

研究論文

小学校算数科における角指導の現状とその課題

—— 第4学年の現行教科書の分析を通して ——

増 田 有 紀[※]

Current Status and Issues of Teaching the Concept of Angle in Elementary School
Mathematics: An Analysis of the Mathematics Textbooks for 4th Graders

Yuki MASUDA

1. 研究意図

学校数学における角に関する学習は、小学校算数科での直角の導入に始まる^①。以後、「一つの点から出ている二つの辺が作る形」として角を考察する学習を経て、角を構成する辺の開き具合、及び回転の大きさとして数値化し、量として捉える学習や図形の性質の考察がなされる^②。さらに、中学校以降の学習においては、主に図形の考察対象として位置づけられ、高等学校では範囲を拡張した一般角や弧度法の学習がなされる。

このように、角は各学校段階における系統的な学習を通して拡張される重要な概念であるが、学習上に様々な困難点があることが先行研究の調査結果から指摘されてきている^③。実際、筆者が実施した質問紙調査において、各学校段階で特徴的にみられる困難点及び、全ての学校段階を通して経年的にみられる困難点が特定された^④。

本研究は、角に関する学習上の困難点を各学校段階でなされる学習指導の過程に位置づけ、その課題を指摘することで、困難点の解消に向けた示唆を得ることを目指している。しかし、小学校から高等学校にかけて角に関する系統的な指導がどのようになされ、それに応じて学習者がどのように角の概念を獲得していくのか、これまで十分に示されてきていない。

そこで、本稿では、角の概念が導入される小学校第4学年の算数教科書の角

※筑波大学大学院人間総合科学研究科学校教育学専攻数学教育学

に関する指導内容とその配列を分析する⁽⁵⁾。そして、小学校算数科における角指導の過程を明らかにし、質問紙調査で特定された学習上の困難点を位置づけ、その課題を考察する。

2. 小学校算数科における角指導の位置づけ

2.1. 学習指導要領の内容領域別にみる角指導の位置づけ

上述のように、現行の学習指導要領では、角は第4学年の「図形」領域で導入された後、「量と測定」領域においてその数値化がなされる。この学習によって、数値化された角の大きさが図形を考察する観点として新たに加わる。「量と測定」領域では、長さ、面積、体積、重さ、時間、角の大きさ、速さなど、児童の身の回りにある様々な量の単位と測定の意味の理解がなされることをねらいとしている。この領域は、小学校算数科においてのみみられる領域であるが、指導される内容は算数科のその他の領域における内容と関連しており、新学習指導要領ではこの領域の位置づけに関して次のように述べられている。

「量と測定」の領域で指導される内容は、ほかの領域の内容とかかわるものが多い。例えば、量の大きさを表すとき、整数、小数、分数が必要になる。また、面積や体積を求める対象となるのは、平面図形や立体図形である。さらに、面積や体積を求める式は、比例などの関数の考えと関連する。このような、複数の領域間の内容の関連に配慮することが大切である⁽⁶⁾。

実際、中学校・高等学校数学科では「量と測定」領域に相当する学習内容は「図形」領域に含まれ、小学校算数科における測定と図形に関する計量の学習は、図形と計量に関する学習の一部として取り上げられる。そこでは、計量の対象が図形であること、そして、計量が図形を考察する際の観点の一つであること、の二つの意味が学習される⁽⁷⁾。これを角の学習に置き換えると、一つは、2次元の広がりである角という図形を計量の対象とすることであり、現在小学校第4学年でその学習がなされている。もう一つは、計量の結果として数値化された角の大きさを、図形を考察する際の観点の一つとすることである。これは、前者の学習がなされていることが前提であり、小学校算数科において角の大きさが導入された以降、高等学校に至るまで系統的になされる学習に相当すると考えられる。

ところが、この二つの学習のそれぞれに対して困難を示す学習者がみられるこ

とが、筆者が実施した調査を含めこれまでの調査結果から明らかになっている。例えば、前者に関する困難点として、辺の長さなど角を構成する図形の構成要素に捉われずにその大きさを直接比較できないことや、分度器を用いて角の大きさを正確に測定できないことがあげられる。また、後者に関する困難点として、負の値の大きさを持つ角に対する認識が弱いことや、弧度法の定義が十分に理解されていないことがあげられる。

本稿では、小学校算数科で角の概念が導入される際の指導の過程を明らかにするために、上記で述べた二つの意味の前者に相当する学習上の困難点から想定される現行の指導上の課題を指摘する。そのために、次節では測定に関する指導の過程を示した先行研究を考察する。

2.2 測定に関する指導の過程

2.2.1 先行研究における測定の指導の過程

測定の指導の過程を示した先行研究の一つに、Inskeep (1976) が示した3段階からなる測定の指導の過程がある⁸⁾ (表1)。

第1段階の「知覚」は、測定対象となるものの属性を抽出する段階である。量は数を用いて表現される世界に依存するものの属性、またはものの状態を抽象したものである⁹⁾。換言すると、形容詞や副詞で表されるものの状態や性質を抽象化し、例えば、「長さ」、「重さ」、「速さ」などの名詞で表現されたものが量である。この段階では、ものの複数の属性から、測定対象となる性質や状態の程度を表す量が何であるかを理解し、様々な属性を持つ測定対象からその量を正確に抽出する。

