

非線形信号の瞬時周波数解析の事例では、周波数を逡減させながら減衰する振動波形を解析対象とし、その瞬時周波数と瞬時振幅増減率との算出をおこない、それらが理論値通り正確に得られることを示した。

ただし、瞬時振幅増減率については、理論値より一定のシフトが発生し、そのシフト量が周波数逡減項の大きさの1.1乗に比例するという、非線形な関係性が見いだされたことから、この現象の解析的な解明は困難で、数値的なアプローチで検討する必要があるものと考えられるという、検討課題を明らかにした。

また、解析で得られた瞬時周波数と瞬時振幅増減率との、それぞれの真値からのズレが、ズレの平均値を中心とした複素平面を考えると、一定振幅を持つ円周上に載るとい

知見を得た。この理由については現状で未解明であるが、何かしらの物理的な意味があるものと考えられる。

移動平均などの手法を必要としない、自動的なバイアス成分と周期成分との分離抽出の事例では、発散振動波形にバイアス成分として指数関数を加えたものを解析対象とした。

我々の手法は、一般の複素関数による級数展開を考えることから、振動を伴わない時間変化をする成分は、この複素関数が実関数となる場合に相当する。つまり、我々の手法は、振動成分とバイアス成分とを同等に取り扱う手法となっている。そして、このことにより、バイアス成分と振動成分との自動分離が実現する。

位相遅れや波形形状変化を伴わない、周期波形からのガウシアンノイズ成分の分離と除去の事例では、正弦波にガウシアンノイズを加えたものを解析対象とした。

我々の手法では、各振動モードが、時刻、瞬時周波数、瞬時振幅増減率、瞬時複素振幅の実部と虚部の、5つの情報を持つことから、これら5次元情報の様々な部分空間でのプロットが可能になる。もちろん、これら5次元情報を組み合わせた様々な関数を用いてのプロットでもかまわない。

ここでは、瞬時複素振幅の絶対値と、瞬時周波数・瞬時振幅増減率との間でのプロットをおこない、上記解析対象の、正弦波成分に対応する振動モードと、ガウシアンノイズに対応する振動モードとが、それぞれクラスターを形成し、空間的に分離されることを示した。そこから、正弦波成分に対応する振動モードのある部分空間だけを切り出して時間波形を再構成することにより、時間波形からのノイズ除去を実現できることを示した。

一般の手法で同等のことをおこなおうとすると、移動平均やデジタルフィルタなどによる低周波成分濾過などをおこなう必要がある。前者を振動波形に適用すれば、移動平均の時間幅を長く取るほど全体の振幅が小さくなり、時間幅より周期の短い周波数成分が消失する。また、後者では位相遅れに伴う波形形状変化が発生する。

ここでの適用場面である一周期末満波形解析への適用はできないものの、十分長い時間幅を用いることができる場面では、フーリエ変換をして高周波成分を除去した上で逆フーリエ変換することで、位相遅れの無いノイズ除去が可能となるが、フーリエ変換によって得られるスペクトルは連続となることから、ノイズとみなせるカットオフ周波数をどのように設定すべきかの指針を人為的に与える必要がある。我々の手法では、両者が空間的に分離されるため、このような人為的な設定を要しない。

以上、一周期末満波形解析の様々な適用場面を例示してきたが、その最後に、「一周期末満」の適用限界の検討をおこなった。

この検討にあたっては、解析対象波形として AM 変調波形を用意した。そのキャリア周波数は 20 Hz、AM 変調の包絡線は 1 Hz とし、この AM 変調の 1 Hz に対して、1/5 s, 1/10 s, 1/20 s, 1/500 s の 4 種の時間幅をもって、それぞれ解析をおこなった。また、一回の解析に用いるサンプル数を 20 サンプルに固定し、それぞれの時間幅に応じてサン



プリング間隔を調整した。サンプリング周波数に換算すると、それぞれ、100 Hz, 200 Hz, 400 Hz, 10 kHz に相当する。

その結果、1/5 s 幅での解析では、数値計算の計算精度いっばいの精度で、各周波数の算出ができたのに対し、1/10 s 幅での解析では、得られた周波数にばらつきが散見された。また、1/20 s 幅での解析では、正しい周波数を得ることができず、不安定な解析結果となった。このことから、ここで用いた解析対象に対しては、1/10 s 幅での解析が、適用限界ということになる。

1/20 s 幅での解析がうまくいかなかった理由は、我々の手法においては、線形差分方程式を解く必要があることに由来する。解析時間幅を短くしてサンプリング周波数を高くすると、隣接サンプル間の差分が小さくなって桁落ちし、数値計算上の実効的な有効桁数が十分に得られなくなる。1/20 s 幅での解析では、正しい周波数を算出するのに必要な有効桁数が得られなくなったことで、解析結果が不安定化したものと考えられる。

1/20 s 幅での解析結果が不安定であったのとは対照的に、1/500 s 幅での解析結果は、とても安定的なものであった。しかも、その解析結果は、明快に説明可能なものであった。

解析に用いられる時間幅があまりに短いために、AM 変調の包絡線

$$\cos w(t_0 + \Delta t) \simeq \cos wt_0 - (w \sin wt_0)\Delta T + O(\Delta T^2) \quad (4.35)$$

の高次項  $O(\Delta T^2)$  が数値計算の有効桁から桁落ちし、最低次の情報のみが有効桁内にある状態に相当した。

この状態に対応するモデル式から得られる解析結果は、実際の数値計算によって得られた結果と正確に一致することを確認した。このことから、同一条件下でも、多倍長数値計算をおこなうことで高次項の情報が有効桁内に含まれるようにすることで、マクロな時間幅を用いた場合の解析結果と同一の解析結果が得られるようになるものと考えられることを指摘した。

ただし、実測データを解析しようとする場合には、測定精度の問題があるため、人為的に有効桁数を増やすようなことはできないことから、測定時の有効桁数を確保する努力が必要であることを指摘した。例えば、測定にあたっては、十分なビット深さを持った A/D コンバータを使うことや、測定のレンジ設定に注意するなどが相当する。また、測定で得られたデータの前処理として、隣接サンプル間の差分が十分に大きく取れるようにすることなども、考えられる。

一般的には、ここでの検討で得られたマクロな状況での解析結果が求められるものと考えられるが、場合によっては極端に短い時間幅でのマイクロな状況での解析結果が求められる場合もありうる。そのような場合に得られる結果の説明が上記のようにできるという知見は、将来的に有用なものとなるであろう。

## 第 5 章

# 実測電磁ノイズへの適用

この章では、我々の解析手法の実用性を示す目的で、実測電磁ノイズ波形への適用事例を示す。

まず、実用的な場面での、我々の解析手法の従来手法 (STFT) に対する優位性を示すことを目的とし、蛍光灯の電磁ノイズの解析事例を示す。

蛍光灯の電磁ノイズは急峻な周波数変動を伴うことから、その詳細を追えるためには、高い時間周波数分解能力が必要とされる。この事例を通し、我々の手法を用いれば、従来手法の時間周波数分解能の理論限界を超えた領域での時間周波数構造についての情報が、実測波形においても得られることを示す。

続いて、より実践的な場面への適用事例として、劣化した AC アダプタが電源線に発する電磁ノイズの測定と解析による、AC アダプタの劣化度評価の事例を示す。

AC アダプタの電源回路には、パルス幅変調 (Pulse Width Modulation, PWM) 制御が用いられることが多い。これにより、非線形で時変な回路となり、そこから発生する電磁ノイズも非線形で時変なものとなる。つまり、従来手法が不得意とする解析対象となっている。

AC アダプタも含め、一般的に、電源回路で最も劣化しやすいパーツとして、電解コンデンサがあげられる。そして、電解コンデンサが経年劣化することにより AC アダプタが電磁ノイズを発するようになることが経験的に知られていたが、その定量評価はなされていなかった。そこで、その定量評価を、我々の手法を用いておこなった。評価の結果、電解コンデンサの内部抵抗値と電磁ノイズの最大振幅との間に、比例関係があることを見いだした。

我々の手法は、解析対象波形を、5つの特徴量（時刻、瞬時周波数、瞬時振幅増減率、瞬時複素振幅の実部と絶対値）を持つ振動モード群として表現しなおす形になっている。それら5つの特徴量によって構成される5次元空間内の任意の部分空間に位置する振動モードを選び出しての、解析結果の評価を行うことができる。

これにより、実測波形に含まれている背景ノイズに対応する振動モードの除去や、AC アダプタが発する電磁ノイズのうちの主要振動モードの抽出を行うことなどができる。こうした上で、主要モードの最大振幅値を評価することで、上記の関係性を見いだすことが可能となった。

## 5.1 蛍光灯の電磁ノイズの特性評価

我々の手法と従来手法である STFT との性能比較を目的として、蛍光灯の電磁ノイズ測定と解析とを行った。蛍光灯の電磁ノイズは周波数変調を伴うことが知られていることから、その時間周波数分解能を実測波形を用いて比較する。

ここでは、蛍光灯の電源線に非接触電流プローブを設置し、オシロスコープを用いて高

周波電磁ノイズの電流測定を行った。この測定での測定下限は 1 mA である。また、測定のサンプリング周波数は 200 kHz とした。この電磁ノイズ測定と同時に、ハイパスフィルタを除いた電流波形測定も行っている。

測定系の概略図を図 5.1 に示す。

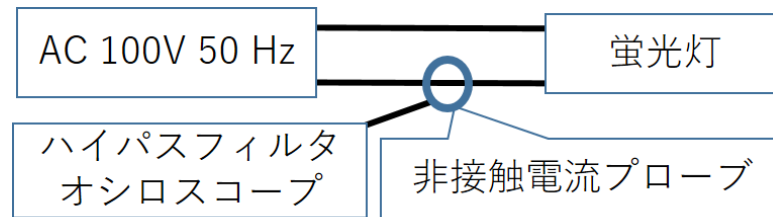


図 5.1 測定系の概略図

この測定で得られた、蛍光灯の電流波形と、それに対応する高周波電磁ノイズ波形を図 5.2 に示す。

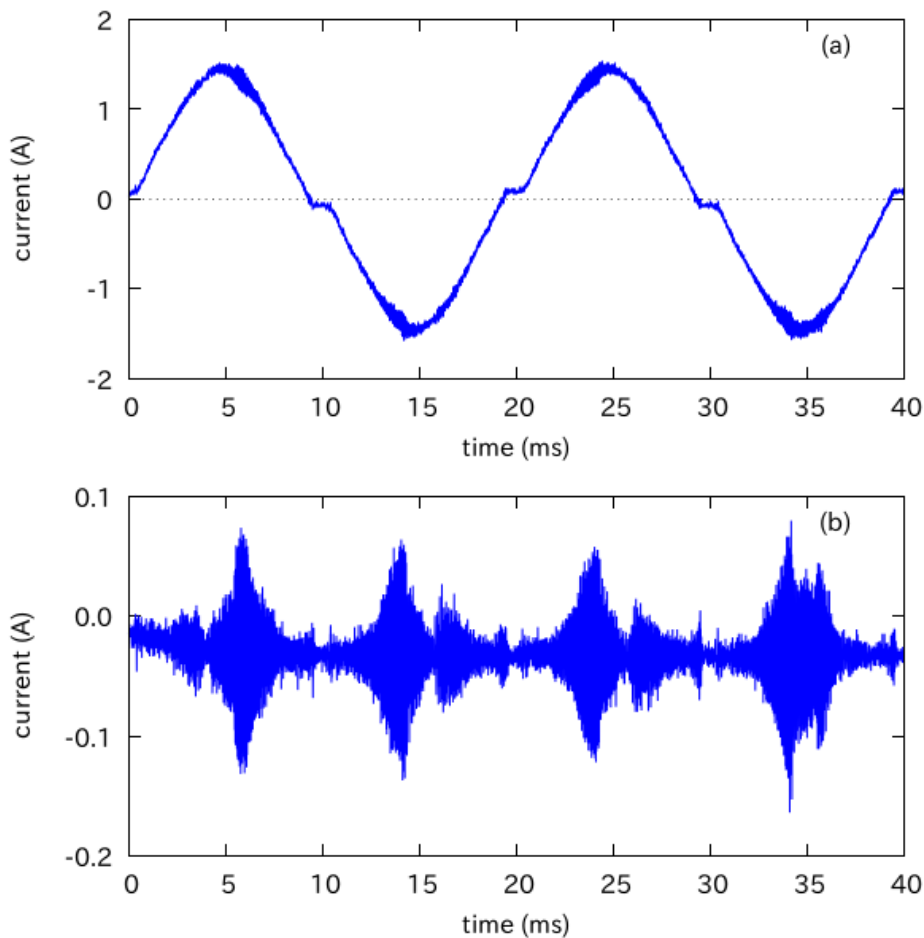


図 5.2 (a) 蛍光灯の電流波形 (b) 高周波電磁ノイズ波形

電源周波数は 50 Hz で、2 周期分の電流波形を図 5.2(a) に示している。電流の振幅が最大値となる周辺で線が太くなって見えているが、それが蛍光灯の高周波電磁ノイズに対応する。この、線が太くなっている部分の様子の詳細を見るために、ハイパスフィルタを通して高周波成分を測定したものをプロットしたのが、図 5.2(b) である。

