

|             |   |
|-------------|---|
| 氏 名 (本籍)    | 照 井 章 (岩 手 県)   |
| 学 位 の 種 類   | 博 士 (理 学)   |
| 学 位 記 番 号   | 博 乙 第 2485 号  |
| 学位授与年月日     | 平成 22 年 3 月 25 日  |
| 学位授与の要件     | 学位規則第 4 条第 2 項該当  |
| 審 査 研 究 科   | 数理解物質科学研究科  |
| 学 位 論 文 題 目 | <b>Symbolic-Numeric Algorithms for Univariate Polynomials</b><br>(1 変数多項式に対する数式・数値融合算法) |
| 主 査         | 筑波大学准教授 理学博士 坂 井 公  |
| 副 査         | 筑波大学教授 博士 (理学) 青 嶋 誠  |
| 副 査         | 筑波大学教授 理学博士 坪 井 明 人   |
| 副 査         | 東海大学教授 博士 (数理科学) 白 柳 潔  |

## 論 文 の 内 容 の 要 旨

計算機による科学技術計算の多くでは、従来、浮動小数点演算が多く用いられて来た。このような計算は、数値計算と呼ばれるが、この背景には、入力されるデータの多くが測定などに由来する観測値であり誤差を含む、浮動小数点演算は代数的な厳密計算に比べ圧倒的に高速に実行できるなどの事情があった。

一方、単に実験データの処理にとどまらぬ複雑な代数的計算の需要の高まり、計算機の性能の上昇などとともに、次第に、多項式や有理式の厳密計算の有用性が強調され、いわゆる数式処理や計算代数と呼ばれる分野が発展してきた。

近年では、数値計算の中で代数的手法を用いたり、逆に浮動小数点データを係数に持つ多項式や有理式を代数的な計算の対象にして、両手法の短所を補い合う計算手法の探求を目指す試みが広がってきており、数式・数値融合計算などと呼ばれている。具体的にはさまざまな計算の形態が存在するが、論文では、一変数多項式に対する以下の形態の数式・数値融合計算を扱っている。

1. 数値計算の算法の中に、計算代数的手法を取り入れることで、算法の性能や効率を改善する。
2. 与えられた系に対し、それに近接した系で、ある代数的性質を満たすようなものを、計算代数や数値計算の手法を組み合わせで導く。

特に、上記 1 に属する計算として、

1-1) 一変数の代数方程式の実根を求める Durand-Kerner 法

について、また上記 2 に属する計算として

2-1) 誤差項を持つ一変数多項式の実零点の計算

2-2) 一変数多項式の再帰的な多項式剰余列に対する部分終結式の理論

2-3) 制約つき最適化に基づく一変数多項式の近似最大公約子の算法

について研究した。

1-1) の Durand-Kerner 法とは複素係数の一変数代数方程式の根の近似値を同時に求める数値算法だが、論文では特に係数が実数のとき実根だけを求める場合に対して 2 通りの拡張を提案した。第 1 の方法では実根

と虚根とが明確に区別されながら近似値が計算され、虚根は共役の組の一方のみを計算するために計算量が半分以下になることを理論実験の両面から確認した。第2の方法では実根のみを計算するので、実根の数に沿って計算量が減少することを理論実験の両面から確認した。

2-1)の研究では係数に誤差を含む多項式に対して、その実零点の存在範囲を精度良く簡便に見積もる方法を提案した。また同様な多項式に対して Sturm 法で実零点の個数を見積もる場合に、正しく求まるための条件を導き、その条件を確認するための4つの方法を比較実験してその長短を調べた。

2-2)の再帰的な多項式剰余列とは、無平方分解の過程に現れるように、繰り返し計算される多項式剰余列を意味するが、研究ではそのような剰余列に対応する部分終結式行列を与えるための理論を構成した。

2-3)の近似最大公約子の計算とは、2つの多項式の係数がある程度の誤差を含むことを許容して、最大公約子を求めるものである。研究は、制約つき最小化問題の解法として知られる勾配射影法の一般化である修正 Newton 法を用いる手法を提案し、従来の算法より格段に効率よく近似最大公約子が求まることを実験的に検証した。

## 審 査 の 結 果 の 要 旨

上記の研究 1-1)、2-1)、2-2)、2-3)のいずれも、十分な創意を認めることができる優れた研究である。特に 2-3)は従来研究に比べて著しい計算速度の向上をもたらしており、この分野における重要な貢献と位置づけられる。また、著者のその分野における見識や業績も十分に認められる。

よって、著者は博士(理学)の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。