第2段階の「比較」は、同一の属性を持つ複数の対象を比べる段階である。こ

[表1] 測定の指導の過程 (Inskeep, 1976)

段 階	指 導 内 容
知 覚	測定対象となる属性の把握
比 較	抽出した量の性質の理解
	推移律を用いた測定の理解
単位の適用	単位を用いた測定とその意味の理解

の段階では、抽出された量の数値化まで至らない。保存性や加法性などの量の基本的な性質や推移律を用いて繰り返し複数ある同一の属性同士を比較し、順序づけることで徐々に属性に対する基準となる単位の必要性を実感できるようにする。

第3段階の「単位の適用」は、普遍単位を用いて数値化し測定する段階である。この段階では、普遍単位を適用することにより、測定に関して正確にコミュニケーションがとれるようになるとともに、測定場所が異なる場合でも正確かつ継続的に測定できるようになる。また、複数のものを間接比較する際、一部の量だけでなく全ての量を数値化することで推移律を用いずに数で比較できる⁽¹⁰⁾。このことに関して、Inskeep (1976) は、「単位の適用」の段階の前提として推移律や任意単位を用いて数値化する探究活動を行い、普遍単位の意義を実感することが重要であると指摘している。

また、測定の指導の過程に関する別の先行研究に、Outhred (2003) が示した長さ、面積、体積の測定の概念を育成するための指導を捉える枠組みがある⁽¹¹⁾。この枠組みは、「属性を確認する段階」、「非形式的な測定の段階」、「単位による構成の段階」の3段階からなり、重さ、時間、角の大きさなど他の量にも適用できることが指摘されている。例えば、「属性を確認する段階」では、量を直接比較することを通して、量の加法性や保存性を認識する。また、「非形式的な測定の段階」では、量を比較するために任意単位を用いて与えられた量を数値化することを通して測定の意味を知る。さらに、「単位による構成の段階」では、与えられた量に対する単位による構成を視覚化する。その際、用いる単位が表す量が大きいほど、より小さな単位の必要性に気付く。これらの段階を経て普遍単位を導入することが重要である。

以上、二つの先行研究で述べられている測定に関する指導の過程をまとめると表2のようになる。

2.2.2 学習指導要領から見たわが国の測定の指導の過程

新学習指導要領において、小学校算数科の「量と測定」領域のねらいは次のように述べられている⁽¹²⁾。

この領域のねらいは、身の回りにある様々な量の単位と測定について理解し、実際に測定できるようにするとともに、量の大きさについての感覚を豊かにすることである。

また、このねらいを達成するために、基本的な性質をもつ量の測定の指導では、

[表 2] 先行研究における測定の指導の過程

Inskeep (1976) による 3 段階	Outhred (2003) による 3 段階	指導内容
①知 覚	(1)「属性を確認する段階」	測定対象となる属性の把握
②比 較		測定対象として抽出した量の理解 推移律を用いた測定の理解 (Inskeep, 1976)
(数値化のための 探究活動)	(2)「非形式的な測定の段階」 (3)「単位による構成の段階」	単位を用いた測定と その意味の理解
③単位の適用		

「直接比較」, 「間接比較」, 「任意単位による測定」, 「普遍単位による測定」の4段階が考えられることが述べられている。複数の学年にわたって4段階の指導がなされる場合もあるが, 小学校算数科で学習される量は, 通常この順序で指導される。その過程では, それぞれの量に適した単位を選択し, 計器や計算による測定活動を通して量の大きさを表す学習がなされる。

直接比較には, 測定対象とするものの属性を抽出する教育的な意味がある。具体的な比較の活動を通して大小関係を示すことで, 測定対象である属性と比較している属性を把握することをねらいとしている。しかし, 直接比較は常に可能ではない。そのため, 測定対象と同じ大きさの別のものに置き換え比較する必要性が生じる。これが間接比較であり, その方法の一つとして用いられる推移律の考えは量を数値化する考えの素地となる。すなわち, 数値化することで推移律を用いずに大小比較ができるようになる。これが, 任意単位による測定である。さらに, 量の大きさを的確に表現するために任意単位を標準化した普遍単位による測定が行なわれる。この4段階の指導による学習を経ることで, 測定対象である量で決められた単位を用いて, あるものの属性である量の大きさを数値化する測定の意味を理解できるようになる⁽¹³⁾。そのため, 一般に, わが国における量の指導はこの4段階を経ることが望ましいとされている。

表2に示した先行研究による測定の指導において指導されるべき内容と, わが国における測定に関する指導の4段階との対応関係を考察すると, 次の二点を指摘することができる。第一に, 「知覚」の段階で指導されるべき測定対象となる量

を正確に把握することは、わが国における測定の指導の4段階における初期の段階である直接比較、及び間接比較の学習を中心に指導される。しかし、測定対象となる量の単位を把握することも考慮すれば、全ての段階を通してその獲得がねらいとされているとも考えられる。第二に、Inskeep (1976) による3段階では、「比較」の段階で用いられる推移律の考えに数値化の考えは含まれず、「比較」と「単位の適用」の段階間に行われる数値化のための探究活動においてはじめて数値化の考えが含まれるようになる。この段階を普遍単位による数値化のための探究活動と捉えたと「任意単位による測定」の段階と考えることができる。これに対し、わが国における測定の指導の4段階では推移律の考えは数値化の有無にかかわらず間接比較の段階から含まれている。