ここで、図 5.2(b) に示した電磁ノイズに対して、我々の手法を適用して解析を行う。

解析条件としては、解析次数を  $M = 4$ 、一回の解析に用いるサンプル数を  $N = 20$  とした。サンプリング周波数が 200 kHz であることから、サンプリング間隔は  $\Delta T = 5 \mu\text{s}$  となる。この場合、一回の解析に用いられる時間幅は 0.1 ms となる。

解析結果を図 5.3 に示す。ここで、オシロスコープでの測定下限が 1 mA であることから、瞬時複素振幅の絶対値が 1 mA 以上となるもののみをプロットしている。

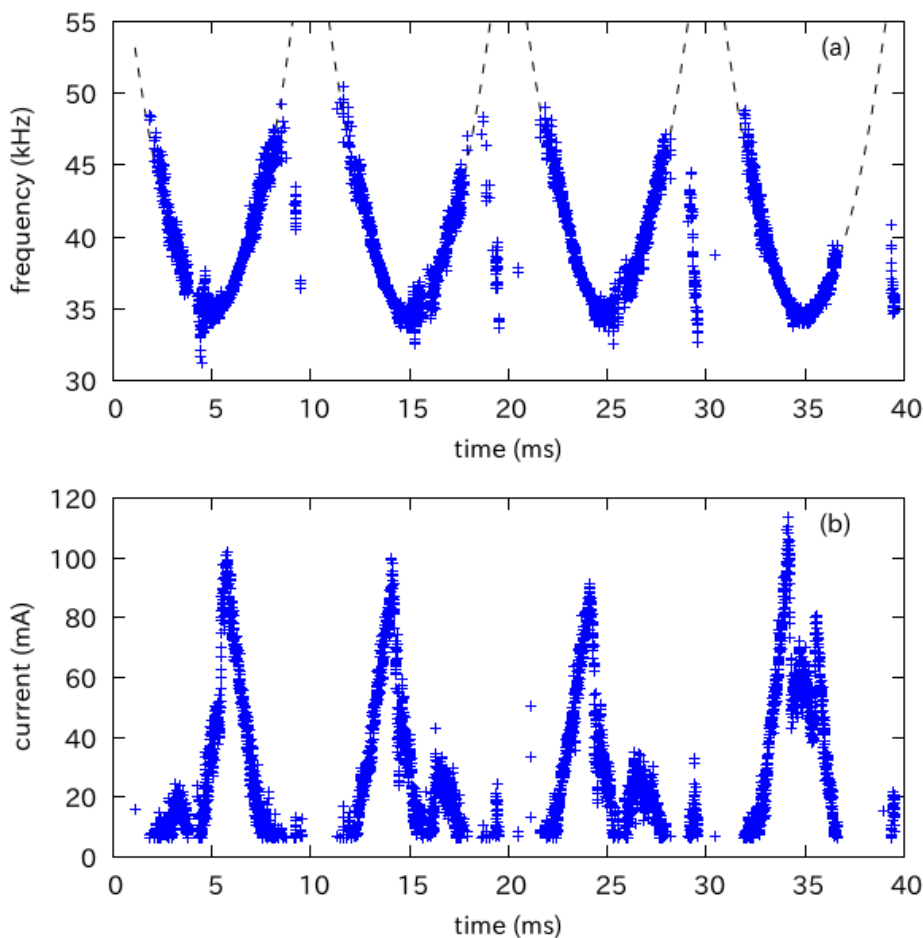


図 5.3 (a) 瞬時周波数 (b) 瞬時複素振幅の絶対値

図 5.3(a) は瞬時周波数の時間変化の様子、図 5.3(b) は瞬時複素振幅の絶対値の時間変化の様子を示したものである。瞬時周波数については、周波数変動が 30 kHz から 55 kHz までの間に収まることから、その周波数領域を拡大して表示している。

どちらについても、電源周波数と同期して、大きく時間変化している様子が見て取れる。瞬時周波数は、電流波形の最大振幅となる位置で最も周波数が低く ( $\sim 35$  kHz) なり、その前後で上昇する、二次関数的な時間変化をしている。また、瞬時複素振幅の絶対値は、電流波形の最大振幅となる位置で最大値 ( $\sim 100$  mA) を取り、その前後で急速に振幅が低下している。

そこで、瞬時周波数の時間変化を、ヒューリスティックに二次関数でフィットしたもの

$$f(t) \simeq 35 + 1.2(t - t_0)^2 \text{ kHz} \quad (5.1)$$

を、図 5.3(a) 中に点線で示している。ここで、 $t_0$  は、周波数が最も低くなる時刻である。両者の一致度は十分に高いといえるが、その物理的な意味については、別途検討する必要がある。

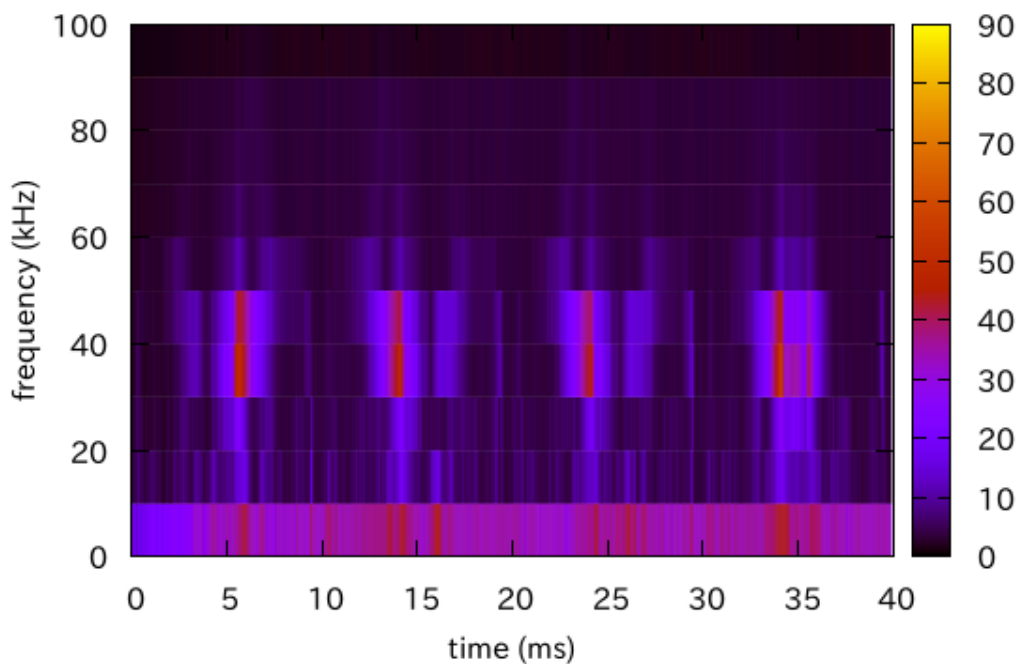


図 5.4 我々の手法と同一条件での STFT による電磁ノイズのスペクトログラム

続いて、我々の手法による解析と同一条件での STFT による解析結果を図 5.4 に示す。我々の手法において、一回の解析に用いたサンプル数が 20 であることから、ここでも 20 サンプルを用いた。また、窓関数として矩形窓を用いた。この場合のフーリエ解析での周波数分解能は 10 kHz となる。

なお、ナイキスト周波数は、標本化定理によることから、我々の手法でも STFT でも共通であり、100 kHz となる。

図 5.3(a) 中に示されている周波数変動が、およそ 35 kHz から 45 kHz までの間の 10 kHz 幅であることから、ここでの STFT での周波数分解能と同じ周波数幅となり、周波数変動構造は確認できない。

もちろん、STFT を用いてでも、周波数分解能が 1 kHz となるように、解析に用いる時間幅を 1 ms などとすることにより、周波数変動構造を確認することができるようにもできるが、それだけ時間分解能が低下することになる。

## 5.2 AC アダプタの劣化度評価

### 5.2.1 評価の目的と概要

AC アダプタや DC/DC コンバータ等の電源装置は、劣化すると発熱量が多くなり火災を誘発する危険性などがあることから、長期間使用する場合や過酷な環境で使用する場合など、劣化度の評価が可能であることが好ましい。

一般的に、電源装置において最も劣化しやすい内部部品の一つとしてアルミ電解コンデンサがあり、その劣化度評価は、液漏れや膨らみの目視確認や、製造時期からの経年数での判断となる。この中で、AC アダプタについては、シールドされていることから内部コンデンサの目視確認ができず、経年数で推定することになる。このことから、外部から測定可能な情報によって実際の劣化度評価ができることが望ましい。



図 5.5 AC アダプタの内部

そこで我々は、劣化した AC アダプタが電源線に発する電磁ノイズに着目した。電磁ノイズによる劣化度評価が可能であれば、内部を目視できない電源装置の劣化度評価に道をひらくことができる。

これまで、人工的に加速劣化させたアルミ電解コンデンサ 5 種と新品 1 種を用意し、そ

れらを1次側の平滑コンデンサとして取り付けたACアダプタを用いての、オシロスコープでの電磁ノイズ測定と、我々の手法による解析を行い、電磁ノイズの振幅とコンデンサの内部抵抗値との間に正の相関があることを確認している [78]。

しかし、オシロスコープでの測定では量子化ビット数が足りないためにダイナミックレンジが狭く、劣化度の低いコンデンサを用いた場合の電磁ノイズが測定限界以下となり、評価に用いることができなかった。また、劣化度の高いコンデンサについては、自己発熱に伴う内部抵抗値の変化を考慮していなかった。

この実験での測定に用いたコンデンサの内部抵抗値を次の表に示す。

表 5.1 測定に用いたコンデンサの内部抵抗値

劣化度合い	内部抵抗値 ( $\Omega$ )
軽度 ( $\sim 10 \Omega$ )	0.5, 2.8
中程度 ( $10 \Omega \sim 30 \Omega$ )	11.2, 14.0, 21.5
高度 ( $30 \Omega \sim$ )	40.0

また、解析結果のサマリを図 5.6 に示す。

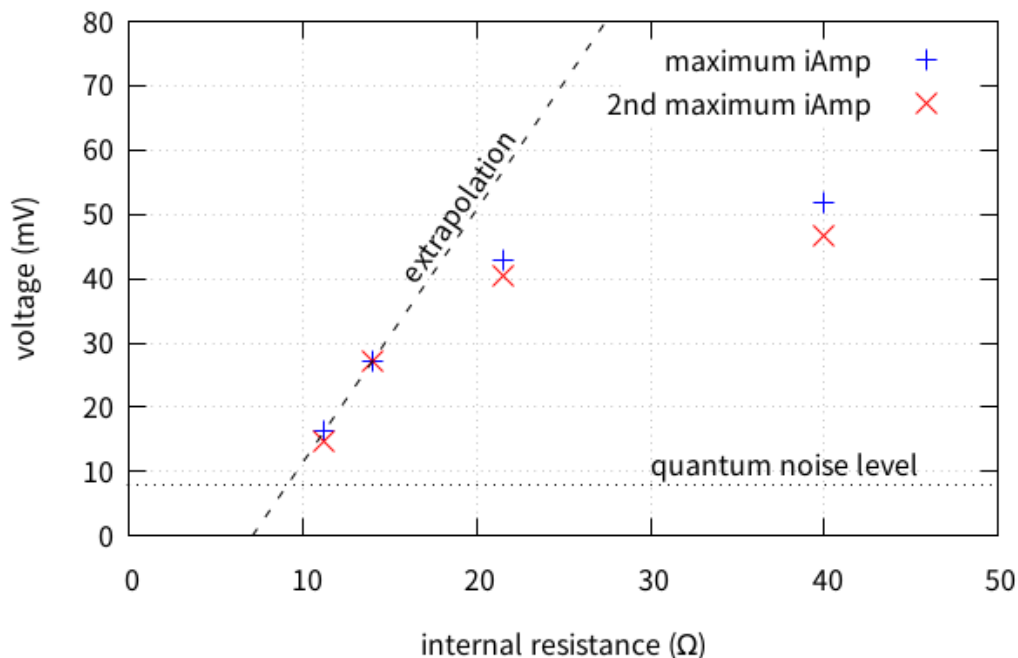


図 5.6 コンデンサの内部抵抗値と電磁ノイズの最大振幅との関係

この実験での電磁ノイズの測定下限は、約 10 mV であり、劣化度が軽度な2つのコンデンサを用いた場合の電磁ノイズは、この測定限界以下であったため、図中にプロットさ



れていない。また、ここでは、測定で得られた電磁ノイズのうち、最も振幅の大きかったものと、二番目に大きかったものをプロットしている。そして、両者の乖離度合いを、振幅値の測定精度の目安としている。

この実験では、コンデンサの内部抵抗値が  $7\ \Omega$  を超える辺りから電磁ノイズが発生するのではないかと推測している。

この実験で得られた課題をふまえ、データロガーを用いてダイナミックレンジの広い測定を行うとともに、通電によって自己発熱している状態での内部抵抗値の測定も行うことで、通電時の内部抵抗値と電磁ノイズの振幅との間に、正確な比例関係があることを確認した。

