

氏名(本籍)	おお くら やす たか (新潟県) 大 倉 安 孝 (新潟県)		
学位の種類	博 士 (数 学)		
学位記番号	博 甲 第 5256 号		
学位授与年月日	平成 22 年 3 月 25 日		
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当		
審査研究科	数理物質科学研究科		
学位論文題目	Computer Algebra on Lattices (格子の数式処理)		
主 査	筑波大学准教授	理学博士	坂 井 公
副 査	筑波大学教授	博士(理学)	青 嶋 誠
副 査	筑波大学教授	理学博士	坪 井 明 人
副 査	筑波大学教授	理学博士	磯 崎 洋

論 文 の 内 容 の 要 旨

格子理論は、群論や数論を含む様々な分野に多くの応用を持つ。本論文は、格子計算の計算機数学への応用を研究したものである。論文は、2つのアルゴリズム

1. 多項式行列をスミス標準形に変換するための変換行列のノルムを下げるアルゴリズム
2. 多項式上の格子基底を係数の小さな多項式で構成するアルゴリズム

を提案し、それぞれの効用について理論実験の両面から検討している。また、整数格子と関連して、

3. 整数係数を持つ多項式の近似因数分解
について研究している。

上記1のスミス標準形とは、単項イデアル整域上の行列に対して、その両側からユニモデュラ行列を乗ずることによって得られる対角行列で特定の性質を持つものである。その性質ゆえに、与えられた行列のスミス標準形は一意に定まるが、変換のために両側から乗ずるユニモデュラ行列はそうではない。スミス標準形を利用する応用の計算効率を考えると、この変換行列が簡単なものであることが望ましい。論文では、変換行列の複雑さを測るためのノルムを定義し、そのノルムの意味で簡単な変換行列を求めるアルゴリズムを提案した。

また、人工的に与えた行列に対しては、素朴な方法で計算した変換行列に比べ、数分の一から数十分の一のノルムを持つ変換行列が得られることを計算機実験により確認した。この比は、人工的に与えた行列のタイプに影響されるが、ランダムに生成した行列に対しても数十パーセントのノルム減少を確認した。

上のアルゴリズムでは変換行列の多項式の次数は下がるが、係数の増大を招くことがある。そこで、上記2の研究で計算途上における係数爆発の問題を検討した。論文では、係数の大きさを考慮した多項式基底のノルムを定義し、多項式格子の基底をそのノルムの意味で縮小するためのアルゴリズムを提案した。アルゴリズムは、整数格子に関して最近ベクトルを求める手法を応用したもので、計算機実験により、多くの場合に数十パーセントのノルム減少を確認した。

上記3の研究では、整数係数の多項式を近似的に因数分解するという問題に取り組んでいる。論文では2つの比較的高速のアルゴリズムを与え、それらが実際の問題に適用可能であることを実験的に検証した。ま

た、これらのアルゴリズムが弱点を露呈する悪条件を分析し、効率において劣るが頑健なアルゴリズムを提案した。

審 査 の 結 果 の 要 旨

上記1の研究は、創意が認められる良い研究である。提案されたアルゴリズムは、ノルムの定義を変える場合など、多くの将来課題は残しているが、ひとまず成果を挙げているので今後の継続研究を期待したい。

上記2の研究は、既存の成果である最近ベクトルの計算に多くを依存しているが、それを格子基底の計算に用いるというアイデアに創意を汲むべき点がある。やはり、ノルムの定義など、将来課題を多く残しているが、成果には認めるべき点がある。

上記3の研究も、本来、厳密な因数分解のために考案された手法を、近似因数分解にも利用するなど興味深い着眼点を含んでいる。同様の手法は、さらに多くの応用を持つとも考えられるので、さらなる研究を期待したい。

論文審査ならびに最終試験の結果に基づき、著者は博士（数学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。