以上をまとめたものが表3である。次節以降に述べる教科書分析では、表3に示す測定の指導の過程を分析の視点とする。

3. 現行教科書からみた小学校算数科における角指導

小学校算数科で学習される量の概念は、2で述べた4段階の指導を経て獲得されることが期待されている。例えば、「長さ」は小学校第1学年では、直接比較、間接比較、任意単位による測定活動を通して測定の基礎が培われる。そして、第2学年以降、普遍単位である「センチメートル (cm)」、 「メートル (m)」、 「キロメートル (km)」が導入され、その概念が深められる。

一方、角は、「量と測定」領域において回転の大きさとして普遍単位である「度 (°)」を用いてその量が捉えられ数値化される前に、「図形」領域において「一つの点から出ている二つの辺が作る形」として角を捉えた上でその辺の開き具合と

〔表3〕 先行研究による各段階の指導の内容とわが国の測定に関する指導の4段階の対応

先行研究による各段階の指導の内容		わが国における測定に関する指導の4段階
測定対象となる属性の把握 (知覚)	測定対象として抽出した量の理解 (比較)	直接比較
		間接比較
	単位を用いた測定とその意味の理解 (数値化のための探究活動, 単位の適用)	任意単位
		普遍単位

して大きさの直接比較や間接比較がなされる。二つの辺の開き具合の大きさを比較する活動は、図形としての角から回転の大きさという量としての概念に繋げるための活動であり、図形としての角の指導に関して次のように述べている教師用指導書⁽¹⁴⁾がある。

一つの点から出ている二つの辺が作る形を「角」として定義し、角を作っている辺の開き具合を角の大きさとしておさえ、角の概念を指導していく。このように角は図形の一部であると同時に、量としての性質も持つ。角は量であるので当然大きさをもつ。したがって、直接比較に相当する重ね合わせによって二つの角の大小や相当関係を調べることができる。

そして、「量と測定」領域の学習では、量としての角の概念を一層深めるために半直線の回転の大きさとして角の大きさを捉え、辺の開き具合では捉えることの難しい 180° を超える大きさに範囲を拡張した測定活動を行う。平林（1987）では、数学的諸概念がとりわけ測定活動から生まれることからその重要性を次のように指摘している。

量を測定することによって量概念ができる。測定の最も素朴な形態は比較である。多くの数学的概念が、この素朴な測定である比較という活動の結果として形成される。たとえば、量としての「角」の概念形成には、端を共有する二本の半直線をかいてみせることは、ほとんど役に立たない。紙で多くの角を切りとって、それらを相互に比べさせたり、一つをもとにして他のものを測らせたりすることによって、はじめて角の概念は形成される⁽¹⁵⁾。

このように、量として角を捉える学習は図形としての角を比較する学習から始まり、「図形」領域と「量と測定」領域の二つの領域にわたってなされる。そこで、次節以降では、図形の開き具合として捉える場面と、開き具合から回転の大きさへと量としての角の概念を拡張し数値化する場面の二つの観点から現行の教科書の指導内容を考察する。

3.1 角に関する属性の抽出とその比較

図形の開き具合として角の大きさを捉える場面では、直接比較や間接比較の活動を通して、角を図形として捉えるとともに量としてその開き具合を捉えることが表4のように指導される。

[表4] 小学校第4学年の教科書における角の直接比較と間接比較に関する指導内容

	間接比較に関する内容	直接比較に関する内容
A	(図形) 角を定義後、一方の角を切り取り他方に重ねる(開き具合)。	(図形) 二等辺三角形、正三角形の頂角、底角を折り重ねる。
B	(図形、測定) 角を写し取り重ねる活動後、角を定義する(開き具合)。	(図形) 分度器による測定活動後、二等辺三角形に関する学習において底角を重ねる。
C	(図形、測定) 角を定義後、角を写し取り重ねる(開き具合)。	(図形、測定) 分度器による測定後、三角定規を重ね加法、減法を用いて大きさを求める。
D	(図形) 角を写し取り、もう一方に重ねる。	(図形) 角を定義後、相似な三角形を用いて対応する角を重ねる(開き具合)。 二等辺三角形、正三角形の頂角、底角を重ねる。
E	(図形) 角を写し取り、もう一方に重ねる。	(図形) 角を定義後、三角定規を重ねる(開き具合)。 二等辺三角形、正三角形の底角を重ねる。
F	(図形) 角を定義後、三角定規の角を写し取り、重ねる。	(図形) 三角定規を重ねる(開き具合)。 二等辺三角形、正三角形の頂角、底角を重ねる。

表内の「(図形)」,「(測定)」は,「図形」領域または「量と測定」領域のいずれかに含まれる単元で取り扱われていることを示す。図形として角を捉える学習と,量として捉え数値化する学習を同一の単元内で扱う教科書(B)では,その単元では間接比較に関する活動までを取り上げており,直接比較の活動は,二等辺三角形と正三角形の特徴を把握するために底角を折り重ねる活動として度数法を学習した後になされる。

また,表内の矢印は教科書に示されている順序である。Eを除き,二つの角の一方を紙に写し取り他方に重ねて大きさを比較する間接比較の活動を直接比較の前に位置づけている。そして,その前後に角を「一つの点から出ている二つの辺が作る形」として捉え,角の大きさが二つの辺の開き具合で決まることは,間接比較や直接比較による角を重ねる活動とともに示されている。