## 5.2.2 解析に用いる電源装置と測定条件

### 測定系と測定対象

図 5.7 に測定系の概略図を示す。

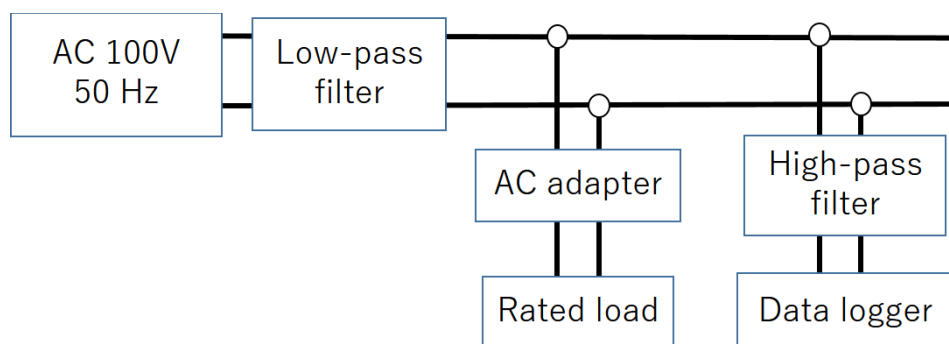


図 5.7 測定系の概略図

擬似電源にローパスフィルタを用いて電源ノイズを除いた電源線に解析対象機器を接続し、30分経過後、動作が安定した状態で、高周波の電圧波形をデータロガーで記録する。

ここで、解析対象機器として、人工的に加速劣化させたアルミ電解コンデンサを1次側の平滑コンデンサとして取り付けたACアダプタを用いる。

今回、加速劣化させたもの4種と新品1種のコンデンサを用意した。

### 測定に用いるコンデンサの特性

5種のコンデンサの常温時 (cool) と通電時 (hot) との内部抵抗値 (それぞれ  $R_C$  と  $R_H$  とで表す) を表 5.2 に示す。この中で、内部抵抗値が  $0.6\ \Omega$  のものが、新品のコンデンサである。

内部抵抗値の小さなコンデンサは通電時の発熱が少なく、温度変化による内部抵抗値の

表 5.2 測定に用いたコンデンサの常温時 (cool) と通電時 (hot) での内部抵抗値

cool ( $R_C \Omega$ )	0.6	2.8	4.0	17.1	25.0
hot ( $R_H \Omega$ )	0.6	1.4	2.1	4.8	6.0

変化が小さいのに対し、内部抵抗値の大きなコンデンサは通電時の発熱が大きいため、内部抵抗値が大きく変化する。

そこで、両内部抵抗値の対応関係を図示したものを、図 5.8 に示す。

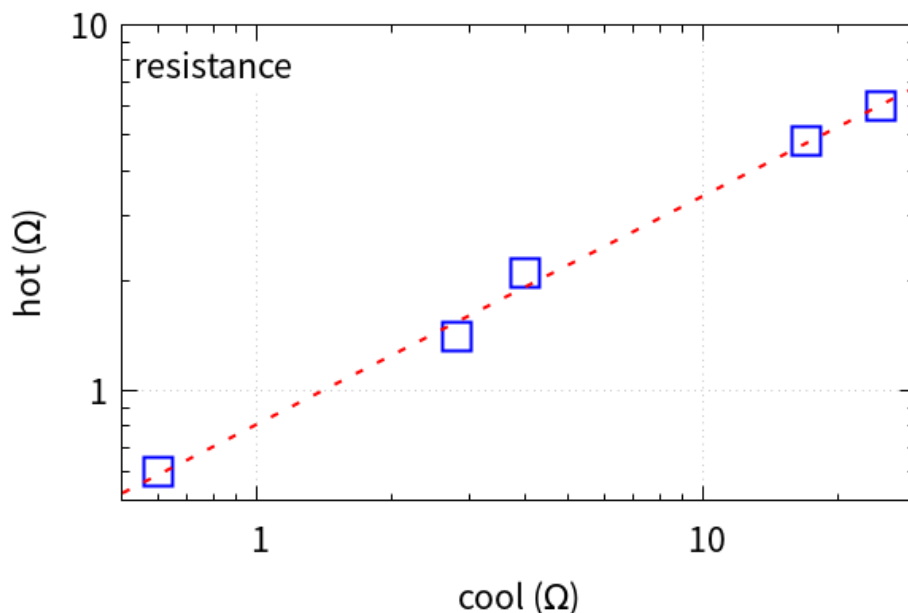


図 5.8 測定に用いたコンデンサの常温時 (cool) と通電時 (hot) での内部抵抗値

図 5.8 中の直線は

$$R_H = 0.81R_C^{0.624} \quad (5.2)$$

であり、べき乗での相関が見て取れる。

この直線において、 $R_H = R_C$  となる固定点に対応する内部抵抗値は  $0.57 \Omega$  であり、今回用意した新品のコンデンサの内部抵抗値である  $0.6 \Omega$  とほぼ等しい。そして、この内部抵抗値より大きな内部抵抗値を持つものは、通電時の内部抵抗値が非線形に低下し、内部抵抗値が大きければ大きいほど、より大きく低下する。

ここで現象論的に得られているべき乗の値が  $0.624$  乗と、非整数であることから、この温度変化を説明するためのモデル式は単純な線形問題では記述されず、何かしらの非線形モデルが必要になるものと考えられる。しかも、ここで固定点となる  $0.57 \Omega$  が、何かしらの特異点としてモデル式に含まれる必要があるものと考えられる。

### 測定条件と測定例

データロガーの設定は、サンプリング周波数 1 MHz、記録時間は 50 ms とした。また、トリガを掛けて電源電圧波形と同期させて測定を行った。  $t = 0$  が、電圧波形の腹にあたる。電圧波形の測定下限は 0.1 mV である。

用意したコンデンサ 5 種のうち、最も内部抵抗値の大きな  $25.0 \Omega$  のコンデンサを用いて測定した電磁ノイズと対応する電源電圧の波形を図 5.9 に示す。

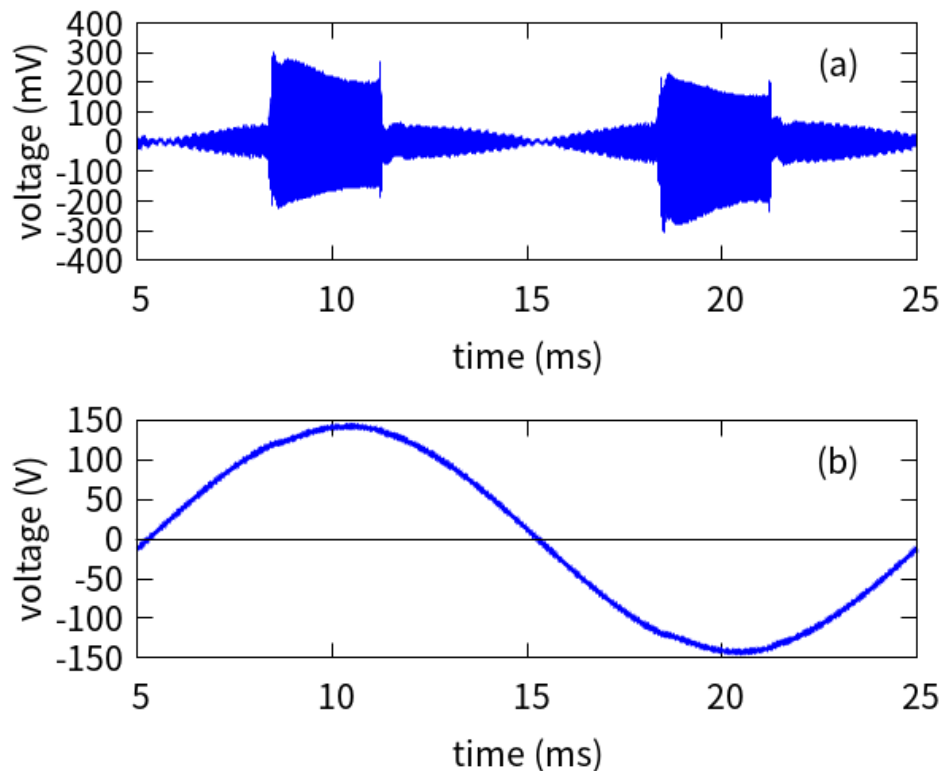


図 5.9 測定された電磁ノイズ (a) と電源電圧 (b) の波形

電源電圧波形の腹の位置で電磁ノイズが発生していることが読み取れる。

### 5.2.3 解析条件と解析結果

解析に用いたパラメタは、一回の解析に用いるサンプル数  $N = 50$ 、解析次数  $M = 10$  とした。これにより、解析に用いる区間あたり、瞬時周波数  $f_m(t)$  と瞬時振幅増減率  $\lambda_m(t)$  と瞬時複素振幅  $c_m(t)$  の組が 10 組算出される。1 回の解析ごとに、解析に用いる区間を 1 サンプル進めながら解析を行った。

なお、電圧の測定下限が 0.1 mV であることから、解析によって得られた振動モードのうち、瞬時複素振幅の絶対値  $|c_m(t_0)|$  が 0.1 mV 未満となるものは、数値計算に伴うノイズとみなし、除去するものとした。

### 周波数特性

図 5.9(a) に示した電磁ノイズの周波数特性を図 5.10 に示す。同時に、AC アダプタを外して測定したバックグラウンドの解析結果もプロットしている。

図 5.10 において、縦軸が瞬時複素振幅の絶対値  $|c_m(t)|$ 、横軸が瞬時周波数  $f_m(t)$  である。通常のフーリエスペクトルとは異なり、図 5.10 は二次元的なプロットとなる。各振動モードは、それぞれ五次元の情報を持っており、残りの三次元は、このプロットに垂直な方向を向いて縮退している。

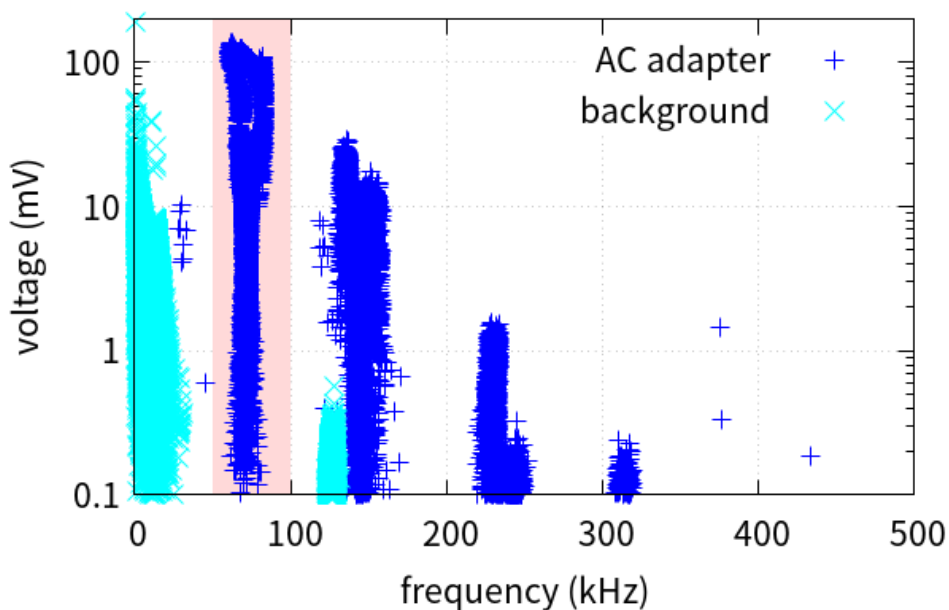


図 5.10 電磁ノイズの周波数特性

各周波数帯におけるプロットが縦長になっているのは、そこに振幅変動が存在することを意味する。全振幅が一定であれば、プロットは一点に集中する。

バックグラウンドに対応する振動モードは、疑似電源にローパスフィルターを通してることから、およそ 50 kHz 以下の領域に集中している。120 kHz 近くにも振動モードがみられるが、その振幅は小さく、測定限界レベルに近い。

AC アダプタの電磁ノイズとしては、75 kHz 周辺を中心とする基本振動モードと、その整数倍の高調波成分が得られている。基本振動モードの振幅が最も大きく、高調波成分はそれぞれ 1 桁ずつ小さくなっていることから、詳細解析を行うにあたっては、この基本振動モードに対応する周波数帯である 50 kHz から 100 kHz の間にある振動モードを抽出して解析を進めるものとする。

これに伴い、疑似電源由来の電磁ノイズに対応する振動モードは、自動的に解析対象から除外されることになる。

## 緩和特性

詳細解析に入る前に、緩和特性についてみていくことにする。

我々の手法により、瞬時周波数  $f_m(t)$  と瞬時振幅増減率  $\lambda_m(t)$  とが得られることから、これらの比を取ることにより、緩和特性を求めることができる。ここでは  $Q$  値の逆数

$$Q_m^{-1}(t) = \frac{\lambda_m(t)}{f_m(t)} \quad (5.3)$$

を取ったものを特徴量として採用する。

こうして、瞬時複素振幅の絶対値  $|c_m(t)|$  を縦軸に、 $Q$  値の逆数  $Q_m^{-1}(t)$  を横軸にとったものを図 5.11 に示す。

