

氏名(本籍)	藤 ^{ふじ} 田 ^た 力 ^{ちから} (栃木県)		
学位の種類	博士(理学)		
学位記番号	博甲第5253号		
学位授与年月日	平成22年3月25日		
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当		
審査研究科	数理物質科学研究科		
学位論文題目	Expansivity on Dynamical systems (力学系における拡大性について)		
主査	筑波大学教授	理学博士	加藤久男
副査	筑波大学教授	理学博士	伊藤光弘
副査	筑波大学教授	理学博士	山口孝男
副査	筑波大学教授	理学博士	若林誠一郎

論文の内容の要旨

本論文は、位相力学系理論の主要な研究テーマであるカオス力学系理論、特に連続写像の拡大性について論じたものである。力学系とは一定規則にしたがって時間の経過とともに状態が変化するシステム、あるいはそれを記述するための数学的モデルのことである。ニュートン、ポアンカレ、バーコフ等による研究を経て幾何学的な側面からの研究が活発に行われてきた。本論文では、位相空間論を用いた位相力学系理論の研究を行い、特に連続写像の拡大性について重要な結果を得ている。以下、各章ごとに内容を述べる。

第1章では、任意の可分距離空間 X と有界開区間 J の積空間 $X \times J \times J$ 上に自然に定義される距離に関して、positively expansive homeomorphism が存在することを証明している。また、任意の閉多様体 M と有界開区間 J の積空間 $M \times J$ 上に自然に定義される距離に関して、positively expansive homeomorphism が存在することを証明している。この定理は、従来から知られていた定理をより強化した定理となっている。応用として、positively expansive homeomorphisms をもつコンパクトでない距離空間には有次元ではないものが数多く存在することがわかる。関連する結果としては、コンパクト距離空間の場合は有限次元であることがすでに知られていた。この章の証明は、位相空間論的な手法を巧みに用いてなされている。

第2章では、Ruelle expanding maps をもつコンパクト距離空間に対し、局所的に拡大比率が一定となる特別な距離を構成し、その距離での Box-counting dimension、Hausdorff dimension、topological entropy 及びその拡大比率に関係する大変興味深い定理を得ている。また non-compact な空間上の expanding homeomorphism に対し、全空間で拡大比率が一定となる特別な距離の構成にも成功している。この距離は、位相空間論の距離化理論を縦横に駆使して得られるもので、位相空間論と力学系理論および幾何学的測度論を結びつける重要な定理となっている。実際、ここで定義された距離は位相次元とは大きく異なるフラクタル次元を導いていることが分かる。同程度連続な同相写像を許容するコンパクト距離空間は、その写像が等距離写像となるように距離化されることはよく知られた結果であり、本論文の結果はこの結果を拡大写像まで大きく拡張した定理と見ることが出来る。

第3章では、一般的な位相空間上で極小集合と概周期性の間の関係を研究し、極小集合と概周期性に関して残されていた3つの問題に対して解答を与えることに成功している。実際、本論文でその3つの問題は、

より一般的な広い定理の形で解決されている。コンパクト距離空間上では極小集合と概周期性は密接に関連した概念であり、その同値性がよく知られている。しかしながら、空間の分離公理を緩めると一般には成立しないことが証明されている。この章の証明においても位相空間論的手法が巧みに用いられている。

審 査 の 結 果 の 要 旨

この論文は、位相力学系理論の主要な研究テーマであるカオス力学系、特に連続写像の拡大性理論に大きく貢献するものである。各章で得られたそれぞれの結果は非常に興味深いものであり、その証明に見られる手法も含めて興味ある着想に富んでいる。本論文は、その成果及びその手法を通してこの方面の今後の発展に大いに寄与したものと考えられる。この論文の基となった3編の論文の内、2つはすでに国際的に評価の高い海外の雑誌に出版、または受理されている。他の1論文も現在投稿中である。

論文審査ならびに最終試験の結果に基づき、著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。