さらに,全ての教科書において,直接比較の活動においては相似な関係の三角定規や,角の大きさの大小関係や他の図形の構成要素と角の関係が視覚的に捉えやすい二等辺三角形や正三角形などが用いられている。

3.2 任意単位及び普遍単位の適用

任意単位や普遍単位の導入によって、角の大きさが数値化され、開き具合から回転の大きさへと量としての角の概念が拡張される。このことに関して、教科書は次の順序で構成されている。まず、扇形の中心角や棒を用いた回転運動による角の大きさの変化が視覚的に捉えやすく示され、回転の大きさとしての角の大きさが強調される。その上で、回転の大きさを比較するために、既習の直角や三角定規に含まれる角を任意単位をとして用いた数値化がなされた上で、計器として分度器が導入され、普遍単位を用いた測定や作図がなされる。表5は、角の測定と作図の説明の例として扱われている数値である。なお、AからFは表4と対応する。

表内の左から2列目と3列目は、角を構成する二つの半直線のうち水平な一方を基準とした場合に、もう一方が共有点から基準に比べて上または下、左回りまたは右回りの角であるかどうかを示している。分度器の目盛りは通常、左回りに付けられた目盛りに従って読むが、3列目に示す角の場合、右回りに付けられた目盛りに従って読む。全ての教科書において、水平な半直線を基準とした場合に、もう一方が基準に比べて上に向き、左回りの目盛りに従って測定や作図をする例があげられていたが、右回りの目盛りに従う例は少ない。

このような普遍単位を用いた測定活動を経た後、測定誤差を防ぎ、実証された結果を測定の手続きをせずに論理的に考える素地を育成するために、補角の関係や対頂角の相等が取り上げられている。さらに、 180° を超える大きさの角を扱う際に 180° または 360° を基準にその方法を考えること、単元の最後に示されている三角定規の組み合わせによってできる角の大きさを加法、減法から導くことは、

〔表5〕分度器による測定と作図の説明において扱われている数値

	上向き、左回りの例	上向き、右回りの例	180° を超える角の例
測 定	35° (E, F), 50° (A), 55° (F), 70° (C), 120° (B), 130° (D)	76° (F), 100° (A)	210° (B, E, F), 220° (D), 240° (A, C), 300° (B)
作 図	30° (D), 35° (C, F) 50° (A, B, E)	いずれの教科書も 該当例なし	200° (A), 210° (E)

量の基本的な性質である加法性の考えを要するため、他の量と統合的に把握することへとつながる。

教科書ではほぼ上記の順序に従って示されているが、任意単位の扱いと、回転の大きさとして角の概念を拡張することに関して次のような特徴がみられた。

まず、任意単位として扱われている大きさが限定されていることである。全ての教科書で直角を用いているほか、一部の教科書で三角定規に含まれる 30° を取り上げることに留まっている。これに対し、例えば、長さの学習では任意単位として指幅や文房具の長さなど様々な大きさを持つ幅の広い選択肢の中から、学習者が場面に応じて適切な大きさの任意単位を選択し、測定してきている。しかし、角の場合、学習者の身の回りに存在する角のほとんどが直角であるために、他の量に比べて適当な任意単位が少ない¹⁰⁾。また、それらの多くはもののかどであるため、図形に含まれる角として捉えることは可能であるが、回転の大きさとして任意単位の大きさを捉える機会が乏しいと考えられる。

次に、回転の大きさとして角の概念を拡張するためにみられた特徴として、同一の単元内において回転の大きさとして角の大きさを捉えるための工夫がなされている一方で、学習者が回転の大きさとして捉えることが難しいとされる場面もみられることである。それは主に、以下の四つの場面である。

一点目は、角の大きさを量として意識させるために単元の導入部における回転に関する具体物の示し方である（表6）。

Bを除き、回転の大きさとして角の大きさを強調するための具体物を取り上げているが、角を開き具合や傾きとして捉えやすい具体物も同時に示され、開き具合に関する具体物は測定方法を問う問題が導入部やまとめにおいてみられる。ま

〔表6〕教科書に示されている角に関する具体物

具体物が示す角の捉え方	具 体 物
回 転	時計の針の動き (A, D, E, F), 福引きの抽選器 (F), 風車 (C, F) 観覧車 (C, F)
開 き 具 合	扇子 (C, D), はさみの刃 (A, D), 動物の開いた口 (B, D), 先の開いたコンパス (E)
傾 き	ピサの斜塔 (E), ケーブルカー (A), 滑り台 (A, B, D, F), てすり (A, B), スロープ (A, B, D, F)

た、傾きに関する具体物はその写真が示され、滑り台、ですり、スロープが具体物の測定活動の例として単元の最後にあげられている。

二点目は、分度器による測定と作図の活動における回転の扱いである。例えば、回転の大きさを強調するために、角の大きさを表示する際、左回りの矢印が示されている。一方で、分度器を用いて 180° を超える角を測定する場面では、下向きの分度器の図ではなく全円分度器が示され、 180° または 360° を基準として測定する方法ともに、両方向の回転の向きを表す矢印が示されている。高等学校における一般角の学習では回転の方向によって角の大きさに正負があることが学ばれるが、小学校の段階ではその素地として、角の大きさには向きがあることが学ばれていることが考えられる。