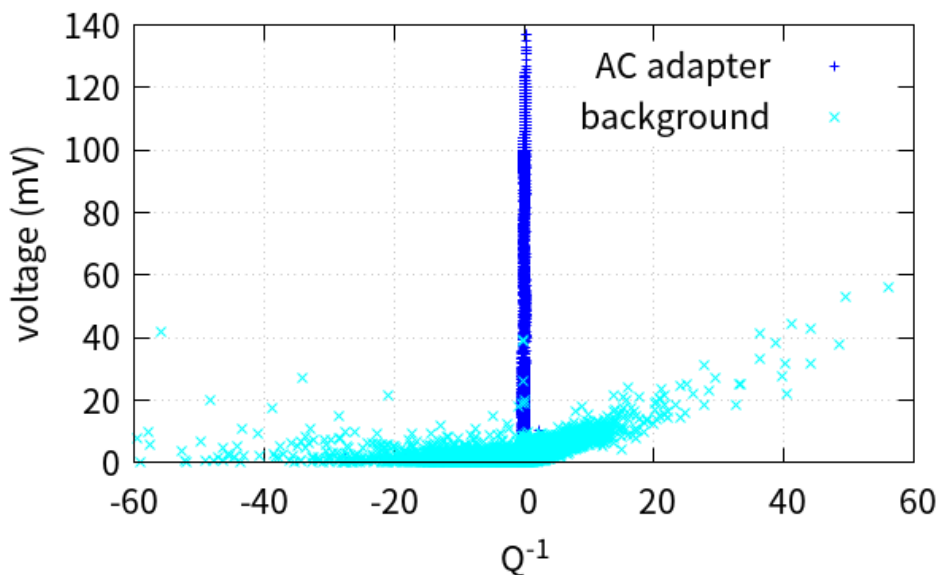


図 5.11 緩和特性

AC アダプタの  $Q_m^{-1}(t)$  は極端に小さな値をとるのに対し、バックグラウンドに対応する振動モードの  $Q_m^{-1}(t)$  は幅広く分散し、際立った特徴を持たないことが読み取れる。また、 $|Q_m^{-1}(t)|$  が小さいということは、全振幅の時間変化が小さく、ほぼ正弦波波形に近い振動波形になっていることを示唆する。そこで、 $Q_m^{-1}(t) \sim 0$  の近傍を拡大したものを図 5.12 に、図 5.9(a) の部分拡大図を図 5.13 に示す。

AC アダプタの  $Q_m^{-1}(t)$  の値は、ほぼ  $|Q_m^{-1}(t)| \leq 0.5$  の範囲に収まり、この範囲で全振幅の拡大と縮小とがなされている。このような振動モードは、AC アダプタの電磁ノイズを特徴づけるものである可能性がある。

また、図 5.13 を見ると、振幅の大小を交互に繰り返す波形になっており、ほぼ定常的とみなせる波形であるといえる。

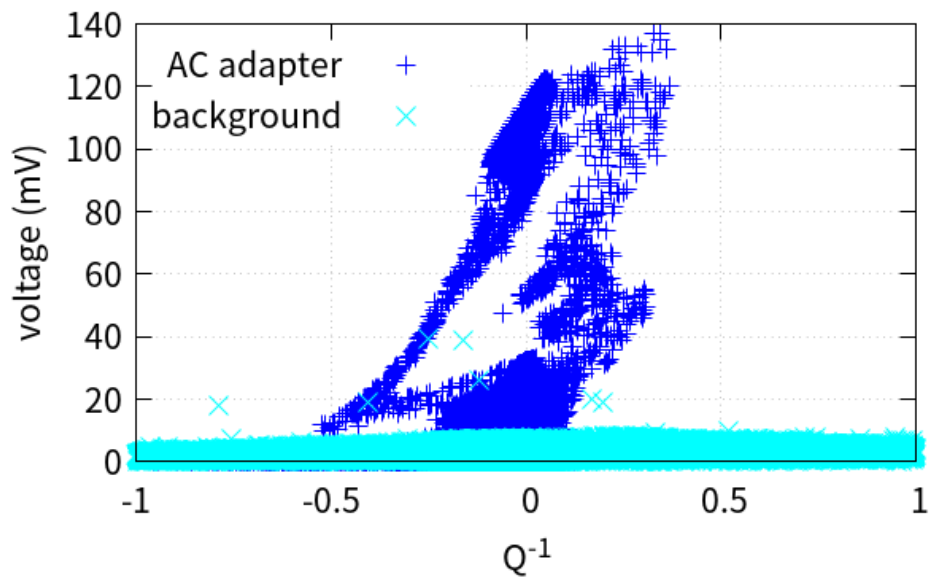


図 5.12 図 5.11 の拡大

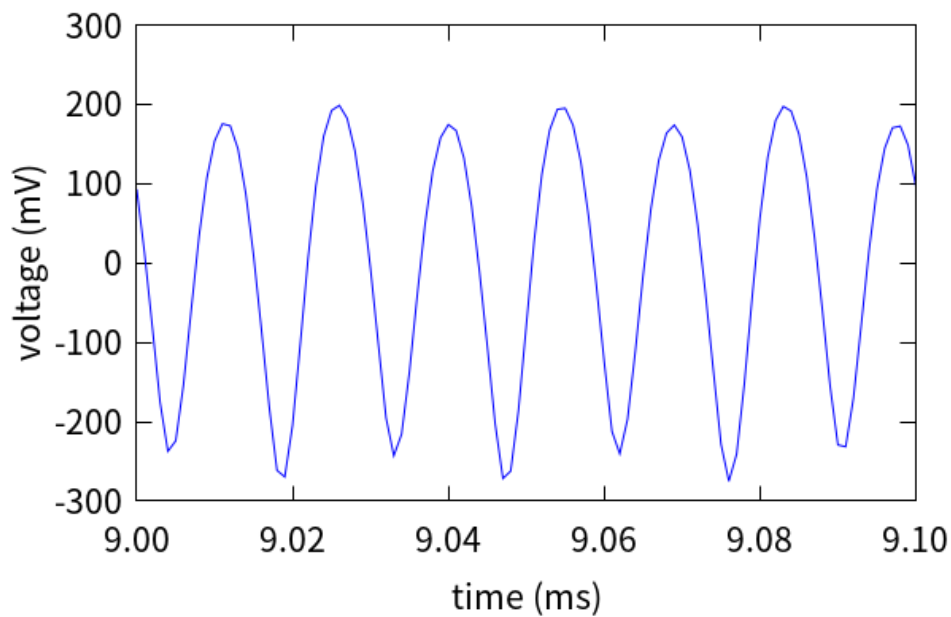


図 5.13 図 5.9(a) の部分拡大

### 時間特性

図 5.14 に、電磁ノイズの基本振動モードの時間特性を示す。図は、上が瞬時周波数  $f_m(t)$  の時間変化、下が瞬時複素振幅の絶対値  $|c_m(t)|$  の時間変化である。

図 5.14(b) は、図 5.9(a) の振幅値のプロットに相当し、電源電圧の腹の位置で振幅が増大していることが確認できる。振幅値が半分になっているのは、複素共役を持つ振動モー

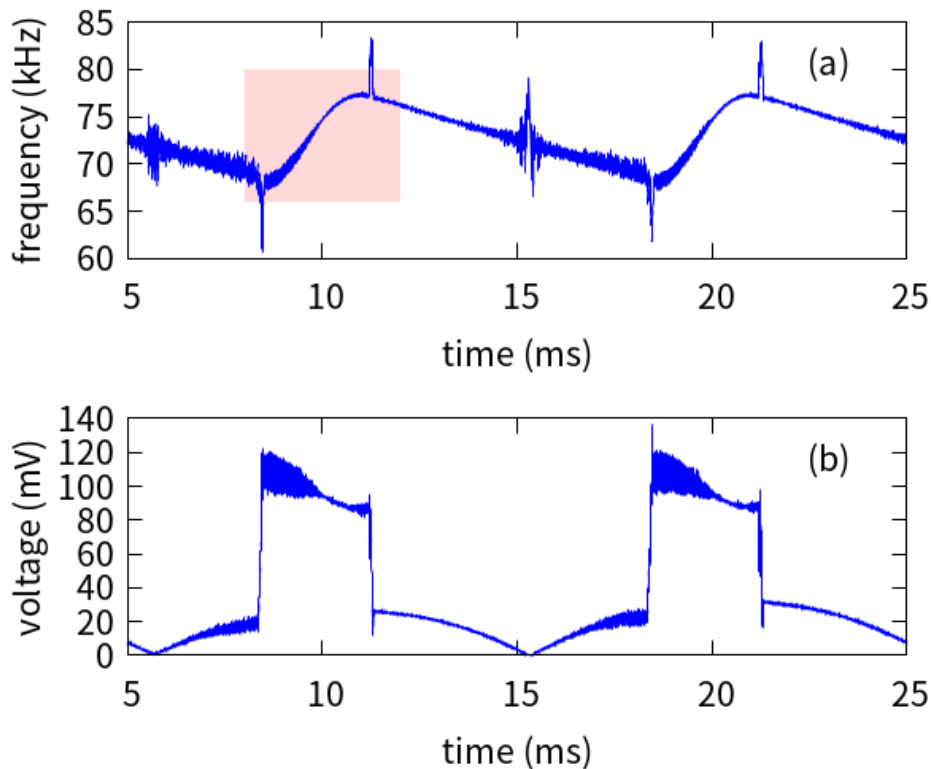


図 5.14 瞬時周波数 (a)、瞬時複素振幅の絶対値 (b)

ドの片方だけをプロットしているためである。

また、電磁ノイズの周波数 (図 5.14(a)) も電源電圧波形と同期して上下動を繰り返している。電磁ノイズの強度が増大している領域では周波数が連続的に上昇し、強度が小さい領域では周波数が連続的に下降している。

この他、電源電圧のゼロクロスで周波数が大きく揺れ動いている状況が見取れるが、この位置での電磁ノイズの振幅は、ほぼゼロとなっている。

#### 周波数変化の内部抵抗値依存性

ここからは、今回用意した 5 種のコンデンサを用いた AC アダプタで測定した電磁ノイズを解析した結果を示す。

まず、瞬時周波数  $f_m(t)$  の時間変化の様子を重ねてプロットしたものを図 5.15 に示す。時間軸は、電磁ノイズの振幅が大きくなる、8 ms から 12 ms までの電圧波形を拡大して示している。

どのコンデンサを用いた場合でも、周波数の時間変化は、ほぼ共通であり、互いに重なっている。このことから、電磁ノイズの特徴そのものはコンデンサの内部抵抗値によっては変化せず、振幅のみが変化していくものと考えられる。

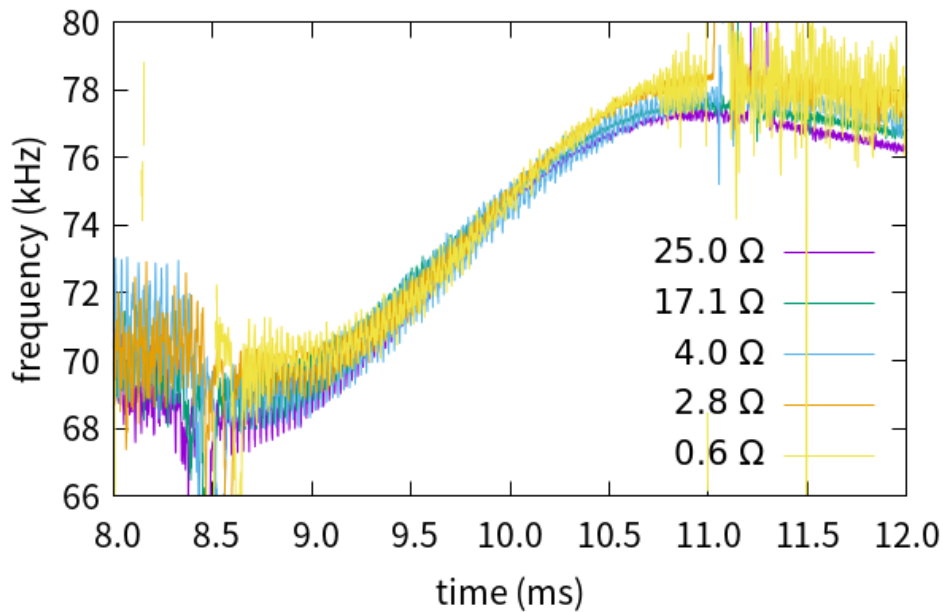


図 5.15 瞬時周波数の内部抵抗値依存性

### 振幅評価

電磁ノイズの振幅とコンデンサの内部抵抗値との関係进行评估するにあたり、単純には電磁ノイズの最大振幅との関係を調べればよいことにはなるが、その前に振幅の外れ値の処理を検討する必要がある。

この目的で、解析で得られた瞬時複素振幅の絶対値  $|c_m(t_0)|$  を振幅値降順に並べてプロットしたものを図 5.16 に示す。前述の通り、瞬時複素振幅の絶対値  $|c_m(t_0)|$  が 0.1 mV 未満となるものは、数値計算に伴うノイズとみなして除去していることから、解析で得られる振幅値の数にはばらつきが出る。特に、最も内部抵抗値の小さい  $0.6 \Omega$  の場合には、電磁ノイズの振幅値そのものが小さくなることから、得られている振動モード数が、他のものと比べて一万モードほど少なくなっている。

