

氏名(本籍)	阿部弘樹(山形県)		
学位の種類	博士(理学)		
学位記番号	博甲第4473号		
学位授与年月日	平成19年7月25日		
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当		
審査研究科	数理物質科学研究科		
学位論文題目	Derived equivalences for Gorenstein algebras (ゴレンシュタイン多元環の導来同値)		
主査	筑波大学教授	理学博士	竹内光弘
副査	筑波大学教授	理学博士	宮本雅彦
副査	筑波大学教授	理学博士	坪井明人
副査	筑波大学講師	理学博士	星野光男

論文の内容の要旨

可換ゴレンシュタイン環は興味深いホモロジー代数的性質を多く持ち、代数幾何学への応用という観点からも重要な地位を占めており、バス等によって深く研究されている。近年、ゴレンシュタイン環の概念をネーター多元環へ拡張する試みが様々な観点からなされている。他方、多元環の表現論において、ベルンシュタイン・ゲルファント・ポノマレフがルート系における鏡映の概念を有向グラフの表現に翻訳して導入した古典的傾斜理論は、ハッペル・リングルによって古典的傾斜加群の理論としてまとめられた。さらに、リッカルドによって傾斜鎖複体の概念へと拡張され導来同値の理論としてまとめられた。本論文ではネーター多元環に対する後藤・西田及びアウスランダー・ライテンによる2種類のゴレンシュタイン性を導来同値の立場から考察している。

第1章では、まず、準フロベニウス多元環の概念を高次元化して、ゴレンシュタイン多元環の概念を提議し、それが後藤・西田の意味でのゴレンシュタイン多元環であることを示している。次に、ゴレンシュタイン多元環上の傾斜鎖複体に対して、その準同型多元環がゴレンシュタイン多元環であるための必要十分条件を与えている。特に、ある種の対称性をみたくゴレンシュタイン多元環のクラスは導来同値の下で閉じていることを示している。さらに、準同型多元環がゴレンシュタイン多元環となる様な傾斜鎖複体の具体的な構成法を与えると同時に、準同型多元環がゴレンシュタイン多元環とならない傾斜鎖複体の例も与えている。

第2章ではアウスランダー・ライテンの意味でのゴレンシュタイン多元環の概念をネーター多元環の場合に拡張して考察している。まず、与えられたネーター多元環に対して、基礎環の極小移入分解をHomで持ち上げて得られる鎖複体が双対鎖複体となるための必要十分条件を与えている。次に、その条件の下で、与えられた多元環自身が双対鎖複体であることと、上の双対鎖複体が導来圏において傾斜鎖複体と同型であることが同値であることを示している。さらに、同じ条件の下で、上の双対鎖複体が導来テンソル積によって有界な導来加群圏の圏自己同値を誘導することを示している。

第3章では、準フロベニウス多元環の導来同値について考察している。まず、有限表現型の準フロベニウス多元環上の部分的傾斜鎖複体でその準同型多元環が準フロベニウスである様なものは傾斜鎖複体の直和因

子であることを示している。体上有限次元多元環上の部分的傾斜鎖複体については、その準同型多元環のグロタンディック群のランクがもとの多元環のグロタンディック群のランクと一致するならば、それ自身が傾斜鎖複体であろう、と云う未解決の予想問題がある。上の結果はこの予想問題に対する肯定的な部分解を与える。次に、有限表現型の準フロベニウス多元環の間の導来同値は、項の長さ2の傾斜鎖複体が誘導する導来同値の合成に分解することを示している。

第4章では、先ず、中山・都築による環のフロベニウス拡大の概念を一般化し、アウスランダー・ゴレンシュタイン環のフロベニウス拡大がまたアウスランダー・ゴレンシュタイン環であることを示している。次に、与えられた環に対して、そのフロベニウス拡大を自由に構成する方法を与えている。特に、任意の置換に対して、それを中山置換に持つ準フロベニウス環を自由に構成する方法を与えている。

審 査 の 結 果 の 要 旨

左右で有限の自己移入次元を持つ体上有限次元多元環については、多元環自身の基礎体上の双対が導来テンソル積によって有界な導来加群圏の圏自己同値を誘導することが知られていた。特に、遺伝的多元環の場合には、その圏自己同値が実はセール函手であることも知られていた。本論文では、これらの事実をネーター多元環の場合に拡張している。セール函手もしくはセール双対と云うのはアウスランダー・ライテン三角形の存在定理に深く関わっており、非可換代数幾何の主要研究課題の一つである。この観点から本論文は、高い評価を受けている。

よって、著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。