三点目は、具体物に含まれる角を測定する活動における回転の扱いである。「量と測定」領域のねらいの一つに、量の大きさについての感覚を豊かにすることがある⁽¹⁷⁾。そのために、全ての教科書において、直角や 180° などの身近なもののかどとしての角の大きさを測定するほか、坂道や階段などの勾配を測定する活動が示されている。しかし、 180° を超える大きさの角の測定や、回転の大きさの測定を強調するための図は示されていない。

四点目は、 360° を超える大きさの角の扱いである。Bでは、 360° を超える大きさの角を捉えるために、時計の針や線分が右回りに1回転以上回転する図とともに 450° 、 540° 、 900° の大きさの角が示されている。半直線が1回転を超えて回転した場合、その半直線の回転の軌跡が描く角の大きさは 360° を超えることを学習することは、角の大きさが回転の大きさであるという認識を深めるとともに、一般角へと角の概念を拡張するための学習へつながることから、その素地を育成するために取り上げられていると考える。

以上、角の概念を回転の大きさに拡張する単元においては、回転の大きさとして捉えることを強調するための工夫がみられた一方で、開き具合や傾きなど角を多面的に捉えることを強調する場面や、学習者が回転の大きさとして捉えることが難しいと考えられる場面がみられた。

3.3 角指導の過程から予想される学習過程

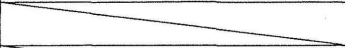
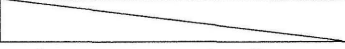
表3に示したわが国の測定の指導の過程と、3.1及び、3.2における教科書分析から想定される小学校算数科における角指導の過程を示す(表7)。

表7に従った場合、以下の順序で角の学習がなされていくことが予想できる。まず、角を図形の構成要素の一つとして把握し抽出するために、複数の角を比較し、一点を共有する二つの辺が作る図形の開き具合として角の大きさを捉えることから始まる。その際、教科書では図形に含まれる角ではなく一点を共有する二つの辺が作る形が導入部で示されている。そして、図形としての角に着目し、辺の長さに捉われずに角の大きさを抽出するための半直線と点からなる図による間接比較の活動がなされる。次に、図形に含まれる角としてその大きさを把握するために、二等辺三角形や正三角形を折り重ね、それらの底角や頂角の大きさを比較する直接比較の活動がなされる。この段階では、角の大きさは数値化されておらず、図形として角を捉えた上で量としてその大きさを捉えるための活動に留まる（表7－①）。

直接比較と間接比較によって角を量として捉える概念形成のための学習がなされると、その大きさを数値化する探究活動がなされる（表7－②）。任意単位による測定に関する学習は、回転の大きさとして角の概念を拡張するために、三角定規などの図形に含まれる大きさの角や直角を単位とした測定活動を通してなされる。

図形に含まれる角を任意単位として用いて回転の大きさを数値化することを学習した後、普遍単位と分度器による測定と作図が学習される。ここでは図形に含まれる角ではなく、一点を共有する二つの半直線を回転の軌跡と捉え、その大きさを普遍単位によって数値化する学習がなされる（表7－③）。最後に、分度器を用いて三角形を作図することで、回転の大きさとして捉え数値化した角の大きさを再度、図形の構成要素の大きさとして捉え直す（表7－④）。この4段階を経た学習以降、「図形」領域の学習を中心に図形を考察する際の観点の一つとして角の大きさを捉える学習が続く。

〔表7〕小学校算数科における角指導の過程

	二つの辺の開き具合（図形としての角）	回転の大きさ（量としての角）
直接比較	①間接比較，直接比較の順	
間接比較		
任意単位による測定	②回転の大きさとしての概念を導入後，図形に含まれる任意単位による測定	
普遍単位による測定	④分度器を用いた三角形の作図	③回転の大きさとしての角の測定と作図

4. 学習者の実態からみた角指導における課題

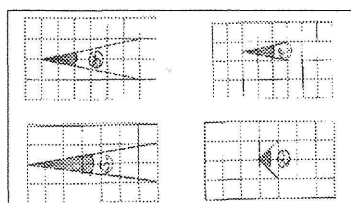
これまでの調査結果から、表7に示した角指導の過程には課題があることが予想できる。そこで、筆者の実施した質問紙調査⁴⁸⁾の結果から、3.1と3.2の教科書分析でみられた特徴を考察し、3.3で述べた角指導における課題を指摘する。

4.1 学習者の実態からみた角の抽出とその比較に関する学習上の困難点

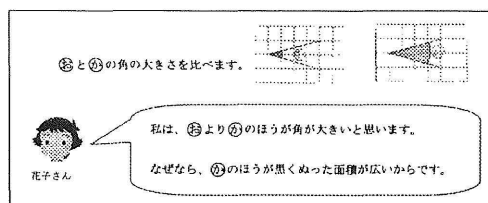
図1、及び図2は、角を構成する他の図形の構成要素に捉われずに角の大きさを抽出し、比較できるかどうかみる問題である。