振幅値は最大値となる左端で急激に大きくなっている。これらが外れ値に対応することから、これら外れ値を除去しての最大値を取ればよい。ここでは、振幅値の上位 100 モードを除いた位置での振幅値を最大値として採用した。

こうして採用した電磁ノイズの最大値と通電時のコンデンサの内部抵抗値との関係をプロットしたものを図 5.17 に示す。

全てのプロットが直線上に乗る様子が見て取れる。最小二乗法によるフィッティング結果は、原点近くを通る直線となり、その関係式は

$$V = 20.47R_H - 0.86 \quad (5.4)$$

で表される。また、相関係数は 0.997 である。



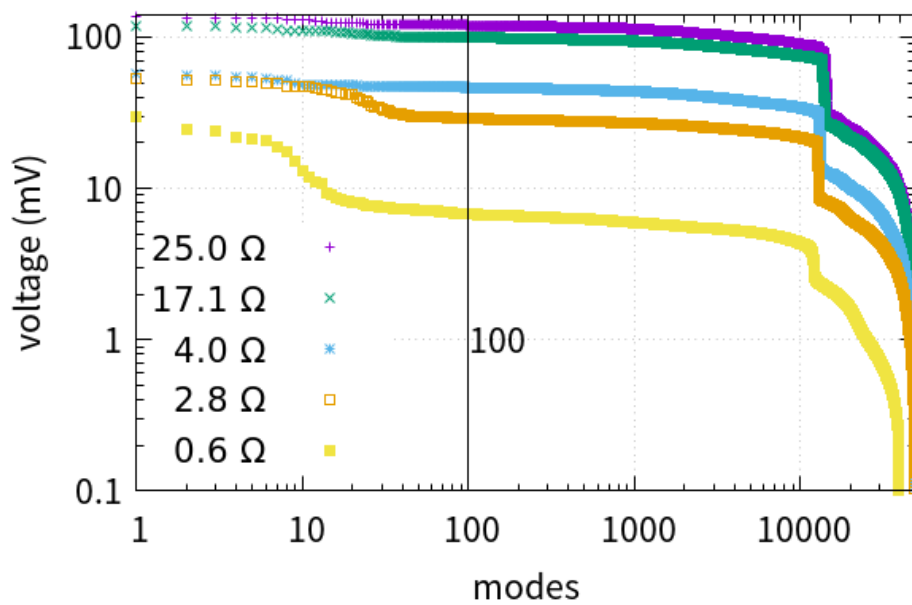


図 5.16 瞬時複素振幅の絶対値

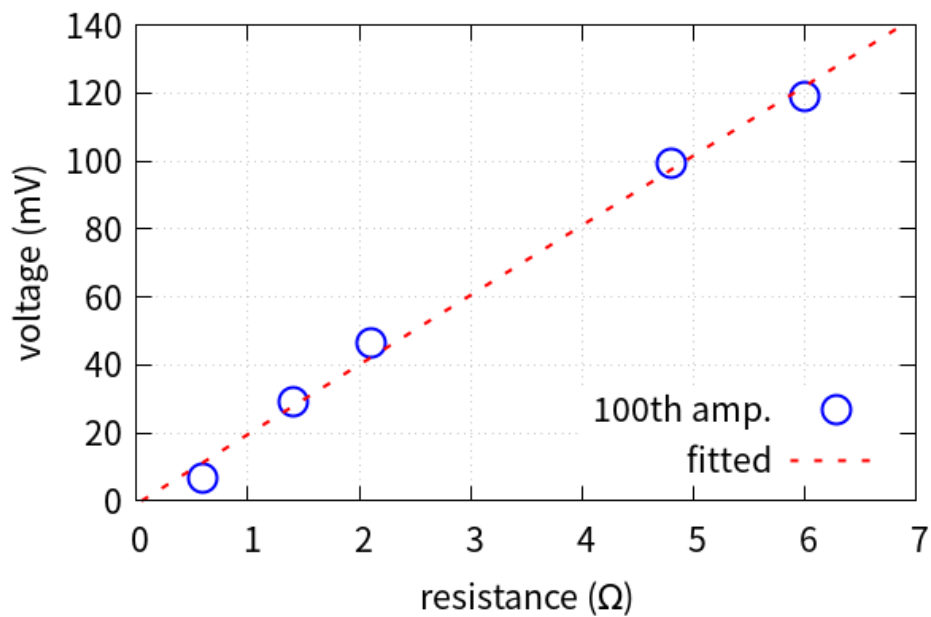


図 5.17 電磁ノイズの振幅と通電時の内部抵抗値との関係性

このことから、今回解析に用いた AC アダプタにおいては、その電磁ノイズの振幅が通電時のコンデンサの内部抵抗値と比例するといえることができる。

また、通電時と常温時との間の関係式を用いることにより、電磁ノイズの最大振幅  $V$

から常温時の内部抵抗値  $R_C$  を推定する換算式

$$R_C \simeq 0.011(V + 0.73)^{1.6} \quad (5.5)$$

を、得ることができる。

## 5.3 本章のまとめ

この章では、我々の解析手法の、実測電磁ノイズ波形への適用事例を示した。

まず、蛍光灯の電磁ノイズ波形解析を通し、我々の解析手法の、従来手法 (STFT) に対する優位性を示した。

蛍光灯の電磁ノイズは急峻な周波数変動を伴うことから、その詳細を追えるためには、高い時間周波数分解能が必要となる。

STFT を用いた場合には、その時間周波数分解能の理論限界のために、蛍光灯の電磁ノイズの周波数変動の詳細を追うことができなかつたのに対し、我々の手法を用いれば、周波数変動の詳細を精密に得られることを示した。また、その時間変動は二次関数的であったことから、その関数形の算出もおこなった。

続いて、より実践的な場面への適用事例として、劣化した AC アダプタが電源線に発する電磁ノイズの測定と解析による、AC アダプタの劣化度評価の事例を示した。

AC アダプタをはじめとする多くの電源回路にはスイッチング制御が用いられていることから、そこから発せられる電磁ノイズは非線形で時変なものとなる。つまり、従来手法が不得意とする解析対象となっている。

それら電源回路に含まれる電解コンデンサが劣化すると、スイッチング制御に伴うスイッチングノイズが漏れ出すようになる。そこで、このノイズの漏れ出し量に着目し、電源装置が発する電磁ノイズを用いての電源劣化度評価を試みた。

その結果、電解コンデンサの通電時の内部抵抗値と電磁ノイズの最大振幅との間に、正確な比例関係があることを見いだした。

この比例関係を見出すにあたって、我々の手法の様々な特徴が役立った。

我々の手法は、解析対象波形を、5つの特徴量（時刻、瞬時周波数、瞬時振幅増減率、瞬時複素振幅の実部と絶対値）を持つ振動モード群として表現しなおす形になっている。それら5つの特徴量によって構成される5次元空間内の任意の部分空間に位置する振動モードを選び出しての、解析結果の評価を行うことができる。

これにより、実測波形に含まれている背景ノイズに対応する振動モードの除去や、AC アダプタが発する電磁ノイズのうちの主要振動モードの抽出などが可能となった。また、主要モードの最大振幅値を評価するにあたっての、外れ値除去も可能となった。これらにより、上記の関係性を見いだすことができた。

上記正確な比例関係が確認されたことから、少なくとも今回用いた AC アダプタに関しては、今後は我々の手法を用いる必要はなく、電磁ノイズ振幅の単純測定で十分実用的な劣化度評価が可能となる。簡易測定を正当化するための根拠として、ここでの測定と解析の結果を用いることができるためである。

その他の AC アダプタや電源装置に対しても、ここで用いた解析手法によって同様の結果が得られるのであれば、電源装置の劣化度評価の指標として、電源ノイズの振幅値が幅広く利用できるようになるものと考えている。

## 第6章

# 結論と課題

本研究のゴールは、電磁ノイズによる通信障害発生時に、システムティックに障害源を特定し、復旧できるための技術の確立にあるが、そのために必要な要件を満たす従来技術が存在しないという大きな課題があった。

そこで、本論文において、フーリエ解析による時間周波数分解能の理論限界を超えての詳細を捉えることができる非線形信号処理理論を提案・構築し、実際の電磁ノイズ波形に適用し、その適用性を評価した。

ここで評価対象とした電磁ノイズ源はスイッチング電源装置（具体的には AC アダプタ）であるが、それら機器は、エミッション規格にある電磁ノイズの上限値規定を守るために複雑な周波数スイープ構造を意図的に導入し、パワースペクトルが平らになるように均す傾向がある。つまり、単純には特徴周波数が得られない。

このため、時間平均的な情報に着目するフーリエ解析的なアプローチ（より一般的には、事前に与えられた直交基底関数との無限区間での相関積分を取ろうとするようなアプローチ）では、我々がターゲットとする信号源の特徴抽出が容易ではない。これに対し、我々の提案手法（局所座標系の直交基底を局所ごとに算出し、算出された基底を用いてのモード分解を局所ごとにおこなう）を用いれば、周波数スイープ構造の詳細を追うことができることを示した。それら周波数スイープ構造の詳細は、通信障害発生時に障害源を特定するための指紋として使える可能性がある。そしてその可能性を確認するためには、より多くの電磁ノイズ測定による、全体状況の把握が必要となる。

この電磁ノイズ測定による知見の収集が、今後の課題の一つとなる。

もう一つの課題は、提案手法そのもののブラッシュアップにある。

例えば、提案手法を用いて非線形信号処理をおこなうにあたり、「十分に短い時間幅を考えれば線形とみなすことができる」と、称してきたが、その、「十分に短い」とみなすことのできるための数学的要件が、明確化できていない。また、解析対象が非線形である場合、上記仮定下での近似式の残差がどのように効いてくるのかの詳細も検討課題として残されている。

例えば 4.3 節で示したように、解析対象が非線形である場合、理論値からの系統的なズレが発生することがわかっており、それらズレの理由を解明する必要がある。

このほか、解析次数  $M$  と一回の解析に用いるサンプル数  $N$ 、さらにサンプリング間隔  $\Delta T$  を、どのように最適化すべきかという、パラメタ設計指針についても検討する必要がある。

例えば 4.6 節で示したように、サンプリング間隔  $\Delta T$  を小さく取りすぎると、解析対象波形の高次微分項に相当する成分が有効桁から桁落ちし、マクロな時間幅での解析をおこなった場合とは全く違う結果が得られてしまうことになる。そのため、 $\Delta T$  は、ある程度大きな値とする必要があるが、どのような値であれば適正なのかについての指針が得られていない。

また、 $M$  や  $N$  の最適化には一般には AIC (Akaike Information Criterion; 赤池情報量規準) [80] といった量が指標となるが、この指標はエントロピー評価をおこなうものであることから、マクロな統計量評価となっている。つまり、少数サンプルで微小区間を解析対象として考える我々の手法とは正反対の状況を想定した評価基準となっており、これに類する様々な従来の評価指標 [81, 82, 83, 84] とも全く異なるコンセプトに従った指標が必要なものと思われる。

以上、解明すべき課題は数多いが、現状の到達レベルでも実用面ではそれほど問題は無いと考える。ただし、放置が許されるものでもないことからではあることから、これらについて検討を進め、解決を目指す。

現在の我々は、コンピュータネットワーク無しの生活に大きな不便を感じるが、コンピュータネットワークが無かった時代の人たちは、コンピュータネットワークがその場になかったことによる不便を感じる事ができていなかった。「なぜそのようなものが必要なのか? 現状で十分だ」と、否定的に感じるのが普通であった。これは、公衆衛生であれ、流通システムであれ、同じことが言える。目の前に存在しないものが存在しないことによる不便は、実感することができない。これは、インターネットの一般社会への展開時にも同様であった。しかし、一度不便を感じてしまえば、それは不可逆となる。

本論文は、「フーリエ変換しか使えない」ことへの不便さを実感できる世界を切り開くことを狙っている。

本論文の主題からは離れるが、我々の提案手法をどのように社会展開していくかという課題もある。

スペクトルアナライザなど、測定器への実装というのが、最も現実的で社会的な意義のある展開先であると思われる。しかし、そのためには、解析結果の見せ方や、5.2 節で示したような、解析結果を用いての二次解析をどのように実装したらよいかを工夫する必要がある。

その他の可能そうな展開先として、重力波解析と NMR 解析とを例示する。

我々は、ブラックホール形成時に発生する重力波波形 [85] の理論解析への適用を既に試みている [30]。

一般に、重力波波形の理論解析には STFT が用いられることが多いが、その時間周波数分解能の理論限界から、十分な結果を得ることができていない状況にある。これに対し、我々の手法を用いることにより、一般相対論的效果により高度に非線形な重力波波形の理論解析ができることを示している。

そこで示した解析事例の一つを図 6.1 に示す。解析に用いたのは、相対論的流体力学 [86] を用いて Dimmelmeier ら [87, 88] が数値計算をおこない、時系列データが公開 [89] されている波形である。