調査問題1では、角を構成する半直線の長さや角を指す扇形の広さや弧の長さからその大きさを判断しているかどうかをみた。まず、角を構成する半直線の長さが異なる同じ大きさの角の比較ができるか、角㊸と角㊹の大きさを比較させた。次に、角を構成する半直線の長さや、角を指す扇形の広さが異なる角の比較ができるか、角㊺と角㊻の大きさを比較させた。また、調査問題2では、角の大きさを、角の大きさを指す扇形の広さで判断しているかどうかをみた。図2に示すように、角の大きさと角を指す扇形の広さを混同している意見に対し、「賛成」、または「反対」を選択させた上でその理由を記述させた。その結果、小学生の約半数が角を構成する他の図形の構成要素である半直線の長さや、角を指す扇形の面積及び、円弧の長さに捉われて角の大きさを判断していることが明らかになった。さらに、その中でも特に半直線の長さに捉われず角の大きさを抽出することに困難を示す傾向が強いことがわかった。また、調査問題2の正答率は69.8%であり、「賛成」、「反対」に関わらず、角を含む三角形として図2に示す角を捉えた上で、扇形の弧の長さを三角形の幅としてその大きさを判断している児童がみられた。

以上から、他の図形の構成要素による視覚的判断に捉われているために、一点



【図1】 調査問題1



【図2】 調査問題2

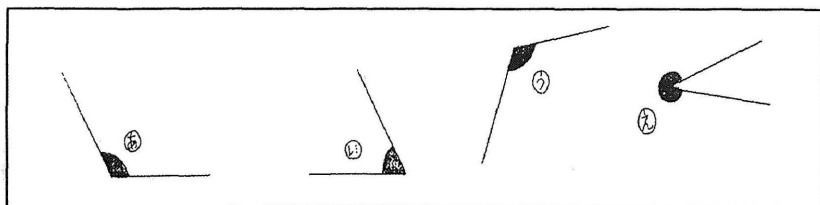
を共有する二つの半直線が作る形として角を抽出することや、その半直線がなす開き具合または回転の大きさとして角の大きさを抽出し比較することに困難を示す既習児童がいることがわかる。これは、表7に示す、直接比較、及び間接比較の段階における課題であると考えられる。

4.2 学習者の実態からみた普遍単位の適用に関する学習上の困難点

調査では、小学校第5学年を対象として普遍単位の適用に関する問題を計2問出題した。一つは、分度器を用いて、二つの半直線が下向きに開く角や、鈍角、 180° を超える大きさの角の測定ができるかどうかをみる問題である（図3）。もう一つの問題は、 180° より大きい角を描くことができるかどうかをみるため、分度器を用いて 300° の図を描き、その方法を記述により説明する問題である。なお、基準となる水平な線分を解答欄には予め示していない。

調査の結果、二つの半直線が下向きに開く角や鈍角の測定、 180° を超える大きさの角の測定と作図を苦手とする児童が多いことが明らかになった。例えば、半直線が上向きに開く 120° （図3の㊸）の測定の正答率は各学年とも約90%である一方で、下向きに 120° 開く場合（図3の㊶）になると正答率が約10%低下し、補角の大きさに相当する 60° を解とする者が多くみられた。また、分度器を用いて 300° の角を作図しその説明ができた児童は65.3%であり、分度器を下向きに用いることに困難を示すことがわかった。

このように、普遍単位による数値化と測定の意味の理解が不十分であるために、 180° を超える角の測定や作図、角の大きさの概測、分度器の適切な使用と使用方法の説明に困難を示す児童がみられた。このことは、表7に示す、普遍単位による測定における課題と考えられる。



〔図3〕 調査問題3（㊸と㊷は 120° 、㊶は 60° 、㊹は 330° ）

4.3 学習者の実態からみた角指導における課題

4.1 及び、4.2 では、学習者の実態から角の学習上の困難点を指摘した。本節では、困難点に基づいて3.1、及び3.2で指摘した教科書の特徴を再度考察し、現行の角指導の過程における課題を考察する。

まず、角の大きさを図形から抽出し、比較することに困難点がみられることが明らかになった。教科書において比較に関する内容は、角の大きさを写し取って重ねる図や、三角形を折り、角を重ねる図が示されている。しかし、角を重ねずに視覚的な判断によってその大きさを比較する活動は示されていない。また、その際、角の大きさが異なる角同士の大きさの比較のみが取り上げられ、角の大きさを指す扇形の半径の長さは、比較する全ての角において統一されている。このことから、角の大きさを指す扇形の半径の長さが異なるが大きさは等しい角を視覚的判断によって比較する経験が十分でないことが考えられる。さらに、直接比較の活動による角を数値化する前の大小比較の結果と、単位の導入後の数値による大小比較の結果を比べる学習も十分になされていない。そのために、調査において学習者は、普遍単位による角の数値化を既習にもかかわらず、角を構成する他の図形の構成要素に捉われてしまった可能性がある。

また、調査対象とした小学校第5学年の児童は、度数法による数値化を学習以降、図形を考察する際の観点として数値化された角を用いている。調査問題2において比較の対象である角を三角形に含まれる角と捉えている既習児童がいることが明らかになっており、児童は一点を共有する二つの半直線が作る形としてではなく、図形の構成要素の一つとして角を捉えてきている。度数法を導入以降、数値化された角の大きさは、図形の大きさを表すために用いられ、特に「図形」領域の学習内容である単元において多くみられる。そのため、角の大きさの意味を十分に理解しないまま、数値化された角の大きさをを用いて図形を考察している既習児童がいる可能性が考えられる。

次に、作図や測定を通して角の大きさを普遍単位によって数値化することに困難を示す児童がみられることが明らかになった。特に、 180° を超える大きさの角や、角を構成する半直線が下向きに開く角の理解が十分ではなく、回転の大きさとして角の大きさを捉え数値化することは学習者にとって難しい学習内容であると考えられる。この困難点を教科書分析でみられた特徴に位置づけると、次の二点を指摘することができる。

第一に、教科書で任意単位として取り上げられている角は、三角定規に含まれる特殊な角や直角など図形に含まれる 90° 以下の大きさの角に限られているため、回転の大きさとして任意単位の角の大きさを捉えずに測定をしている可能性が考えられる。既習の他の量と同様に数値化する考えの素地を育成するために、教科書で取り上げられている任意単位のほか、直角の4等分または8等分など紙を折ることで作成できる大きさの角を任意単位として用いるだけでなく¹⁹⁾、 180° を超える大きさの測定にあたっては回転の大きさとして捉えやすい大きさを任意単位として用いることも有効であると考ええる。

第二に、回転の大きさとして角の概念を拡張する学習以降、図形の構成要素として角を考察する学習が中心となり、教科書においても傾きや数値化された角の大きさが「図形」領域の学習内容である単元において多くみられる。また、具体物を用いた角の測定では傾きや開き具合を測定する活動は多く取り上げられているが、回転の大きさとして角の大きさを認識するための体験的な活動は測定活動をはじめ、ほとんどなされていない。そのために、回転の大きさとして角の大きさを捉える学習者の認識が弱くなっていることが考えられる。

このことに加えて、既習の量である長さや重さは計器が様々であるのに対し、角は計器が分度器のみであるために測定対象に応じた適切な計器の選択によって量感は育成されにくいことが挙げられる。そして、分度器を用いた身近な具体物の測定では回転の大きさとして角の大きさを捉えにくい。しかし、角の大きさを回転の大きさとして捉えることは、図形の構成要素の角では表示することの難しい 180° を超える大きさに拡張することにその意義があり、多角形の内角の和や一般角の学習に繋げるための重要な概念となる。そのため、 180° を超える範囲も含めた角の大きさを回転の大きさとして捉えるための体験的な活動を取り入れ、量感を育成することをより重視する必要がある。

以上の考察から、度数法による測定と作図を既習の児童は、特に回転の大きさとしての角の大きさの意味を十分に理解しないまま、数値化された角の大きさを用いて図形を考察していることが、角に関する現行の指導上の課題として指摘できる。学習者がこのような困難を示す場合、特に既習児童は角を図形の構成要素として捉える学習の機会が多いことから、図形に含まれる一点を共有する二つの半直線が作る形の大きさを、半直線の回転の大きさを数値化した量として捉え直した上で、度数法により数値化された角の大きさを用いて図形を考察していくこ

とが、重要であると考える。

5. まとめと今後の課題

本稿の目的は、小学校算数科における角指導の現状とその課題を明らかにすることであった。そのために、先行研究で示されている測定の指導の過程と、現行の学習指導要領で示されている測定の指導の4段階を観点として、角の概念が導入される小学校第4学年の現行の算数科教科書を分析した。その結果、教科書の特徴として、(1)間接比較、直接比較の順に角の大きさを比較する活動を通して図形の構成要素としての角、及び図形としての角の属性の一つとしてその大きさを抽出する学習がなされること、(2)他の量に比べ、角は任意単位とする大きさが限定され、回転の大きさとして捉えやすい任意単位が少ないこと、(3)角の概念を回転の大きさに拡張する単元は回転の大きさとして捉えるための工夫がなされている一方で、角の多面的な捉え方を強調する場面や学習者が角の大きさを回転の大きさとして捉えることが難しいと考えられる場面がみられること、の三点を考察することができた。

そこで、この考察と測定に関する指導の4段階から想定される、角の定義とその数値化がなされる小学校算数科の角指導の過程を示した。さらに、質問紙調査で特定された角とその大きさの抽出と比較に関する学習上の困難点、及び普遍単位の適用に関する学習上の困難点を指導の過程に位置づけ、指導上の課題を考察した。すなわち、度数法による角の大きさの測定と作図を学習後の児童は、特に回転の大きさとしての角の大きさの意味を十分に理解しないまま、数値化された角の大きさを用いて図形を考察していることである。

今後の課題は以下の三点である。第一に、小学校第4学年以降の現行教科書における角に関する指導内容を分析し、新学習指導要領に基づく学習内容と比較することである。第二に、角に関する授業観察やインタビュー調査を実施し、質問紙調査にみられた困難点の要因を質的に考察することである。第三に、任意単位による数値化に関する調査を実施し、困難点がみられるかどうか量的及び、質的に考察することである。そして、児童の学習状況を視野に入れた小学校算数科における角の学習指導の過程を示す。