ここではその中で、A1B3G3 という名前のついているものを取り上げている。

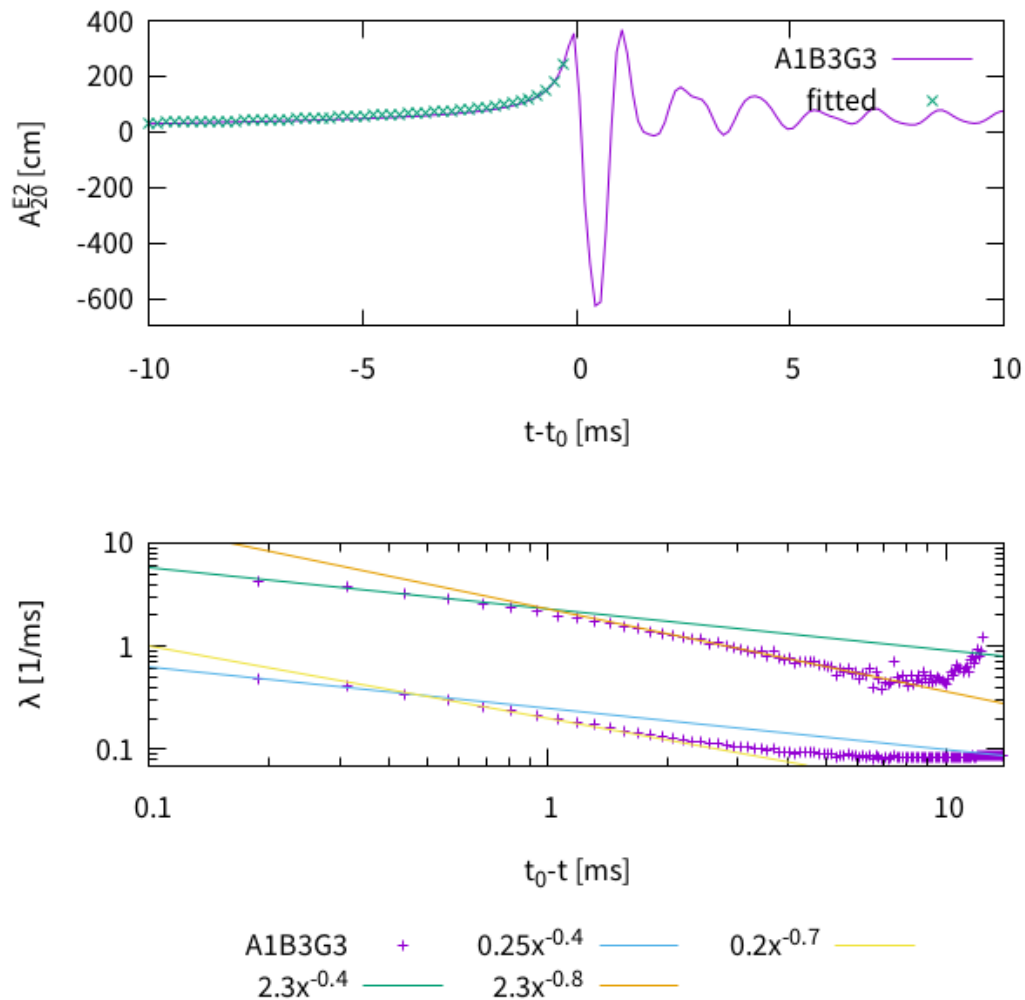


図 6.1 重力波波形とそれへのフィッティング（上）と瞬時振幅増減率（下）

この図において、上側が A1B3G3 の重力波波形であり、そこで fitted としてプロットされているのが、我々の手法による解析で得られた波形形状

$$S(t) = 702e^{-\frac{2.3}{0.6}(t_0-t)^{0.6}} + 168e^{-\frac{0.25}{0.6}(t_0-t)^{0.6}} \quad (6.1)$$

である。我々の手法は、指数の肩が非整数次となるような関数形もサポートすることができる。

この関数形は、図の下側に両対数でプロットされている、 $\lambda_m(t)$  の時間変化の様子から算出している。なお、 $t_0$  は、重力崩壊が始まる時刻である。

図の下側のプロットは以下のように解釈することができる。

まず、重力崩壊  $t = t_0$  の直前では、瞬時振幅増減率  $\lambda_m(t)$  の値が

$$\lambda_1(t) = 2.3(t_0 - t)^{-0.4} \quad (6.2)$$

$$\lambda_2(t) = 0.25(t_0 - t)^{-0.4} \quad (6.3)$$

と、時間変化している。これらを積分することで得られるフィッティング式が、式 (6.1) である。

これが、重力崩壊の 0.5 ~ 1 ミリ秒前になると、

$$\lambda_1(t) = 2.3(t_0 - t)^{-0.8} \quad (6.4)$$

$$\lambda_2(t) = 0.2(t_0 - t)^{-0.7} \quad (6.5)$$

と、時間変化するようになり、さらに前の 5 ミリ秒前くらいになると定数となり、指数関数的な増大に変化する。なお、 $\lambda_1(t)$  の係数は  $\lambda_2(t)$  より一桁大きいことから、重力崩壊時刻から離れるほど急激に小さくなって消えていくことに注意する必要がある。

実験面では、重力波波形の検知への適用が考えられる。現在は、予想される重力波波形のテンプレートを大量に用意し、それらテンプレートを用いてのテンプレートマッチングがおこなわれている [90]。このテンプレートマッチングを、我々の手法におきかえることにより、より柔軟で高度な重力波検知が可能になることが予想される。

このほか、例えば、NMR (Nuclear Magnetic Resonance; 核磁気共鳴) 波形の解析への適用も考えられる。NMR を用いた解析は、応用化学や製薬などの幅広い分野で、合成された物質などの構造解析に用いられている、極めて汎用性の高い解析手法である。

NMR で得られる波形は単純な減衰振動波形であり、現状ではこれをフーリエ変換することでの解析が一般的である [91]。これを我々の手法に置き換えることにより、周波数や緩和時間やスピンエコーなどの精密解析が可能になることが期待される。

医療用の MRI (Magnetic Resonance Imaging) も、かつては、NMR-CT という名前で呼ばれており、強磁場を用いての NMR 解析をおこなっている。ここにおいても、何かしらの寄与が可能なものと考えられる。

どのような分野に展開するのであれ、それぞれの分野の専門家との協力関係が必要となることから、それら専門家との協力関係の確立が、当面の課題となる。



## 付録 A

# 通信 EMC について

EMC (ElectroMagnetic Compatibility; 電磁環境両立性) という技術分野がある。電磁ノイズ対策に関する技術分野であり、ここでは、通信設備における通信障害対策を主目的としている。

### A.1 イミュニティとエミッション

EMC 技術分野の重要な考え方として、イミュニティとエミッションとの 2 つがあり、それぞれに対応する規格がある [92, 93, 94]。

イミュニティ規格は外来ノイズによる誤動作耐力の基準を示したものであり、エミッション規格は機器が発するノイズ強度の上限値の基準を示したものである。

全ての通信機器は、両方の規格を満たす必要がある。つまり、イミュニティ規格にあるノイズを印加されても誤動作しないノイズ耐力を持ち、自身が発するノイズ強度がエミッション規格にあるノイズ上限値を下回る値となっている必要がある。

なお、この中で、エミッション規格で定められたノイズの上限値規制を確保するため、複雑な周波数スイープ構造を導入してパワースペクトル上の最大値を均すような回路設計がなされることがある。これが従来手法による特徴抽出技法の適用を困難にさせている一方で、この複雑な構造が、ノイズ源同定のための指紋として使える可能性がある。本論文による提案は、この構造に着目したものとなっている。

#### A.1.1 電磁ノイズの周波数スイープ構造

複雑な周波数スイープ構造を伴うものの事例として、AC アダプタの電磁ノイズのフーリエスペクトルを図 A.1 に示す。

50 kHz から 80 kHz までにかけて盛り上がっている構造が、AC アダプタの電磁ノイ

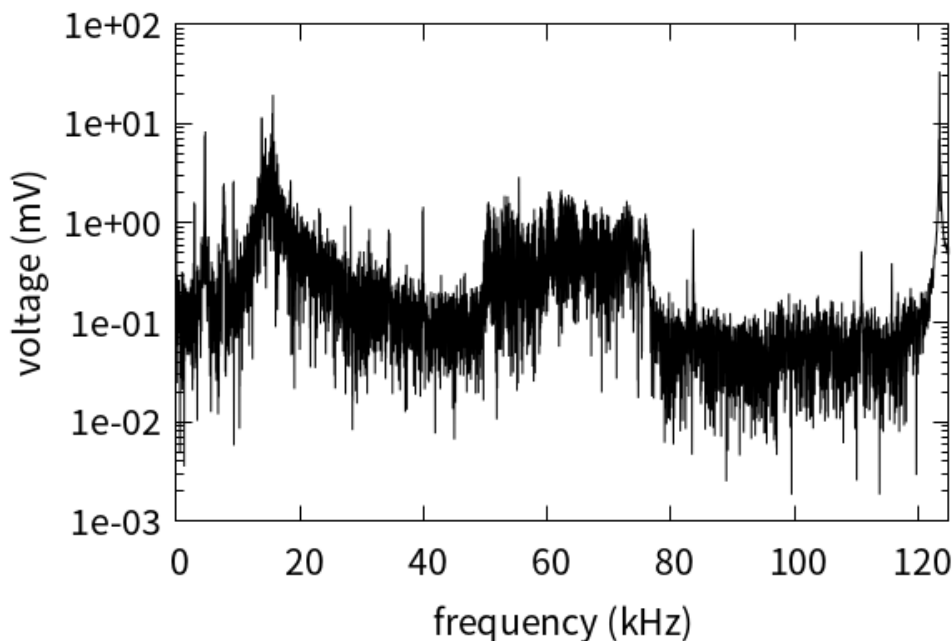


図 A.1 ACアダプタの電磁ノイズのフーリエスペクトル

ズに対応する。この電磁ノイズは、スイッチング回路のスイッチング制御によって生成されている。このように、単純なピーク構造が得られないことから、従来手法による特徴周波数の抽出が困難な解析対象になっている。

フーリエ解析など、従来手法は定常的な波形に対し、時間平均的な情報を得ることに特化したものが多い。そのため、我々が着目する周波数スイープ構造を得るのには適さない。従来手法による解析では、その時間周波数分解能の理論限界により、我々が着目する情報が十分には得られないことを5章で示している。

### A.1.2 スwitching回路が発するノイズのイメージ

スイッチングを用いる装置の具体例として、太陽電池をとりあげる。太陽電池は電力を生成する装置であるが、スイッチングの考え方は基本的に共通である。

まず注意しておきたいことは、太陽電池は直流電源であるということである。この直流電源から、例えば100 Vの交流電源を作るのに、スイッチングという操作をおこなう。

なお、いわゆる100 Vの交流電源は、電圧のピーク値では $\sqrt{2}$ 倍の $\pm 141$  Vとなる。そこで、約300 Vの直流電圧を生成し、これを高い周波数で高速にon/offし、on時間とoff時間との比率を徐々に変えていくことで、時間平均として全振幅242 Vの正弦波となる交流波形を生成する。このような高速なスイッチングを高電圧でおこなっていることから、当然高周波のスイッチングノイズが大きく発生する。それを、コンデンサが吸収して

いる。

このことから、機器が発する電磁ノイズに着目した場合、コンデンサは電源装置にとって最も重要なパーツとなっている。

## A.2 国際協調による EMC 規格

エミッションやイミュニティの規格は、勝手に決められるものではない。通信機器メーカーは世界中に存在し、それらメーカー品を用いて通信網を構築する通信事業者は世界各国に存在するからである。つまり、上記規格は国際標準規格として国際協調によって作られる必要がある。そして、そのための国際機関として IEC (International Electrotechnical Commission; 国際電気標準会議) [95] があり、その中に、CISPR (Comité International Spécial des Perturbations Radioélectriques; International special committee on radio interference; 国際無線障害特別委員会) [96] が設置されている。この CISPR 中の CISPR22/24 委員会に世界各国の代表技術者が EMC に関する技術提案を持ち寄り、議論を積み重ねながら、上記国際標準規格を作っている。

そして、新しい国際標準規格が決まると、それに合わせた新しい国内標準規格を作る必要がある。それをおこなっているのが、総務省情報通信審議会 [97] であり、ここでの答申を受けて、VCCI (Voluntary Control Council for Interference; 情報処理装置等電波障害自主規制協議会) [98] が、国内技術標準を作っている。

つまり、EMC は、ジュネーブでの国際標準のルール作りから、全国各地の現場での障害対応まで、レンジの広い技術領域を受け持っている。

# 謝辞

まずは、全く見ず知らずの私を研究室に受け入れてくださった、システム情報工学研究群情報数理研究室櫻井鉄也教授に感謝しなければなりません。これがなければ、そもそものスタートラインに立つことすらできませんでした。

本当はたくさんディスカッションしたかったことがあったのですが、コロナの影響や職場の研究所新設への対応などで十分なコミュニケーションが取れなかったことが残念に思われます。

初登校となった予備審査では、システム情報工学研究群の牧野昭二教授、徳永隆治教授、庄野和宏准教授、安東弘泰准教授の、各先生方とディスカッションいただくことができ、多くの気づきを得ることができたことを、感謝しています。とても有意義で楽しい時間でした。また、本審査においても、さらに充実したディスカッションをいただくことができました。重ねて感謝いたします。