註及び引用・参考文献

- (1) 現行の学習指導要領（文部省，1999）では直角は小学校第3学年の内容に含まれるが，新学習指導要領（文部科学省，2008）では第2学年に移行する。
文部省（1999）『小学校学習指導要領解説 算数編』，東京：東洋館出版社。
文部科学省（2008）『小学校学習指導要領解説 算数編 平成20年8月』，東京：東洋館出版社。
- (2) 現行の学習指導要領では小学校第4学年の内容であるが，新学習指導要領では，角の定義は小学校第3学年へ移行される。
- (3) 例えば，以下の文献において角に関する学習上の困難点が指摘されている。
R.Stavy & D.Tirosh. (2000) How Students (Mis) Understand Science and Mathematics. Intuitive Rules. New York Teachers College Press.
L.Dickson, M.Brown & O.Gibson (1984) Children Learning Mathematics: A Teacher's Guide to Recent Research. Cassell for The Schools Council.
東京都算数教育研究会（2005）『平成16年度学力実態調査の集計と考察 く数と計算量と測定』。
- (4) 調査の詳細は，増田有紀（2007）「児童・生徒の角に認識に関する実態調査 — 認識上の困難点の特定とその解消に向けて—」第40回数学教育論文発表会論文集，pp. 475—480，日本数学教育学会，を参照。
- (5) 本稿では，以下の小学校第4学年の文部科学省検定済教科書を分析した。
中原忠男ほか（2008）『小学算数』，大阪：大阪書籍。
一松 信ほか（2008）『みんなと学ぶ小学校算数』，東京：学校図書。
澤田利夫ほか（2008）『小学算数』，東京：教育出版。
清水静海ほか（2008）『わくわく算数』，東京：啓林館。
橋本吉彦ほか（2008）『新版たのしい算数』，東京：大日本図書。
杉山吉茂ほか（2008）『新編新しい算数』，東京：東京書籍。
- (6) 前掲（1），文部科学省（2008），p. 35.
- (7) 清水静海ほか（1994）『CRECER 中学校数学科教育実践講座 第7巻 図形と計量』，東京：ニチブン。
- (8) Inskeep J.E. (1976) Teaching Measurement to Elementary School Children. In Nelson, D.& Reys, R.E. (eds.) Measurement in School Mathematics. Thirty-eighth Yearbook. Reston Va.: National Council of Teachers Mathematics, 1976, pp. 60-86.
- (9) 杉山吉茂（2008）『初等科数学科教育学序説 杉山吉茂教授講義筆記』，東京：東洋館出版社。
また，科学技術の智プロジェクト（2008）では，数によって表現されるものが量であり，その性質としてどこの世界での数の実現であるかという「属性」を持つことが述べられている。
科学技術の智プロジェクト（2008）『21世紀の科学技術リテラシー像～豊かに生きるための智～プロジェクト 数理科学専門部会報告書』，pp. 5-6.

- (10) 前掲書 (9), p. 172.
- (11) Outhred, L., Mitchelmore, M., McPhail, D., & Gould, P. (2003) Count me into measurement: A program for the early elementary school. In Clements, H. & Bright, G.. (eds.), Learning and Teaching Measurement 2003 Yearbook. Reston, Va.: National Council of Teachers Mathematics, pp. 81-99.
- (12) 前掲 (1), 文部科学省 (2008), p. 34.
- (13) 前掲書 (9), pp. 171-173.
- (14) 『新編新しい算数 教師用指導書研究編4下』, 東京: 東京書籍, p. 175.
- (15) 平林一栄 (1987) 『数学教育の活動主義的展開』, 東京: 東洋館出版社, p. 138.
- (16) 前掲書 (9), pp. 215-216.
- (17) 前掲 (1), 文部科学省 (2008), pp. 39-40.
- (18) 筆者は, 2007年6月から2008年2月に, 学校数学における角に関する児童・生徒の学習上の困難点を経年的な変化も視野に入れて特定するための質問紙調査を実施した。調査対象は, 東京都, 埼玉県, 茨城県の公立小学校5校, 茨城県, 長野県の公立中学校3校, 東京都, 徳島県の国公立及び私立高等学校4校の児童, 生徒, 計1271名である。それぞれの学年の内訳は, 小学校第5学年: 252名, 中学校第1学年: 406名, 中学校第3学年: 378名, 高等学校数学Ⅱ履修者: 202名である。調査の詳細は, 前掲 (4) を参照。
- (19) 前掲書 (9), pp. 215-216.

Current Status and Issues of Teaching the Concept of Angle in Elementary School Mathematics: An Analysis of the Mathematics Textbooks for 4th Graders

Yuki MASUDA

The purpose of this study is to examine current status and issues of teaching the concept of angle in elementary school of Japan. For this purpose, the part of the current mathematics textbooks in which 4th graders learn the definition of an angle and assigning a number using degrees were analyzed in terms of the process of teaching measurement which was described in previous studies.

The result of this study indicated that there are three points in the emphases on the current mathematics textbooks for 4th graders in Japan. First, for developing the identification of the angle as a shape which is made by two arms from a vertex and its measure as the size of the opening between the two arms, indirect comparison between two angles is practiced before direct comparison which includes comparing the angles of an isosceles triangles and an equilateral triangle. Second, the number of non-standard units for angle measure is not sufficient for pupils to integrate with other quantities they learned before, for example, length or weight. And finally, the definitions of the size of an angle, one is the opening between the two arms, and the other is made by turning the segment, are used simultaneously when pupils learned first the latter definition.

Based on three points in the emphases on the mathematics textbooks mentioned above, current status of teaching the concept of angle in the elementary grades is discussed and its issue is addressed from the results of investigation to identify pupils' difficulties in learning the concept of angle; pupils after learning the concept of angle in 4th grade use the measure of angles for solving problems of shapes not understanding the meaning of the measure of angles which is based on the definitions of the size of an angle made by turning the segment sufficiently.