職場関係としては、NTT ネットワーク基盤技術研究所岡崎義勝所長（当時）に、社会人入学を快諾いただけたことを、感謝しています。この理解が無ければ、そもそも今の形はありえませんでした。

私が所属する研究チームとして、NTT 宇宙環境エネルギー研究所加藤潤プロジェクトマネージャ兼グループリーダーには、NTT ネットワーク基盤技術研究所時代から、こまやかなサポートをいただいております。このほか、NTT 宇宙環境エネルギー研究所関連では、奥川雄一郎主任研究員には事務関係の相談を中心に、丸山雅人主任研究員には EMC 関係の文章チェックで、それぞれお世話になっています。また、本論文の AC アダプタ関連の測定は、総て鳥海陽平主任研究員によるものです。測定のみならず、AC アダプタの再利用の可否判断など、事業での課題をいろいろ教えていただきました。

NTT ネットワーク基盤技術研究所関連では、鈴木康直主任研究員（当時）と高谷和宏グループリーダー（当時）には、本論文の前の研究テーマの遂行と、本研究テーマの立ち上げとでお世話になりました。マハムド・ファーハン研究員（当時）と岡本健主任研究員（当時）には、スイッチングノイズの測定関係でお世話になりました。また、秋山佳春プロジェクトマネージャ兼グループリーダー（当時）には、研究遂行上のサポートをいろいろ

いただきました。

プライベート関係では、様々な執筆時でのエディターとしてのパートナーである田島俊之氏に、本論文の文章チェックなどをしていただきました。どれだけのコメントを反映できたのか、申し訳ない点多々あるのですが、総ての文責は、私にあります。大学院受験にあたっては、元同僚の山田辰巳博士に相談に乗ってもらいました。側面からのサポートに感謝しています。

そして最後に、妻千嘉子とその妹の慎希子に。

## 参考文献

- [1] K. Tachikawa, and K. Sano, "The corporate philosophy and service vision of NTT," *NTT Rev.*, vol. 2, no. 3, pp. 6-11, 1990.
- [2] NTT 技術動向研究会編, 2005 年の情報通信技術「見える、賢い、私の」サービスへ, NTT 出版, 219pp, 1990.
- [3] 日本電信電話株式会社経営企画本部経営ビジョン事務局, "新高度情報通信サービス VI&P の実現," *NTT 技術ジャーナル*, vol. 2, no. 5, pp. 6-11, 1990.
- [4] 田崎公郎, 青木利晴, "新しいネットワークづくりのコンセプト - VI&P に向けたネットワークの基本構想," *NTT 技術ジャーナル*, vol. 3, no. 1, pp. 10-13, 1991.
- [5] 宮内充, 神保良博, "VI&P 総合実験の進展," *NTT 技術ジャーナル*, vol. 5, no. 3, pp. 54-57, 1993.
- [6] P. Gilster, *The Internet navigator 2nd Edition*, Wiley, 624pp, 1994.  
菱山博陸 訳, *インターネット・ナビゲータ*, 丸善&Wiley, 657pp, 1995.
- [7] 立川敬二, "新しい電気通信を模索," *通信ソサエティマガジン*, 電子情報通信学会, vol. 1, no. 1, pp. 11-14, 2007.
- [8] 服部光男, "EMC の現状と対策: 保守運用部門の取り組み," *NTT 技術ジャーナル*, vol. 8, no. 9, pp. 18-21, 1997.
- [9] 桑原伸夫, "EMC の現状と対策: 研究開発部門における取り組み," *NTT 技術ジャーナル*, vol. 8, no. 9, pp. 22-30, 1997.
- [10] T. Aoki, K. Tajima, T. Tominaga, and R. Kobayashi, "Electromagnetic Compatibility Standards and Their Application in NTT Group," *NTT Tech. Rev.*, vol. 18, no. 5, pp. 1-6, 2007.
- [11] 板倉文忠, 斎藤収三, "統計的手法による音声スペクトル密度とホルマント周波数の推定," *信学論*, vol. 53A, pp. 35-42, 1970.
- [12] F. Itakura, "Minimum Prediction Residual Principle Applied to Speech Recognition," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.*, vol. 23, pp. 67-72, 1975.
- [13] F. Ishiyama and H. Yamane, "Identification of the Source of Acoustic Noise

- Caused by Electromagnetic Disturbances using Formant Analysis,” Proc. 2002 IEEE Int. Symp. EMC, vol. 2, pp. 696-700, Minneapolis, Aug., 2002.  
DOI: 10.1109/ISEMC.2002.1032677
- [14] 石山文彦, 村川一雄, 山根宏, “電磁妨害波源識別方法検討のためのホルマント解析システムの構築,” 信学技報, vol. 103, no. 157, pp. 69-76, 2003.
- [15] F. Ishiyama, K. Murakawa and H. Yamane, “Real-Time Formant Analysis System for EMI Discrimination,” Proc. 2004 IEEE Int. Symp. EMC, vol. 1, pp. 85-88, Sendai, Jun., 2004.
- [16] F. Ishiyama, K. Murakawa and H. Yamane, “Formant Analysis System for Realtime Electromagnetic Interference Source Discrimination,” NTT Tech. Rev., vol. 2, pp. 12-17, 2004.
- [17] G. Yule, “On a method of investigating periodicities in distributed series, with special reference to Wolfer’s sunspot numbers,” Trans. Roy. Soc. Ser. A, vol. 226, pp. 267-298, 1927.
- [18] G. Walker, “On periodicity in series of related terms,” Proc. Roy. Soc. Ser. A, vol. 131, pp. 518-532, 1931.
- [19] 南茂夫, 河田聡 編著, 科学計測のためのデータ処理入門, CQ 出版社, pp. 59-69, 2002.
- [20] S. Kawata, K. Minami and S. Minami, “Superresolution of Fourier transform spectroscopy data by the maximum entropy method,” Appl. Opt., vol. 22, pp. 3593-3598, 1983.
- [21] K. Minami, S. Kawata and S. Minami, “Superresolution of Fourier transform spectra by autoregressive model with singular value decomposition,” Appl. Opt., vol. 24, pp. 162-167, 1985.
- [22] S. Kawata, T. Shigeoka and O. Nakamura, “Time-Varying Autoregressive Modeling for Analyzing Transient Frequencies,” Jpn. J. Appl. Phys., vol. 36, pp. L522-L523, 1997.
- [23] N. Levinson, “The Wiener RMS (root mean square) error criterion in filter design and prediction,” J. Math. Phys., vol. 25, pp. 261-278, 1946.
- [24] J. Durbin, “The Fitting of Time-Series Models,” Rev. Inst. Int. Stat., vol. 28, pp. 233-243, 1960.
- [25] S. Sagayama, Private communication.
- [26] [https://en.wikipedia.org/wiki/Instructions\\_per\\_second](https://en.wikipedia.org/wiki/Instructions_per_second)
- [27] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling and B. P. Flannery, Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing, Cambridge University Press, 1986.

- 
- [28] F. Ishiyama, "Maximum entropy method without false peaks with exact numerical equation," *J. Phys. Conf. Ser.*, vol. 1438, 012031 (6pp), 2020.  
DOI: 10.1088/1742-6596/1438/1/012031
- [29] R. Prony, "Essai expérimental et analytique - Sur les lois de la Dilatabilité des fluides élastiques et sur celles de la Force expansive de la vapeur de l'eau et de la vapeur de l'alkool, à différentes températures," *J. l'École Polytechnique, Floréal et Plairial III*, vol. 1, pp. 24-76, 1795.
- [30] F. Ishiyama and R. Takahashi, "The Bounce Hardness Index of Gravitational Waves," *Class. Quant. Grav.*, vol. 27, 245021 (11pp), arXiv:1009.0608, 2010.  
DOI: 10.1088/0264-9381/27/24/245021
- [31] F. Ishiyama, Y. Okugawa and K. Takaya, "Linear Predictive Coding without Yule-Walker Approximation for Transient Signal Analysis - Application to Switching Noise," *Proc. 13th IEEE Int. Colloq. Signal Process. Appl.*, pp. 44-48, 2017.  
DOI: 10.1109/CSPA.2017.8064922
- [32] F. Ishiyama, "Local linear predictive coding for high resolution time-frequency analysis," *Proc. 17th IEEE Int. Symp. Signal Process. Info. Tech.*, pp. 1-6, 2017.  
DOI: 10.1109/ISSPIT.2017.8388309
- [33] 石山文彦, "局所線形予測法による非線形信号解析と自動トレンド抽出," *信学会論文誌 A* vol. J101-A, no. 4, pp. 36-45, 2018.
- [34] B. van der Pol, "The Fundamental Principles of Frequency Modulation," *J. Inst. Elect. Eng. III*, vol. 93, pp. 153-158, 1946.
- [35] I. Daubechies, J. Lu, and H. T. Wu, "Synchrosqueezed wavelet transforms: An empirical mode decomposition-like tool," *Appl. Comput. Harmon. Anal.*, vol. 30, pp. 243-261, 2011.
- [36] R. Kubo, "Statistical-Mechanical Theory of Irreversible Process. I. General Theory and Simple Applications to Magnetic and Conduction Problems," *J. Phys. Soc. Jpn.*, vol. 12, pp. 570-586, 1957.  
DOI: 10.1143/JPSJ.12.570
- [37] O. Aberth, "Iteration methods for finding all zeros of a polynomial simultaneously," *Math. Comp.* vol. 27, pp. 339-344, 1973.
- [38] D. Gabor, "Theory of communication," *J. Inst. Elect. Eng.*, vol. 93, pp. 429-457, 1946.
- [39] B. Boashash, "Notes on the use of the wigner distribution for time-frequency signal analysis," *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.*, vol. 36, pp. 1518-



- 1521, 1988.
- [40] L. Cohen, "Time-frequency distributions - A review," *Proc. IEEE*, vol. 77, pp. 941-981, 1989.
- [41] I. Daubechies, "The wavelet transform time-frequency localization and signal analysis," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 36, pp. 961-1005, 1990.
- [42] R. G. Stockwell, L. Mansinha, and R. P. Lowe, "Localization of the complex spectrum: the S transform," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 44, pp. 998-1001, 1996.
- [43] B. Boashash, "Estimating and interpreting the instantaneous frequency of a signal. Part I: Fundamentals," *Proc. IEEE*, vol. 80, pp. 520-538, 1992.
- [44] B. Boashash, "Estimating and interpreting the instantaneous frequency of a signal. Part II: Algorithms and applications," *Proc. IEEE*, vol. 80, pp. 540-568, 1992.
- [45] L. Cohen, *Time-Frequency Analysis*, Prentice Hall, 1995.
- [46] N. E. Huang, Z. Shen and R. S. Long, "A new view of nonlinear water waves: the Hilbert spectrum," *Ann. Rev. Fluid Mech.*, vol. 31, pp. 417-457, 1999.
- [47] N. E. Huang, Z. Shen, S. R. Long, M. C. Wu, H. H. Shih, Q. Zheng, N. C. Yen, C. C. Tung and H. H. Liu, "The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis," *Proc. Roy. Soc. A*, vol. 454, pp. 903-995, 1998.
- [48] N. E. Huang, Z. Wu, S. R. Long, K. C. Arnold, K. Blank, and T. W. Liu, "On instantaneous frequency," *Adv. Adapt. Data Anal.*, vol. 1, pp. 177-229, 2009.
- [49] A. H. Nuttall, "On the quadrature approximation to the Hilbert transform of modulated signals," *Proc. IEEE*, vol. 54, pp. 1458-1459, 1966.
- [50] N. E. Huang, and Z. Wu, "A review on Hilbert-Huang transform: method and its applications to geophysical studies," *Rev. Geophys.*, 46RG2006, 2008.
- [51] D. J. Duffy, "The application of Hilbert-Huang transforms to meteorological datasets," *J. Atmos. Ocean. Tech.*, vol. 21, pp. 599-611, 2004.
- [52] T. Gautama, D. P. Mandic and M. M. Hulle, "The delay vector variance method for detecting determinism and nonlinearity in time series," *Physica D*, vol. 190, pp. 167-176, 2004.
- [53] I. M. Janosi and R. Muller, "Empirical mode decomposition and correlation properties of long daily ozone records," *Phys. Rev. E*, 71056126, 2005.
- [54] M. Wu, and C. Hu, "Empirical mode decomposition and synchrogram approach to cardiorespiratory synchronization," *Phys. Rev. E*, 73, 051917, 2006.

- 
- [55] S. Lin, P. Tung and N. E. Huang, “Data analysis using a combination of independent component analysis and empirical mode decomposition,” *Phys. Rev. E*, 79066705, 2009.
- [56] D. Looney and D. P. Mandic, “Multi-scale image fusion using complex extensions of EMD,” *IEEE Trans. Signal Process.* vol. 57, pp. 1626-1630, 2009.
- [57] T. Tanaka and D. P. Mandic, “Complex empirical mode decomposition,” *IEEE Signal Process. Lett.* 14, pp. 101-104, 2006.
- [58] M. U. Altaf, T. Gautama, T. Tanaka and D. P. Mandic, “Rotation invariant complex empirical mode decomposition,” *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust. Speech Signal Process.*, Honolulu, HI, April 2007, pp. 1009-1012, 2007.
- [59] G. Rilling, P. Flandrin, P. Goncalves and J. M. Lilly, “Bivariate empirical mode decomposition,” *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 14, pp. 936-939, 2007.
- [60] 広林茂, “時間分解能と周波数分解能を両立させる超高精度の次世代型聴覚指標の検討,” 電気通信普及財団研究調査助成報告書 第 27 号 2012 年度, pp. 236-246, 2013.  
<https://www.taf.or.jp/files/items/548/File/P236.pdf>
- [61] G. Golub and W. Kahan, “Calculating the singular values and pseudo-inverse of a matrix,” *J. SIAM, Ser. B*, vol. 2, pp. 205-224, 1965.  
DOI: 10.1137/0702016
- [62] D. W. Tufts and R. Kumaresan, “Improved spectral resolution,” *Proc. IEEE*, vol. 68, pp. 419-420, 1980.
- [63] D. W. Tufts and R. Kumaresan, “Improved spectral resolution II,” *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust. Speech Signal Process.*, pp. 592-597, 1980.
- [64] D. W. Tufts and R. Kumaresan, “Singular value decomposition and improved frequency estimation using linear prediction,” *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.*, vol. 30, pp. 671-675, 1982.
- [65] R. O. Schmidt, “Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation,” *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. AP-34, pp. 276-280, 1986.
- [66] G. Bienvenu, “Influence of the spatial coherence of the background noise on high resolution passive methods,” *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust. Speech Signal Process.*, pp. 306-309, 1979.
- [67] <https://jp.mathworks.com/help/signal/ref/pmusic.html>
- [68] <https://jp.mathworks.com/help/signal/ref/corrmtx.html>
- [69] T. Iizuka, Y. Toriumi, F. Ishiyama, and J. Kato, “Root-MUSIC Based Power Estimation Method with Super-Resolution FMCW Radar,” *Proc. 2020 IEEE MTT-S Int. Microwave Symp.*, pp. 1027-1030, 2020.

- DOI: 10.1109/IMS30576.2020.9224082
- [70] H. K. Hwang, Z. Aliyazicioglu, M. Grice and A. Yakovlev, "Direction of arrival estimation using a root-MUSIC algorithm," Proc. Int. MultiCof. Engineer Comp. Scientist 2008, vol. 2, pp. 1507-1510, 2008.
- [71] D. P. Mandic, M. Golz, A. Kuh, D. Obradoric and T. Tanaka, Signal processing techniques for knowledge extraction and information fusion, Springer, 2008.
- [72] P. Flandrin, G. Rilling and P. Goncalves, "Empirical mode decomposition as a filter bank," IEEE Signal Processing Letters, vol. 11, pp. 112 - 114, 2004.
- [73] Z. Wu and N. E. Huang, "Ensemble empirical mode decomposition: a noise-assisted data analysis method," Advances in Adaptive Data Analysis, vol. 1, pp. 1-41, 2009.
- [74] T. Yoshizawa, S. Hirobayashi and T. Misawa, "Noise reduction for periodic signals using high-resolution frequency analysis," J. Audio Speech Music Process. 2011, 5, 2011.
- [75] J.C. Nunes, Y. Bouaoune, E. Delechelle, O. Niang and Ph. Bunel, "Image analysis by bidimensional empirical mode decomposition," Image Vision Comput., vol. 21, pp. 1019-1026, 2003.
- [76] N. Rehman and D. P. Mandic, "Multivariate empirical mode decomposition," Proc. Royal Soc. A, vol. 466, 2117, 2009.
- [77] F. Ishiyama, "Beyond Fourier Analysis: Recipes for Nonlinear Oscillator Expansion," Proc. SICE Annual Conf. 2019, pp. 1643-1648, 2019.
- [78] F. Ishiyama and Y. Toriumi, "Live line aging estimation of AC adapters," Proc. 18th IEEE Int. Symp. Signal Process. Info. Tech., pp. 41-44, 2018.  
DOI: 10.1109/ISSPIT.2018.8642780
- [79] F. Ishiyama and Y. Toriumi, "Aging estimation of an AC adapter from generated electromagnetic noise," Proc. 20th IEEE Int. Symp. Signal Process. Info. Tech., pp. 1-4, 2020.  
DOI: 10.1109/ISSPIT51521.2020.9408685
- [80] H. Akaike, "A new look at the statistical model identification," IEEE Trans. Automat. Control, vol. 19 no. 6, pp. 716-723, 1974.  
DOI: 10.1109/TAC.1974.1100705
- [81] T. Ando, "Bayesian predictive information criterion for the evaluation of hierarchical Bayesian and empirical Bayes models," Biometrika, vol. 94, no. 2, pp. 443-458, 2007.  
DOI: 10.1093/biomet/asm017

- 
- [82] T. Ando, “Predictive Bayesian Model Selection,” *Am. J. Math. Manage. Sci.*, vol. 31, pp. 13-38, 2011.  
DOI: 10.1080/01966324.2011.10737798
- [83] S. Watanabe, “Asymptotic Equivalence of Bayes Cross Validation and Widely Applicable Information Criterion in Singular Learning Theory,” *J. Mac. Learning Res.*, vol. 11, pp. 3571-3594, 2010.
- [84] S. Watanabe, “A Widely Applicable Bayesian Information Criterion,” *J. Mac. Learning Res.*, vol. 14, pp. 867-897, 2013.
- [85] B. P. Abbott *et al.* (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration), “Observation of gravitational waves from a binary black hole merger,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 116, 061102, 2016.
- [86] C. D. Ott, “The gravitational-wave signature of core-collapse supernovae,” *Class. Quant. Grav.*, vol. 26, 063001, 2009.  
DOI: 10.1088/0264-9381/26/6/063001
- [87] H. Dimmelmeier, J. A. Font, and E. Müller, “Relativistic simulations of rotational core collapse I. Methods, initial models, and code tests,” *Astron. Astrophys.*, vol. 388, pp. 917-935, 2002.  
DOI: 10.1051/0004-6361:20020563
- [88] H. Dimmelmeier, J. A. Font, and E. Müller, “Relativistic simulations of rotational core collapse II. Collapse dynamics and gravitational radiation,” *Astron. Astrophys.*, vol. 389, pp. 523-542, 2002.  
DOI: 10.1051/0004-6361:20020563
- [89] [http://www.mpa-garching.mpg.de/rel\\_hydro/wave\\_catalog.shtml](http://www.mpa-garching.mpg.de/rel_hydro/wave_catalog.shtml)
- [90] A. C. Clapson, M. Barsuglia, M.-A. Bizouard, V. Brisson, F. Cavalier, M. Davier, P. Hello, N. Leroy, and Monica Varvella, “EGC: a time-frequency augmented template-based method for gravitational wave burst search in ground-based interferometers,” *Class. Quant. Grav.*, vol. 25, 035002, 2008.  
DOI: 10.1088/0264-9381/25/3/035002
- [91] R. Kubo, and K. Tomita, “A General Theory of Magnetic Resonance Absorption,” *J. Phys. Soc. Jpn.*, vol. 9, pp. 888-919, 1954.  
DOI: 10.1143/JPSJ.9.888.
- [92] 奥川雄一郎, 本間文洋, 高谷和宏, “電磁環境問題からネットワーク装置を守る EMC 技術,” *N T T 技術ジャーナル*, vol. 24, no. 1, pp. 33-37, 2014.
- [93] 田島公博, 秋山佳春, 雨宮不二雄, “IEC/CISPR における通信 EMC (電磁環境) の標準化動向,” *N T T 技術ジャーナル*, vol. 20, no. 12, pp. 64-67, 2009.

- [94] 青木忠一, 田島公博, 富永哲欣, 小林隆一, “NTT グループにおける EMC 標準の規定と運用,” NTT技術ジャーナル, vol. 18, no. 9, pp. 68-71, 2007.
- [95] <https://www.iec.ch/>
- [96] [https://www.iec.ch/dyn/www/f?p=103:7:0:::FSP\\_ORG\\_ID:1298](https://www.iec.ch/dyn/www/f?p=103:7:0:::FSP_ORG_ID:1298)
- [97] [https://www.soumu.go.jp/main\\_sosiki/joho\\_tsusin/policyreports/joho\\_tsusin/](https://www.soumu.go.jp/main_sosiki/joho_tsusin/policyreports/joho_tsusin/)
- [98] <https://www.vcci.jp/>
- [99] 石山文彦, 鈴木康直, 奥川雄一郎, 高谷和宏, “時変極解析によるスイッチング電源ノイズの特徴抽出,” 信学技報, vol. 116, no. 196, pp. 11-16, 2016.
- [100] 石山文彦, マハムド ファーハン, 奥川雄一郎, 高谷和宏, “非線形振動子展開によるインバータノイズの特徴抽出,” 信学技報, vol. 116, no. 215, pp. 27-30, 2016.
- [101] 石山文彦, マハムド ファーハン, 奥川雄一郎, 高谷和宏, “スイッチング電源ノイズの特徴抽出とその模擬波形の検討,” 信学技報, vol. 116, no. 421, pp. 127-132, 2017.
- [102] マハムド ファーハン, 岡本健, 石山文彦, 奥川雄一郎, 秋山佳春, “電力変換装置が発する 150kHz 以下の伝導妨害波の特徴量抽出,” 信学技報, vol. 117, no. 1, pp. 1-6, 2017.
- [103] 石山文彦, マハムド ファーハン, 奥川雄一郎, 秋山佳春, “過渡波形解析手法の提案とスイッチング電源ノイズへの適用,” 信学技報, vol. 117, no. 1, pp. 7-12, 2017.
- [104] 石山文彦, 奥川雄一郎, 秋山佳春, “電磁ノイズの特徴抽出に向けた局所線形予測法の検討,” 信学技報, vol. 117, no. 47, pp. 49-54, 2017.
- [105] 石山文彦, “電磁ノイズのホルマント解析とその応用解析,” 信学技報, vol. 117, no. 250, pp. 1-6, 2017.
- [106] 石山文彦, “局所線形化線形予測法の耐ノイズ特性評価,” 信学技報, vol. 117, no. 515, pp. 127-132, 2018.
- [107] 石山文彦, 鳥海陽平, “電源装置の活線状態での劣化診断手法の検討,” 信学技報, vol. 118, no. 82, pp. 143-148, 2018.
- [108] 石山文彦, 鳥海陽平, “周辺機器動作をふまえた電源装置の活線劣化診断手法の検討,” 信学技報, vol. 118, no. 295, pp. 25-30, 2018.
- [109] 石山文彦, 鳥海陽平, “電源装置が電源線に発する電磁ノイズを用いての劣化度評価,” 信学技報, vol. 119, no. 146, pp. 1-6, 2019.
- [110] 石山文彦, “極短部分波形からの時間周波数解析,” 信学技報, vol. 119, no. 155, pp. 1-6, 2019.
- [111] 石山文彦, “非線形振動子展開による AM 変調波形の極短時間周波数解析,” 信学技報, vol. 119, no. 209, pp. 129-132, 2019.
- [112] 石山文彦, 鳥海陽平, “AC アダプタの電源ノイズを用いての劣化度評価,” 信学技報, vol. 119, no. 237, pp. 17-22, 2019.

## 出版論文リスト

- [1] 石山文彦, “局所線形予測法による非線形信号解析と自動トレンド抽出”, 信学会論文誌 A, vol. J101-A, no. 4, pp. 36-45, 2018.
- [2] F. Ishiyama, Y. Okugawa and K. Takaya, “Linear Predictive Coding without Yule-Walker Approximation for Transient Signal Analysis - Application to Switching Noise”, Proc. IEEE 13th Int.Colloq. Signal Process. Appl., pp. 44-48, 2017.  
DOI: 10.1109/CSPA.2017.8064922
- [3] F. Ishiyama, “Local Linear Predictive Coding for High Resolution Time-Frequency Analysis”, Proc. IEEE 17th Int. Symp. Signal Process. Info. Tech., pp. 1-6, 2017.  
DOI: 10.1109/ISSPIT.2017.8388309
- [4] F. Ishiyama and Y. Toriumi, “Live line aging estimation of AC adapters”, Proc. IEEE 18th Int. Symp. Signal Process. Info. Tech., pp. 175-178, 2018.  
DOI: 10.1109/ISSPIT.2018.8642780
- [5] F. Ishiyama, “Beyond Fourier Analysis: Recipes for Nonlinear Oscillator Expansion”, Proc. SICE Annual Conf. 2019, pp. 1643-1648, 2019.
- [6] F. Ishiyama, “Maximum Entropy Method without False Peaks with Exact Numerical Equation”, J. Phys.: Conf. Ser., vol. 1438, 012031 (6pp), 2020.  
DOI: 10.1088/1742-6596/1438/1/012031
- [7] F. Ishiyama and Y. Toriumi, “Aging estimation of an AC adapter from generated electromagnetic noise,” Proc. 20th IEEE Int. Symp. Signal Process. Info. Tech., pp. 1-4, 2020.  
DOI: 10.1109/ISSPIT51521.2020.9408685